

Quantum Optics

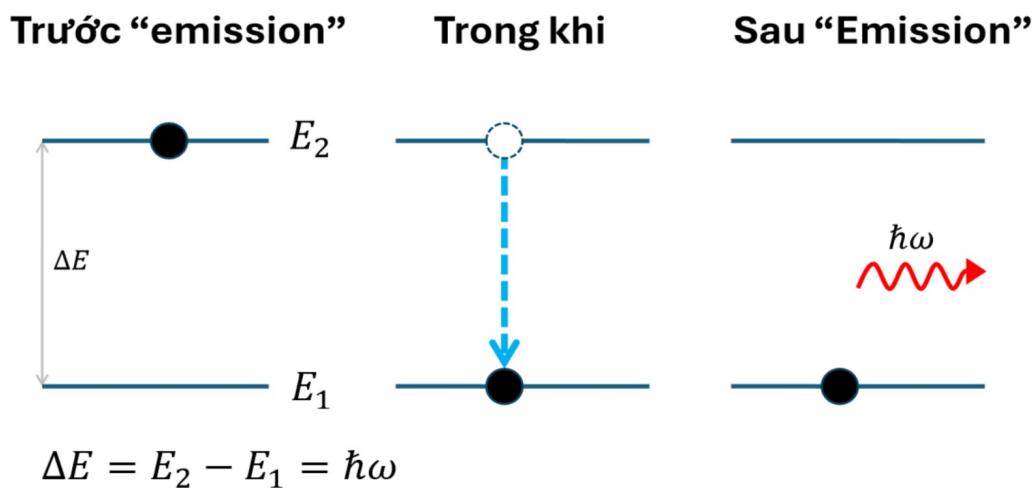
Quang Lượng Tử

1

Chuyển dời bức xạ trong nguyên tử
Radiative transitions in atoms

2

I) “Spontaneous emission”



3

I.1) “Spontaneous emission”

- $E_2 > E_1$: ‘atom’ có xu hướng tự nhiên (tự phát/spontaneous) chuyển từ mức cao hơn (2) đến mức thấp hơn (1).
- → Phát xạ tự phát / Spontaneous emission (*radiative emission*)
- Phát xạ photon với năng lượng $\hbar\omega = h\nu_0 = E_2 - E_1$ [1]
- Mỗi loại atom có phổ phát xạ tự phát đặc trưng được xác định bởi các mức năng lượng của nó theo công thức [1]
- Có thể cho chuyển dời/phân rã theo cách phi bức xạ [a nonradiative way] → phát xạ/ phân rã phi bức xạ [*non-radiative decay*] *Vd: phonon : chuyển từ NL cao → NL thấp ⇒ phát xạ phonon*
- [Energy → chuyển thành động năng/kinetic or ‘nội năng’/ internal energy của các atoms/molecules bao quanh.]

4

I.2) “Spontaneous emission”- Einstein A coefficient

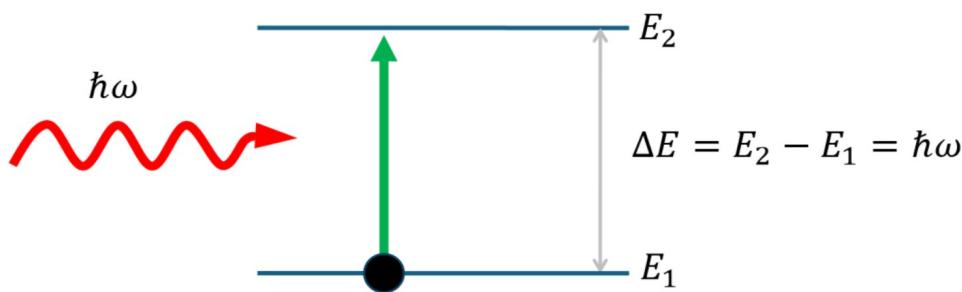
- Hệ số Einstein A : cho xác suất trên đơn vị thời gian mà electron ở mức trên sẽ chuyển xuống mức thấp hơn bằng việc phát xạ 1 photon.
- Tốc độ phát xạ photon tỷ lệ thuận với số nguyên tử ở trạng thái kích thích và với hệ số A cho quá trình chuyển dời.
- → Phương trình tốc độ cho $N_2(t)$, số atoms ở trạng thái kích thích

