CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 2

LAB 6 – MỘT SỐ BÀI TOÁN TRÊN ĐỒ THỊ (4 TIẾT)

I. Mục tiêu

Sau khi thực hành, sinh viên cần:

- Nắm vững định nghĩa đồ thị, các khái niệm liên quan đến đồ thị.
- Cài đặt được kiểu dữ liệu đồ thị và các thao tác, phép toán trên đồ thị được biểu diễn bởi ma trận kề.
- Vận dụng kiến thức đã học để giải một số bài toán thực tế.

II. Yêu cầu

- Sinh viên phải hoàn thành cả ***3 bài*** thuộc mục V. Mỗi bài tạo một project, xóa các thư mục debug của project này. Sau đó chép các project vào thư mục: Lab6_CTK40_HoTen_MSSV_Nhom#. Nén thư mục , đặt tên tập tin nén theo dạng sau: Lab6_CTK40_HoTen_MSSV_Nhom#.rar.

Ví dụ: Lab6_CTK40_NguyenVanA_161111_Nhom4.rar.

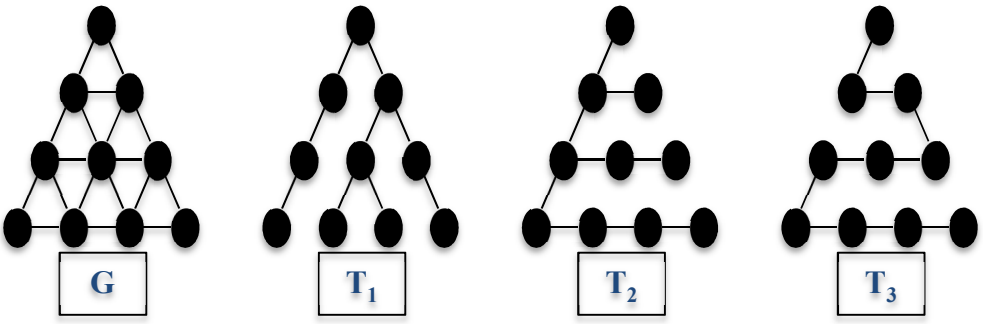
- Sinh viên sẽ nộp bài Lab qua mạng tại phòng lab theo hướng dẫn của giáo viên.

III. Ôn tập lý thuyết

1. Bài toán tìm cây bao trùm tối thiểu

Phát biểu bài toán:

- Cho đồ thị vô hướng G=(V,E)
- Tìm đồ thị T=(V,F) trong đó F là tập con của E sao cho:
  - (1) T liên thông
  - (2) T không có chu trình
  - (3) Tổng độ dài các cạnh trong T là nhỏ nhất



- Nếu T chỉ thỏa (1), (2) thì T gọi là cây bao trùm
- Nếu thỏa (1), (2), (3) thì T gọi là cây bao trùm tối thiểu.
- Một số tài liệu sử dụng thuật ngữ: Cây khung

Các thuật toán tìm cây bao trùm tối thiểu

Thuật toán Prim	**Thuật toán Kruskal**
▪ Input: G = (V, E) ▪ Output: T = (V, F) nhỏ nhất ▪ U: Tập các đỉnh chưa được chọn (xét) ▪ F: Tập các cạnh được chọn ▪ Khởi tạo U = Ø, F = Ø	▪ Input: G = (V, E) ▪ Output: T = (V, F) nhỏ nhất ▪ Khởi tạo cây T không có cạnh nào (F = Ø), chỉ gồm n đỉnh ▪ Sắp xếp các cạnh của G tăng dần theo trọng số

▪ Chọn một đỉnh v bất kỳ làm gốc của cây bao trùm
▪ Đưa v vào U
▪ Trong khi U khác V
  ▪ Chọn cạnh (u, v) nhỏ nhất sao cho u ∈ U, v ∈ V – U
  ▪ Thêm v vào U
  ▪ Thêm (u, v) vào F
▪ Kết thúc: T=(V, F) là cây bao trùm tối thiểu
	▪ Lần lượt xét từng cạnh (u,v) từ trọng số nhỏ nhất đến lớn nhất
	▪ Thêm cạnh (u, v) vào F nếu không tạo thành chu trình
	▪ Lặp lại bước trên cho đến khi đủ n-1 cạnh hoặc mọi cạnh còn lại đều tạo thành chu trình.
	▪ Kết thúc: T=(V, F) là cây bao trùm tối thiểu

