ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH

CS105.P22 - Computer Graphics

Báo cáo - Bài tập 4

Tiểu luận Fractal

GVHD: ThS. Cáp Phạm Đình Thăng
SV thực hiện: Lê Cảnh Nhật - 22521016
Tăng Nhất - 22521027
Thái Ngọc Quân - 22521189

Thành phố Hồ Chí Minh, Tháng 4 2025

Mục lục

Danh sách hình vẽ

Danh sách bảng

1 Nội dung

1.1 Tập Mandelbrot (Mandelbrot Set)

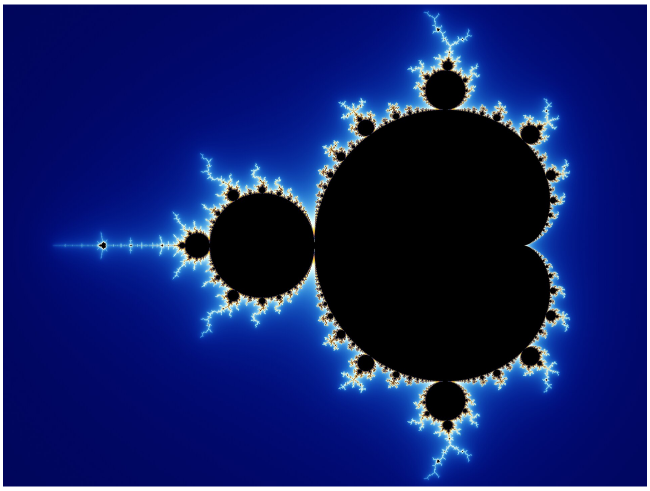
Tập Mandelbrot [1], [2], [3] là một tập hợp được đặt tên theo nhà toán học Benoit Mandelbrot, nó đã được nghiên cứu bởi nhiều nhà toán học và hình ảnh của nó có sức hấp dẫn không chỉ trong lĩnh vực toán học mà còn cả trong lĩnh vực nghệ thuật. Được mệnh danh là "Dấu vân tay của Chúa" [4], tập hợp này trở thành một ví dụ tiêu biểu cho cấu trúc phức taao nên từ những quy tắc đơn giản và là một trong nhưng hình fractal nổi tiếng nhất. Tập Mandelbrot là một tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng phức, với biên của nó có dạng Fractal. Tập Mandelbrot là tập các giá trị của số phức c với quỹ đạo bắt đầu từ 0 dưới phép lặp của đa thức bậc hai hệ số phức

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

Trong đó:

- z_n là một số phức ở bước lặp thứ n.
- c là một số phức hằng số.
- z_{n+1} là số phức kết quả sau khi lặp lại hàm.

Đa thức này bị chặn (đóng trong biên). Có nghĩa là, một số phức c thuộc về tập Mandelbrot, khi bắt đầu với $z_0 = 0$ và áp dụng phép lặp, thì giá trị tuyệt đối của z_n không bao giờ vượt quá một số xác định (không phân kì đến vô cùng) dù cho điểm n có lớn đến thế nào.



Hình 1.1: Hình ảnh tập Mandelbrot

- Ví dụ, lấy $c = 1$ thì khi áp dụng chuỗi lặp ta thu được dãy số $0, 1, 2, 5, 26, \ldots$, và dãy này tiến tới vô cùng. Hay dãy này không bị chặn, và do vậy 1 không phải là phần tử của tập Mandelbrot.
- Ngược lại với $c = -1$ thì ta có dãy số $0, -1, 0, -1, \ldots$, và dãy này bị chặn, do vậy -1 là phần tử của tập Mandelbrot.
- Ví dụ khác, lấy $c = i$ (trong đó i được định nghĩa là $i^2 = -1$) sẽ cho dãy $0, i, (-1+i), -i, (-1+i), -i, \ldots$, và dãy này bị chặn nên i thuộc về tập Mandelbrot.

