CH NG 1: GI ITHI UTÍNHI UVÀ H TH NG

GV: TS. inh Th Thái Mai

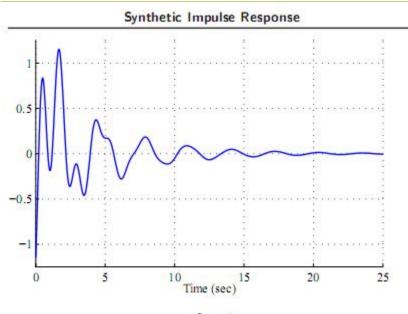
1.1. TÍN HI U

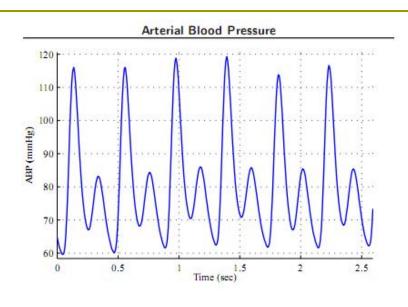
- nh ngh a tín hi u
- Phân lo i tín hi u
- Các phép toán c b n trên tín hi u
- Các tín hi u c b n

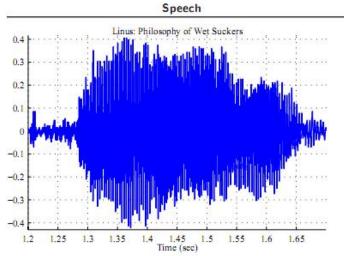
nh ngh a tín hi u:

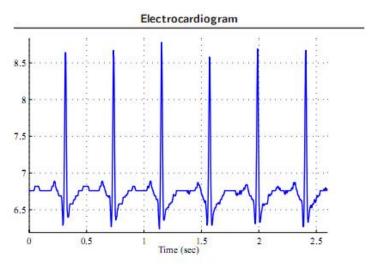
- M t i l ng v t lý truy n t i thông tin v b n ch t c a m t hi n t ng v t lý
- Có th bi u di n d i d ng hàm th i gian liên t c ho crirc
- Hàm c a m t hay nhi u bi n:
 - Tín hi u âm thanh: hàm c a th i gian (tín hi u m t chi u)
 - nh ng: (phép chi u c a c a m t c nh ng vào m t ph ng nh): hàm c a 3 bi n x,y,t (tín hi u nhi u chi u)

Ví d v tín hi u:





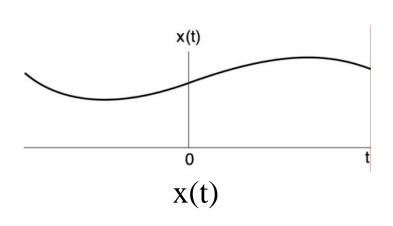


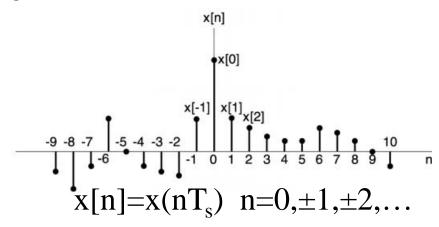


- Tín hi u liên t c và r i r c
- Tín hi u t ng t và s
- Tín hi u tu n hoàn và không tu n hoàn
- Tín hi u nhân qu và không nhân qu
- Tín hi u ch n và l
- Tín hi u xác nh và ng u nhiên
- Tín hi u a kênh và a chi u
- Tín hi u bên trái và ph i
- Tín hi uh uh n và vô h n
- Tín hi un ng l ng và công su t

Tín hi u liên t c và r i r c

- Th i gian liên t c:
 - Giá tr hay biên thay i liên t c theo th i gian
 - Có b n ch t t nhiên
- Th i gian r i r c:
 - Giá tr ch thay it inh ng th i i m nh t nh
 - Có th to rat tín hi u liên t c b ng vi c *l y m u* tín hi u liên t c t i nh ng th i i m nh t nh
 - Th ng liên quan n các h th ng nhân t o





