

Lớp DHTH17A
MSSV 21010151
Họ và Tên: Nguyễn Trường An

Nguyễn Trường An

Câu 4. Vi phân cấp 1.

$$z = x^2 - 2xy + \sin xy.$$

$$f'_x(x, y) = 2x - 2y + y \cdot \cos(xy)$$

$$f'_y(x, y) = -2x + x \cdot \cos(xy)$$

$$dz = [2x - 2y + y \cdot \cos(xy)]dx + [-2x + x \cdot \cos(xy)]dy$$

Câu 5. Vi phân cấp 2.

$$z = \sin^2 x + e^{y^2}$$

$$f''_{x^2}(x, y) = 2\cos^2 x - 2\sin^2 x$$

$$f''_{y^2}(x, y) = 2y \cdot e^{y^2} + y'' \cdot e^{y^2}$$

$$f''_{xy}(x, y) = 0$$

Ta có:

$$d_z^2 = (2\cos^2 x - 2\sin^2 x)dx^2 + (2y \cdot e^{y^2} + y'' \cdot e^{y^2})dy^2$$

Câu 24.

$$z = x^4 - 8x^2 + y^2 + 5$$

$$A = f''_{xx} = 12x^2 - 16; \quad f''_{yy}(x,y) = 2 = B$$

$$f''_{xy}(x,y) = 0 = C$$

Tìm điểm dừng.

$$\begin{cases} z'_x = 4x^3 - 16x = 0 \\ z'_y = 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2, x = -2, x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy có 3 điểm dừng:

$$M_1(2;0), M_2(-2;0), M_3(0;0)$$

$$\text{Tại } M_1 \quad \Delta = A \cdot C - B^2 = 64 - 0 = 64 > 0$$

\Rightarrow Điểm cực tiểu.

$$M_2 \quad \Delta = 64 \Rightarrow \text{Cực tiểu.}$$

$$M_3 \quad \Delta = -32 \Rightarrow \text{không phải cực trị}$$

(câu 27)

$$z = x^2 - y^2 + 2x - y + 1$$

$$\begin{cases} z'_x = 2x + 2 = 0 \\ z'_y = -2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Điểm dừng $M(-1, -\frac{1}{2})$

$$f''_{xx}(x, y) = 2$$

$$f''_{yy}(x, y) = -2$$

$$f''_{xy}(x, y) = 0$$

$$\Delta = 2 \cdot (-2) = -4 < 0$$

\Rightarrow không đạt cực trị.

Câu 60.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 1}{(n+1)^4 \cdot n^{\alpha}}$$

Chuỗi hội tụ khi:

Ta có:

$$\frac{n^3 + 2n^2 + 1}{(n+1)^4 \cdot n^{\alpha}} \sim \frac{n^3}{n^4 \cdot n^{\alpha}} \sim \frac{1}{n^{(4+\alpha-3)}} \sim \frac{1}{n^{1+\alpha}}$$

Để hàm hội tụ thì $1+\alpha > 1$ hội tụ.

$$\Rightarrow \alpha > 0.$$

Câu 66.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + A}{n^3} \right)^n \quad (A \text{ là tham số})$$

Ta có: $\sqrt[n]{\left(\frac{n^2 + A}{n^3} \right)^n} = \frac{n^2 + A}{n^3} \sim \frac{1}{n}$ tiến về 0

~~Điều hòa phân kỳ.~~

\Rightarrow Chuẩn hội tụ.

Câu 70. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^2-3)n^2}{3^n}$

nếu $p = \sqrt{3} \Rightarrow$ chuỗi hội tụ.

nếu

$p \neq \sqrt{3}$ ta có:

$$\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \left| \frac{(p^2-3)(n+1)^2 \cdot 3^n}{3^{n+1} (p^2-3)n^2} \right|$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{(n+1)^2}{n^2} = \frac{1}{3}$$

\Rightarrow chuỗi hội tụ đ.p.

Câu 80

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{n(\sqrt[3]{n^2}+1)}$$

Ta có: $\frac{2n+1}{n(\sqrt[3]{n^2}+1)} \rightarrow \text{giảm} \rightarrow 0$

\Rightarrow chuẩn hội tụ.

Xét $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n (2n+1)}{n(\sqrt[3]{n^2}+1)} \right|$

Ta có: $\left| \frac{(-1)^n (2n+1)}{n(\sqrt[3]{n^2}+1)} \right| \sim \frac{1}{n^{2/3}}$

mà $\frac{2}{3} < 1$

\Rightarrow phản hội

\Rightarrow chuẩn hội tụ nhưng không hội tụ tuyệt đối.

Câu 123

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^3+1}{n^5+4n+2}$$

Và có: $\frac{2n^3+1}{n^5+4n+2} \sim \frac{2n^3}{n^5} \sim \frac{2}{n^2}$

mà $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2}$ hội tụ.

\Rightarrow chuẩn $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n^3+1}{n^5+4n+2}$ hội tụ.