2. *Bài toán tìm đường đi ngắn nhất*

❖ Phát biểu bài toán
- Cho đồ thị G = (V, E)
- Mỗi cạnh được gán một giá trị không âm, gọi là trọng số (hoặc giá, chi phí) của cạnh
- Cho trước một đỉnh s_0, gọi là đỉnh nguồn
- Vấn đề: Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh s_0 đến các đỉnh còn lại sao cho tổng chi phí trên đường đi là nhỏ nhất.

❖ Input
- s_0: Đỉnh nguồn
- G: Đồ thị được biểu diễn bởi ma trận kề hoặc danh sách kề

❖ Output
- L: Mảng biểu diễn độ dài đường đi ngắn nhất từ s_0 đến các đỉnh #
- T: Mảng lưu vết đường đi từ s_0 đến các đỉnh còn lại

Thuật toán Dijkstra	**Thuật toán Floyd**
❖ Tìm đường đi từ 1 đỉnh tới các đỉnh còn lại trong đồ thị ❖ Ký hiệu ▪ Giả sử G có n đỉnh, trọng số được lưu trong ma trận C ▪ C[i,j] là chi phí của cung (i, j). C[i,j] = **ε** nếu i không kề j ▪ L[w]: lưu độ dài đường đi từ s_0 đến đỉnh w ▪ T[w]: lưu đỉnh trước w trên đường đi ▪ M[w]: cho biết đỉnh w đã được xét hay chưa ▪ L, T và M sẽ được cập nhật lại sau mỗi bước của thuật toán ▪ S: là tập các đỉnh đã được chọn ▪ U: là tập các đỉnh chưa được chọn ❖ Ý tưởng ▪ Khởi đầu: S = {s_0}, L[w] = C[s_0, w], T[w] = w	❖ Tìm đường đi ngắn nhất giữa mọi cặp đỉnh ❖ Ký hiệu: ▪ L[i, j]: Độ dài đường đi ngắn nhất từ đỉnh i đến đỉnh j ▪ Ban đầu, L được khởi tạo giống với C: L[i,j] = C[i,j] ▪ T[i, j]: Lưu lại đường đi từ i đến j ▪ T[i, j] = k: k là đỉnh trước đỉnh j trong đường đi từ i → j ❖ Ý tưởng: ▪ Tại lần lặp thứ k sẽ xác đỉnh khoảng cách ngắn nhất giữa hai đỉnh i và j theo công thức: $L_k[i, j] = \min(L_{k-1}[i, j], L_{k-1}[i, k] + L_{k-1}[k, j])$ ▪ Để tìm đường đi từ v đến một đỉnh w, ta sử dụng mảng T để lần ngược các đỉnh trước k trên đường đi.

▪ Tại mỗi bước, ta chọn một đỉnh w trong U mà khoảng cách L[w] từ đỉnh nguồn tới w là nhỏ nhất. ▪ Loại w khỏi U và thêm w vào tập S. ▪ Với mỗi đỉnh u thuộc U, tính lại độ dài đường đi ngắn nhất từ s_0 đến u. L(u) = Min(L(u), L(w) + C[w, u]) ▪ Kết thúc: S = tập các đỉnh của G ▪ Để tìm đường đi từ s_0 đến một đỉnh w, ta sử dụng mảng T để lần ngược các đỉnh trước w trên đường đi.	

IV. Hướng dẫn thực hành

1. Tạo dự án

Sinh viên chọn cài đặt kiểu dữ liệu đồ thị theo ngôn ngữ C++.

