

Theoretische Informatik  
Sommersemester 2021

**Übung 6**

**A1.** Sei  $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, c, d\}, P, S)$  eine kontextfreie Grammatik mit der Produktionsmenge:

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \\ & A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \\ & B \rightarrow S \mid Ba, \\ & C \rightarrow D \mid c, \\ & D \rightarrow d \mid dDD \} \end{aligned}$$

gegeben. Geben Sie eine Chomsky-Normalform-Grammatik (CNF)  $G'$  an mit  $L(G) = L(G')$ .

### LÖSUNG

Wir identifizieren den Zyklus

$$S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow S$$

und ersetzen alle Vorkommen von  $A, B$  durch  $S$  (kann auch eine neue Variable z.B.  $X$  sein). Wir erhalten

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid aC \mid C \mid cSd \mid Sa, \\ C &\rightarrow D \mid c, \\ D &\rightarrow d \mid dDD \end{aligned}$$

Es bleibt die Kette  $S \rightarrow C \rightarrow D$  übrig.

Dann ersetzen wir einzelne Variablen in der rechten Seite von hinten nach vorne:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid aC \mid \textcolor{green}{d} \mid \textcolor{green}{d}DD \mid \textcolor{green}{c} \mid cSd \mid Sa, \\ \textcolor{green}{C} &\rightarrow \textcolor{red}{d} \mid \textcolor{red}{d}DD \mid c, \\ \textcolor{red}{D} &\rightarrow d \mid dDD \end{aligned}$$

Wir führen für jedes Terminalsymbol eine neue Variable ein, und setzen diese für jedes Terminalsymbol, das nicht alleine steht ein:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XS \mid XC \mid d \mid ZDD \mid c \mid YSZ \mid SX, \\ C &\rightarrow d \mid ZDD \mid c, \\ D &\rightarrow d \mid ZDD, \\ X &\rightarrow a, \\ Y &\rightarrow c, \\ Z &\rightarrow d \end{aligned}$$

Regeln mit drei Variablen auf der rechten Seite werden aufgeteilt:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XS \mid XC \mid d \mid ZK \mid c \mid YL \mid SX, \\ C &\rightarrow d \mid ZK \mid c, \\ D &\rightarrow d \mid ZK, \\ X &\rightarrow a, \\ Y &\rightarrow c, \\ Z &\rightarrow d, \\ K &\rightarrow DD, \\ L &\rightarrow SZ \end{aligned}$$

**A2.** Sei  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit folgender Produktionsmenge gegeben:

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow AB \mid BC, \\ & A \rightarrow BA \mid a, \\ & B \rightarrow CC \mid b, \\ & C \rightarrow AB \mid a \} \end{aligned}$$

- (a) Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob  $ababa \in L(G)$ .  
 (b) Geben Sie den Syntaxbaum für das Wort  $ababa$  an.

### LÖSUNG

- (a) Der CYK-Algorithmus ergibt folgende Tabelle  $T$ :

$$T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline AC & SC & B & B & SAC \\ \hline B & SA & SC & B & \\ \hline AC & SC & B & & \\ \hline B & SA & & & \\ \hline AC & & & & \\ \hline \end{array}$$

Da  $S \in T[1, 4]$ , folgt  $ababa \in L(G)$ .

- (b)

**A3.** Sei  $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit der Produktionsmenge

$$P = \{S \rightarrow AC \mid a, \\ A \rightarrow a, \\ B \rightarrow DE, \\ C \rightarrow SB, \\ D \rightarrow b, \\ E \rightarrow c\}$$

gegeben. Überprüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob  $aabcbc \in L(G)$ .

*LÖSUNG*

Der CYK-Algorithmus ergibt folgende Tabelle  $T$ :

$$T =$$

$S, A$			$S$		$C$
$S, A$		$C$			
$D$	$B$				
$E$					
$D$	$B$				
$E$					

Da  $S \notin T[1, 6]$ , folgt  $aabcbc \notin L(G)$ .