

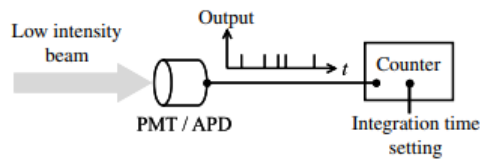
Quantum optics - Chapter 5

Nguyễn Minh Hiền - Đào Duy Tùng - Phạm Lê Việt

Ngày 9 tháng 11 năm 2024

5.1 Introduction

Ta có thể bắt đầu cuộc khảo sát thống kê photon bằng cách giới thiệu một bộ đếm photon:



Trong đó, detector có thể là photomultiplier (PMT)



hoặc avalanche photodiode (APD) nối với bộ đếm.

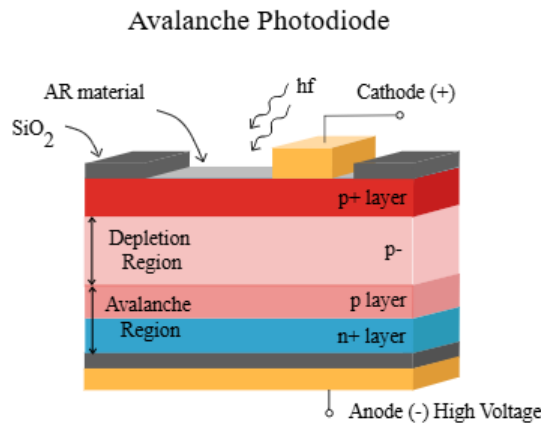


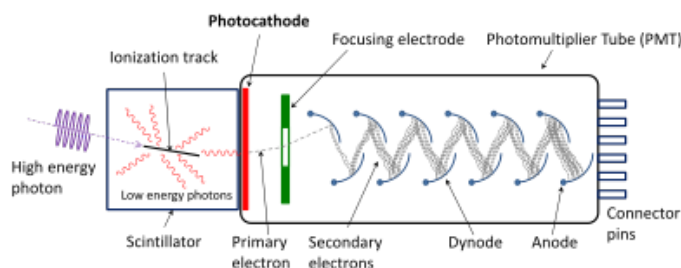
Figure 1: General operating principle of Avalanche Photodiodes.

Tỷ lệ đếm trung bình được xác định bởi cường độ của chùm sáng, nhưng tỷ lệ đếm thực tế dao động trong từng phép đo. Chính những biến động trong tỷ lệ đếm này là thứ chúng ta quan tâm.

Thoạt nhìn, có vẻ như thực tế là máy dò phát ra các xung riêng lẻ là bằng chứng rõ ràng và dứt khoát cho thấy chùm sáng tới bao gồm một dòng các gói năng lượng rời rạc mà chúng ta thường gọi là 'photon'. Sau đó, những biến động trong tỷ lệ đếm sẽ cung cấp thông tin về các thuộc tính thống kê của dòng photon đến. Thật không may, lập luận không đơn giản như vậy. Đây là một vấn đề lâu đời trong vật lý quang học liệu các sự kiện riêng lẻ được đăng ký bởi máy đếm photon có nhất thiết liên quan đến thống kê photon hay không, hay chúng chỉ là một tác phẩm phụ của quá trình phát hiện. Điều này có nghĩa là chúng ta phải phân biệt cẩn thận giữa:

- tính chất thống kê của quá trình quang điện
- thống kê photon nội tại của chùm sáng

Chúng ta trước là khảo sát bản chất nội tại của ánh sáng, sau sẽ khảo sát sự liên hệ của nó đến kết quả của các thí nghiệm quang điện.



Khi áp dụng một cách tiếp cận bắt đầu từ photon, chúng ta đang dự đoán kết quả cuối cùng là một số thí nghiệm chỉ có thể được giải thích nếu chúng ta quy cho những biến động của số photon đếm về thống kê photon cơ bản. Tuy nhiên, cần nhấn mạnh rằng, số lượng thực tế các thí nghiệm thuộc loại này khá nhỏ. Ở Mục 5.8.1, chúng ta sẽ chỉ ra rằng hầu hết các kết quả thu được trong các thí nghiệm đếm photon có thể được giải thích bằng các mô hình bán cổ điển, trong đó chúng ta xử lý ánh sáng theo cách cổ điển nhưng lượng tử hóa hiệu ứng quang điện trong máy dò. Đồng thời, cách tiếp cận bán cổ điển này cho chúng ta biết nơi để tìm kiếm những hiệu ứng không thể giải thích được bằng các lý thuyết cổ điển về ánh sáng. Loại thí nghiệm thứ hai này đặc biệt thú vị vì nó đưa ra bằng chứng rõ ràng về bản chất lượng tử của ánh sáng.

5.2 Photon-counting statistics

Trong thí nghiệm của chúng ta, ta "đếm" số photon đi vào detector trong khoảng thời gian T nào đó. Chúng ta bắt đầu với trường hợp đơn giản nhất và xem xét việc đo một chùm đơn sắc kết hợp (coherent) hoàn hảo với tần số góc ω và cường độ không đổi I . Trong bức tranh lượng tử của ánh sáng, chúng ta coi chùm sáng bao gồm một dòng photon. Thông lượng photon Φ được định nghĩa là số photon trung bình đi qua một mặt cắt ngang của chùm sáng trong một đơn vị thời gian. Φ dễ dàng được tính bằng cách chia năng lượng cho năng lượng của từng photon.

$$\Phi = \frac{IA}{\hbar\omega} \equiv \frac{P}{\hbar\omega} \text{photons } s^{-1} \quad (1)$$

với A là diện tích mặt cắt chùm tia và P là công suất.