Sử dụng dự án đã tạo trong bài Lab4

V. Bài tập thực hành

Bài 1. Cây bao trùm tối thiểu

a. Thuật toán Prim

```
// Tìm cây bao trùm nhỏ nhất theo thuật toán Prim
// Kết quả được lưu trong mảng tree. Chỉ số mảng i
// là đỉnh nguồn, tree[i].Parent là đỉnh cuối và
// tree[i].Length là trọng số của cạnh được chọn.
void Prim(Graph g, Path tree[MAX])
{
	// Khởi tạo cây ban đầu có tất cả các cạnh
	// xuất phát từ đỉnh đầu tiên (đỉnh 0)
	for (int i=1; i< Số đỉnh của g; i++)
	{
		tree[i].Length = g.Cost[0][i];
		tree[i].Parent = 0;
	}

	CostType min;	// Lưu cạnh có trọng số bé nhất
	int minVertex;	// Lưu đỉnh cuối của cạnh đó

	// Tìm n-1 cạnh cho cây bao trùm
	for (int i=1; i< Số đỉnh của g; i++)
	{
		min = INF;		// Giả sử min = vô cùng
		minVertex = 1;

		// Duyệt qua các cạnh để tìm cạnh min
		for (int j=2; j< Số đỉnh của g; j++)
		{
			if (Đỉnh j chưa được xét &&
				tree[j].Length < min)
			{
				min = tree[j].Length;
				minVertex = j;
			}
		}
		// Đánh dấu đỉnh cuối của cạnh min là đã xét
		g.Vertices[minVertex].Visited = YES;
```

```
            // Cập nhật lại trọng số của các cạnh
            // với đỉnh nguồn bây giờ là minVertex
            for (int j=0; j< Số đỉnh của g; j++)
            {
               if (Đỉnh j chưa được xét && Chi phí từ
                  đỉnh minVertex đến j < tree[j].Length)
               {
                  tree[j].Length = g.Cost[minVertex][j];
                  tree[j].Parent = minVertex;
               }
            }
      }
}
// Xuất danh sách cạnh được chọn làm cây bao trùm
// theo thuật toán Prim
void PrintPrimMST(Graph g, Path tree[MAX])
{
      cout << endl << "Cay bao trum gom cac canh sau:";
      CostType sum = 0; // Lưu tổng trọng số

      // Duyệt qua các đỉnh để tìm cạnh nối với đỉnh đó
      // và nằm trong cây bao trùm tối thiểu
      for (int i=1; i<g.NumVertices; i++)
      {
            Cập nhật tổng trọng số;       // sum
            Xuất nhãn của đỉnh đầu, nhãn của đỉnh cuối và
            chiều dài (trọng số) của cạnh nối 2 đỉnh đó;
      }
      cout << endl << "Cay bao trum ngan nhat co chieu dai
                        : " << sum;
}
```

