

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

<i>Bài</i>	<i>Tên bài</i>	Tên file chương trình	Hạn chế thời gian	Hạn chế bộ nhớ
1	Biến đổi số	NUMBER.*	1 giây	256 M
2	Tìm chữ số	DIGIT.*	1 giây	256 M
3	Giải mã	DECOMP.*	1 giây	256 M
4	Xóa số	DELNUM.*	1 giây	256 M
5	Căn bậc hai của hoán vị	SQROOT.*	1 giây	256 M
6	Dãy con chung dài nhất	LCIS.*	1 giây	256 M
7	Nâng cấp mạng	UPGRANET.*	1 giây	256 M

Dấu \* được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

***Lập trình giải các bài toán sau đây:***

## Bài 1: BIẾN ĐỔI SỐ

Cho  $m$  là một số nguyên dương và dãy  $x$  chứa các chữ số thập phân. Ban đầu dãy  $x$  chỉ gồm một chữ số thập phân và người ta cho phép thay thế một chữ số  $a$  trong dãy  $x$  bởi cặp chữ số  $bc$  nếu như  $a$  và  $bc$  là biểu diễn thập phân của hai số nguyên đồng dư theo mô-đun  $m$ . Ví dụ nếu  $m = 12$ , chữ số  $a = 7$  có thể thay bằng cặp chữ số 07, 19, 31, 43, 55, 67, 79, hoặc 91. Sau mỗi phép thay thế như vậy, dãy  $x$  có thêm một chữ số và các chữ số trong dãy  $x$  được đánh số lại từ trái qua phải bắt đầu từ 1.

**Yêu cầu:** Cho một dãy các chữ số thập phân  $y = y_1y_2 \dots y_n$ , hãy tìm cách dùng các phép thay thế nói trên để biến đổi từ dãy  $x$  (ban đầu chỉ có một chữ số) thành dãy  $y$ . Biết rằng luôn tồn tại phương án thực hiện.

Ví dụ với  $m = 12, x = 5, y = 0124967$ , ta có thể biến đổi như sau:

$$\begin{aligned} 5 &\rightarrow 77 \\ 77 &\rightarrow 197 \\ 197 &\rightarrow 1967 \\ 1967 &\rightarrow 10967 \\ 10967 &\rightarrow 010967 \\ 010967 &\rightarrow 0124967 \end{aligned}$$

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản NUMBER.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $m \leq 100$  và chữ số duy nhất của dãy  $x$  ban đầu cách nhau ít nhất một dấu cách
- Dòng 2 chứa  $n$  chữ số thập phân liên nhau  $y_1, y_2, \dots, y_n$  ( $1 \leq n \leq 100$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản NUMBER.OUT gồm  $n - 1$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi thông tin về phép thay thế thứ  $i$ : Đầu tiên là một số nguyên ứng với vị trí của chữ số được thay thế, tiếp theo là đúng một dấu cách và hai chữ số thay thế viết liền nhau.

**Ví dụ**

NUMBER . INP	NUMBER . OUT
12 5	1 77
0124967	1 19
	3 67
	2 09
	1 01
	3 24

## Bài 2: XÓA SỐ

Cho dãy số nguyên  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Người ta tìm chỉ số  $i$  ( $1 < i < n$ ) nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện  $a_i < a_{i-1}$  và  $a_i < a_{i+1}$  rồi xóa đi số  $a_i$  khỏi dãy. Sau khi xóa, số phần tử trong dãy ( $n$ ) giảm đi 1 và các phần tử còn lại của dãy được đánh chỉ số lại từ 1 bắt đầu từ  $a_1$ . Công việc này lặp lại cho tới khi không tìm được chỉ số  $i$  thỏa mãn điều kiện trên.

**Yêu cầu:** Cho biết số phần tử còn lại trong dãy

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản DELNUM.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 10^5$
- Dòng 2 chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $\forall i: |a_i| \leq 10^9$ ) cách nhau ít nhất một dấu cách

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản DELNUM.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng phần tử còn lại trong dãy

**Ví dụ**

DELNUM . INP	DELNUM . OUT
6	3
3 1 2 4 0 1	

### Bài 3: TÌM CHỮ SỐ

Xét hệ cơ số 36, hệ cơ số này gồm 36 chữ số với giá trị từ 0 tới 35, các chữ số được liệt kê lần lượt như sau:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z

(a là chữ số có giá trị 10, b có giá trị 11, ..., z có giá trị 35)

Ví dụ số zzw trong hệ 36 có giá trị bằng

$$35 \times 36^2 + 35 \times 36 + 32 = 46652$$

Cho một số tự nhiên  $x$ , người ta viết các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ  $x$  trong hệ 36 tạo thành một dãy vô hạn các chữ số. Hãy xác định chữ số đứng thứ  $k$  trong dãy (các chữ số trong dãy được đánh số bắt đầu từ 1).