Máy dò đếm photon được đặc trưng bởi hiệu suất lượng tử η của chúng, được định nghĩa là tỷ số giữa số photon đếm được với số photon tới. Số đếm trung bình được máy dò ghi nhận trong thời gian đếm T do đó được cho bởi:

$$N(T) = \eta\Phi T = \frac{\eta PT}{\hbar\omega} \quad (2)$$

Tốc độ đếm được cho bởi:

$$R = \frac{N}{T} = \eta\Phi = \frac{\eta P}{\hbar\omega} \text{count } s^{-1} \quad (3)$$

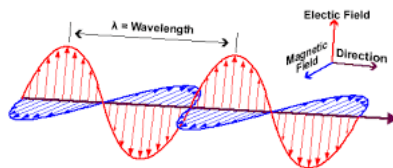
Lưu ý, không có detector hoàn hảo. Mỗi detector đều có thời gian "chết" - là khoảng thời gian giữa hai lần đếm liên tiếp (vào khoảng $1\mu s$). Như vậy, tốc độ đếm sẽ rơi vào khoảng 10^6 photon mỗi giây, ứng với công suất chùm tia 10^{-12} W trở xuống (chùm tia mạnh hơn sẽ cần cách tiếp cận khác).

Một chùm sáng có dòng photon trung bình xác định rõ ràng sẽ vẫn cho thấy sự dao động số photon ở các khoảng thời gian ngắn. Đây là hệ quả của tính 'hạt' vốn có của chùm sáng do việc chia nhỏ nó thành các photon. (Phần ví dụ đã được làm kỹ trên lớp). Vì năng lượng đã được lượng tử hóa, nên số hạt buộc phải là số nguyên.

Các ví dụ cho thấy rằng mặc dù thông lượng photon trung bình có thể có giá trị xác định rõ ràng, nhưng số photon trong khoảng thời gian ngắn dao động do tính chất rời rạc của photon. Những biến động này được mô tả bởi thống kê photon của ánh sáng. Trong các phần tiếp theo, chúng ta sẽ nghiên cứu bản chất thống kê của các loại ánh sáng khác nhau, bắt đầu từ trường hợp đơn giản nhất, cụ thể là nguồn sáng đơn sắc hoàn toàn ổn định.

5.3 Coherent light: Poissonian photon statistics

Trong lý thuyết cổ điển, ánh sáng được xem như sóng (điện từ).



Dạng ánh sáng ổn định nhất chúng ta có thể tưởng tượng là chùm sáng kết hợp hoàn hảo với tần số góc ω , pha ϕ và biên độ ϵ_0

$$\mathcal{E}(x, t) = \mathcal{E}_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

với $\mathcal{E}(x, t)$ là điện trường của sóng ánh sáng và $k = \omega/c$ trong chân không. Không có sự thăng giáng nào trong cường độ I (intensity) và thông lượng photon trung bình Φ là hằng số.

Lưu ý rằng chùm ánh sáng "trông có vẻ hoàn hảo" mà chúng ta đang xét **không** có các photon cách nhau đều đặn, mà tuân theo **phân bố Poisson**. Xác suất tìm thấy n photon trong đoạn ánh sáng chiều dài L được chia thành N đoạn được cho trong phân bố nhị thức:

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\bar{n}}{N}\right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n}$$

Dùng xấp xỉ Stirling, ta có:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [\ln N!] = N \ln N - N$$

ta có:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{N!}{(N-n)! N^n} \right] = 1$$

và ta cũng có khai triển

$$\left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n} = \exp(-\bar{n})$$

Cuối cùng, ta có:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [P(n)] = \frac{1}{n!} \cdot 1 \cdot \bar{n}^n \cdot \exp(-\bar{n})$$

Như vậy, thống kê photon cho "coherent light" với cường độ không đổi có dạng:

$$P(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$$

tuân theo **phân bố Poisson** với phương sai

$$(\Delta n)^2 = \bar{n}$$

5.4 Classification of light by photon statistics

Từ quan điểm cổ điển, một chùm sáng kết hợp hoàn hảo với cường độ không đổi là loại ánh sáng ổn định nhất có thể hình dung được. Do đó, điều này cung cấp một điểm chuẩn để phân loại các loại ánh sáng khác theo độ lệch chuẩn của phân bố số photon của chúng. Nói chung, có ba khả năng:

- sub-Poissonian: $\Delta n < \sqrt{\bar{n}}$
- Poissonian: $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$
- super - Poissonian: $\Delta n > \sqrt{\bar{n}}$

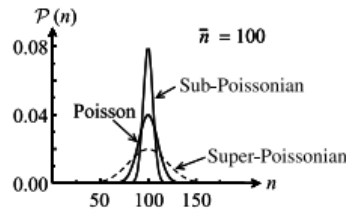


Fig. 5.4 Comparison of the photon statistics for light with a Poisson distribution, and those for sub-Poissonian and super-Poissonian light. The distributions have been drawn with the same mean photon number $\bar{n} = 100$. The discrete nature of the distributions is not apparent in this figure due to the large value of \bar{n} .

Chúng ta thấy rằng phân bố của ánh sáng super - Poisson và sub - Poisson lần lượt rộng hơn hoặc hẹp hơn phân bố Poisson.