b. *Thuật toán Kruskal*

```
// Duyệt ma trận kề và lấy ra danh sách các cạnh của
// đồ thị. Mỗi cạnh lưu đỉnh đầu, cuối và trọng số.
int AdjMatrix2EdgeList(Graph g, Edge edgeList[UPPER])
{
      int count = 0;                        // Lưu số cạnh
      for (int i=0; i<g.NumVertices; i++) // Duyệt nửa dưới
            for (int j=0; j<i; j++)       // của ma trận kề
                  if (Có cạnh nối 2 đỉnh I và J)
                  {
                        Tạo cạnh v;
                        Gán đỉnh nguồn của v = i;
                        Gán đỉnh đích của v = j;
                        Gán trọng số của v = chi phi đi từ
                        đỉnh I đến đỉnh J;
                        Đánh dấu cạnh v chưa được xét;
                        Đưa cạnh v vào danh sách edgeList;
                        Tăng số cạnh (count) lên 1;
                  }
      return count;
}

// Sắp xếp danh sách cạnh tăng dần theo trọng số của cạnh
void QSortEdges(Edge edgeList[MAX], int d, int c)
{
      int i = d, j = c; // d = đầu, c = cuối

      // Giá trị ở giữa mảng
      CostType mid = edgeList[(d + c) / 2].Weight;
```

```
	// tiến hành tách mảng thành 2 phần
	while (i <= j)
	{
		// Tìm các ptu đứng sai vị trí trong mảng
		while (edgeList[i].Weight < mid) i++;
		while (edgeList[j].Weight > mid) j--;

		// Nếu có 2 ptu sai vị trí -> hoán vị chúng
		if (i <= j)
		{
			Edge temp = edgeList[i];
			edgeList[i] = edgeList[j];
			edgeList[j] = temp;
			i++;
			j--;
		}
	}
	// Sắp xếp mảng con bên phải mid
	if (i < c) QSortEdges(edgeList, i, c);

	// Sắp xếp mảng con bên trái mid
	if (d < j) QSortEdges(edgeList, d, j);
}

// Tìm nút gốc của cây chứa đỉnh x
int Find(int leader[MAX], int x)
{
	// chừng nào chưa tìm thấy gốc thì
	while (x != leader[x])
		x = leader[x];	// Chuyển đến nút cha
	return x;
}

// Hợp nhất 2 cây bằng cách nối thêm cạnh e
bool Union(int leader[MAX], Edge e)
{
	int x = Tìm nút gốc của cây chứa đỉnh e.Source;
	int y = Tìm nút gốc của cây chứa đỉnh e.Target;

	// Nếu trùng gốc => không thêm cạnh
	if (x == y)
		return false;
	else if (x < y)		// Nhập chung cây y vào cây x
		leader[y] = x;	// hay cây chứa y có gốc là x
	else
		leader[x] = y;	// Nhập chung cây x vào y
	return true;
}

// Thuật toán Kruskal tìm cây bao trùm tối thiểu.
// Kết quả được lưu trong mảng tree. Chỉ số mảng i
// là đỉnh nguồn, tree[i].Parent là đỉnh cuối và
// tree[i].Length là trọng số của cạnh được chọn.
void Kruskal(Graph g, Edge tree[UPPER])
{
	// Tạo ra danh sách các cạnh từ MT kề
	int ne = AdjMatrix2EdgeList(g, tree);

	// Sắp xếp các cạnh tăng dần theo trọng số
	QSortEdges(tree, 0, ne-1);
	// Khởi tạo đỉnh gốc của các cây con
	int leader[MAX];
	for (int i=0; i<g.NumVertices+1; i++)
		leader[i] = i;
```

```
	// Duyệt các cạnh tăng dần theo trọng số
	int count = 0;
	for (int i=0; i<ne; i++)
	{
		// Nếu có thể ghép nó vào cây bao trùm
		if (Union(leader, tree[i]))
		{
			tree[i].Marked = YES;	// Đánh dấu chon
			count++;		// Tăng biến đếm

			// Nếu đã chọn đủ n-1 cạnh cho cây
			if (count == g.NumVertices - 1)
				break;		// thì dừng
		}
	}
}
// Xuất danh sách các cạnh được chọn để tạo cây bao
// trùm nhỏ nhất theo thuật toán Kruskal
void PrintKruskalMST(Graph g, Edge tree[UPPER])
{
	cout << endl << "Cay bao trum gom cac canh sau:";
	CostType sum = 0;	// Lưu tổng chiều dài cây

	// Duyệt qua các cạnh
	for (int i=0; i<g.NumEdges; i++)
	{
		if (Cạnh I được chọn)
		{
			Xuất nhãn của đỉnh nguồn, nhãn của đỉnh
			đích và trọng số của cạnh nối 2 đỉnh đó;
			Cập nhật tổng chiều dài cây bao trùm;
		}
	}
	cout << endl << "Tong chieu dai cay bao trum la "
		<< sum;
}
```