- Giá tr liên t c: Giá tr c a tín hi u thay i m t cách liên t c
- Giá tr r i r c: giá tr c a tín hi u thay i không liên t c

Tín hi u t ng t và s

- Tín hi u t ng t : tín hi u liên t c theo th i gian và có giá tr liên t c
- Tín hi us: tín hi ur ir c theo th i gian và có giá tr c l ng t hóa hay có giá tr r ir c

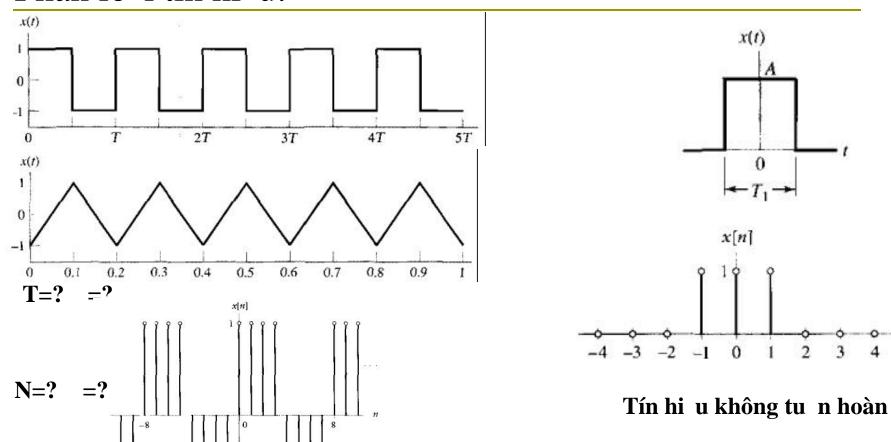
Tín hi u tu n hoàn và không tu n hoàn

• Tín hi u tu n hoàn: l p l i chính b n thân tín hi u sau m t kho ng th i gian nh t nh

$$x(t) = x(t+T) \text{ v i } T > 0$$

hay x[n] = x[n + N] v i N nguyên d ng

- Chu k c b n c a tín hi u tu n hoàn là giá tr nh nh t c a T th a mãn i u ki n trên (T hay N)
- T n s c b n = 1/chu k c b n (f = 1/T hay f = 1/N)
- T n s góc c b n = 2 *t n s c b n (= 2 /T rad/s hay = 2 /N rad)
- Tín hi u không tu n hoàn: không có giá tr nào c a *T* th a mãn i u ki n trên hay giá tr c a tín hi u không c l p l i m t cách có chu k



Tín hi u tu n hoàn

• Ví d:

$$x(t) = cos^{2}(2f t)$$
 $x[n] = (-1)^{n}$

Tín hi u nhân qu và không nhân qu

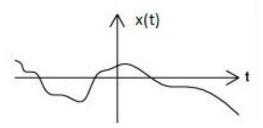
- Tín hi u nhân qu : giá tr c a tín hi u luôn b ng không trên ph n âm c a tr c th i gian
- Tín hi u ph n nhân qu : giá tr c a tín hi u luôn b ng không trên ph n d ng c a tr c th i gian
- Tín hi u phi (không) nhân qu : tín hi u có giá tr khác không trên c ph n âm và ph n d ng c a tr c th i gian

• Ví d:

$$\forall t < 0 : f(t) = 0$$

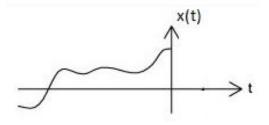
Tín hi u nhân qu

$$\forall t : f(t) \neq 0$$



Tín hi u phi nhân qu

$$\forall t > 0 : f(t) = 0$$



Tín hi u ph n nhân qu

Tín hi u ch n và l

- Tín hi u ch n: x(t) = x(-t) hay x[n] = x[-n]
- Tín hi u l : x(-t) = -x(t) hay x[-n] = -x[n]
- B t k m t tín hi u nào có th c bi u di n nh là t ng c a m t tín hi u ch n và m t tín hi u l

