

Nhóm 16: Nguyễn Thanh Hỷ

Bài 1

- a. $T(n) = 3T(n - 1) = \dots = 3^n T(1) = 4 \cdot 3^n$
- b. $T(n) = 2T(n/2) + (n/2) = 4T(n/4) + 2 \cdot (n/2) = \dots = 2^k \cdot T(n/2^k) + k \cdot (n/2)$
Với $k = \log n$
 $T(n) = n + (n \log n)/2 = O(n \log n)$
- c. Áp dụng định lý thặng dư với $a = 7$, $b = 4$, $d = 2$
 $T(n) = O(n^2)$

Bài 2

- a. Đoạn code trên tìm kiếm nhị phân trên mảng b với 1 giá trị cho trước. Nó trả về vị trí của phần tử đó trong mảng b nếu tìm được, và -1 nếu không tìm được.

- b. Phần cơ sở:

if left > right :

return -1

mid = (left + right) // 2

if b [mid] == val :

return mid

Phần đệ quy:

elif b[mid] > val :

return Search(val, left, mid - 1)

else:

return Search(val, mid + 1, right)

- c. Công thức truy hồi: $T(n) = T(n/2) + 1$
Áp dụng định lý thặng dư với $a = 1$, $b = 2$, $d = 0$
 $T(n) = O(\log n)$

Bài 3

- a. $N = 1$ mất 2 phút

N = 2 mất 2 phút

N = 3 mất 4 phút

N = 4 mất 4 phút

N = 5 mất 6 phút

$$F(1) = F(2) = 2$$

$$F(n) = F(n-2) + 2, \forall x > 2$$

Dựa vào công thức đệ quy đã cho, ta tính công thức truy hồi để tính độ phức tạp của thuật toán trên

$$T(1) = T(2) = 1$$

$$T(n) = T(n-2) + 1, \forall x > 2$$

- b. Với những N chẵn thì không nói, nhưng với N lẻ, ta không thể tận dụng khả năng in song song của 2 máy với tờ giấy cuối cùng, cho nên ta phải mất thêm 1 phút.

Có thuật toán tốt hơn sẽ được trình bày ở câu c

- c. Với $N \leq 2$ thì mất 2 phút

Với N = 3

Đầu tiên ta sẽ in mặt thứ nhất của tờ thứ nhất bằng máy thứ nhất song song với mặt thứ nhất của tờ thứ 2 bằng máy thứ 2

Sau 1 phút thì tờ thứ nhất và 2 đã được in 1 mặt, còn tờ thứ 3 còn nguyên

Phút thứ 2 ta dùng máy thứ 1 để in mặt thứ 2 của tờ thứ nhất và dùng máy thứ 2 để in mặt thứ nhất của tờ thứ 3

Sau phút thứ 2 ta đã in xong tờ thứ nhất và còn 2 mặt trống của tờ 2 và 3

Phút thứ 3 ta in nốt phần còn lại

Tổng cộng ta mất 3 phút

N = 4

Vì $N \% 2 == 0$, ta sẽ cố gắng fill hết 1 mặt của tất cả các tờ giấy song song trên 2 máy, ở đây ta mất 2 phút để làm việc này

2 phút sau ta fill nốt phần còn lại.

Tổng cộng mất 4 phút

N = 5

Đầu tiên ta sẽ in mặt thứ nhất của tờ thứ nhất bằng máy thứ nhất song song với mặt thứ nhất của tờ thứ 2 bằng máy thứ 2

Sau 1 phút thì tờ thứ nhất và 2 đã được in 1 mặt, còn tờ thứ 3 còn nguyên

Phút thứ 2 ta dùng máy thứ 1 để in mặt thứ 2 của tờ thứ nhất và dùng máy thứ 2 để in mặt thứ nhất của tờ thứ 3

Sau phút thứ 2 ta đã in xong tờ thứ nhất và còn 2 mặt trống của tờ 2 và 3

Phút thứ 3, 4, 5 ta in nốt phần còn lại

Tổng cộng mất 5 phút

$N = 6$ mất 6 phút

Đệ quy:

$$F(1) = F(2) = 2$$

$$F(3) = 3$$

$$F(4) = 4$$

Với $N > 4$

N lẻ:

$$F(n) = F(n - 2) + 2$$

N chẵn:

$$F(n) = F(n - 2) + 2$$

$$\rightarrow F(n) = F(n - 2) + 2$$

Vậy độ phức tạp thuật toán:

$$T(1) = T(2) = T(3) = T(4) = 1$$

$$T(n) = T(n - 2) + 1$$

Nếu không dùng đệ quy thì $F(n) = n$ sẽ có độ phức tạp $O(1)$