

Bài tập tuần 1

A. Phần bắt buộc làm trước ở nhà

Bài 1. Cho $f(x, y)$ khả tích trên D , viết công thức tính tích phân: $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ trong các trường hợp sau:

- a. $D = [a, b] \times [c, d]$ (hình chữ nhật)
- b. $D = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, h(x) \leq y \leq g(x)\}$
- c. $D = \{(x, y) \mid c \leq y \leq d, h(y) \leq x \leq g(y)\}$

Bài 2. Tính tích phân lặp

- 1. $\int_1^5 \int_0^x (8x - 2y) dy dx$
- 2. $\int_0^2 \int_0^{y^2} x^2 y dx dy$
- 3. $\int_0^1 \int_0^y x e^{y^3} dx dy$

Bài 3. Thay đổi thứ tự lấy các tích phân

- 1. $I = \int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$
- 2. $I = \int_0^1 dy \int_{-y}^0 f(x, y) dx$

Bài 4. Tính các tích phân

- 1. $I = \iint_D (x - 2y)^2 dx dy$ với $D : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$
- 2. $\iint_D \frac{y}{x^2 + 1} dA, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
- 3. $I = \iint_D (3x^2 y^2 - 2x - 3y^2) dx dy$ với $D : -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$
- 4. $I = \iint_D \frac{dx dy}{(x + y)^2}$ với $D : 3 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 2$
- 5. $I = \int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy$

Bài 5. Nêu công thức đổi biến tổng quát trong tích phân bội hai, viết công thức trong trường hợp đổi biến tọa độ cực.

Bài 6. Tính tích phân $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, trong đó D là hình bình hành được giới hạn bởi các đường thẳng $y = x, y = x + a, y = a, y = 3a (a > 0)$

Bài 7. Bằng cách đổi biến số phù hợp hãy tính các tích phân sau:

$$1. I = \iint_D (x+y)^4 dx dy \text{ với } D \text{ giới hạn bởi các đường thẳng } x+y=0, x-y=-1, x+y=2, x-y=2.$$

$$2. I = \iint_D x dx dy \text{ với } D \text{ giới hạn bởi các đường thẳng } x-2y=0, 3x+y=-1, x-2y=2, 3x+y=1.$$

Bài 8. Chuyển sang tọa độ cực tính các tích phân sau:

$$1. \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} \sqrt{x^2+y^2} dx dy$$

$$2. \iint_{\pi^2 \leq x^2+y^2 \leq 4\pi^2} \sin \sqrt{x^2+y^2} dx dy$$

$$3. \iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} dx dy \text{ với } D : x^2+y^2 \leq a^2, y \geq 0$$

$$4. \iint_D \left(1 - \frac{y^2}{x^2}\right) dx dy \text{ với } D \text{ là hình tròn } x^2+y^2 \leq \pi^2.$$

B. Bài tập bổ sung

Bài 9. Thay đổi thứ tự lấy các tích phân

$$1. I = \int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy$$

$$2. I = \int_0^a dx \int_{\frac{a^2-x^2}{2a}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy$$

Bài 10. Tính các tích phân bội hai:

$$1. \iint_D y \sqrt{x^2-y^2} dA, \quad D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$$

$$2. \iint_D e^{-y^2} dA, \quad D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 3, 0 \leq x \leq y\}$$

Bài 11. Tính các tích phân

$$1. I = \iint_D \sin(x+y) dx dy \text{ với } D \text{ giới hạn bởi } x=0; y=\frac{\pi}{2}; y=x$$

$$2. I = \iint_D (x-y) dx dy \text{ với } D \text{ giới hạn bởi các đường } y=2-x^2, y=2x-1.$$

$$3. I = \iint_D (3x^2-2xy+y) dx dy \text{ với } D \text{ giới hạn bởi các đường } x=0, y=2, x=y^2.$$

$$4. \iint_D (x^2+2y) dA, \quad D \text{ is bounded by } y=x, y=x^3, x \geq 0$$

Bài 12. Tính diện tích của miền D trong các trường hợp sau:

$$1. D \text{ giới hạn bởi các đường } x=y^2-2y, x+y=0$$

2. D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x - x^2, y^2 = 2x$ (phần ngoài parabol)
3. D giới hạn bởi các đường $xy = a^2, x + y = \frac{5}{2}a$ ($a > 0$).
4. D nằm trong góc phần tư thứ nhất giới hạn bởi các đường: $xy = a^2, xy = 2a^2, y = x, y = 2x$
5. D là miền $x^2 + y^2 \geq 2x, x^2 + y^2 \leq 4x, 0 \leq y \leq x$

Bài 13. Tính các tích phân bội hai:

1. $I = \iint_D |x - y| dx dy$ với D là hình vuông $[0, 1] \times [0, 1]$.
2. $I = \iint_D x dx dy$ với D là tam giác có các đỉnh là $A(2; 3), B(7; 2), C(4; 5)$.
3. $I = \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ với D giới hạn bởi $x = 2, y = x, xy = 1$

Bài 14. Chuyển sang tọa độ cực tính các tích phân sau:

1. $\iint_{x^2+y^2 \leq a^2} \ln(x^2 + y^2) dx dy$
2. $\iint_D \sqrt{(x^2 + y^2)} dx dy$ với D giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 4y$
3. $I = \iint_D (xy^2 + yx^2) dx dy$ trên miền D được xác định bởi $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, y \geq 0$
4. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ với D giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$
5. $\iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dx dy$ với $D : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$
6. $\iint_D x^2 y dA$ Trong đó D là nửa trên hình tròn tâm O bán kính là 5.
7. $\iint_D (2x - y) dA$ với D là phần hình tròn $x^2 + y^2 = 4$ nằm trong góc phần tư thứ nhất giữa đường $y = 0, y = x$