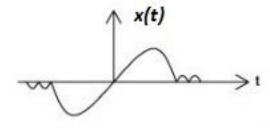
$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

Trong ó:

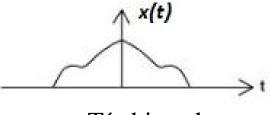
$$x_e(t) = \frac{1}{2} \left[x(t) + x(-t) \right]$$

$$x_O(t) = \frac{1}{2} \left[x(t) - x(-t) \right]$$

• Ví d
$$x(t) = \begin{cases} \sin(\frac{ft}{T}), & -T \le t \le T \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases}$$
$$x(t) = \cos(t) + \sin(t) + \sin(t)\cos(t)$$



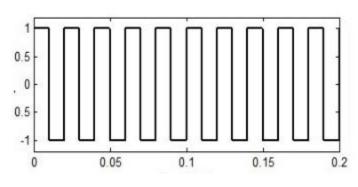
Tín hi u l



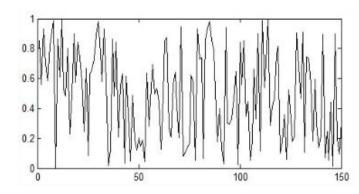
Tín hi u ch n

Tín hi u xác nh và ng u nhiên

- Tín hi u xác nh: c mô hình nh là m t hàm c a th i gian, vì th giá tr c a tín hi u t i b t k th i i m nào u có th tính tr c c b ng bi u th c toán h c ho c b ng giá tr
- Tín hi u ng u nhiên: nhi u y u t không ch c ch n xu t hi n tr c khi tín hi u xu t hi n, do ó không xác nh c chính xác giá tr t i m t th i i m trong t ng lai.



Tín hi u xác nh



Tín hi u ng u nhiên

Tín hi u a kênh và a chi u

• Tín hi u a kênh: th ng c bi u di n d i d ng m t véct trong ó các thành ph n c a véct là các tín hi u n kênh:

$$\mathbf{F}(t) = [f_1(t) \ f_2(t) ... f_N(t)]$$

• Tín hi u a chi u: th ng c bi u di n d i d ng hàm c a nhi u bi n c l p:

$$f(x_1,x_2,\ldots,x_N)$$

Tín hi u thu n và ngh ch

• Tín hi u thu n (bên ph i): giá tr c a tín hi u luôn b ng 0 k t m t th i i m v tr c, ngh a là

$$\forall t < t_0 < \infty : x(t) = 0$$

• Tín hi u ngh ch (bên trái): giá tr c a tín hi u luôn b ng 0 k t m t th i i m tr v sau, ngh a là

$$\forall t > t_0 > -\infty : x(t) = 0$$

Tín hi u h u h n và vô h n

• Tín hi u h u h n: t t c các giá tr khác không c a tín hi u u n m trong m t kho ng h u h n, ngoài kho ng ó giá tr c a tín hi u luôn b ng 0, ngh a là t n t i m t kho ng h u h n sao cho

$$-\infty < t_1 < t_2 < \infty : f(t) = 0$$
 khi $t \notin [t_1, t_2]$

 Tín hi u vô h n: không t n t i kho ng h u h n th a mãn i u ki n trên hay mi n các giá tr khác không c a tín hi u là vô h n

• N ng l ng c a m t tín hi u liên t c x(t) và r i r c x[n] c nh ngh a b i:

$$E_{x} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^{2} dt \qquad E_{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^{2}$$

• M t tín hi u là tín hi u n ng l ng khi nó có n ng l ng h u h n, ngh a là th a mãn:

$$0 < E_x <$$

- Tín hi u tu n hoàn không ph i là tín hi u n ng l ng do n ng l ng c a tín hi u tu n hoàn là vô h n
- Tín hi u xác nh có dài h u h n là các tín hi u n ng
 l ng