Ví dụ với  $x = zzw_{(36)}$ , ta có dãy: zzwzxxzzyzzz10001001100210031004... chữ số đứng thứ  $k = 24$  là chữ số 2.

**ữ liệu:** Vào từ file văn bản DIGIT.INP

- Dòng 1 chứa số tự nhiên  $x$  trong hệ 36 gồm không quá  $10^5$  chữ số.
- Dòng 2 chứa số nguyên dương  $k \leq 10^{18}$  viết trong hệ thập phân.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản DIGIT.OUT một ký tự duy nhất là chữ số tìm được viết trong hệ 36

**Ví dụ**

DIGIT . INP	DIGIT . OUT
z z w 24	2
z 0 73	1
z 1 6 3762	z

### Bài 4: GIẢI MÃ

Người ta cho quy tắc mã hóa xâu ký tự chỉ gồm các chữ cái hoa  $\in \{A \dots Z\}$  như sau:

Một xâu  $S$  bất kỳ có thể dùng để mã hóa chính nó.

Nếu  $S$  là xâu mã hóa của xâu  $T$  thì  $(S)$  cũng là xâu mã hóa của xâu  $T$ .

Nếu  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là xâu mã hóa của hai xâu  $T_1$  và  $T_2$  thì  $S_1 S_2$  là xâu mã hóa của xâu  $T_1 T_2$ .

Với  $c$  là một chữ cái và  $k$  là một số tự nhiên, thì xâu  $ck$  (xâu tạo thành bằng cách viết ký tự  $c$  rồi viết biểu diễn thập phân của số  $k$ ) là mã hóa của xâu gồm đúng  $k$  ký tự  $c$

Với  $S$  là xâu mã của xâu  $T$  và  $k$  là một số tự nhiên, thì xâu  $(S)k$  là mã hóa của xâu ghép liên tiếp  $k$  lần xâu  $T$

Chú ý rằng một xâu có thể có nhiều cách mã hóa. Ví dụ các xâu:

(AB3(C2D)2(C5D)0)2A3

(ABBB(C2D)2)2(A)3

Đều là xâu mã hóa của xâu ABBBCCDCCDABBBCCDCCDAAA.

**Yêu cầu:** Cho  $S$  là xâu mã hóa của xâu  $T$ , hãy xác định xâu  $T$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản DECOMP.INP gồm 1 dòng chứa xâu  $S$  có không quá 1 triệu ký tự

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản DECOMP.OUT xâu  $T$  tìm được, biết rằng độ dài xâu  $T$  chắc chắn không vượt quá 1 triệu.

DECOMP . INP	DECOMP . OUT
(AB3 (C2D) 2 (C5D) 0) 2A3	ABBBCCDCCDABBBCCDCCDAAA

## Bài 5 : CĂN BẬC 2 CỦA HOÁN VỊ

Cho  $n$  là một số tự nhiên và  $S$  là tập các số tự nhiên từ 1 tới  $n$ . Một song ánh

$$\begin{aligned}\pi: S &\rightarrow S \\ i &\mapsto \pi(i)\end{aligned}$$

Được gọi là một hoán vị của tập  $S$ . Hoán vị này hoàn toàn xác định nếu ta biết được bộ ảnh:  $\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)$ . Ta cũng đồng nhất bộ ảnh của một hoán vị với chính hoán vị đó.

Bình phương của hoán vị  $\pi$ , ký hiệu  $\pi^2$  cũng là một hoán vị cho bởi bộ ảnh:

$$\pi(\pi(1)), \pi(\pi(2)), \dots, \pi(\pi(n))$$

Yêu cầu: Cho  $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  là một hoán vị của tập các số tự nhiên từ 1 tới  $n$ . Hãy cho biết có bao nhiêu hoán vị  $\pi$  mà  $\pi^2 = P$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SQROOT.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương  $n \leq 100$
- Dòng 2 chứa  $n$  số nguyên  $p_1, p_2, \dots, p_n$  cách nhau ít nhất một dấu cách

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SQROOT.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả tìm được.

**Ví dụ**

SQROOT.INP	SQROOT.OUT
2	2
1 2	

## Bài 6: DÃY CON TĂNG CHUNG DÀI NHẤT

Cho hai dãy số nguyên  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$  và  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ , hãy tìm một dãy số nguyên  $C = (c_1, c_2, \dots, c_p)$  thỏa mãn những điều kiện sau

$C$  là dãy đơn điệu tăng, tức là  $c_1 < c_2 < \dots < c_p$ .

$C$  là dãy con của cả hai dãy  $A$  và  $B$ , tức là tồn tại hai dãy chỉ số  $\begin{cases} 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_p \leq m \\ 1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_p \leq n \end{cases}$  để  $\forall k = \overline{1, p}$ , ta có  $c_k = a_{i_k} = b_{j_k}$ .

Độ dài của dãy  $C$  là lớn nhất có thể ( $p \rightarrow \max$ )

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản LCIS.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $m, n \leq 3000$
- Dòng 2 chứa  $m$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_m$  ( $\forall i: |a_i| \leq 10^9$ )
- Dòng 3 chứa  $n$  số nguyên  $b_1, b_2, \dots, b_n$  ( $\forall j: |b_j| \leq 10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản LCIS.OUT

- Dòng 1 ghi số phần tử của dãy  $C$  tìm được ( $p$ )
- Dòng 2 ghi các giá trị  $c_1, c_2, \dots, c_p$

Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách

**Ví dụ**

LCIS.INP	LCIS.OUT
9 9	5
9 2 7 4 5 6 1 8 3	2 4 5 6 8
2 4 9 7 5 6 8 1 3	

## Bài 7: NÂNG CẤP MẠNG

Một hệ thống gồm  $n$  máy tính đánh số từ 1 tới  $n$  được kết nối thành một mạng bởi  $m$  đoạn cáp mạng đánh số từ 1 tới  $m$ . Đoạn cáp mạng thứ  $i$  có thông lượng  $w_i$  kết nối hai máy  $u_i, v_i$  cho phép truyền dữ liệu theo cả hai chiều giữa hai máy này.

Một dãy các máy  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , trong đó giữa hai máy  $x_j$  và  $x_{j+1}$  ( $j = 1, 2, \dots, p - 1$ ) có đoạn cáp nối, được gọi là một đường truyền tin từ máy  $x_1$  tới máy  $x_p$ . Thông lượng của đường truyền tin được xác định như là thông lượng nhỏ nhất trong số các thông lượng của các đoạn cáp mạng trên đường truyền. Giả thiết là mạng được kết nối sao cho có đường truyền tin giữa hai máy bất kỳ và giữa hai máy có không quá một đoạn cáp mạng nối chúng.

Người ta muốn nâng cấp mạng bằng cách tăng thông lượng của một số đoạn cáp nối trong mạng. Để tăng thông lượng của mỗi đoạn cáp mạng thêm một lượng  $\Delta$  ( $\Delta > 0$ ) ta phải trả một chi phí đúng bằng  $\Delta$ . Việc nâng cấp mạng phải đảm bảo là sau khi hoàn tất, thông lượng của mỗi đoạn cáp  $i$  đều bằng thông lượng của đường truyền tin có thông lượng lớn nhất từ máy  $u_i$  tới máy  $v_i$ .

**Yêu cầu:** Tìm phương án nâng cấp các dây cáp mạng sao cho tổng chi phí nâng cấp là nhỏ nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản UPGRANET.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên  $n, m$  cách nhau ít nhất một dấu cách ( $1 \leq n, m \leq 10^5$ )
- $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên dương  $u_i, v_i, w_i$  cách nhau ít nhất một dấu cách ( $w_i \leq 10^6$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản UPGRANET.OUT một số nguyên duy nhất là tổng chi phí nâng cấp theo phương án tìm được

**Ví dụ**

UPGRANET . INP	UPGRANET . OUT
6 7 1 2 6 1 3 5 2 4 3 3 4 9 4 5 4 4 6 8 5 6 7	5