Vì cường độ hoàn toàn ổn định cho ra thống kê Poisson, nên tất cả các chùm sáng cổ điển với cường độ ánh sáng thay đổi theo thời gian sẽ có phân bố số photon super - Poisson. Trong phần tiếp theo, chúng ta sẽ thấy rằng ánh sáng nhiệt từ nguồn vật đen và ánh sáng một phần kết hợp từ đèn phóng điện thuộc loại này. Các loại ánh sáng này rõ ràng là 'nhiều' hơn ánh sáng hoàn toàn kết hợp theo cả nghĩa cổ điển là chúng có các biến đổi lớn hơn về cường độ, và theo nghĩa lượng tử là chúng có các biến động số photon lớn hơn.

Ngược lại, ánh sáng cận Poisson có phân bố hẹp hơn trường hợp Poisson và do đó 'yên tĩnh' hơn ánh sáng kết hợp hoàn hảo. Bây giờ chúng ta đã nhấn mạnh rằng một chùm sáng kết hợp hoàn hảo là dạng ánh sáng ổn định nhất có thể hình dung được trong quang học cổ điển. Do đó, rõ ràng là ánh sáng cận Poisson không có đối tác cổ điển, và do đó là ví dụ đầu tiên về ánh sáng phi cổ điển mà chúng ta đã gặp. Không cần phải nói, việc quan sát ánh sáng cận Poisson khá khó khăn, điều này giải thích tại sao nó thường không được thảo luận trong các tài liệu quang học tiêu chuẩn.

Bảng 1: Classification of light according to the photon statistics. $I(t)$ is the time dependence of the optical intensity.

Photon statistics	Classical equivalents	$I(t)$	Δn
Super-Poissonian	Partially coherent (chaotic), incoherent, or thermal light	Time-varying	$> \sqrt{n}$
Poissonian	Perfectly coherent light	Constant	\sqrt{n}
Sub-Poissonian	None (non-classical)	Constant	$< \sqrt{n}$

5.5 Super-Poissonian light

"Super Poissonian light" được xác định bởi:

$$\Delta n > \sqrt{n}$$

5.5.1 Thermal light

Là bức xạ điện từ phát ra từ vật thể được nung nóng (còn được gọi là bức xạ vật đen). Bức xạ này có dạng dao động:

$$\rho(\omega, T)d\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} d\omega$$

Có thể xem mỗi mode là một dao động điều hòa với tần số góc ω và năng lượng đã được lượng tử hóa

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$$

Xác suất tìm thấy photon ở tần số ω (nhưng chưa chắc đã cùng pha, biên độ,.. như coherent light) được cho bởi định lý Boltzmann:

$$\begin{aligned}
 P_{\omega}(n) &= \frac{\exp(-E_n/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-E_n/k_B T)} \\
 &= \frac{\exp(-n\hbar\omega/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\hbar\omega/k_B T)} \\
 &= \frac{x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} \\
 &= x^n(1-x)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Từ đó, số photon trung bình được cho bởi:

$$\begin{aligned}
 \bar{n} &= \sum_{n=0}^{\infty} n P_{\omega}(n) \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} n x^n (1-x) \\
 &= (1-x)x \frac{d}{dx} \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n \right) \\
 &= (1-x)x \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1-x} \right) \\
 &= (1-x)x \frac{1}{(1-x)^2} \\
 &= \frac{x}{1-x} \\
 &= \frac{\exp(-\hbar\omega/k_B T)}{1 - \exp(-\hbar\omega/k_B T)}
 \end{aligned} \tag{5}$$

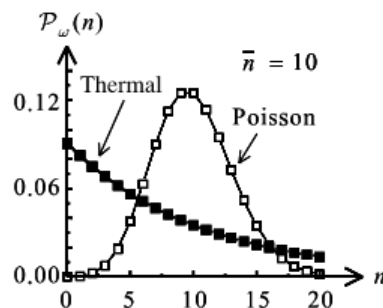
Như vậy, số photon trung bình được tính theo công thức Planck:

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}$$

Thế ngược vào phân bố $P_{\omega}(n)$, ta thấy:

$$P_{\omega}(n) = \frac{1}{\bar{n} + 1} \left(\frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \right)^n$$

tuân theo phân bố Bose - Einstein, đạt cực đại khi $n = 0$ và giảm theo hàm exp.



Đồ thị trên so sánh phân bố Bose - Einstein nơi thống kê photon của thermal light với phân bố Poisson với cùng \bar{n} .

Dễ thấy, phân bố phân bố photon của thermal light rộng hơn hẳn. Không ngạc nhiên gì lắm! Vì tính chất tự nhiên của ánh sáng nhiệt ta đang xét có năng lượng không ổn định mà dao động.

Thực vậy, phương sai của phân bố Bose - Einstein:

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2 > \bar{n}$$

thỏa định nghĩa về "super - Poissonian" light. Nhắc lại rằng, tuy ta đang xét ánh sáng nhiệt, nhưng chỉ xét ở một mode ω . Thực tế, bức xạ vật đen là một chuỗi liên tục nhiều mode với những tần số khác nhau. Khi đó phương sai được cho bởi:

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \frac{\bar{n}^2}{N_m}$$

Thực tế, khi làm việc với thermal light, nhìn chung, vì rất khó để đo một tần số xác định, nên thống kê nhìn chung là Poisson.// Ngoài ra, theo Einstein, ta có

$$\begin{aligned} \langle \Delta E^2 \rangle d\omega &= k_B T^2 \frac{\partial}{\partial T} (V \rho d\omega) \\ &= k_B T^2 V d\omega \frac{\partial \rho}{\partial T} \\ &= \left(\rho \hbar \omega + \frac{\pi^2 c^3}{\omega^2} \rho^2 \right) V d\omega \end{aligned} \quad (6)$$

Trong đó, số hạng thứ nhất là sự lượng tử hóa năng lượng của trường điện từ, nói cách khác là bản chất photon của ánh sáng, trong khi số hạng thứ hai ra đời từ sự thăng giáng trong năng lượng của trường điện từ, có bản chất cổ điển, và được gọi là "wave noise".