- Công su t c a m t tín hi u c nh ngh a là n ng l ng trung bình c a tín hi u trong m t n v th i gian
- Công su t c a tín hi u liên t c x(t) và r i r c x[n] c nh ngh a nh sau:

$$P_{x} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)^{2} dt$$

$$P_{x} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} x[n]^{2}$$

• Công su t c a tín hi u liên t c tu n hoàn x(t) v i chu k T và th i gian r i r c x[n] v i chu k N là t ng ng v i n ng l ng trung bình trong m t chu k nên công su t trung bình c a tín hi u tu n hoàn c nh ngh a là:

$$P_{x} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)^{2} dt \qquad P_{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^{2}$$

• M t tín hi u là tín hi u công su t khi nó có công su t trung bình h u h n, ngh a là th a mãn:

$$0 < P_x <$$

- M t tín hi u n u là tín hi u n ng l ng thì không th là tín hi u công su t do công su t c a tín hi u n ng l ng luôn b ng 0
- M t tín hi u n u là tín hi u công su t thì không th là tín hi u n ng l ng do n ng l ng c a tín hi u công su t luôn vô h n, ví d i v i tín hi u tu n hoàn
- Ví d: xác nh n ng l ng và công su t trung bình c a tín hi u sau:

$$x(t) = \begin{cases} t & 0 \le t \le 1 \\ 2 - t & 1 \le t \le 2 \\ 0 & kh\acute{a}c \end{cases} \qquad x[n] = \begin{cases} cos(f n) & n \ge 0 \\ 0 & kh\acute{a}c \end{cases}$$

Các phép toán c b n trên tín hi u

- Phép toán trên bi n ph thu c
- Phép toán trên bi n c l p

Phép toán trên các bi n ph thu c

• T 1:
$$y(t) = cx(t),$$

$$y[n] = cx[n], c: h s t 1$$

• C ng tín hi u:
$$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$y[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

• Nhân tín hi u:
$$y(t) = x_1(t) x_2(t)$$

$$y[n] = x_1[n] x_2[n]$$

• Vi phân tín hi u:

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

• Tích phân tín hi u:

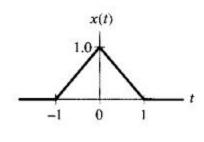
$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)$$

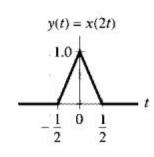
Phép toán trên các bi n c l p

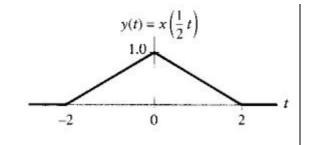
• T l th i gian

$$y(t) = x(at)$$

- *a* > 1: nén tín hi u
- 0 < *a* <1: giãn tín hi u

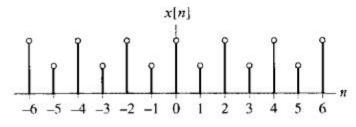


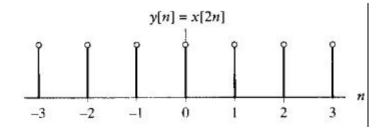




$$y[n] = x[kn], k > 0$$

• k > 1: m t giá tr



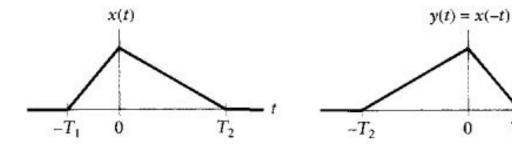


Phép toán trên các bi n c l p

• Phép l t: thay t = -t ho c n = -n

$$y(t) = x(-t)$$

- Phép l t tín hi u ch n là chính nó
- Phép l t tín hi u l là giá tr âm c a chính nó