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2$$

→ $N_2(t) = N_2(0)\exp(-A_{21}t) \equiv N_2(0)\exp(-t/\tau)$, với $\tau = 1/A_{21}$ và được gọi là thời gian sống (bức xạ) của trạng thái kích thích.
- Thời gian sống τ thường trong khoảng nanosecond đến millisecond

5

II) Absorption



6

Absorption

- Hấp thụ một lượng năng lượng tăng thêm $E_2 - E_1$ từ photon: Atom được nâng từ mức thấp (1) lên mức cao hơn (2) [trạng thái kích thích].
[Nói cách khác, một electron trong atom nhảy từ quỹ đạo bên trong lên quỹ đạo bên ngoài.]
- Tốc độ chuyển dời hấp thụ [absorption transitions] trên đơn vị thời gian được cho bởi:

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}N_1u(\omega)$$

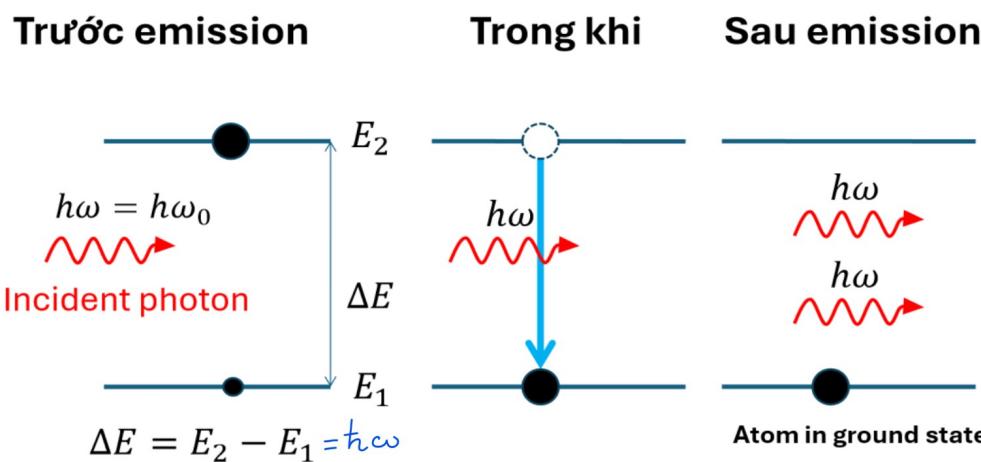
- $N_1(t)$ số atoms ở mức 1 tại t . B_{12} là hệ số Einstein cho chuyển dời.
(Bên ngoài) →
- $u(\omega)$ là mật độ phổ năng lượng của trường điện từ, và cho thấy chỉ miền phổ bức xạ tới với tần số quanh $\hbar\omega = E_2 - E_1$ mới có thể tạo chuyển dời hấp thụ.

phó thu được tách → bén chia là 1 miền : phóng to vạch → miền



7

III) Stimulated emission



Quá trình này được “cảm ứng”, hoặc được “kích thích” bởi photon tới để tạo photon

