

Đề kiểm tra giữa kỳ Nhóm 5, năm học 2024, sáng thứ 4

Câu 1. Cho dãy số  $(x_n)$  xác định bởi

$$x_1 = 10, \quad x_{n+1} = 2\sqrt{x_n} + 3, \quad (n \geq 1).$$

Dãy số  $(x_n)$  có hội tụ không? Nếu có, tìm giới hạn của nó.

Câu 2. Cho hàm số

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + m & x \geq 0, \\ x^2 \sin \frac{1}{x} & x < 0, \end{cases}$$

trong đó  $m$  là một tham số thực. Tìm  $m$  để  $f$  khả vi tại  $x = 0$ .

Câu 3. Biết rằng khai triển Maclaurin của hàm  $f(x)$  đến cấp 3 với phần dư Peano có dạng:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2 + \frac{1}{6}f'''(0)x^3 + o(x^3),$$

trong đó  $o(x^3)$  là một vô cùng hệ bậc cao hơn  $x^3$  khi  $x \rightarrow 0$ . Viết khai triển này cho  $f(x) = \ln(1+x)$ , rồi từ đó suy ra giá trị gần đúng của  $\ln(1.01)$

Câu 4. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \left( e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - 1 \right) dx.$$