Lý thuyết hạt cơ bản

TRẦN KHÔI NGUYÊN

VẬT LÝ LÝ THUYẾT

Ngày 25 tháng 9 năm 2024

§ Giới thiệu

Note ngày 13/09, tuần 1

1. Trong thực nghiệm: Phổ các hạt cơ bản: (m(khối lượng), spin ,...), tương tác hạt cơ bản.

2. Trong lý thuyết:

QM → QFT:

- Gauge symmetry → $\underset{U(1)}{QED}, \underset{SU(3)}{QCD}$
- Lý thuyết hiệu dụng → $\underset{\text{LT tương tác yếu}}{\text{Lý thuyết Fermi}}$

1+2 → Sử dụng lý thuyết nhóm để gộp chung lại thành một nhóm

→ $SU(3) \bigotimes SU(2) \bigotimes U(1)$ → Mô hình chuẩn (Standard Model) + Cơ chế Higgs

Beyond SM

1. Cơ chế Higgs mở rộng
2. Tại sao lại dùng nhóm → $SU(3) \bigotimes SU(2) \bigotimes U(1)$
3. Có thể dùng $SU(5) \equiv GUT$ hoặc → $SU(2) \bigotimes SU(2) \bigotimes U(1)$ → có thể tìm ra hạt mới

§ Review QFT

Notations

$$\hbar = c = 1$$

$$S^2 = t^2 - \overrightarrow{r}^2$$

$$\overrightarrow{r}^2 = \overrightarrow{x}^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Vector 4 chiều

$$x^\mu = (t, \overrightarrow{x}) = (t, \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{x}_3)$$

trong đó $\mu = 0, 1, 2, 3 \to$ chỉ số Lorentz

$$x^\mu = (t, -\overrightarrow{x}) = (t, -\overrightarrow{x}_1, -\overrightarrow{x}_2, -\overrightarrow{x}_3)$$

$$S^2 = x^\mu x_\mu = x_\mu x^\mu = t^2 - \overrightarrow{x}^2$$

$$S^2 = t^2 - x^1 x_1 - x^2 x_2 - x^3 x_3$$

Tensor metric

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= S^2 = g^{\rho\sigma} x_\rho x_\sigma = g^{\mu\nu} x^\mu x_\nu$$

Nâng hạ chỉ số Lorentz

- $x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu$
- $x^\mu = g^{\mu\nu} x_\nu$

Đạo hàm

- $\partial_\mu = \dfrac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\dfrac{\partial}{\partial t}; \dfrac{\partial}{\partial x}; \dfrac{\partial}{\partial y}; \dfrac{\partial}{\partial z}\right)$
- $\partial^\mu = \dfrac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\dfrac{\partial}{\partial t}; -\dfrac{\partial}{\partial x}; -\dfrac{\partial}{\partial y}; -\dfrac{\partial}{\partial z}\right)$
- $\boldsymbol{\nabla} = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}; \dfrac{\partial}{\partial y}; \dfrac{\partial}{\partial z}\right)$
- $\Box = \partial^\mu \partial_\mu = \partial_\mu \partial^\mu = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2} - \boldsymbol{\nabla}^2$

Không gian xung lượng

- $P^\mu = (E; \overrightarrow{P}) = (E; P_x; P_y; P_z)$
- $P^\mu = (E; -\overrightarrow{P})$
- $P^\mu P_\mu = E^2 - \left|\overrightarrow{P}\right|^2 = m^2$
  $\Rightarrow E = \sqrt{\left|\overrightarrow{P}\right|^2 - m}$
- $a^\mu = (a^0; \overrightarrow{a})$
- $b_\mu = (b_0; -\overrightarrow{b})$