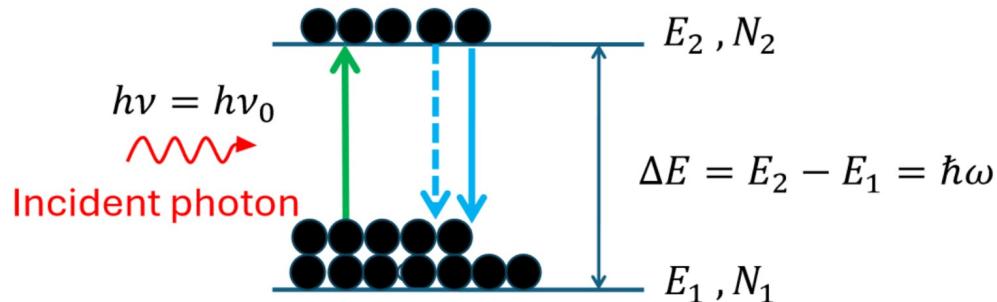
8

III) “Stimulated emission”

- Atom ở mức 2. Photon với $\omega = \omega_0$ bay đến
- Xác suất hữu hạn để photon làm cho atom chuyển dời $2 \rightarrow 1$
- Sự khác biệt năng lượng $E_2 - E_1 = \hbar\omega = h\omega_0$
→ sóng điện từ (thêm vào sóng photon tới)
- Photon phát xạ có năng lượng bằng NL photon tới;
sóng: cùng phase và tần số với sóng tới. (*giao thoa cộng hưởng, kết hợp*)
- [→ “Constructive interfere” → laser!]
- Trong quá trình này, trường photon có thể kích thích chuyển dời phát xạ (xuống) cũng như chuyển dời hấp thụ (lên)

9

Emission/Absorption



10

Stimulated ≠ Spontaneous

- Khác biệt nhau căn bản:
- Sp. emission: atom phát xạ sóng điện từ không có liên hệ phase xác định với sóng được bức xạ bởi atom khác. Sóng có thể phát xạ theo bất kỳ hướng nào.
- St. emission (induced emission): được kích thích bởi sóng tới → phát xạ của 1 atom thêm vào cùng phase và cùng hướng với sóng tới. [Nói cách khác, phát xạ kích thích là một hiệu ứng đồng bộ/ kết hợp lượng tử trong đó photon phát xạ cùng pha, cùng hướng với các photons cảm ứng/ kích thích chuyển dời.]

Tự phát

Kích thích

11

Stimulated emission

- Tốc độ phát xạ kích thích được cho bởi PT :
$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21}N_2u(\omega)$$
 - $N_2(t)$ số atoms ở mức 2 tại t . B_{21} là hệ số Einstein cho chuyển dời. $u(\omega)$ là mật độ phổ năng lượng của trường điện từ.
 - Phát xạ kích thích là một hiệu ứng đồng bộ/ kết hợp lượng tử trong đó photon phát xạ cùng pha với các photons cảm ứng/ kích thích chuyển dời.
- (Đối liên quan - trường ngoài nên dùng B_{21} thay vì A_{21} (tỷ số absorption))*

12

IV) Xác suất phát xạ/hấp thụ

- N : số nguyên tử [hoặc phân tử] trên đơn vị thể tích [đang ở mức năng lượng đã cho tại thời điểm t]
- N được gọi là “population” (ở mức NL)
- “Spontaneous emission”: Xác suất = tốc độ phân rã (rate of decay) của phân bố ở trạng thái trên, $(dN_2/dt)_{sp}$:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{sp} = -A_{21} N_2$$

13

Xác suất phát xạ/hấp thụ

- A : hằng số dương và được gọi là hệ số Einstein A hoặc hệ số tỉ lệ phát xạ tự phát.
- Đại lượng $\tau_{sp} \equiv 1/A$: thời gian sống của “spontaneous emission” (or radiative).
- Tương tự cho “non-radiative decay”, ta có

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{nr} = -\frac{N_2}{\tau_{nr}}$$

→ trong 1 số gần đúng thường bỏ qua
xét nhiều hạt ngta quan tâm

- τ_{nr} : thời gian sống “non-radiative decay”

14

Xác suất phát xạ/hấp thụ

- [Nhắc lại] Tốc độ “Stimulated emission” được “điều khiển” bởi hệ số Einstein B thứ hai, gọi là B_{21} , cho bởi:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{st} = -B_{21}N_2u(\omega) \quad \text{or} \quad \left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{st} = -W_{21}N_2$$

- Tốc độ chuyển dời từ 2 → 1 do st. emission.
- W_{21} : xác suất chuyển dời [cho st. emission] trên đơn vị thời gian
- W_{21} có thứ nguyên $[\text{thời gian}]^{-1}$, nhưng lệ thuộc vào sóng tới
- $u(\omega)$: mật độ năng lượng bức xạ

W : liên quan tới ma trận chuyển dời.