5.5.2 Chaotic (partially coherent) light

Chaotic light nhìn chung cũng giống với coherent light, nhưng có cường độ (intensity) không ổn định mà thăng giáng theo từng khoảng thời gian, gọi là thời gian đồng bộ hay kết hợp (coherent time) τ_c . Có thể hiểu giống như nguồn phát có công suất không ổn định.

Khi này, số đếm cần phải được lấy tích phân.

$$W(T) = \int_t^{t+T} \eta \Phi(t') dt'$$

và phương sai được tính

$$(\Delta n)^2 = \langle W(T) \rangle + \langle \Delta W(T)^2 \rangle$$

Vì $\Phi = \Phi(t)$, tức sự thay đổi trong cường độ ánh sáng trong một khoảng thời gian (nhất là khi nhỏ hơn τ_c) là lớn, nên số hạng thứ hai là đáng kể và không thể bị bỏ qua. Khi đó, phân bố thuộc về super - Poissonian.

Tuy nhiên khi, khi ta xét trên thời gian rất lớn, sự dao động theo τ_c này không còn đáng kể, và phân bố lại quay về Poissonian.

5.6 Sub-Poissonian light

Định nghĩa:

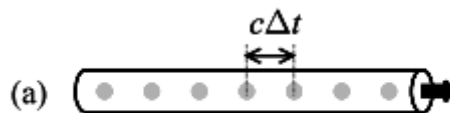
$$\Delta n < \sqrt{\bar{n}}$$

Ta thấy từ đồ thị rằng phân bố sub-Poissonian có phân bố còn hẹp hơn cả phân bố Poisson của ánh sáng kết hợp coherent light. Nói cách khác, thứ ánh sáng này phải ổn định hơn cả coherent light!

Thực tế, ánh sáng sub-Poissonian không có đối tượng tương đương trong cổ điển, tức sự khảo sát về phân bố này hoàn toàn thuộc về bản chất lượng tử của ánh sáng.

Đao to búa lớn là vậy, nhưng không khó để mường tượng ra hệ tạo nên thứ ánh-sáng-đồng-nhất-hơn-cả-ánh-sáng-kết-hợp này.

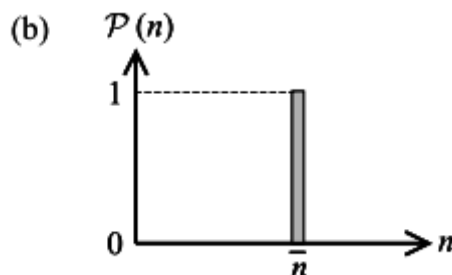
Xét một ống phát sao cho khoảng cách giữa các photon là $c\Delta t$ giống hệt nhau.



Để thấy rằng, kết quả đo số photon trong mỗi lần đo sẽ là một hằng số như nhau

$$N = \text{Int}\left(\frac{\eta T}{\Delta t}\right)$$

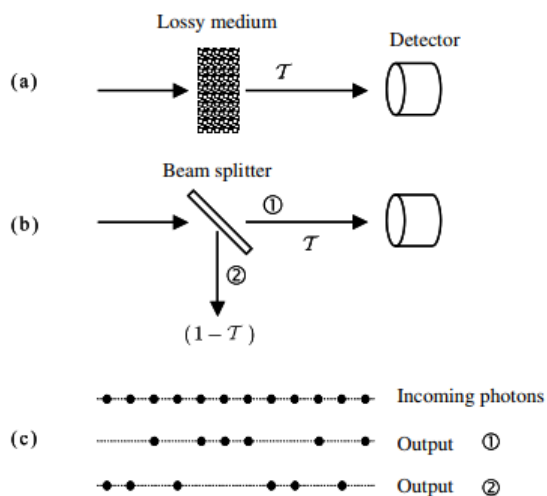
và thống kê sẽ có dạng:



Khi đó, $\bar{n} = N$ và ánh sáng khi này "highly sub-Poissonian" với $\Delta n = 0$. Thực tế, tạo ra các nguồn phát như vậy là không khó trong các phòng thí nghiệm, nhưng đo được chúng lại là một câu chuyện khác.

5.7 Degradation of photon statistics by losses

Rõ ràng từ thảo luận trong phần trước rằng ánh sáng có phân bố Poisson "khá là" thú vị. Hãy giả sử rằng chúng ta có một chùm ánh sáng đi qua một môi trường có tổn thất và sau đó đi vào đầu dò như được thể hiện trong Hình 5.7(a) dưới đây.



Nếu độ truyền qua của môi trường là T , thì chúng ta có thể mô hình hóa sự thất thoát như một bộ chia chùm với tỷ lệ chia $\frac{T}{1-T}$, như chỉ ra trong Hình 5.7(b). Quá trình chia chùm xảy ra ngẫu nhiên ở mức độ photon đơn lẻ, với xác suất là T và $1-T$, tương ứng.

Có thể nói rằng môi trường tổn thất (lossy medium) này chọn ngẫu nhiên photon từ chùm tới với xác suất T . Mô hình thất thoát photon bởi sự tách chùm tia này là cách tiện lợi để khảo sát các yếu tố khác ảnh hưởng đến hiệu suất đếm đầu dò. Những yếu tố đó gồm:

- Thu thập không hiệu quả, khi chỉ có một phần nhỏ ánh sáng từ nguồn được thu thập. Quá trình này giống như việc "chọn" ngẫu nhiên photon từ nguồn phát.
- thất thoát do hấp thụ, tán xạ hay phản xạ khỏi các bề mặt. Quá trình này loại bớt photon khỏi chùm.
- Sự kém hiệu quả của quá trình thu thập khi sử dụng những đầu dò có hiệu suất lượng tử không cao. Quá trình này chọn ngẫu nhiên photon nào sẽ được đo.

