CHAPTER 11

Cold atoms

1 Introduction

Nguyên lý cổ điển về sự phân bố năng lượng phát biểu rằng năng lượng nhiệt trên mỗi hạt và mỗi bậc tự do ở nhiệt độ T được cho bởi:

$$E = \frac{1}{2}k_BT. \tag{11.1}$$

Trong một khí gồm các nguyên tử không tương tác, chỉ các bậc tự do liên quan đến chuyển động tịnh tiến được xem xét. Khi đó, động năng cho mỗi thành phần vận tốc được tính:

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}k_B T, (11.2)$$

suy ra vận tốc nhiệt r.m.s.:

$$v_x^{\rm rms} = \frac{\sqrt{k_B T}}{m}. (11.3)$$

Trong không gian ba chiều, công thức này tổng quát thành:

$$v^{\rm rms} = \frac{\sqrt{3k_BT}}{m}. (11.4)$$

Ví du, với khí natri $(m=23m_H)$ ở $T=300\,\mathrm{K}$, ta có: $v_x^\mathrm{rms}=330\,\mathrm{m/s}, v^\mathrm{rms}=570\,\mathrm{m/s}$

Nhiệt độ càng cao, chuyển động càng hỗn loại, atom chuyển động càng nhanh, vậy nếu nhiệt độ giảm thì chuyển động chậm lại. Vậy tìm cách để cho atom chuyển động chậm lại thì nhiệt độ sẽ giảm.

2 Laser cooling

2.1 Dopppler cooling

Dùng laser chặn chuyển động của atom.

Nguyên lý cơ bản

Xét một nguyên tử chuyển động theo hướng +x với vận tốc v_x . Nguyên tử tương tác với chùm laser ngược chiều có tần số $\nu_L = c/\lambda$ được điều chỉnh gần cộng hưởng với tần số chuyển dời của nguyên tử ν_0 :

$$\nu_L = \nu_0 + \delta,\tag{11.5}$$

trong đó $|\delta| \ll \nu_0$. Trong hệ quy chiếu của nguyên tử, do hiệu ứng Doppler, tần số laser bị dịch lên:

$$\nu_L' = (\nu_0 + \delta) \left(1 + \frac{v_x}{c} \right) \approx \nu_0 + \delta + \frac{\nu_0 v_x}{c}, \tag{11.6}$$

với $v_x \ll c$. Để đạt cộng hưởng, chọn:

$$\delta = -\frac{\nu_0 v_x}{c} = -\frac{v_x}{\lambda}.\tag{11.7}$$

Cho tần số laser thấp hơn tần số của kích thích electron. Electron gặp photon đi ngược chiều, sẽ làm cho electron bị kích thích lên (năng lượng tăng) nhưng vận tốc giảm (động lượng), sau đó electron nhảy xuống dưới lại phát xạ photon, photon này lại tiếp tục tham gia vô quá trình làm chậm

Atom đi nhiều chiều thì ép 2 xung laser ngược nhau và nhiều chiều

Hấp thụ và phát xạ

Khi hấp thụ photon từ chùm laser, nguyên tử chuyển sang trạng thái kích thích, sau đó phát xạ photon tự phát theo hướng ngẫu nhiên. Chu trình này tạo ra thay đổi động lượng thuần trong hướng -x:

$$\Delta p_x = -\frac{h}{\lambda}.\tag{11.8}$$

Động lượng thay đổi do hấp thụ là -x, trong khi phát xạ trung bình là 0. Lực ma sát tác động lên nguyên tử:

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{\Delta p_x}{2\tau} = -\frac{h}{2\lambda\tau},\tag{11.9}$$

 $(dt \approx 2\tau)$ thời gian bơm lên rồi đợi phát xạ) dẫn đến gia tốc:

$$\dot{v}_x = \frac{F_x}{m} \approx -\frac{h}{2m\lambda\tau}.\tag{11.10}$$

Số chu kỳ và thời gian làm chậm

Số chu kỳ cần để làm chậm nguyên tử là:

$$N_{\text{stop}} = \frac{mu_x}{|\Delta p_x|} = \frac{mu_x \lambda}{h}.$$
 (11.11)

Thời gian tối thiểu để làm chậm:

$$t_{\min} = N_{\text{stop}} \cdot 2\tau = \frac{2mu_x \lambda \tau}{h}.$$
 (11.12)

Quãng đường di chuyển trong thời gian này:

$$d_{\min} \approx \frac{m\lambda\tau u_x^2}{h}.\tag{11.13}$$

Nhiệt độ tối thiểu

Quá trình làm lạnh Doppler ngừng hoạt động khi độ dịch chuyển cần thiết (δ) gần bằng độ rộng tự nhiên $\Delta \nu$. Khi đó, năng lượng nhiệt của nguyên tử:

$$k_B T_{\min} \sim h \Delta \nu.$$
 (11.14)