15

Xác suất phát xạ/hấp thụ

- Absorption emission:

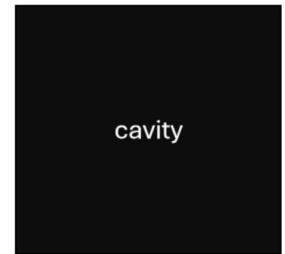
$$\left(\frac{dN_1}{dt} \right)_a = -B_{12}u(\omega)N_1 \quad \text{or} \quad \left(\frac{dN_1}{dt} \right)_a = -W_{12}N_1$$

- Tốc độ chuyển dời từ 1 → 2 do hấp thụ photon.
- $B_{12} \rightarrow$ hệ số Einstein B
- Trong cân bằng nhiệt, chỉ ra được: $W_{12} = W_{21}$ ($B_{12} = B_{21}$) nếu hai mức NL không suy biến. (1 atom)
- Nếu suy biến với trọng số g_1, g_2 tương ứng cho mức 1 và 2 thì $g_1 W_{12} = g_2 W_{21}$ (nhiều atom)

16

Tạo cavity có khe mỏm đèn để khả năng ánh sáng chạy ra kín lỗ~đó cực kí nhỏ ≈ 0
 \rightarrow khe có phản xạ

- Xét ‘cavity’ có chứa atoms. Giả sử atoms chỉ tương tác với bức xạ trong cavity, không tương tác với nhau.
- Bức xạ vật đen [của cavity] sẽ cảm ứng quá trình hấp thụ và phát xạ kích thích; phát xạ tự phát cũng xảy ra.
- Thời gian đủ dài \rightarrow Atoms sẽ cân bằng nhiệt với bức xạ vật đen. Khi đó, tốc độ/ xác suất chuyển dời lên do hấp thụ phải cân bằng với xác suất chuyển dời xuống do phát xạ tự phát và phát xạ kích thích.



17

Xác suất bức xạ/hấp thụ

- \Rightarrow Ở cân bằng nhiệt: (lên = xuống)

$$B_{12}u(\omega)N_1 = A_{21}N_2 + B_{21}u(\omega)N_2$$

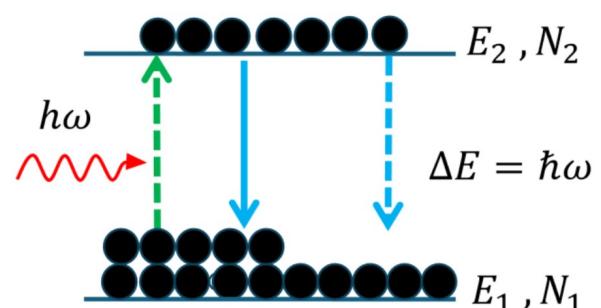
$$\rightarrow u(\omega) = \frac{A_{21}}{(N_1/N_2)B_{12} - B_{21}}$$

- Atoms cân bằng nhiệt với trường bức xạ ở nhiệt độ $T \rightarrow$ Phân bố của atoms tuân theo các định luật vật lý nhiệt. Định luật Boltzmann cho tỉ số của “population” cân bằng ở 1 & 2 tại nhiệt độ T

$$N_1/N_2 = e^{(E_2-E_1)/k_B T} = e^{\hbar\omega/k_B T}$$

C $N_1/N_2 = e^{(E_2-E_1)/k_B T} = e^{\hbar\omega/k_B T}$

Xem lại trong vật lý thống kê



18

Xác suất bức xạ/hấp thụ

* Xét 1 atom

$$\rightarrow u(\omega) = \frac{A_{21}}{(N_1/N_2)B_{12} - B_{21}} = \frac{A_{21}}{e^{\hbar\omega/k_B T}B_{12} - B_{21}}$$