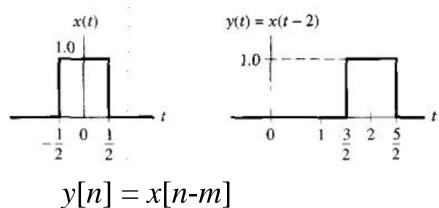


• Ví d : xác nh tín hi u h p y[n] = x[n] + x[-n] c a

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n=1 \\ -1 & n=-1 \\ 0 & n=0 \\ |n| > 1 \end{cases} \qquad x[n] = \begin{cases} 1 & n=-1 & n=1 \\ 0 & n=0 \\ |n| > 1 \end{cases}$$

Phép toán trên các bi n c l p

- **D** ch th i gian: $y(t) = x(t t_0)$
 - $t_0 > 0$: d ch sang ph i (tr)
 - $t_0 < 0$: d ch sang trái (ti n)



m: nguyên d ng ho c nguyên âm

• Ví d: tìm tín hi u d ch th i gian y[n] = x[n+3] c a:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 1, 2 \\ -1 & n = -1, -2 \\ 0 & n = 0 \& |n| > 2 \end{cases}$$

Tín hi u xung

• Tín hi u xung n v th i gian liên t c, ký hi u là (t), c nh ngh a b ng hàm delat Dirac nh sau:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \neq 0 & t = 0 \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} u(t)dt = 1$$

• Tín hi u xung n v th i gian r i r c, ký hi u [n], c nh ngh a b i

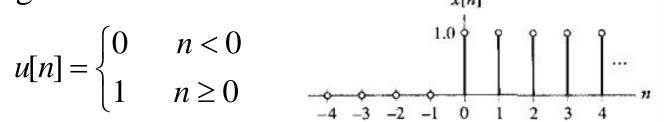
$$\mathsf{u}[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

- Tín hi u nh y b c
 - Tín hi u nh y b c n v th i gian liên t c, ký hi u u(t), c nh ngh a nh sau:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \ge 0 \end{cases}$$

• Tín hi u nh y b c n v th i gian r i r c, ký hi u u[n], nh ngh a nh sau:

$$u[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \ge 0 \end{cases}$$



• Tín hi u d c

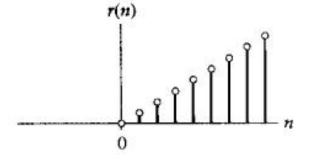
• Tín hi u d c th i gian liên t c, ký hi u r(t), c nh ngh a nh sau:

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \ge 0 \end{cases}$$

• Tín hi u d c th i gian r i r c, ký hi u r[n], c nh ngh a nh sau:

$$r[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ n & n \ge 0 \end{cases}$$

t ng ng r(t)=tu(t), r[n]=nu[n]



• Tín hi u sin

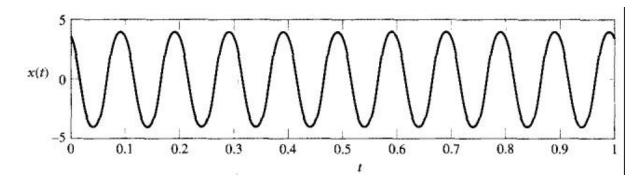
• Tín hi u sin giá tr th c th i gian liên t c c bi u di n d i d ng sau:

$$s(t) = A\cos(t+t)$$

A: biên , : t n s góc (rad/s), : góc pha (rad). Chu k c a tín hi u tu n hoàn này là T=2 /

• Có th bi u di n d i d ng là hàm c a bi n t n s f = 1/T (Hz):

$$s(t) = A\cos(2 ft +)$$



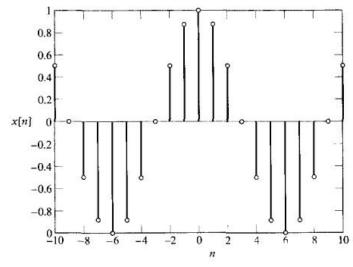
• Tín hi u sin giá tr th c th i gian r i r c c bi u di n d i d ng sau:

$$s[n] = A\cos(n+)$$

A: biên , : t n s góc (rad/chu k), : góc pha (rad).

