VNOI ONLINE 2019

ĐỀ THI TIN HỌC

Ngày thi thứ hai: 05/01/2019 Thời gian: 180 phút

Tổng quan ngày thi thứ hai

Bài	Tên file bài làm	Tên file dữ liệu	Tên file kết quả	Điểm
4	VECTOR.*	VECTOR.INP	VECTOR.OUT	70
5	SINGER.*	SINGER.INP	SINGER.OUT	70
6	SIGNAL.*	SIGNAL.INP	SIGNAL.OUT	60

Phần mở rộng * là PAS hay CPP tùy theo ngôn ngữ và môi trường lập trình.

Giới han bộ nhớ mỗi bài là 1024MB.

Cấu hình dịch:

C++: -std=c++14 -pipe -O2 -s -static -lm -x c++ -DTHEMIS -WI,--stack,66060288

Pascal: -O2 -XS -Sg -dTHEMIS -Cs66060288

Đề có 6 trang.

Hãy lập trình giải các bài toán sau đây

Bài 4. CÁ CƯỢC UỐNG BIA (70 điểm)

Sau khi xuất sắc cùng đội VECTOR dành vị trí á quân tại Kì thi Lập trình sinh viên quốc tế *The 2018 ICPC Asia Yangon Regional Contest* tại Myanmar, Thắng dễ thương và Đức gáy to lấy giải thưởng khao cả đoàn đi chơi tẹt ga. Tuy nhiên, họ cũng không quên sát phạt nhau trong quán bar.

Số là, mặc dù giải được rất nhiều bài, nhưng số lần nộp của họ cũng hoành tráng không kém. Có những người không tin tưởng vào code của đồng đội lắm, có những người khác thì lại quá tự tin khi nộp bài. Vì vậy, họ quyết định cá cược kết quả nộp bài bằng những chầu bia.

Những màn cá cược trong phòng thi khép lại, theo kết quả tạm thời, Thắng dễ thương phải uống A cốc bia còn Đức gáy to phải uống B cốc bia. Tuy nhiên, khi ra đến quán bar, họ nhận ra cốc bia tại đây to quá; và sau khi uống lượng bia kia vào, họ không cho chó ăn chè thì cũng phải đi gặp em Huệ gấp. Bởi vậy, họ muốn giảm số lượng bia mình cần uống, đồng thời tăng số lượng bia đối phương phải uống. GSPVH được giao nhiệm vụ giải quyết tranh chấp này.

GSPVH cho hai bạn chơi boardgame <u>Bears vs Babies</u>. Trước mỗi ván, GSPVH chọn ra một **số nguyên dương** P **không quá** 10^7 . Dựa trên kết quả của trò chơi (thắng, hoà hoặc thua); số cốc bia mỗi người phải uống thay đổi như sau:

- Nếu Đức gáy to thắng, Thắng dễ thương phải uống **gấp P lần** số cốc bia trước đó, còn Đức gáy to được uống số cốc bia **giảm đi** P^2 **lần**.
- ightharpoonup Nếu Thắng dễ thương thắng, số cốc bia của Thắng dễ thương **giảm đi P^2 lần**.

Nếu hai người hoà nhau, Đức gáy to thể hiện tinh thần nhường nhịn đàn em bằng việc tự gấp P lần số cốc bia mình uống.

Do quá hiểu chiến thuật chơi của hai bên, GSPVH hoàn toàn có thể dàn xếp tỷ số (quyết định ai thắng hoặc cho hai người hoà nhau) bằng cách tráo bài theo thứ tự thích hợp. Nhưng để tránh các rắc rối không đáng có, GSPVH muốn dàn xếp sao cho sau mỗi ván chơi, số cốc bia mỗi người phải uống **là số nguyên dương**; nói cách khác, mọi phép chia nếu cần thiết đều cho kết quả chia hết. Vì thời gian có hạn, GSPVH không thể tổ chức quá $10^6=1000000$ ván chơi. GSPVH không muốn mang đội quân say xỉn từ Myanmar trở về, nên muốn sắp xếp kết quả các ván chơi, cũng như chọn các hệ số; sao cho tổng số cốc bia hai người phải uống là nhỏ nhất. Các bạn hãy giúp GSPVH nhé.

DỮ LIỆU: Vào từ file văn bản VECTOR.INP

Trong bài này, thay vì cho trước hai số A và B; bạn cần đọc vào hai dãy số P_1, P_2, \dots, P_m và Q_1, Q_2, \dots, Q_n rồi tính giá trị của A và B theo công thức sau:

$$A = \prod_{i=1}^{m} P_i = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_m$$

$$B = \prod_{j=1}^{n} Q_j = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n$$

- Dòng đầu tiên ghi một số nguyên m ($1 \le m \le 300$).
- ightharpoonup Dòng thứ hai ghi m số nguyên P_1 P_2 ... P_m $(1 \le P_i \le 10^7)$.
- Dòng thứ bai ghi một số nguyên $n \ (1 \le n \le 300)$.
- $\ \ \,$ Dòng thứ tư ghi n số nguyên $Q_1 \ Q_2 \ ... \ Q_n \ (1 \leq Q_j \leq 10^7).$

KẾT QUẢ: Ghi ra file văn bản VECTOR.OUT

- $\ \ \,$ Dòng đầu tiên ghi một số nguyên $k\ (0 \le k \le 10^6)$ số game GSPVH cần tổ chức.
- k dòng tiếp theo, dòng thứ i mô tả ván thứ i bởi số nguyên P ($1 \le P \le 10^7$) hệ số của ván đấu, và một trong ba chữ cái W, D và L kết quả của ván đấu đó (W = Đức gáy to thắng, D = hai bạn hoà nhau, L = Thắng dễ thương thắng).

Nếu có nhiều đáp án tối ưu, bạn có thể in ra phương án bất kì.

SUBTASKS

- Subtask 1 (21 điểm): $A, B \leq 25$
- Subtask 2 (21 điểm): Với mọi số nguyên x > 1, cả A và B đều **không chia hết** cho x^2 .
- Subtask 3 (28 điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

VÍ DỤ

VECTOR.INP	VECTOR.OUT
2	5
6 7	42 D
3	6 W
7 3 2	7 W
	14 L
	3 L

GIẢI THÍCH

Ban đầu số cốc bia hai người cần uống là (A, B) = (42,42). GSPVH cho chơi 5 ván:

- ightharpoons Ván 1: P = 42, hai người hoà nhau. Số cốc bia là $(A, B) = (42,42 \times 42) = (42,1764)$.
- Arr Ván 2: P = 6, Đức gáy to thắng. Số cốc bia là $(A, B) = \left(42 \times 6, \frac{1764}{6^2}\right) = (252,49)$.
- \Leftrightarrow Ván 3: P = 7, Đức gáy to thắng. Số cốc bia là $(A, B) = \left(252 \times 7, \frac{49}{7^2}\right) = (1764, 1)$.
- Ván 4: P=14, Thắng dễ thương thắng. Số cốc bia là $(A,B)=\left(\frac{1764}{14^2},1\right)=(9,1)$.
- Ván 5: P=3, Thắng dễ thương thắng. Số cốc bia là $(A,B)=\left(\frac{9}{3^2},1\right)=(1,1)$.

Sau 5 ván, tổng số cốc bia hai người cần uống là A + B = 1 + 1 = 2.

Bài 5. CA SỸ LỆ QUYÊN (70 điểm)

Lệ Quyên (sinh năm 1981) là một nữ ca sỹ chuyên đi trình diễn tại Việt Nam. Cô nổi tiếng với nhiều dòng nhạc khác nhau, bao gồm nhạc trẻ và Bolero. Những người sinh ra vào những năm 1980, hoặc là một fan yêu thích dòng nhạc xanh của hơn 10 năm trước, hẳn sẽ biết tới tên tuổi của Lệ Quyên qua những bài hát như *Giấc mơ có thật* hay *Thôi đừng chiêm bao*. Sinh ra trong một gia đình giàu truyền thống nghệ thuật, Lệ Quyên sớm bộc lộ năng khiếu bẩm sinh về âm nhạc ngay ở độ tuổi nhi đồng.

Chuyện không kể rằng, từ nhỏ, Lệ Quyên thường tự tạo ra những bản nhạc riêng để luyện giọng. Những bản nhạc đó giai điệu chán ngắt, nhưng lại giúp người hát luyện tập cao độ hiệu quả. Mỗi bản nhạc của cô chứa N+1 nốt nhạc, hai nốt liên tiếp nhau cách nhau đúng một cung. Một đoạn nhạc gồm D nốt nhạc liên tiếp được coi là có cao độ ổn định khi và chỉ khi chênh lệch giữa nốt cao nhất và nốt trầm nhất của đoạn nhạc đó là tối đa một cung.

Trong một ngày, nữ ca sỹ muốn tạo ra các bản nhạc có chính xác T đoạn nhạc gồm D nốt nhạc liên tiếp có cao độ ổn định. Cô thắc mắc cô có thể tạo ra bao nhiêu bản nhạc khác nhau thoả mãn điều kiện này. Hai bản nhạc được coi là khác nhau khi và chỉ khi không tồn tại một cách dịch giọng nào biến bản nhạc thứ nhất thành bản nhạc thứ hai.

Nói cách khác, nếu ta biểu diễn cao độ của bản nhạc bởi dãy số A_0,A_1,\dots,A_N , bạn cần đếm số dãy thoả mãn:

$$A_0 = 0$$
. Với mọi $1 \le i \le N$, $(A_i - A_{i-1})^2 = 1$.

 \bullet Có **chính xác** T chỉ số i phân biệt thoả mãn $0 \le i \le N - D + 1$ và

$$\max_{i \le j \le i+D-1} A_j - \min_{i \le j \le i+D-1} A_j \le 1$$

Do số dãy số thoả mãn có thể rất lớn, bạn chỉ cần ghi ra kết quả theo modulo 998244353.

DỮ LIỆU: Vào từ file văn bản SINGER.INP

Một dòng duy nhất chứa ba số nguyên N, D và T $(1 \le N \le 6420, 2 \le D \le N+1, 0 \le T \le N-D+2)$

KẾT QUẢ: Ghi ra file văn bản SINGER.OUT

Một số nguyên duy nhất là số bài hát modulo 998244353.

SUBTASKS

Subtask 1 (20 điểm): $N \leq 20$

❖ Subtask 2 (23 điểm): *N* ≤ 420

⇔ Subtask 3 (27 điểm): *N* ≤ 6420

VÍ DỤ

SINGER.INP	SINGER.OUT	SINGER.INP	SINGER.OUT
5 4 2	4	4 3 2	6

GIẢI THÍCH

- Trong ví dụ đầu tiên, các bản nhạc thoả mãn có dãy cao độ là:
 (0, 1, 2, 1, 2, 1),(0, -1, 0, -1, 0, 1), (0, -1, -2, -1, -2, -1), (0, 1, 0, 1, 0, -1)
- Trong ví dụ thứ hai, các bản nhạc thoả mãn có dãy cao độ là: (0, -1, 0, -1, -2), (0, 1, 2, 1, 2), (0, 1, 0, 1, 2), (0, -1, -2, -1, -2), (0, -1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, -1, 0)

Bài 6. TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG (60 điểm)

Các bạn thân mến, chắc hẳn các bạn đã từng được kể rằng những năm tháng sinh viên là quãng đời đầy mộng mơ, tươi đẹp nhưng cũng nhiều sóng gió. Có người từng nói *Chưa từng yêu một người, chưa từng nợ một môn thì chưa từng là sinh viên*. Hẳn câu nói đó đúng với rất nhiều người từng trải qua mái trường đại học. Không thiếu những giai thoại về những mối tình dai dẳng của những cô cậu sinh viên với các môn Triết học, Chính trị hay Thể dục. Những sợi dây tình yêu ấy thật khó cắt đứt, hai bên cứ cuốn lấy nhau suốt từ kì này sang kì khác; dù mình không chắc những người con trai, con gái trong mối tình đó có hạnh phúc hay không.

Còn với một số sinh viên Công nghệ thông tin; có một trải nghiệm khác cũng đi vào lòng người không kém: Tín hiệu và Hệ thống.

Buổi chiều hôm đó, thầy giáo dặn cả lớp về chuẩn bị, tuần tới thầy sẽ gọi các bạn lên bảng chữa bài để cộng điểm giữa kì. Nghe nói được cộng điểm, cả lớp mừng lắm. Nhưng nghĩ đến việc làm sao để có điểm, có vẻ các khuôn mặt rạng rỡ kia như vừa bị trúng một cơn gió độc.

Cả lớp quyết định thuê K gia sư, những người từng được A+ môn này, tới tham dự lớp học vào buổi tiếp theo. Nhiệm vụ của họ là giải thật nhanh các bài của thầy; sau đó sử dụng Bluetooth để gửi bài làm cho các bạn trong lớp.

Giảng đường được biểu diễn trên mặt phẳng toạ Descartes (Oxy). Lớp có N sinh viên, sinh viên thứ i ngồi ở vị trí có toạ độ (x_i, y_i) và sử dụng điện thoại có sức mạnh s_i . Lớp sẽ góp tiền mua K chiếc điện thoại có sức mạnh **như nhau** để phát cho K gia sư, và xếp họ ngồi vào những vị trí thích hợp trong lớp. Lưu ý: Toạ độ vị trí ngồi của N sinh viên cùng sức mạnh điện thoại của họ đều là **số nguyên**, nhưng toạ độ vị trí ngồi của K gia sư cùng sức mạnh các điện thoại lớp mua cho họ có thể là **số thực**.

Lớp muốn cả N bạn đều có thể nhận được lời giải **trực tiếp** và nhanh chóng từ gia sư. Gia sư ở vị trí (x,y) với điện thoại sức mạnh s có thể gửi lời giải cho sinh viên ở vị trí (x',y') với điện thoại sức mạnh s' khi và chỉ khi: $|x-x'|+|y-y'| \le s \times s'$.

Lớp muốn biết sức mạnh tối thiểu của điện thoại cần mua cho K gia sư để tồn tại vị trí ngồi cố định của K gia sư sao cho cả N sinh viên đều nhận được lời giải **trực tiếp** từ **ít nhất một** gia sư.

DỮ LIỆU: Vào từ file văn bản SIGNAL.INP

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên N và K $(1 \le N \le 5 \times 10^4, 1 \le K \le 3)$ số sinh viên của lớp và số gia sư lớp sẽ thuê.
- N dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa ba **số nguyên** x_i, y_i và s_i $(1 \le |x_i|, |y_i|, s_i \le 10^7)$ mô tả vị trí của sinh viên thứ i và sức mạnh điện thoại của họ.

KẾT QUẢ: Ghi ra file văn bản SIGNAL.OUT

ightharpoonup Một **số thực** duy nhất là sức mạnh tối thiểu của điện thoại cần mua cho K gia sư.

Đáp án của bạn được chấp nhận nếu sai khác với đáp án của ban tổ chức không quá 10^{-6} . Cụ thể, nếu đáp án của ban tổ chức là J, đáp án của bạn là P, bạn sẽ được điểm nếu:

$$\frac{|J - P|}{\max(1, J)} \le 10^{-6}$$

SUBTASKS

 \bullet Subtask 1 (15 điểm): K=1

❖ Subtask 2 (24 điểm): *K* = 2

❖ Subtask 3 (21 điểm): *K* = 3

VÍ DŲ

SIGNAL.INP	SIGNAL.OUT	SIGNAL.INP	SIGNAL.OUT	SIGNAL.INP	SIGNAL.OUT
3 1	2.7500001	2 2	0.00000000	7 3	0.6667
1 3 2		1 2 10		1 1 3	
6 9 2		2 5 20		1 2 2	
8 2 3				2 1 1	
				1 9 2	
				2 8 3	
				8 1 3	
				9 2 2	

GIẢI THÍCH

- Trong ví dụ đầu tiên, gia sư duy nhất có thể xếp ở vị trí (4.812, 4.688). Từ đó gia sư có thể gửi bài giải cho cả 3 sinh viên.
- Trong ví dụ thứ hai, hai gia sư có thể ở gần hai sinh viên một cách tuỳ ý, nên sức mạnh của điện thoại cần thiết là rất nhỏ.
- \bullet Trong ví dụ thứ ba, vị trí của 3 gia sư là (1.667, 1.333); (1.4, 8.6); (8.6, 1.6).

ജ HẾT ഗ്ര