Bài 2. Tìm đường đi ngắn nhất

a. Tìm đường đi ngắn nhất từ 1 đỉnh tới các đỉnh còn lại (thuật toán Dijkstra)

```
// Thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh nguồn
// source đến tất cả các đỉnh còn lại. Độ dài đường đi được
// lưu trong mảng labels, đường đi lưu trong mảng path.
void Dijkstra(Graph g, int source, Path road[MAX])
{
	CostType min;	// Lưu độ dài đường đi ngắn nhất
	int counter,	// Đếm số đỉnh đã xét
		minVertex,	// Lưu đỉnh có nhãn nhỏ nhất
		curr;	// Đỉnh hiện tại đang xét

	// Khởi gán giá trị cho các đoạn đường đi
	for (int i=0; i<Số đỉnh của g; i++)
	{
		road[i].Length = g.Cost[source][i];
		road[i].Parent = source;
	}

	Đánh dấu đỉnh source đã được xét;
	Gán nhãn cho đỉnh source = 0;
	counter = 1;		// Có 1 đỉnh đã xét
	curr = source;		// Bắt đầu từ nguồn

	// Trong khi chưa xét hết các đỉnh
```

```
	while (counter < Số đỉnh của g - 1)
	{
		min = INF;		// Giả sử min = vô cùng
		minVertex = curr; // Đỉnh min = đỉnh hiện tại

		// Duyệt qua từng đỉnh để kiểm tra
		for (int i=0; i< Số đỉnh của g; i++)
		{
			if (Đỉnh i chưa được xet)
			{
				// Gán lại nhãn cho các đỉnh
				if (road[i].Length >
						road[curr].Length + g.Cost[curr][i])
				{
					road[i].Length =
						road[curr].Length + g.Cost[curr][i];
					road[i].Parent = curr;
				}
				// Tìm đỉnh có nhãn nhỏ nhất
				if (min > road[i].Length)
				{
					min = road[i].Length;
					minVertex = i;
				}
			}
		}
		curr = minVertex; // Xét đỉnh có nhãn nhỏ nhất
		Đánh dấu đỉnh curr là đã xét;
		Tăng số đỉnh đã xét lên 1;
	}
}

// In ra đường đi từ đỉnh nguồn tới đỉnh đích target
void PrintPath(Graph g, Path road[MAX], int target)
{
	// Nếu chưa gặp đỉnh nguồn
	if (road[target].Parent != target)
		// thì tìm đường từ nguồn tới đỉnh trước target
		PrintPath(g, road, road[target].Parent);

	// Sau đó in ra nhãn của đỉnh trên đường đi
	cout << " --> " << g.Vertices[target].Label;
}
```

b. Tìm đường đi ngắn nhất giữa mọi cặp đỉnh (thuật toán Floyd)

```
// Tìm đđi ngắn nhất giữa mọi cặp đỉnh theo thuật toán Floyd
void Floyd(Graph g, Path route[MAX][MAX])
{
	int i, j, k;

	// Khởi tạo chiều dài đường đi giữa các cặp đỉnh
	for (i=0; i< Số đỉnh của g; i++)
		for (j=0; j< Số đỉnh của g; j++)
		{
			route[i][j].Length = g.Cost[i][j];
			route[i][j].Parent = i;
		}

	// Tính toán lại đường đi giữa các cặp đỉnh
	for (k=0; k< Số đỉnh của g; k++)
		for (i=0; i< Số đỉnh của g; i++)
			for (j=0; j< Số đỉnh của g; j++)
				// Nếu đường đi từ i->j qua đỉnh k
```

```
                        // ngắn hơn đường đi trực tiếp i->j
                        if (route[i][j].Length >
                  route[i][k].Length + route[k][j].Length)
      {
      // thì cập nhật lại độ dài đường đi giữa 2 đỉnh i & j
      route[i][j].Length=route[i][k].Length+route[k][j].Length;
      // Cập nhật đỉnh trung gian
      route[i][j].Parent = route[k][j].Parent;
      }
}

// Xuất đường đi ngắn nhất từ đỉnh source đến đỉnh target
// Ma trận road lưu độ dài đường đi ngắn nhất và đường đi
void FloydPath(Graph g, Path route[MAX][MAX],
                  int source, int target)
{
      if (route[source][target].Parent != target)
            FloydPath(g, route, source,
                        route[source][target].Parent);

      // Sau đó in ra nhãn của đỉnh trên đường đi
      cout << " --> " << g.Vertices[target].Label;
}
```

