BTVN 2

TRẦN KHÔI NGUYÊN
VẬT LÝ LÝ THUYẾT

Ngày 10 tháng 10 năm 2024

Chứng minh $\sum_{s=1}^{2} v_{\vec{k}}^{(s)} \bar{v}_{k}^{(s)} = -\not{k} + m$

$$RHS = \sqrt{E_{\vec{k}} + m} \begin{pmatrix} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(s)} \\ \chi^{(s)} \end{pmatrix} \sqrt{E_{\vec{k}} + m} \begin{pmatrix} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(r)^\dagger} & \chi^{(r)^\dagger} \end{pmatrix} \gamma^0$$

$$= (E_{\vec{k}} + m) \begin{pmatrix} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(s)} \\ \chi^{(s)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(r)^\dagger} & -\chi^{(r)^\dagger} \end{pmatrix}$$

$$= (E_{\vec{k}} + m) \begin{pmatrix} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(s)} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(r)^\dagger} & -\frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(s)}\chi^{(r)^\dagger} \\ \chi^{(s)} \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m}\chi^{(r)^\dagger} & -\chi^{(s)}\chi^{(r)^\dagger} \end{pmatrix}$$

$$= (E_{\vec{k}} + m) \begin{pmatrix} \frac{k^2}{(E_{\vec{k}}+m)^2} \mathbb{1}_{2\times 2}\delta_{s,r} & -\frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m} \mathbb{1}_{2\times 2}\delta_{s,r} \\ \frac{\vec{k}\vec{\sigma}}{E_{\vec{k}}+m} \mathbb{1}_{2\times 2}\delta_{s,r} & -\mathbb{1}_{2\times 2}\delta_{s,r} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{k^2}{E_{\vec{k}}+m} & -\vec{k}\vec{\sigma} \\ \vec{k}\vec{\sigma} & -E_{\vec{k}} - m \end{pmatrix} \otimes \mathbb{1}_{2\times 2}$$

$$= E_{\vec{k}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes \mathbb{1}_{2\times 2} - m \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \mathbb{1}_{2\times 2} + \vec{k} \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \otimes \mathbb{1}_{2\times 2}$$

$$= E_{\vec{k}}\gamma^0 - \vec{k}\vec{\gamma} - m$$

$$= \not{k} - m$$