Hochschule Worms
University of Applied Sciences

Theoretische Informatik
Sommersemester 2021

Übung 9

A1. Geben Sie eine Turing-Maschine an, welche binäre Zeichenketten invertiert, d.h. aus dem String $a_1 \dots a_n$ den String $\overline{a_1} \dots \overline{a_n}$ berechnet (Es gilt $\overline{1} = 0$ und $\overline{0} = 1$).

Führen Sie die Berechnung für das Wort 11001 durch.

LÖSUNG

Die Turing-Maschine ist gegeben durch

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \Box\}, q_0, \Box, \{q_2\})$$

mit folgenden Übergängen:

δ	0	1	$\Box$
q_0	$(q_0, 1, R)$	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, \Box, L)$
q_1	$(q_1, 0, L)$	$(q_1, 1, L)$	$(q_2, \Box, R)$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Für das Beispielwort 11001 gilt:

$$\begin{aligned}(\varepsilon, q_0, 11001) &\vdash (0, q_0, 1001) \vdash (00, q_0, 001) \vdash (001, q_0, 01) \\ &\vdash (0011, q_0, 1) \vdash (00110, q_1, \Box) \vdash (0011, q_1, 0\Box) \\ &\vdash 001, q_1, 10\Box) \vdash (00, q_1, 110\Box) \vdash (0, q_1, 0110\Box) \\ &\vdash (\varepsilon, q_1, 00110) \vdash (\varepsilon, q_1, \Box 00110) \vdash (\Box, q_2, 00110)\end{aligned}$$

A2. Geben Sie eine Turing-Maschine an, welche an binäre Zeichenketten w eine Eins anhängt, wenn die Anzahl der auftretenden Einsen in w ungerade ist und ansonsten eine Null.

LÖSUNG

Die Turing-Maschine ist gegeben durch

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \Box\}, \delta, q_0, \Box, \{q_3\})$$

mit folgenden Übergängen:

δ	0	1	$\Box$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_2, 0, L)$
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_2, 1, L)$
q_2	$(q_2, 0, L)$	$(q_2, 1, L)$	$(q_3, \Box, R)$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Dabei können die vier Zustände folgendermaßen interpretiert werden:

q_0 es gibt eine gerade Anzahl an Einsen (und Lesekopf nach rechts bewegen)

q_1 es gibt eine ungerade Anzahl an Einsen (und Lesekopf nach rechts bewegen)

q_2 Zurückspulen zum linken Rand

q_3 Endzustand

A3. Geben Sie eine Turing-Maschine an, welche bei Eingabe einer natürlichen Zahl in Binärdarstellung "G" ausgibt, falls die Zahl gerade ist und "U" sonst.

LÖSUNG

Die Turing-Maschine ist gegeben durch

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \Box, G, U\}, \delta, q_0, \Box, \{q_3\})$$

mit folgenden Übergängen:

δ	0	1	$\Box$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, \Box, L)$
q_1	$(q_2, \Box, L)$	$(q_3, \Box, L)$	$\emptyset$
q_2	$(q_2, \Box, L)$	$(q_2, \Box, L)$	(q_4, G, N)
q_3	$(q_3, \Box, L)$	$(q_3, \Box, L)$	(q_4, U, N)
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$