- Nếu xét đến suy biến thì

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{(E_2 - E_1)/k_B T} = \frac{g_1}{g_2} e^{\hbar\omega/k_B T} \rightarrow u(\omega) = \frac{A_{21}}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T} B_{12}} - B_{21}}$$

- Mặt khác, phổ năng lượng của bức xạ vật đen được cho bởi ĐL Planck:

$$u(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} = \frac{A_{21}/B_{21}}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T} \frac{B_{12}}{B_{21}}} - 1} \quad \text{hoặc} \quad \frac{A_{21}/B_{21}}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T} \frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}}} - 1}$$

$$\Rightarrow B_{12} = B_{21} = B, \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}$$

- Hoặc $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$ và $\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}$

19

V) Tốc độ/ xác suất chuyển dời bức xạ

$$H = H_0 + H' \quad \tilde{w} \rightarrow \text{nhiều loạn (dù nhỏ)}$$

- “Fermi’s golden rule” cho

$$\Gamma_{1 \rightarrow 2} \equiv W_{1 \rightarrow 2} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{12}|^2 g(\hbar\omega) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle 2|H'|1\rangle|^2 g(\hbar\omega)$$

- H' : nhiễu loạn
- $g(\hbar\omega) \equiv$ mật độ trạng thái: $g(\hbar\omega)dE =$ số trạng thái trong đơn vị thể tích với năng lượng trong miền $E \rightarrow E + dE$. Tính được $g(\omega) = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3}$
- Tương tác của ánh sáng với atoms [vật chất] qua lưỡng cực điện: (gần đúng nhất)

$$H' = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$$
- Trong đó \mathbf{E} là [biên độ] trường điện của ánh sáng. \mathbf{d} là lưỡng cực [dipole] điện của atom,

$$\mathbf{d} = -er$$

20

Tốc độ/ xác suất chuyển dời bức xạ

- “Fermi’s golden rule” cho

$$\Gamma_{1 \rightarrow 2} \equiv W_{1 \rightarrow 2} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{12}|^2 g(\hbar\omega) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle 2|H'|1\rangle|^2 g(\hbar\omega)$$

- Phần tử ma trận chuyển dời lưỡng cực điện:

$$\mathbb{M}_{2 \leftarrow 1} = \langle 2|H'|1\rangle = \int \varphi_2^*(\mathbf{r}) H'(\mathbf{r}) \varphi_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int \varphi_2^*(\mathbf{r}) e \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon} \varphi_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \equiv -\boldsymbol{\mu}_{12} \cdot \boldsymbol{\epsilon}$$

- Đã đặt $\boldsymbol{\mu}_{12} = - \int \varphi_2^*(\mathbf{r}) e \mathbf{r} \varphi_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$. Viết lại dưới dạng bra/ket:

$$\boldsymbol{\mu}_{12} \equiv -e \langle 2|\mathbf{r}|1\rangle = -e (\langle 2|x|1\rangle \mathbf{i} + \langle 2|y|1\rangle \mathbf{j} + \langle 2|z|1\rangle \mathbf{k})$$

- $\boldsymbol{\mu}_{12}$ là moment lưỡng cực điện [electric dipole moment] của chuyển dời.
- Moment lưỡng cực là tham số quan trọng để xác định xác suất chuyển dời đối với quá trình lưỡng cực điện.