• Tín hi u th i gian r i r c này có th là tu n hoàn ho c không. N u tu n hoàn v i chu k N thì ph i th a mãn i u

ki n N=2 m, m: s nguyên

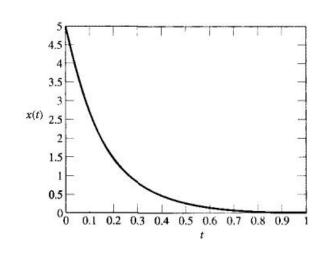


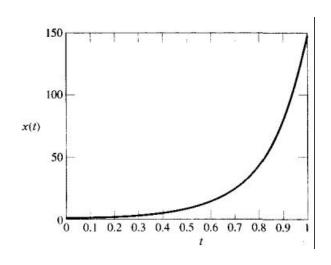
- Tín hi u m th c
 - Tín hi u m th c th i gian liên t c c nh ngh a nh sau:

$$f(t) = Ae^{-t}$$

A và là các giá tr th c

• N u > 0: f(t) m t ng, < 0: f(t) m gi m

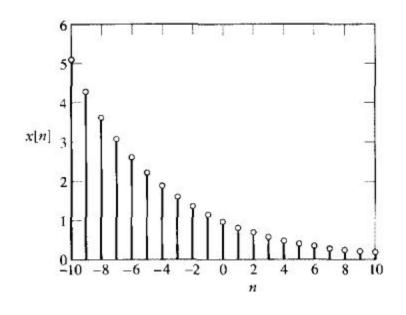


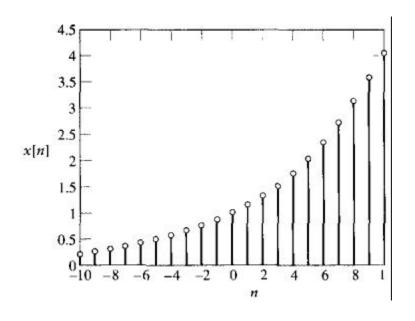


• Tín hi u m th c th i gian r i r c c nh ngh a nh sau:

$$f[n] = Ar^n, r = e$$

• N u 0 < r < 1: f[n] m gi m, r > 1: f[n] m t ng





• Tín hi u m ph c

• Tín hi u m ph c th i gian liên t c c nh ngh a nh sau:

$$f(t) = A e^{(+j)t}$$

• M i liên quan gi a tín hi u m và tín hi u sin: s d ng bi u th c Euler cho e^j t, ta thu c bi u th c sau cho tín hi u m ph c:

$$f(t) = Ae^{t}[\cos(t) + j\sin(t)]$$

• f(t) là m thàm giá tr ph c trong ó ph n th c và ph n o c tính nh sau:

$$Re[f(t)] = Ae^{t}cos(t)$$

$$Im[f(t)] = Ae^{t}sin(t)$$

• f(t) c ng c g i là tín hi u sin ph c v i l n ph c là Ae^{t} và t n s góc

$$f(t) = A e^{(+j)t}$$

• 1 n th c c a f(t) là |A|e t và pha là :

$$| f(t) | = \sqrt{\operatorname{Re}(f(t))^2 + \operatorname{Im}(f(t))^2}, \quad \{ = \arctan \frac{\operatorname{Im}(f(t))}{\operatorname{Re}(f(t))} \}$$

1.2. H TH NG

- nh ngh a h th ng
- Mô hình toán h c c a h th ng
- M ts víd v h th ng
- Phân lo i và c i m c a h th ng

nh ngh a h th ng

- M th th ng là m t th c th ho t ng khi có tín hi u l i vào (kích thích) và sinh ra tín hi u l i ra (áp ng)
- Theo bi u di u toán h c, h th ng c c tr ng b i m i quan h gi a tín hi u l i vào và tín hi u l i ra