Trong đó, hai quá trình đầu làm suy giảm thống kê photon tự thân, còn quá trình cuối làm suy giảm mối liên hệ giữa thống kê photon và photonelectron.

Lập luận trên cho ta thấy, ánh sáng sub-Poissonian rất nhạy cảm với những thất thoát, và dễ dàng bị đưa trở về thống kê Poissonian quen thuộc.

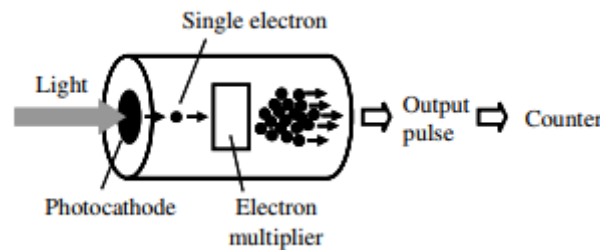
5.8 Theory of photon detection

Ta đã biết về các thống kê photon, giờ ta khảo sát mối liên hệ giữa thống kê photon được ghi nhận bởi detector và thống kê photon thực của chùm tia.

Cách tiếp cận bán cổ điển: ta xem ánh sáng là sóng điện từ, rồi từ đó sẽ dẫn ra kết quả phù hợp với lý thuyết về photon sau.

5.8.1 Semi-classical theory of photodetection

Giả sử một detector đếm photon bằng cách khuếch đại chùm electron:



Dễ thấy, số, số xung sinh ra ứng với số electron sinh ra từ photon cathode.

Giả sử chùm sáng ta đang xét có cường độ I . Trong trường hợp này, chúng ta giả định rằng chùm sáng là một sóng điện từ cổ điển có cường độ I . Các nguyên tử trong quang điện cực được giả định là lượng tử hóa, do đó các quang electron được phát ra một cách xác suất sau khi hấp thụ một lượng tử năng lượng từ chùm sáng. Tính chất thống kê của thời gian giữa các xung đầu ra có thể được giải thích bằng cách đưa ra ba giả định sau đây về quá trình quang điện:

- Xác suất phát xạ một quang electron trong một khoảng thời gian ngắn Δt tỷ lệ thuận với cường độ I , diện tích A được chiếu sáng và khoảng thời gian Δt .
- Nếu Δt đủ nhỏ, xác suất phát xạ hai quang electron là không đáng kể.
- Các sự kiện phát xạ quang điện được ghi nhận trong các khoảng thời gian khác nhau là độc lập thống kê với nhau.

Ta có thể viết xác suất phát xạ một photon trong khoảng thời gian từ $t \rightarrow t + \Delta t$:

$$P(1; t, t + \Delta t) = \eta I(t) \Delta t$$

với η tỉ lệ với diện tích được chiếu sáng và bằng xác suất phát xạ trên một đơn vị thời gian trên một đơn vị cường độ.

Nếu cường độ $I(t)$ là hằng số, số đếm trung bình \bar{n} trong khoảng thời gian $0 \rightarrow t$ được cho bởi:

$$\bar{n} = \eta I t \equiv C t$$

và xác suất có dạng:

$$P_n(t) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$$

cho ta phân bố Poisson quen thuộc.

Phương trình 5.55 chứng minh rằng chúng ta có thể giải thích thống kê đếm photon Poisson khi phát hiện ánh sáng có cường độ không đổi theo thời gian mà không cần đến khái niệm photon. Tất cả những

gì chúng ta cần là việc phát xạ quang electron là một quá trình xác suất được kích hoạt bởi sự hấp thụ một lượng tử năng lượng từ chùm sáng. Do đó, việc phân tích thống kê đếm photon không nhất thiết cho chúng ta biết bất cứ điều gì về thống kê photon cơ bản.

Đồng thời, rõ ràng rằng thống kê dưới dạng Poisson là không thể trong lý thuyết bán cổ điển. Điều này là do chúng ta thu được công thức Poisson nếu cường độ là hằng số, và nếu cường độ thay đổi theo thời gian, có thể chứng minh rằng chúng ta thu được kết quả siêu Poisson như trong phương trình 5.38. Do đó, việc quan sát thống kê đếm photon dưới Poisson là một minh chứng rõ ràng cho thấy cách tiếp cận bán cổ điển là không đầy đủ. Ở Mục 5.10, chúng ta sẽ mô tả các công trình thực nghiệm cung cấp bằng chứng trực tiếp về thống kê phát hiện quang điện dưới Poisson. Các thí nghiệm này chỉ có thể được giải thích bằng cách xử lý đầy đủ về lượng tử của quá trình phát hiện ánh sáng, và xác định một cách chắc chắn bản chất lượng tử của ánh sáng.

5.8.2 Quantum theory of photodetection

Mục đích của chúng ta là liên hệ thống kê photon mà ta đếm được trong thí nghiệm với thống kê photon tới.

