

Tên học phần: **Giải tích**

Mã học phần: **TOA1053** Số tín chỉ: **3**

Thời gian làm bài: **120 phút** (Không kể phát đề)

Loại đề: **Không được sử dụng tài liệu**

Đề số 1

Câu 1 (2 điểm). Cho dãy (x_n) được xác định như sau:

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ x_{n+1} = \frac{x_n + 5}{6}, \end{cases} \quad n \geq 1.$$

(a) Chứng minh (x_n) là dãy giảm và bị chặn dưới.

(b) Suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ tồn tại và tìm giới hạn đó.

Câu 2 (2 điểm). (a) Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x - \sin(x)}.$$

(b) Tìm a và b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} (x+a)e^{-bx}, & x \geq 0 \\ ax^2 + bx + 1, & x < 0 \end{cases}$$

có đạo hàm trên \mathbb{R} .

Câu 3 (2 điểm). Giả sử $f(x) = f_2(x) + o(x^2)$ là khai triển Maclaurin đến cấp 2 của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

(a) Tìm $f_2(x)$.

(b) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đồ thị của $y = f(x)$ và $y = f_2(x)$ với $x \in [0; 2]$.

Câu 4 (2 điểm). (a) Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x^4+1}} dx.$$

(b) Minh họa bằng hình học và từ đó suy ra giá trị của tích phân sau (không cần tính toán chi tiết):

$$I = \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx \quad (\text{với } R > 0 \text{ cho trước}).$$

Câu 5 (2 điểm). (a) Khảo sát cực trị của hàm số $z = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$.

(b) Tính tích phân

$$\iint_D xy dx dy,$$

trong đó D là miền giới hạn bởi các đường $y = x - 4$ và $y^2 = 2x$.

Tên học phần: **Giải tích**

Mã học phần: **TOA1053** Số tín chỉ: **3**

Thời gian làm bài: **120 phút** (Không kể phát đề)

Loại đề: **Không được sử dụng tài liệu**

Đề số 2

Câu 1 (2 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi

$$u_1 = 2, \quad u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{1}{u_n} \right), \quad n \geq 1.$$

(a) Chứng minh (u_n) là dãy giảm và bị chặn dưới.

(b) Suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ tồn tại và tìm giới hạn đó.

Câu 2 (2 điểm). (a) Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \arctan(t) dt}{x^2}.$$

(b) Tìm a để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x}, & x \geq 0 \\ \frac{\sin x}{x} + a, & x < 0 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 3 (2 điểm). Cho hàm số $f(x) = \ln(1+x)$.

(a) Viết khai triển Maclaurin của hàm số $f(x)$ đến cấp 2.

(b) Áp dụng tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}.$$

Câu 4 (2 điểm). (a) Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x^4+1}} dx.$$

(b) Minh họa bằng hình học và từ đó suy ra giá trị của tích phân sau (không cần tính toán chi tiết):

$$I = \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx \quad (\text{với } R > 0 \text{ cho trước}).$$

Câu 5 (2 điểm). (a) Khảo sát cực trị của hàm số $z = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$.

(b) Tính tích phân

$$\iint_D xy dx dy,$$

trong đó D là miền giới hạn bởi các đường $y = x - 4$ và $y^2 = 2x$.