$$y(t) = \mathbf{T}[x(t)]$$
$$y[n] = \mathbf{T}\{x[n]\}$$

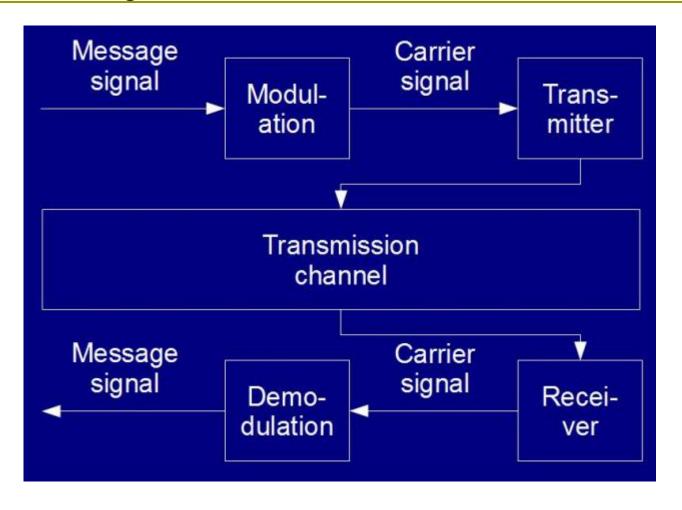
T: phép bi n i c tr ng cho h th ng

$$x(t) \longrightarrow \mathbf{T} \longrightarrow y(t)$$
 $x[n] \longrightarrow y[n]$

Mô hình toán h c c a h th ng

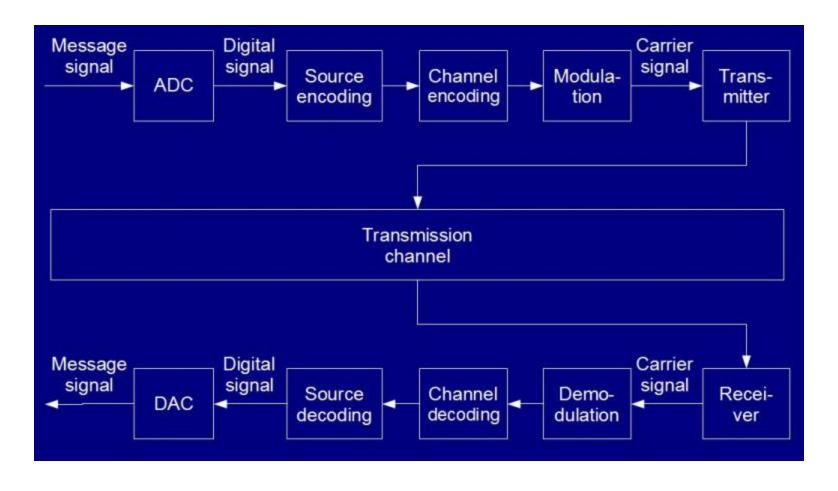
- M i quan h gi a l i vào c a h th ng và l i ra c a h th ng, còn g i là hành vi c a h th ng, c bi u di n b ng m t mô hình toán h c
- Mô hình toán h c cho phép xác nh h th ng: xác nh tín hi u l i ra khi bi t tín hi u l i vào
- Mô hình toán h c c s d ng trong vi c phân tích và thi t k h th ng

Ví d v h th ng



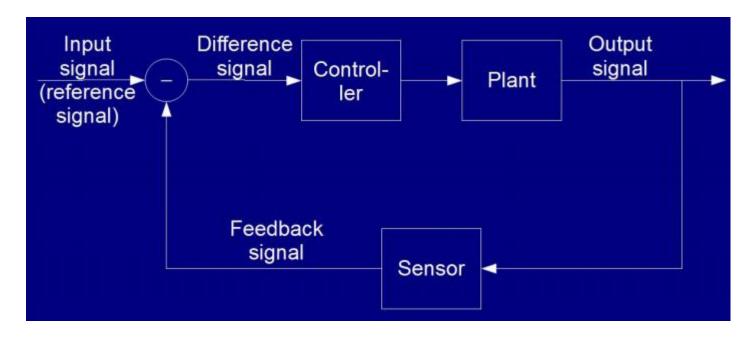
H th ng truy n thông t ng t

Ví d v h th ng



H th ng truy n thông s

Ví d v h th ng



H th ng i u khi n ph n h i

• H th ng liên t c và r i r c

- H th ng liên t c: các tín hi u vào, tín hi u ra và các tín hi u s d ng trong h th ng u là các tín hi u th i gian liên t c
- H th ng th i gian r i r c: tín hi u vào và tín hi u ra là các tín hi u th i gian r i r c