Bài 3. Kiểm tra chương trình và xem kết quả

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <conio.h>

using namespace std;
#include "common.h"
#include "stack.h"//#include <stack>
#include "queue.h"//#include <queue>
#include "graph.h"

void main()
{
      Graph g = InitGraph(false);

      // ================================================
      // … Đoạn này xem trong bài Lab 3 …
      // ================================================

      cout << endl << endl << "========================";
      cout << endl << "Tim duong di ngan nhat theo thuat
                        toan Dijkstra" << endl;
      ResetFlags(g);

      Path road[MAX];
      Dijkstra(g, 0, road);

      for (int i=1; i<g.NumVertices; i++) {
            if (road[i].Length == INF)
            cout << endl << "Khong co duong di tu dinh "
                  << g.Vertices[0].Label << " den dinh "
                  << g.Vertices[i].Label;
            else
            {
            cout << endl << "Duong di ngan nhat tu dinh "
                  << g.Vertices[0].Label << " den dinh "
                  << g.Vertices[i].Label << " la " << endl;
            PrintPath(g, road, i);
            cout<<" : do dai = " << road[i].Length << endl;
```

```
		}
	}

	cout << endl << "=========================";
	cout << endl << "Tim duong di ngan nhat theo thuat
			toan Floyd" << endl;
	ResetFlags(g);

	Path route[MAX][MAX];
	Floyd(g, route);

	for (int i=1; i<g.NumVertices; i++)  {
		if (route[0][i].Length == INF)
		cout << endl << "Khong co duong di tu dinh "
			<< g.Vertices[0].Label << " den dinh "
			<< g.Vertices[i].Label;
		else
		{
		cout << endl << "Duong di ngan nhat tu dinh "
			<< g.Vertices[0].Label << " den dinh "
			<< g.Vertices[i].Label << " la " << endl;
		FloydPath(g, route, 0, i);
		cout<<" : do dai = "<<route[0][i].Length<<endl;
		}
	}

	cout << endl << "=========================";
	cout << endl << "Tim bao dong chuyen tiep" << endl;
	ResetFlags(g);
	Warshall(g, route);

	for (int i=0; i<g.NumVertices; i++) {
		for (int j=0; j<g.NumVertices; j++) {
			if (i == j) continue;
			cout << endl << g.Vertices[i].Label <<
				" --> " << g.Vertices[j].Label;
			if (route[i][j].Length == 0)
				cout << " : Khong co duong di";
			else
				cout << " : Co duong di";
		}
	}

	cout << endl << endl << "=========================";
	cout << endl << "Tim cay bao trum ngan nhat theo
			thuat toan Prim" << endl;
	ResetFlags(g);
	Prim(g, road);
	PrintPrimMST(g, road);


	cout << endl << endl << "=========================";
	cout << endl << "Tim cay bao trum ngan nhat theo
			thuat toan Kruskal" << endl;
	ResetFlags(g);
	Edge mst[UPPER];
	Kruskal(g, mst);
	PrintKruskalMST(g, mst);