Với $\Delta \nu$ liên quan đến thời gian sống τ :

$$T_{\min} \sim \frac{1}{k_B \tau}.\tag{11.15}$$

2.2 Optical molasses

Tổng quan

Kết quả từ các phương trình (11.9–11.13) chỉ là các ước tính bậc độ lớn, do đã bỏ qua nhiều quá trình quan trọng. Để hiểu sâu hơn, phần này xem xét quá trình làm lạnh chi tiết hơn và xác định nhiệt độ giới hạn có thể đạt được.

Lực ma sát và hấp thụ

Khi một chùm laser với cường độ quang học I và độ lệch tần số $\Delta = 2\pi\delta$ (đơn vị tần số góc) tương tác với nguyên tử chuyển động với vận tốc $+v_x$, lực ma sát F_x được biểu diễn như sau:

$$F_x = -\hbar k \times R(I, \Delta), \tag{11.19}$$

trong đó:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{(vecto sóng photon)},$$

$$R(I, \Delta) = \frac{\gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + [2(\Delta + kv_x)/\gamma]^2},$$
(11.20)

với:

- $\gamma = 1/\tau$: độ rộng tự nhiên của vạch chuyển dời,
- I_s : cường độ bão hòa.

Ở cường độ thấp, tốc độ hấp thụ tỷ lệ tuyến tính với cường độ laser, với sự phụ thuộc tần số tuân theo dạng Lorentzian. Ở cường độ cao, tốc độ hấp thụ bị giới hạn bởi $\gamma/2$.

Sắp xếp chùm tia

Để đạt nhiệt độ thấp hơn, cần sử dụng hai chùm laser ngược chiều. Khi nguyên tử chuyển động trong hướng +x hoặc -x, các lực từ hai chùm laser đảm bảo làm chậm cả hai hướng.

Khi vận tốc rất nhỏ ($|v_x| \ll \Delta$ và $|v_x| \ll \gamma$), lực tổng được tính bằng:

$$F_x = -\alpha v_x, \tag{11.23}$$

với α là hệ số kìm hãm:

$$\alpha = -\frac{8k^2\Delta}{\gamma} \frac{1}{\left[1 + I/I_s + (2\Delta/\gamma)^2\right]^2}.$$
(11.24)

Khi $\Delta < 0$, $\alpha > 0$, dẫn đến kìm hãm trong cả hai hướng.

Nhiệt độ giới hạn

Nhiệt độ giới hạn đạt được khi cân bằng giữa:

• Tốc độ làm lạnh (do lực kìm hãm):

$$\frac{dE}{dt}\Big|_{\text{cool}} = F_x v_x = -\alpha v_x^2,\tag{11.25}$$

• Tốc độ gia nhiệt (do khuếch tán động lượng):

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{heat}} = \frac{D_p}{m},\tag{11.26}$$

với D_p là hằng số khuếch tán động lượng:

$$D_p = \hbar^2 k^2 \gamma \frac{1 + I/I_s + (2\Delta/\gamma)^2}{2}.$$
 (11.35)

Cân bằng năng lượng dẫn đến:

$$T = \frac{D_p}{\alpha k_B}. (11.30)$$

 \mathring{O} cường độ thấp $(I \ll I_s)$ và $\Delta = -\gamma/2$, nhiệt độ tối thiểu là:

$$T_{\min} = \frac{\hbar \gamma}{2k_B} \equiv \frac{\hbar}{2k_B \tau},\tag{11.37}$$

được gọi là nhiệt đô giới han Doppler.

Ý nghĩa

Nhiệt độ Doppler giới hạn thiết lập ranh giới cơ bản cho quá trình làm lạnh Doppler trong cấu hình đơn giản nhất. Nó tương ứng với vận tốc nhiệt nhỏ nhất:

$$v_{x,\min} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\tau}}.$$
 (11.38)

2.3 Sub-Doppler cooling

Phương trình (11.37) dường như thiết lập giới hạn nhiệt độ cơ bản có thể đạt được bằng làm lạnh laser. Tuy nhiên, các thí nghiệm trong những năm 1980 đã cho thấy nhiệt độ đạt được thực tế thấp hơn giới hạn Doppler. Điều này chứng minh rằng làm lạnh laser là một trong số ít các thí nghiệm hoạt động hiệu quả hơn so với dự đoán từ lý thuyết đơn giản.