• H th ng n bin và h th ng a bin

- SISO: (Single-input Single output): m t bi n vào-m t bi n ra
- SIMO: (Single input Multiple ouput): m t bi n vào-nhi u bi n ra
- MISO: (Multiple input Single output): nhi u bi n vào-m t bi n ra
- MIMO: (Multiple input Multiple output): nhi u bi n vào- nhi u bi n ra

- H th ng t nh và ng (không nh và nh)
 - M th th ng khi l i ra c a h th ng ch ph thu c vào giá tr c a tín hi u vào t i cùng m t th i i m c g i là h th ng t nh hay h th ng không nh
 - M th th ng khi l i ra c a h th ng ph thu c c vào giá tr trong quá kh c a tín hi u vào c g i là h th ng ng hay h th ng có nh

$$i(t) = \frac{1}{R}v(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} v(t) dt$$

$$y[n] = x^{2}[n]$$

$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

· Hệ thống nhân quả và phi nhân quả

- Một hệ thống nếu tín hiệu lối ra của hệ thống chỉ có thể phụ thuộc các giá trị của tín hiệu vào hiện tại và trong quá khứ chứ không thể phụ thuộc vào các giá trị tương lai của tín hiệu được gọi là hệ thống nhân quả.
- Một hệ thống khi tín hiệu ra của hệ thống có thể phụ thuộc vào cả các giá trị tương lai của tín hiệu vào được gọi là hệ thống không nhân quả

Ví dụ:
$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n+1] + x[n] + x[n-1])$$

· Hệ thống tuyến tính

 Hệ thống được xem là tuyến tính khi và chỉ khi thỏa mãn nguyên lý đồng nhất và nguyên lý xếp chồng:

$$\forall r, s \in \mathbf{R} : \mathbf{T}[r x_1(t) + s x_2(t)] = r \mathbf{T}[x_1(t)] + s \mathbf{T}[x_2(t)]$$

 Hệ thống không tuyến tính nếu không thỏa mãn điều kiện trên

Ví dụ:
$$y[n] = nx[n]$$

$$y(t) = x(t)x(t-1)$$

· Hệ thống bất biến thời gian

 Hệ thống bất biến thời gian: một sự dịch chuyển thời gian của tín hiệu lối vào dẫn đến sự dịch chuyển thời gian tương ứng ở tín hiệu lối ra → quan hệ vào/ra không phụ thuộc vào thời điểm bắt đầu:

$$y(t) = T[x(t)] \Rightarrow \forall t_0 : y(t - t_0) = T[x(t - t_0)]$$

 Hệ thống thay đổi theo thời gian khi quan hệ vào/ra phụ thuộc vào thời điểm bắt đầu

Ví dụ:
$$y_1(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau) d\tau$$

$$y_1(t)=rac{x_1(t)}{R(t)}$$
 với $R(t)$ là một đại lượng thay đổi theo thời gian do sự thay đổi nhiệt độ

· Hệ thống ổn định

 Hệ thống được gọi là ổn định giới hạn BIBO (Bounded Input Bounded Output) khi và chỉ khi tín hiệu ra luôn có giới hạn hữu hạn khi tín hiệu vào có giới hạn hữu hạn

$$|x(t)| < \infty \Longrightarrow |y(t)| < \infty$$

• Nếu tín hiệu vào có giới hạn hữu hạn tạo ra một tín hiệu ra giới hạn không hữu hạn thì hệ thống sẽ không ổn định

Ví dụ:
$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

 $y[n] = r^n x[n]$