	_getch();
}
```

VI. Bài tập

Bài 1. Mạng truyền thông

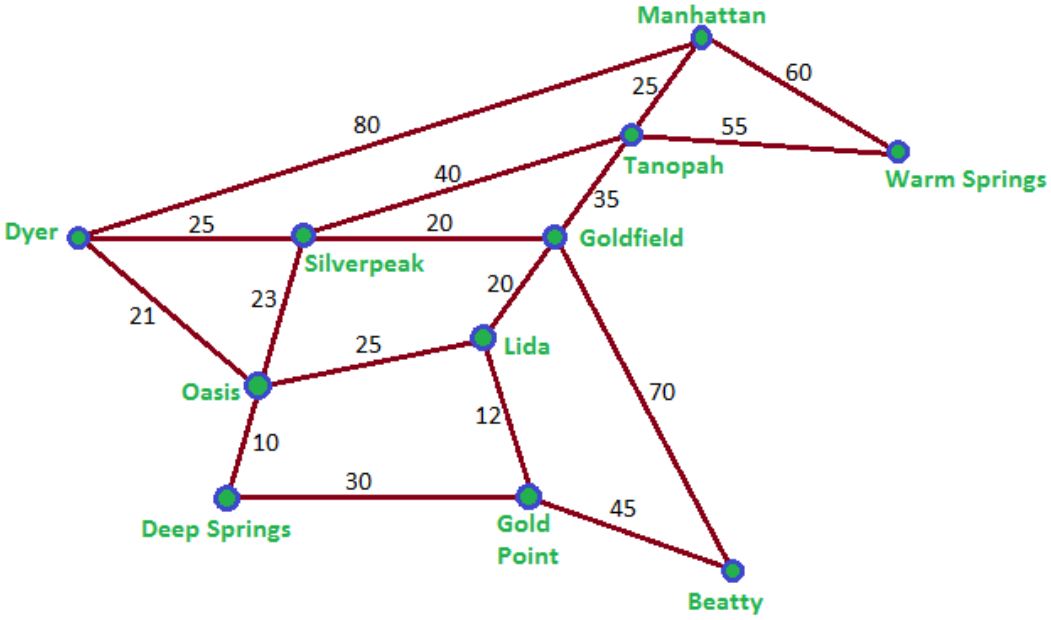
Một công ty lập kế hoạch xây dựng một mạng truyền thông nối năm trung tâm máy tính với nhau. Bất kỳ hai trung tâm nào cũng có thể được nối kết với nhau bằng đường điện thoại. Cần phải kết nối như thế nào để đảm bảo giữa hai trung tâm máy tính bất kỳ luôn có đường truyền thông sao cho tổng số tiền thuê bao của toàn mạng là tối thiểu? Phí thuê bao phải trả hàng tháng đối với các đường truyền thông được cho trong bảng sau:

Từ trung tâm	Đến trung tâm	Phí thuê bao
San Francisco	New York	$2000
San Francisco	Chicago	$1200
San Francisco	Denver	$900
San Francisco	Atlanta	$2200
Chicago	Denver	$1300

Từ trung tâm	Đến trung tâm	Phí thuê bao
Chicago	New York	$1000
Chicago	Atlanta	$700
New York	Denver	$1600
New York	Atlanta	$800
Denver	Atlanta	$1400

Bài 2. Ông Ngâu, Bà Ngâu.

Hẳn các bạn đã biết ngày "ông Ngâu bà Ngâu" hàng năm, đó là một ngày đầy mưa và nước mắt. Tuy nhiên, một ngày trước đó, nhà Trời cho phép 2 "ông bà" được đoàn tụ. Trong vũ trụ vùng thiên hà nơi ông Ngâu bà Ngâu ngự trị có ***N*** hành tinh đánh số từ 1 đến ***N***, ông ở hành tinh Adam (có số hiệu là S) và bà ở hành tinh Eva (có số hiệu là T). Họ cần tìm đến gặp nhau.



N hành tinh được nối với nhau bởi một hệ thống cầu vồng. Hai hành tinh bất kỳ có thể không có hoặc có duy nhất một cầu vồng (hai chiều) nối giữa chúng. Họ luôn đi tới mục tiêu theo con đường ngắn nhất. Họ đi với tốc độ không đổi và nhanh hơn tốc độ ánh sáng. Điểm gặp mặt của họ chỉ có thể là tại một hành tinh thứ 3 nào đó.

Yêu cầu: Hãy tìm một hành tinh sao cho ông Ngâu và bà Ngâu cùng đến đó một lúc và thời gian đến là sớm nhất. Biết rằng, hai ngươời có thể cùng đi qua một hành tinh nếu như họ đến hành tinh đó vào những thời điểm khác nhau.

Dữ liệu được cho trong file ongbangau.inp có cấu trúc như sau:

Dòng đầu là 4 số ***N M S T*** ($N \le 100$, $1 \le S \ne T \le N$), M là số cầu vồng. M dòng tiếp, mỗi dòng gồm hai số ***I J L*** thể hiện có cầu vồng nối giữa hai hành tinh ***I , J*** và cầu vồng đó có độ dài là ***L*** ($1 \le I \ne J \le N$, $0 < L \le 200$).