# PHỤ THUỘC HÀM VÀ XÁC ĐỊNH KHÓA CỦA QUAN HỆ

**1.Định nghĩa:**
Cho r(A,B,C) , với r là quan hệ và A,B,C là thuộc tính
Phụ thuộc hàm $A \rightarrow B$ ( đọc là A xác định B) được định nghĩa là:

$\forall$ t, t' $\in$ r nếu t.A = t'.A thì t.B = t'.B

Ý nghĩa : Nếu hai bộ có cùng trị A thì có cùng trị B.

**2.Hệ tiên đề cho phụ thuộc hàm**

Cho lược đồ quan hệ r(U), F là tập các phụ thuộc hàm được định nghĩa trên quan hệ r, U là tập thuộc tính.

Phụ thuộc hàm $A \rightarrow B$

Ta có $A \rightarrow B$ được suy logic từ F nếu quan hệ r trên U thỏa các phụ thuộc hàm trong F thì cũng thỏa phụ thuộc hàm $A \rightarrow B$.

**Ví dụ:** F = { $A \rightarrow B$ , $B \rightarrow C$ }

Ta có phụ thuộc hàm $A \rightarrow C$ là phụ thuộc hàm được suy từ F.

**3. Bao đóng:** Bao đóng của F ký hiệu là F+ là tập tất cả các phụ thuộc hàm được suy từ F, F+ được định nghĩa :

**F+ = { f / F |=f }**

**4. Hệ tiên đề Amstrong**

Từ F suy ra F+dựa trên hệ tiên đề Amstrong. Hệ tiên đề Amstrong bao gồm:

**a1) phản xạ:** Nếu $Y \subset X$ thì $X \rightarrow Y$

**a2) tăng trưởng:** Nếu $Z \subset U$ và $X \rightarrow Y$ thì $XZ \rightarrow YZ$

Ký hiệu XZ là $X \cup Z$

**a3) bắt cầu:** Nếu $X \rightarrow Y$ và $Y \rightarrow Z$ thì $X \rightarrow Z$

**a4) bắt cầu giả:**

Nếu $X \rightarrow Y$ và $WY \rightarrow Z$ thì $XW \rightarrow Z$

**a5) Luật hợp:** nếu $X \rightarrow Y$ và $X \rightarrow Z$ thì $X \rightarrow YZ$

**a6) Luật phân rã:** Nếu $X \rightarrow Y$ và $Z \subset Y$ thì $X \rightarrow Z$

Trong sáu luật trên thì a4, a5, a6 suy được từ a1, a2, a3.

**Chứng minh a5 có thể suy được từ a2 và a3**

Nếu $X \rightarrow Y$ và $X \rightarrow Z$ thì $X \rightarrow YZ$

Thật vậy,

Từ phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ dùng a2 ( luật tăng trưởng) ta có $X \rightarrow XY$

Từ $X \rightarrow Z$ dùng a2 ( luật tăng trưởng) ta có $XY \rightarrow ZY$

Dùng a3 luật bắt cầu từ $X \rightarrow XY$ và $XY \rightarrow ZY$ ta có $X \rightarrow ZY$

**Luật bắt cầu giả:**

Nếu $X \rightarrow Y$ và $WY \rightarrow Z$ thì $XW \rightarrow Z$

Thật vây từ $X \rightarrow Y$ dùng a2 (luật tăng trưởng ) thêm W ta có:

$WX \rightarrow WY$

Ngoài ra ta đã có $WY \rightarrow Z$ nên theo tính bắc cầu ta có :

$$WX \rightarrow Z$$

**Hệ tiên đề Amstrong là đúng và đủ.**

**Đúng:** Cho R, F

Nếu $X \rightarrow Y$ là phụ thuộc hàm được suy từ F nhờ hệ tiên đề Amstrong thì $X \rightarrow Y$ cũng đúng trên R.

**Đủ:** Nếu $X \rightarrow Y$ không thỏa trên R thì $X \rightarrow Y$ không thể được suy từ F.

**5. Thuật toán tính bao đóng**

Cho $X \subset U$, ký hiệu $X^+ = \{A \subset U \mid X \rightarrow A \in F+\}$

**Thuật toán:**

**Vào:** Tập thuộc tính X và tập phụ thuộc hàm F

**Ra:** Bao đóng X đối với F, closure(X,F)

```
Begin
    Olddep  = ∅
    Newdep = X
    While Newdep <> Olddep do begin
        Olddep = Newdep
        For each pth W → Z ∈ F do
            If   Newdep ⊇ W then
                Newdep  = Newdep  ∪  Z
            End { if }
        End { for}
    End { while}
    Return ( Newdep)
End
```

**Ví dụ:**

Cho $F = \{ A \rightarrow D , AB \rightarrow E, BI \rightarrow E , CD \rightarrow I , E \rightarrow C \}$

Tính Closure(AE,F) ?