Mối liên hệ giữa Phương sai của số lượng quang tử đếm được $(\Delta N)^2$ và Phương sai của số lượng photon tới $(\Delta n)^2$:

$$(\Delta N)^2 = \eta^2 (\Delta n)^2 + \eta(1 - \eta)\bar{n}$$

với η là hiệu suất

$$\eta = \frac{\bar{N}}{\bar{n}}$$

Ta thấy:

- Nếu $\eta = 1$, ta có $\Delta N = \Delta n$ và sự dao động của số photon đếm được tái tạo trung thực sự dao động của dòng photon tới.
- Nếu ánh sáng tới có thống kê Poisson với $(\Delta n)^2 = \bar{n}$, thì $(\Delta N)^2 = \eta\bar{n} \equiv \bar{N}$ với mọi giá trị của η . Nói cách khác, thống kê photon đếm được luôn cho phân phối Poisson.
- Nếu $\eta \ll 1$, sự dao động của số photon đếm được có xu hướng tiến tới kết quả Poisson với $(\Delta N)^2 = \eta\bar{n} = N$ bất kể thống kê photon cơ bản.

5.9 Shot noise in photodiodes

Cách "đếm" photon ta vừa khảo sát chỉ phù hợp cho cường độ nhỏ 10^6 photon mỗi giây hoặc ít hơn. Với những chùm mạnh hơn, detector sẽ không xử lý kịp do thời gian nghỉ tự thân của nó. Ta cần tìm cách khác.

Cách thường dùng: **photodiode detectors**. Photodiode là thiết bị bán dẫn tạo ra dòng điện trong mạch ngoài khi photon kích thích electron từ dải hóa trị lên dải dẫn. Một thông số quan trọng của photodiode là hiệu suất lượng tử η , được định nghĩa trong trường hợp này là tỉ lệ giữa số electron quang được tạo ra trong mạch ngoài với số photon tới. Do đó, dòng điện được tạo ra trong mạch ngoài cho một dòng photon tới ϕ , tức là dòng quang điện i , được cho bởi:

$$i = \eta e \Phi \equiv \eta e \frac{P}{\hbar\omega}$$

với e là độ lớn điện tích nguyên tố, P là công suất chùm tia và ω là tần số góc. Tỉ số $\frac{i}{P} = \frac{\eta e}{\hbar\omega}$ được gọi là độ nhạy của photodiode và có đơn vị là A/W. Giá trị của η có thể được tính toán từ độ nhạy đo được ở bước sóng phát hiện. (Những photodiodes tốt có thể đạt đến hiệu suất lượng tử 90%). Nguyên lý đằng sau việc sử dụng các bộ dò photodiode để nghiên cứu các tính chất thống kê của ánh sáng là dòng quang điện được tạo ra bởi chùm sáng sẽ dao động do sự dao động cơ bản trong số lượng photon tới, được phản ánh trong sự dao động của dòng quang điện với độ trung thực được xác định bởi η .

Sự dao động này biểu hiện dưới dạng "noise" trong dòng photon, như được minh họa:

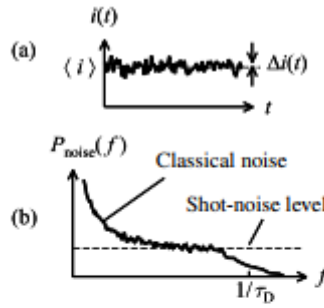


Fig. 5.10 (a) Time-varying photocurrent resulting from the detection of a high-intensity light beam with a photodiode detector as in Fig. 5.9. $\langle i \rangle$ represent the average photocurrent, while Δi represents the fluctuation from the mean value. (b) Fourier transform of $(\Delta i(t))^2$ showing the typical dependence of the photocurrent noise on frequency f . It is assumed that the photodiode used to detect the light has a response time of τ_D , and that the light source has excess classical noise at low frequencies.

Dòng quang điện biến thiên theo thời gian $i(t)$ có thể được phân tách thành một thành phần dòng điện trung bình không phụ thuộc thời gian $\langle i(t) \rangle$ và một thành phần dao động theo thời gian $\Delta i(t)$ theo:

$$i(t) = \langle i \rangle + \Delta i(t)$$

Giá trị trung bình của $\Delta i(t)$, tất nhiên, phải bằng không, nhưng giá trị trung bình của bình phương của Δi , cụ thể là $\langle (\Delta i(t))^2 \rangle$, sẽ khác không.

Vì dòng quang điện chảy qua điện trở tải R_L , sinh ra năng lượng với tốc độ $i^2 R_L$, nên thuận tiện khi phân tích các dao động dưới dạng công suất nhiễu biến thiên theo thời gian theo:

$$P_{\text{noise}}(t) = (\Delta i(t))^2 R_L$$

Giả sử ta chiếu nguồn laser một mode vào photodiode. Vì ta đang xét nguồn gần như kết hợp hoàn hảo, tuân theo phân bố Poisson. Khi đó, thống kê quan điện tử cũng tuân theo phân bố này, với:

$$(\Delta N)^2 = \langle N \rangle$$

Vì $i(t)$ tỉ lệ với số quang điện tử được tạo ra mỗi giây, khi đó độ lệch chuẩn của dòng photon thỏa

$$(\Delta i)^2 \propto \langle (\Delta i) \rangle$$

Biến đổi Fourier $i(t)$ và đo lệch chuẩn của sự dao động trong dòng photon với độ rộng dải Δf , ta có:

$$(\Delta i)^2 = 2e\Delta f \langle i \rangle$$

từ đó suy ra

$$P_{\text{noise}}(f) = 2e\Delta f \langle i \rangle$$

Từ hai phương trình, ta hình dung được đại lượng gọi là **shot noise** với hai tính chất đặc trưng:

- Biến thiên (độ lệch chuẩn) của các dao động dòng điện (hoặc tương đương, công suất nhiễu) tỉ lệ thuận trực tiếp với giá trị trung bình của dòng điện.
- Trường phổ nhiễu là "trắng", tức là không phụ thuộc vào tần số.

Đặc điểm thứ hai là hệ quả của thời gian ngẫu nhiên giữa các photon đến trong một chùm tia có thống kê Poisson. Tính "trắng" của nhiễu, tất nhiên, phụ thuộc vào thời gian đáp ứng τ_D của photodiode, có nghĩa là trong thực tế, shot noise chỉ có thể được phát hiện lên đến tần số tối đa xấp xỉ $1/\tau_D$. Điểm này được minh họa trong biểu diễn sơ đồ của phổ công suất nhiễu (noise power spectrum) như trong Hình 5.10(b).

Tất cả các nguồn sáng đều sẽ hiển thị một số biến động cường độ cổ điển do nhiễu trong dòng điện kích thích, và laser còn chịu thêm nhiễu cổ điển do các rung động cơ học ở gương trong khoang. Tuy nhiên, ở tần số cao, các nguồn nhiễu cổ điển không còn hiện diện, và chúng ta chỉ còn lại nhiễu cơ bản gây ra bởi thống kê photon. Do đó, một phổ điển hình sẽ cho thấy mức nhiễu cao hơn nhiễu so với giới hạn nhiễu bắn ở tần số thấp, nhưng cuối cùng sẽ đạt đến giới hạn nhiễu bắn ở tần số cao như trong Hình 5.10(b). Nhiễu bắn hiện diện ở tất cả các tần số và sự giảm dần ở tần số cao như trong Hình 5.10(b) chỉ phản ánh giới hạn tần số do thời gian đáp ứng của detector gây ra.

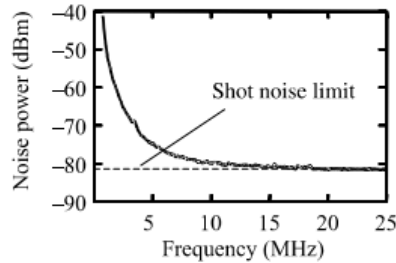


Fig. 5.11 Laser intensity noise spectrum measured for a Nd:YAG laser operating at 1064 nm with a fast detector of responsivity 0.7 A W^{-1} . The detection bandwidth was 100 kHz, and the optical power and average photocurrent were 66 mW and 46 mA, respectively. (After D.J. Ottaway *et al.*, *Appl. Phys. B* **71**, 163 (2000), reproduced with permission of Springer Science and Business Media.)

Hình 5.11 cho thấy phổ nhiễu đo được cho một laser Nd:YAG hoạt động ở bước sóng 1064 nm. Công suất nhiễu được quy định bằng đơn vị 'dBm', đây là một thang đo logarit được định nghĩa bởi:

$$\text{Power in dBm units} = 10 \times \log_{10} \left(\frac{\text{Power}}{1 \text{ mW}} \right)$$

Dữ liệu rõ ràng cho thấy laser thể hiện nhiễu cổ điển ở tần số thấp, nhưng cuối cùng đạt đến giới hạn shot noise ở khoảng 15 MHz.

Nhiễu cổ điển tần số thấp trong Hình 5.11, về nguyên tắc, có thể được loại bỏ. Hai cách để thực hiện điều này được hiển thị trong Hình 5.13, cụ thể là "noise eater" và bộ dò cân bằng (balance detector).

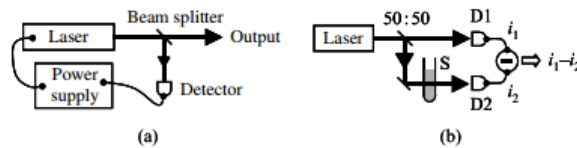


Fig. 5.13 (a) Noise eater scheme for stabilizing the power output of a laser. The laser power is monitored by sending a portion of the output to a detector from a beam-splitter. The detected signal is then used to control the power supply to the laser in a negative feedback loop. (b) Balanced detection scheme for cancelling classical noise. The beam is split into two equal parts by a 50:50 beam splitter, which are then incident on identical detectors D1 and D2. The output is equal to the difference of the photocurrents i_1 and i_2 from D1 and D2. When a sample S is inserted into the path to D2, the intensities on the detectors are no longer balanced, which then gives rise to a positive output.

Sự hiện diện của shot noise trong dòng quang điện sinh ra bởi quá trình đo ánh sáng đặt ra những câu hỏi tương tự về nguồn gốc như khi quan sát thống kê Poisson trong một bộ đếm photon. Tương tự như việc thảo luận về phương trình cho thống kê đếm photon, thống kê quang điện tử từ một photodiode sẽ luôn cho thấy phân bố Poisson nếu như bộ dò kém hiệu quả. Hơn nữa, chúng ta cũng có thể mong đợi quan sát thấy shot noise sau khi đo một sóng ánh sáng hoàn toàn cổ điển có cường độ không đổi do bản

chất xác suất của quá trình quang phát hiện ở cấp độ vi mô. Trong phần tiếp theo, chúng ta sẽ thấy rằng mức nhiễu thấp hơn giới hạn shot noise đã được thu được trong một số thí nghiệm sử dụng ánh sáng sub-Poissonian và các bộ dò hiệu suất cao. Điều này không thể hiểu được trong khuôn khổ tiếp cận bán cổ điển, và nó chứng minh rằng nhiễu bắn trong một photodiode hiệu suất cao có thể bắt nguồn từ chính ánh sáng chứ không phải từ bộ dò

5.10 Observation of sub-Poissonian photon statistics

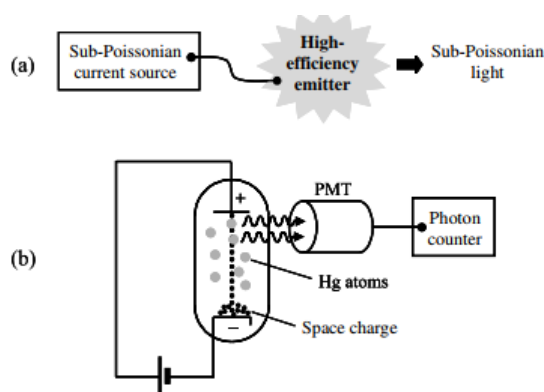
Biểu diễn thống kê sub-Poissonian phụ thuộc vào hai khía cạnh chính:

- Những nguồn phát mang thống kê sub-Poissonian.
- Sự nâng cấp những detector lên hiệu suất lượng tử cao.

