

## TREE

Dựng cây biết bậc của các đỉnh là  $d_1, d_2, \dots, d_n$ .

### Input

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 10^5$ );
- Dòng thứ hai gồm  $n$  số  $d_1, d_2, \dots, d_n$ .

### Output

- Gồm  $n - 1$  dòng, mỗi dòng mô tả 1 cạnh của cây.

Dữ liệu vào	Kết quả ra
3	1 2
1 2 1	2 3

## Thiết kế hệ thống đèn

Đề trang trí hội trường cho buổi khai mạc Duyên Hải năm 2022, Ban tổ chức đã sử dụng  $n$  đèn, nếu coi mỗi đèn là một đỉnh của đồ thị và dây nối giữa các đèn là cạnh thì hệ thống đèn tương ứng như một cây. Ban tổ chức đã ghi chép lại dãy các thông tin  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , trong đó  $b_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) tương ứng là số dây nối với đèn thứ  $i$ , hay nói một cách khác  $b_i$  là bậc của đỉnh  $i$ . Vì một lí do nào đó, Ban tổ chức đã vô tình làm mất thông tin của một số phần tử trong dãy thông tin  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Để khôi phục lại các thông tin, Ban tổ chức đã nhờ đến Đào Quang Thái Dương (là cựu học sinh Chuyên Trần Phú, Huy chương Đồng APIO 2020). Rất nhanh chóng, Dương đã đếm được số lượng cách khác nhau điền thông tin vào các phần tử bị khuyết để nhận được dãy vẫn là dãy bậc của một cây nào đó.

**Yêu cầu:** Gọi  $s$  là số lượng cách điền thỏa mãn, hãy tính  $s \% (10^9 + 7)$ , trong đó  $\%$  là phép chia lấy dư để kiểm tra kết quả của Dương.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $n$ ;
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , trong đó  $1 \leq b_i \leq n - 1$  hoặc  $b_i = -1$  cho biết thông tin đỉnh  $i$  bị mất.

**Kết quả:** Ghi ra file thiết bị ra chuẩn một số nguyên là giá trị  $s \% (10^9 + 7)$ .

**Ràng buộc:**

- Có 20% số lượng test ứng với 20% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 6$ ;
- Có 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 10$ ;
- Có 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 100$ ;
- Có 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 10^4$ ;
- Có 20% số lượng test còn lại ứng với 20% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 10^6$ .

**Ví dụ:**

Dữ liệu vào	Kết quả ra	Giải thích
3 -1 -1 1	2	Có hai cách điền thông tin: Cách 1: 1 2 1 Cách 2: 2 1 1

## Giao hữu bóng đá

Để chuẩn bị cho giải ngoại hạng, có  $n$  đội bóng đá đến nhờ Liên đoàn bóng đá tổ chức giúp các trận đấu giao hữu. Các đội bóng được đánh số từ 1 đến  $n$ . Đội bóng  $i$  dự định sẽ đá giao hữu  $c_i$  ( $c_i < n$ ) trận đấu. Với mỗi đội, một trận đấu có thể được tổ chức thi đấu trên sân của mình (sân nhà) hoặc thi đấu trên sân của đối phương (sân khách). Liên đoàn cần lên kế hoạch thi đấu cho tất cả các đội. Cụ thể, Liên đoàn cần xác định mỗi đội sẽ thi đấu với những đội nào và mỗi trận đấu sẽ diễn ra trên sân nhà hay sân khách để cho mỗi đội thi đấu đúng số trận như dự kiến và chênh lệch số trận đấu trên sân nhà với số trận đấu trên sân khách của mỗi đội là không quá 1. Để tăng cường sự giao lưu học hỏi giữa các đội bóng, lịch thi đấu phải đảm bảo hai đội bất kỳ thi đấu với nhau không quá một trận.

**Yêu cầu:** Cho số nguyên dương  $n$  và  $n$  số nguyên  $c_1, c_2, \dots, c_n$ , hãy xây dựng kế hoạch thi đấu thỏa mãn điều kiện đề bài.

### Input

Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương  $K$  là số lượng bộ dữ liệu. Tiếp đến là  $K$  nhóm dòng, mỗi nhóm dòng tương ứng với một bộ dữ liệu có dạng:

- Dòng đầu của nhóm chứa một số nguyên dương  $n$ ;
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số  $c_1, c_2, \dots, c_n$ .

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

### Output

Gồm  $K$  dòng tương ứng với  $K$  bộ dữ liệu trong dữ liệu vào, mỗi dòng gồm  $(c_1 + c_2 + \dots + c_n)/2$  cặp số, mỗi cặp số mô tả thông tin về một trận đấu, cụ thể cặp số  $i, j$  cho biết đội  $i$  sẽ đấu với đội  $j$  ở sân của đội  $i$  (trong trận đấu này, đội  $i$  được thi đấu trên sân nhà, còn đội  $j$  phải thi đấu trên sân khách). Nếu bộ dữ liệu không tồn tại kế hoạch thi đấu thỏa mãn điều kiện đề bài thì trên dòng tương ứng chỉ ghi một số -1.

**Subtask 1 (20%):** Giả thiết là  $n \leq 10$ .

**Subtask 2 (40%):** Giả thiết là  $n \leq 100$ .

**Subtask 3 (40%):** Giả thiết là  $n \leq 1000$ .

Dữ liệu vào	Kết quả ra
2	1 2
2	1 2 2 3
1 1	
3	
1 2 1	

## Superman

Đất nước của Alice gồm  $n$  thành phố nằm ở các vị trí cách đều nhau trên một vòng tròn. Các thành phố được đánh số từ 1 đến  $n$  theo chiều kim đồng hồ và được kết nối với nhau bởi một đường cao tốc đường tròn. Có  $2m$  superman nhận nhiệm vụ bảo đảm an ninh cho cả  $n$  thành phố, superman thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq 2m$ ) sẽ xuất phát tại thành phố  $p_i$  ( $1 \leq p_i \leq n$ ). Các superman sẽ chia làm  $m$  nhóm, mỗi nhóm gồm 2 người để thực hiện  $m$  đợt đi tuần, mỗi lượt theo nguyên tắc:

- Bắt đầu thành phố xuất phát, sau mỗi đơn vị thời gian superman sẽ di chuyển sang thành phố liền kề bên trái hoặc bên phải;
- Tất cả các thành phố đều sẽ có ít nhất một superman xuất hiện tại thành phố đó ít nhất một lần;
- Thời gian đi tuần của lượt được tính bằng thời gian mà thành phố cuối cùng trong  $n$  thành phố có superman xuất hiện. Hai superman trong cùng nhóm sẽ bàn và thống nhất với nhau lịch trình để thời gian đi tuần là nhỏ nhất.

**Yêu cầu:** Cho  $k$  cặp superman không thể cùng nhóm với nhau, hãy xếp  $2m$  superman thành  $m$  nhóm, mỗi nhóm hai người để tổng thời gian đi tuần của  $m$  lượt là nhỏ nhất.

### Input

- Dòng đầu chứa ba số nguyên  $n, m, k$  ( $0 \leq k < m$ );
- Dòng thứ hai chứa  $2m$  số  $p_1, p_2, \dots, p_{2m}$  ( $1 \leq p_i \leq n$ );
- Tiếp theo là  $k$  dòng, mỗi dòng chứa hai số  $u_i, v_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq 2m, u_i \neq v_i, 1 \leq i \leq k$ ) cho biết superman  $u_i$  không thể cùng nhóm với superman  $v_i$ .

### Output

- Gồm một số nguyên là tổng thời gian đi tuần của  $m$  lượt là nhỏ nhất.

### Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 5$  và  $m = 1$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 10^3$  và  $m = 1$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 10^3$  và  $m \leq 5$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 10^6$  và  $m = 1$ ;
- 20% số test còn lại với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 10^6$  và  $m \leq 10$ .

### Ví dụ:

Input	Output
5 2 1 1 2 4 4 1 2	4