Sự khác biệt này được giải thích bởi cơ chế làm lạnh Doppler trong các phần 11.2.1 và 11.2.2 là quá đơn giản. Trong một thí nghiệm molasses quang học, các chùm laser ngược chiều giao thoa với nhau, dẫn đến một cơ chế làm lạnh mới gọi là **làm lạnh Sisyphus**.

Cơ chế làm lạnh Sisyphus

Mặc dù cơ chế chi tiết của làm lạnh Sisyphus phức tạp, nhưng có thể hiểu cơ bản như sau (tham khảo Hình 11.5):

- Nguyên tử trong trường laser: Một nguyên tử kiềm ở trạng thái cơ bản $2S_{1/2}$ di chuyển theo hướng +x, chịu tác động của hai chùm laser ngược chiều và thực hiện chuyển dời đến trạng thái kích thích $2P_{3/2}$.
- Hiệu ứng Stark AC: Sự giao thoa giữa hai chùm laser tạo ra một trường quang học tuần hoàn, gây ra sự điều chỉnh năng lượng nhỏ cho các mức từ hóa $M_J = \pm 1/2$ thông qua hiệu ứng Stark AC. Các mức này bị dịch pha nhau 180°, tạo thành các "đồi"và "thung lũng"trong thế năng.
- Chuyển động trong thế năng:
 - Khi nguyên tử ở cùng một mức từ hóa, nó di chuyển qua lại giữa các "đồi"và "thung lũng"thế năng, chuyển đổi liên tục giữa năng lượng động và năng lượng thế mà không thay đổi tổng năng lượng. (Đường đi $1 \to 2 \to 5$ trong Hình 11.5).
 - Tuy nhiên, nếu laser được điều chỉnh chính xác, nguyên tử có thể chuyển qua đường $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$. Trong trường hợp này, nguyên tử liên tục mất năng lượng vì nó phải leo lên đỉnh "đồi"thế năng rồi rơi xuống "thung lũng"thấp hơn, tương tự như câu chuyện thần thoại Sisyphus.

• Hiệu ứng làm lạnh: Tần số laser được điều chỉnh sao cho nguyên tử chỉ hấp thụ photon ở đỉnh "đồi"thế năng (vị trí 2 hoặc 4 trong Hình 11.5). Quy tắc chọn lọc cho phép nguyên tử phát xạ xuống bất kỳ mức từ hóa nào của trạng thái cơ bản. Nếu nguyên tử phát xạ xuống mức thấp hơn (ví dụ, từ vị trí 2 → trạng thái kích thích → vị trí 3), chênh lệch năng lượng giữa photon hấp thụ và photon phát xạ sẽ lấy từ động năng của nguyên tử, dẫn đến làm chậm chuyển động và làm lạnh.

Nhiệt độ giới hạn của làm lạnh Sisyphus

Nhiệt độ thấp nhất mà làm lạnh Sisyphus đạt được bị giới hạn bởi **giới hạn giật lùi (recoil limit)**. Nguyên tử liên tục phát xạ photon tự phát với bước sóng λ theo các hướng ngẫu nhiên, dẫn đến động năng ngẫu nhiên và năng lượng nhiệt:

$$\frac{1}{2}k_BT_{\text{recoil}} = \frac{(h/\lambda)^2}{2m},$$

với nhiệt độ tối thiểu:

$$T_{\text{recoil}} = \frac{h^2}{mk_B\lambda^2}. (11.40)$$

Thí nghiệm làm lạnh Sisyphus trên Cesium

Các thí nghiệm làm lạnh Sisyphus trên Cesium đã đạt nhiệt độ thấp tới $2\,\mu K$, chỉ cao hơn giới hạn giật lùi một bậc độ lớn.

Ví dụ 11.3: So sánh giới hạn giật lùi cho Natri và Cesium

- Natri (bước sóng 589 nm): Với khối lượng $m=23.0m_H$, ta tính được $T_{\text{recoil}}=2.4\,\mu K$.
- Cesium (bước sóng 852 nm): Với khối lượng $m=132.9m_H,$ ta tính được $T_{\rm recoil}=0.2\,\mu K.$

Kết quả này cho thấy Cesium có thể đạt nhiệt độ thấp hơn đáng kể so với Natri do bước sóng phát xa dài hơn.

Ngưng tụ bose Einstein khác với siêu dẫn. Ngưng tụ bose Einstein dùng laser làm hạ nhiệt độ,... . Siêu dẫn thì giữ chất rắn ở trạng thái nền còn Ngưng tụ bose Einstein có ở các trạng thái có cả kích thích. Trong siêu dẫn có cặp cooper