Theo định nghĩa ta có :

$AE^+_F = \{ X \mid AE \rightarrow X \in F+\}$

Ban đầu:

| While pass# | Olddep | NewDep | Ghi chú |
|---|---|---|---|
| 0 | ∅ | AE<br><br>AED | Duyệt qua từng pth $W \rightarrow Z \in F$ của F, tìm W sao cho $W \subset AE$ ta có pth $A \rightarrow D$ vì $A \subset AE$ luật phản xạ cho $AE \rightarrow A$. lúc này Z là D. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | AEDC | Kế đó $E \rightarrow C$<br>Vì $E \subset AED$ |

# KHÓA CỦA QUAN HỆ

1.**Định nghĩa:** Cho quan hệ r( R ), tập $K \subset R$ được gọi là khóa của quan hệ r nếu:$K^+$=R nếu bớt một phần tử khỏi K thì bao đóng của nó sẽ khác R. Như thế tập $K \subset R$ nếu $K^+=R$ và $( K \setminus A )^+ \neq R$ , $\forall A \subset R$.

Trực quan từ định nghĩa, nếu K là một tập thuộc tính mà $K^+=R$ thì ta có thể bớt các thuộc tính của K để nhận được tập K bé nhất và đó **chính là khóa** của quan hệ.

**Ví dụ:** Cho R = { A, B, C, D, E, G } và
F= { $AB \rightarrow C$ , $D \rightarrow EG$ , $BE \rightarrow C$ , $BC \rightarrow D$ , $CG \rightarrow BD$, $ACD \rightarrow B$,
$CE \rightarrow AG$}
Ta sẽ thấy các tập thuộc tính:
$K_1$ = { A, B } , $K_2$ = {B,E} , $K_3$={C,G} , $K_4$={C,E} , $K_5$ = {C,D}, $K_6$={B,C} đều là khóa , **nghĩa là một quan hệ có thể có nhiều khóa.**

**Thuật toán tìm khóa:**
Ý tưởng của thuật toán:
Bắt đầu từ tập R vì $R^+ = R$, ta bớt dần các phần tử của R để **nhận được tập bé nhất mà bao đóng của nó vẫn bằng R**.

**Thuật toán**
**Vào:** r(R) , F
**Ra :** K ( khóa )
Bước 1: Gán K = R
Bước 2: Lặp lại các bước sau:
Loại khỏi K phần tử A mà $( K \setminus A )^+ = R$

**Mô tả thuật toán bằng ngôn ngữ giả tựa Pascal**

```
Begin
    K := R
    For each A in K do
        If ( K \ A )+ = R then K := K \ A
End
```

**Nhận xét thuật toán trên chỉ tìm được một khóa trong sơ đồ quan hệ. Nếu cần tim nhiều khóa , ta thay đổi trât tự loại bỏ các phần tử của K.**
Ví dụ:
Cho R = { A,B,C,D,E,G,H,I}
F= { $AC \rightarrow B$, $BI \rightarrow ACD$, $ABC \rightarrow D$ , $H \rightarrow I$ , $ACE \rightarrow BCG$ , $CG \rightarrow AE$ }

Tìm K ?
**Bước 1:** Gán K = R = {A,B,C,D,E,G,H,I}
**Bước 2:** Lần lượt loại bớt các thuộc tính của K
**Loại phần tử A:** ta có $\{B,C,D,E,G,H,I\}^+ = R$ vì pth CG → AE khiến A thuộc về $\{B,C,D,E,G,H,I\}^+$ nên K = {B,C,D,E,G,H,I}.
**Loại phần tử B,** ta có $\{C,D,E,G,H,I\}^+ = R$ vì pth CG → AE khiến A thuộc về $\{C,D,E,G,H,I\}^+$ và pth AC → B nên K {C,D,E,G,H,I}.
**Loại phần tử C,** ta có $\{D,E,G,H,I\}^+ \neq R$ nên K vẫn là **{C, D,E,G,H,I}**
**Loại phần tử D**, ta có: $\{C, E,G,H,I\}^+ = R$ vì pth CG → AE khiến A thuộc về $\{C, E,G,H,I\}^+$ và pth AC → B nên K =**{C,E,G,H,I}**.
**Loại phần tử E**, ta có: $\{C, G,H,I\}^+ = R$ vì pth CG → AE , AC → B , ABC→ D nên K =**{C,G,H,I}**.
**Loại phần tử G**, ta có: $\{C, H,I\}^+ \neq R$ nên K vẫn là **{C, G,H,I}**.
**Loại phần tử H**, ta có: $\{C, G,I\}^+ \neq R$ nên K vẫn là **{C, G,H,I}**.
**Loại phần tử I**, ta có: $\{C,G,H\}^+ = R$ vì CG → AE , AC → B, ABC→ D nên K=**{C,G,H}**.
Vêy K={ C,G,H} là một khóa của r ( R )

**Từ thuật toán tìm khóa ta có các nhận xét sau:**

- Các thuộc tính không xuất hiện trong cả vế trái lẫn vế phải của F phải có trong khóa.
- Các thuộc tính chỉ xuất hiện trong vế trái của tất cả các pth trong F cũng phải có mặt trong Khóa.
- Trong quá trình tìm khóa ta có thể bỏ bớt tất cả các thuộc tính đơn nằm bên phải của các pth của F. Tuy nhiên cần kiểm tra lại vì không phải lúc nào cũng có thể bỏ được các thuộc tính đó.

**Định lý:**
Nếu K là khóa của quan hệ r( R ) và F thì
$\forall t_1,t_2 \in r, t_1.K \neq t_2.K$
Chứng minh: