

Đề số 5 - Giải tích

1. Cho dãy số x_n xác định bởi

$$x_0 = 0, x_{n+1} = 7\sqrt{x_n} + 6, \forall n \geq 0.$$

- Chứng minh (x_n) tăng và bị chặn trên.
- Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sup\{x_n | n \geq 0\}$.

Câu 2: Cho hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} \ln \frac{(1+3x)}{x}, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$$

- Tìm a, b để $f(x)$ liên tục / \mathbb{R} .
- Tìm a, b để $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 3: Taylor

- Chứng minh rằng $\sqrt{1+x} > 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2, \forall x > 0$
- Tìm cực trị của hàm 2 biến

$$\text{or} \begin{cases} z = x^3 + y^3 - 15xy \\ z^* = x^4 - 4x^2y + 3y^2 \end{cases}$$

Câu 4:

- Khảo sát sự hội tụ của tích phân $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} \ln(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$
- Đổi thứ tự lấy tích phân $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy$

Câu 5: Tìm miền hội tụ của:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})(3x - 1)^n$$