Bài tập: $A^2 = a^\mu a_\mu$. Tính $\dfrac{\partial A^2}{\partial a_\mu}; \dfrac{\partial A^2}{\partial a^\mu}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A^2}{\partial a_\mu} = \frac{\partial}{\partial a_\mu}(a^\rho a^\rho) &= \frac{\partial}{\partial a_\mu}(g^{\rho\sigma} a_\sigma a_\rho) \\
&= g^{\rho\sigma}\left[\left(\frac{\partial}{\partial a_\mu} a_\sigma\right) a_\rho + a_\sigma \left(\frac{\partial}{\partial a_\mu} a_\rho\right)\right] \\
&= g^{\rho\sigma}\delta_{\mu\sigma} a_\rho + g^{\rho\sigma} a_\sigma \delta_{\mu,\rho} \\
&= g^\rho a_\rho + g^{\mu\sigma} a_\sigma = 2a^\mu
\end{aligned}$$

QM $\rightarrow$ QFT

Review QM(không tương đối tính)

Trong cơ học cổ điển của Newton:

Năng lượng được tính theo công thức:(Mô hình QN; v≪C)
$E = \dfrac{p^2}{2m} + V(\vec{\mathbf{r}}) \overset{\text{Vi mô} \equiv \text{QM}}{\longrightarrow} i\hbar\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} = (-\dfrac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + V(\vec{\mathbf{r}}))\Psi(*)$
(Mô hình QN; v≅C):
$E^2 = m^2 + p^2 \overset{\text{Vi mô} \equiv \text{QM}}{\longrightarrow} -\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi = (m^2 - \vec{\nabla}^2)\Phi \Rightarrow (\Box + m^2)\Phi = 0(**)$

Bài tập 2: Từ phương trình $(*)$ và $(**)$ cho $\phi(x)$ và $\phi^*(x)$. Thiết lập phương trình liên tục:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

Note ngày 20/09, tuần 2

Trường vô hướng

Để $\phi(x)$ là hàm vô hướng thực, thì:

- Tương đối tính: Lagrange bất biến dưới phép biến đổi Lorentz

$$x^\mu \to (x^\mu)' = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$$

- Hàm trường tổng quát:

$$\Phi(x) \xrightarrow{L(\Lambda)} \Phi'_a(x') = M_{ab}(\Lambda)\Phi(x)$$

trong đó:

$$M_{ab}(\Lambda) = \begin{cases} I \to \text{trường vô hướng (s = 0)} \to \text{vô hướng Lorentz} \\ e^{\frac{1}{4}\Sigma^{\mu\nu}}w_{\mu\nu} \to \text{trường spinor}(s = \frac{1}{2}) \\ \Lambda^\mu_\nu \to \text{trường vector}(s = 1) \end{cases}$$

Tất cả điều trên vẫn là đang ở trường cổ điển.

Lượng tử hóa

Để hàm trường là hàm vô hướng thực:

- Lagrangian(mật độ Lagrange): vô hướng tự do

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi}_{\text{co 2 chỉ số}} - \frac{1}{2}m^2\phi^2 \tag{1}$$

Phương trình chuyển động:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi(x)} - \partial_\mu\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right] = 0 \tag{2}$$

trong đó:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = -m^2\phi$$
$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} = 2\frac{1}{2}\partial^\mu\phi = \partial^\mu\phi$$

Thế vô (2) $\Rightarrow$:

$$-m^2\phi - \partial_\mu(\partial^\mu\phi) = 0$$
$$(\Box + m^2)\phi(x) = 0, \tag{3}$$

phương trình (3) là phương trình Klein-Gordon, mục tiêu là đi tìm nghiệm của (3) thông qua phép biến đổi Fourier 4D:

$$\phi(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\tilde{\phi}(k)e^{-ikx}, \tag{4}$$

thay (4) vào (3):

$$(\Box + m^2)\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\tilde{\phi}(k)e^{-ikx} = 0$$

trong đó:

$$\partial_\mu(e^{-ikx}) = \frac{\partial}{\partial x^\mu}(e^{-ik_\mu x^\mu})$$