Thực tế, hiện nay ta đã có những detector hiệu suất cao, nhưng trong phần tới, chủ yếu ta tập trung thảo luận về khía cạnh đầu tiên - những nguồn phát sub-Poissonian.

5.10.1 Sub-Poissonian counting statistics

Ta có mô hình của một thí nghiệm tạo ra ánh sáng sub-Poissonian bước sóng 253.7 nm



Thí nghiệm hoạt động dựa trên nguyên tắc rằng thời gian mà các nguyên tử mất để phát ra một photon ngắn hơn so với thang thời gian của các biến động trong dòng điện được sử dụng để kích thích các nguyên tử.

Điều này ngụ ý rằng các tính chất thống kê của các photon phát ra từ một ống phóng điện có liên quan chặt chẽ đến các tính chất thống kê của các electron tạo thành dòng điện. Dễ thấy rằng nếu dòng electron hoàn toàn đều đặn, thì dòng photon cũng đều đặn, với khoảng thời gian giữa các photon bằng nhau. Điểm này được tóm tắt sơ đồ trong Hình 5.14(a). Một dòng photon như vậy là sub-Poisson một cách đáng kể và trái ngược với trường hợp thông thường (Poisson) mà khoảng thời gian là ngẫu nhiên. Hiệu suất của quá trình phát xạ cần phải cao để phương pháp này hoạt động tốt. Nếu không, chỉ có một tập hợp con ngẫu nhiên của các electron tạo ra photon, và như đã thảo luận ở Mục 5.7, việc lấy mẫu ngẫu nhiên như vậy cuối cùng làm ngẫu nhiên các thống kê, bất kể các tính chất của phân bố photon ban đầu.

Ánh sáng đo được trong thí nghiệm được hiển thị trong Hình 5.14 được tìm thấy có phương sai nhỏ hơn giá trị Poissonian là 0,16%. Lý do tại sao hiệu ứng đo được lại nhỏ như vậy là do hiệu suất tổng thể chuyển đổi electron trong dòng anốt thành quang electron trong PMT chỉ là 0,25%. Hiệu suất thấp này là do tích của các yếu tố, bao gồm: hiệu suất không hoàn hảo của quá trình kích thích electron-nguyên tử (25%), hiệu suất thu thập photon không hoàn hảo (10%), sự truyền không hoàn hảo của quang học (83%) và hiệu suất lượng tử không hoàn hảo của bộ dò (15%). Mặc dù ánh sáng được tạo ra chỉ là dưới Poisson rất nhỏ, nhưng thí nghiệm là một bằng chứng rõ ràng về nguyên tắc và mở đường cho các thí nghiệm được mô tả trong phần phụ tiếp theo, tạo ra hiệu ứng lớn hơn nhiều.

5.10.2 Sub-shot-noise photocurrent

Những thiết bị như đèn LED (light-emitting diodes) hay LD (laser-diodes) là nguồn phát sub-Poissonian mạnh hơn ống tích điện mà ta thảo luận ở phần trên nhiều. Ví dụ:

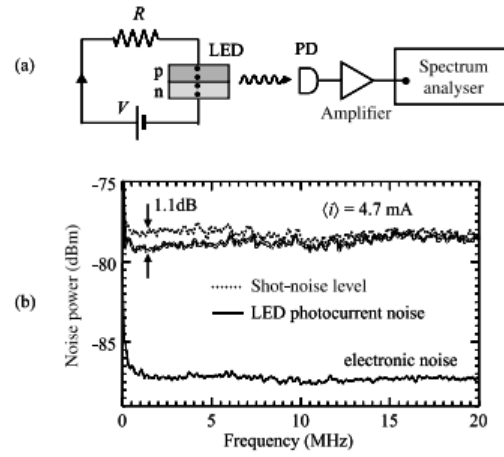


Fig. 5.15 (a) Generation of sub-Poissonian light from a high-efficiency LED and detection with a photodiode (PD). (b) Amplified photocurrent noise power spectrum measured for an AlGaAs LED emitting at 875 nm and measured with a photodiode of quantum efficiency 90%. The average photocurrent detected was 4.7 mA, and the detection bandwidth was 30 kHz. The curve shown by the dotted line corresponds to the calibrated shot-noise limit for the same current of 4.7 mA. The amplifier noise was about 9 dB below the shot-noise level, as shown by the lower curve in the graph. (After F. Wölfl *et al.*, *J. Mod. Opt.* **45**, 1147 (1998). © Taylor and Francis, reproduced with permission.)

Hình 5.15(b) cho thấy kết quả hiển hình thu được đối với một LED AlGaAs thương mại hoạt động ở bước sóng 875 nm. Việc quan sát shot-noise thấp hơn mức shot - noise rõ ràng cho thấy thống kê photon phát ra bởi LED là sub- Poisson. Ta có thể định lượng shot-noise reduction bằng thừa số Fano:

$$F_{Fano} = \frac{\text{measured noise}}{\text{shot noise limit}}$$