21

Tốc độ/ xác suất chuyển dời bức xạ

- Nếu có thông tin về hàm trạng thái của trạng thái đầu [1] và cuối [2] thì có thể ước lượng được ma trận chuyển dời.
- Xác suất chuyển dời trên đơn vị thời gian W_{12} chính là $B_{12}u(\omega)$. Trong trường hợp trường điện yếu, người ta tính được

$$\begin{aligned} W_{12} &= \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2} |\boldsymbol{\mu}_{12}|^2 u(\omega) \\ \Rightarrow B_{12} &= \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2} |\boldsymbol{\mu}_{12}|^2 , \\ A_{12} &= \frac{\omega^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} |\boldsymbol{\mu}_{12}|^2 \end{aligned}$$

22

Tốc độ/ xác suất chuyển dời bức xạ

- Nếu xét đến dịch chuyển ở tần số góc ω_{ji} giữa các mức nguyên tử với số lượng tử i, j ; và mỗi số lượng tử này lại ứng với số lượng tử m_i, m_j , tức là có suy biến, thì công thức trên cần được thay bằng

$$g_j A_{ji} = \frac{e^2 \omega^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \sum_{m_i, m_j} |\langle j, m_j | r | i, m_i \rangle|^2,$$

- hoặc

$$A_{ji} = \frac{e^2 \omega^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \frac{1}{g_j} \sum_{m_i, m_j} |\langle j, m_j | r | i, m_i \rangle|^2$$

- g_j là trọng số suy biến của mức j .

23

V) Quy tắc chọn lọc/ lọc lựa

- Để ước tính ma trận chuyển dời $\langle 2 | H' | 1 \rangle$, ngoài hàm sóng, cần phải để đến các “quy tắc chọn lọc/ quy tắc lọc lựa” [selection rules] liên quan đến các số lượng tử của trạng thái đầu [1] và trạng thái cuối [2].
- Đối với trường hợp đang xét, cần quan tâm đến quy tắc chọn lọc lưỡng cực điện.
- Xin xem tài liệu và giải thích quy tắc chọn lọc lưỡng cực điện.

24

VI) Bề rộng và dáng điệu của phổi

- Đã trình bày trên lớp. Xin tóm lược lại!

25

VII) Laser

- Xin đọc tài liệu và tóm tắt cơ bản về LASER [khoảng một vài trang A4][bỏ qua phần “laser modes”]

26

Bài tập

Xin cố gắng làm các bài tập sau đây [sách của Fox, ch. 4]

- 4.2, 4.3, 4.4, 4.6 (dùng kết quả của 4.5 dưới đây or/and công thức 4.31)
- Và cố gắng “thử” làm bài 4.5! Trong bài tập này, cần lưu ý vài điều:
 - Giả sử: phân tử đang xét chuyển động qua chất khí với vận tốc c [câu b của sách đã dùng c], trong khi các phân tử khác đứng yên. Trong thời gian t , phân tử đi được đoạn đường ct .
 - “The mean free path between collisions” [‘đoạn đường đi tự do trung bình’] L thường được tính bằng $L = \text{đoạn đường đã đi được} / \text{số va chạm}$.
 - “Collision cross-section σ_s ” xác định miền diện tích hiệu dụng cho phân tử (đang xét), và trong thời gian t , phân tử này sẽ trải qua những va chạm với phân tử bất kỳ trong phạm vi thể tích $\sigma_s ct$. → $\sigma_s ct$ cho số va chạm của 1 phân tử (với bất kỳ phân tử nào) trên thể tích này. → Nếu N/V ‘molecules per unit volume’ thì **số va chạm** (theo t) là ... ? → ‘the mean free path’ L !
 - Câu b: sử dụng thống kê Boltzmann; dùng toạ độ cầu để tính; vận tốc trung bình: $\bar{c} = \int c P(c) dc$ [$P(c)$ là xác suất...]; và để ý “điều kiện chuẩn hoá” cho xác suất $P(c)$, $\int P(c) dc = \dots$
 - Câu c: Kết hợp câu a và b, và đ/v khí lý tưởng thì $\frac{N}{V} = \dots \rightarrow$ Kết quả ☺