1.2 Tập Julia (Julia Set)

Tập Julia [5] là một tập hợp toán học phức tạp và hấp dẫn, có liên quan chặt chẽ với tập Mandelbrot. Trong khi tập Mandelbrot tập trung vào các giá trị của tham số c cho phép lặp lại một hàm nhất định để giữ giới hạn, thì tập Julia lại tập trung vào các giá trị khởi đầu z cho phép lặp lại tương tự để duy trì giới hạn. Nói cách khác, đối với mỗi giá trị 'c' cố định, chúng ta có một tập Julia riêng biệt.

Tương tự như Mandelbrot, tập Julia cũng được định nghĩa dựa trên phép lặp của hàm số bậc hai:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

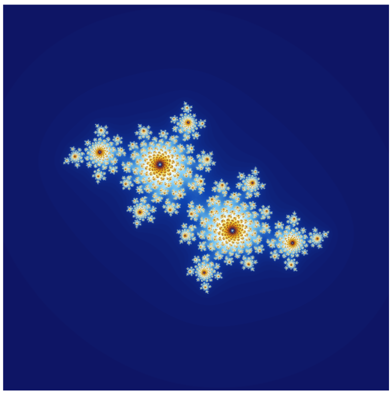
Trong đó:

- z_n là một số phức ở bước lặp thứ n.
- c là một số phức hằng số.
- z_{n+1} là số phức kết quả sau khi lặp lại hàm.

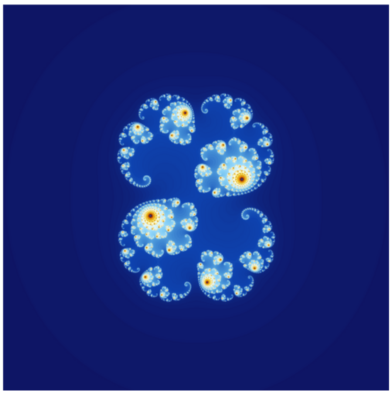
Tập Julia, ký hiệu $J(c)$, là tập hợp tất cả các giá trị z_0 trong mặt phẳng phức sao cho dãy số được tạo ra từ phép lặp trên bị chặn. Điều này có nghĩa là giá trị tuyệt đối của z_n không bao giờ vượt quá một ngưỡng nhất định, dù cho n có lớn đến đâu. Nếu dãy số này tiến đến vô cùng, thì z_0 không thuộc tập Julia.

Ví dụ:

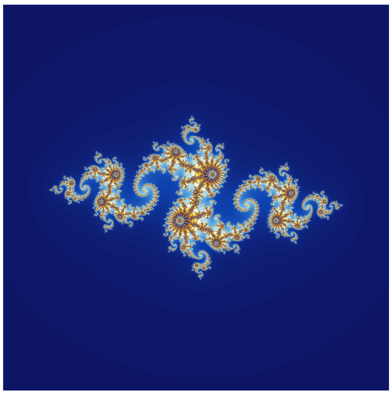
- Nếu chọn $c = 0$, tập Julia tương ứng là hình tròn đơn vị trên mặt phẳng phức, bao gồm tất cả các số phức có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 1.
- Với các giá trị c khác nhau, tập Julia có thể có hình dạng vô cùng đa dạng và phức tạp, từ các hình dạng kết nối liên tục đến các tập hợp rời rạc.



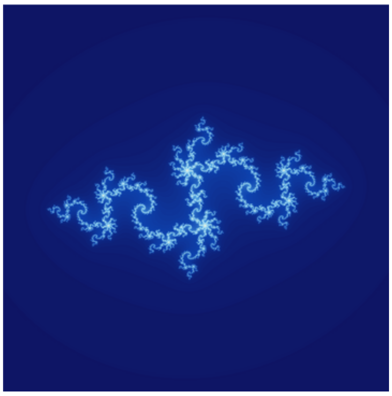
(a) Tập Julia $c = -0.4 + 0.6i$



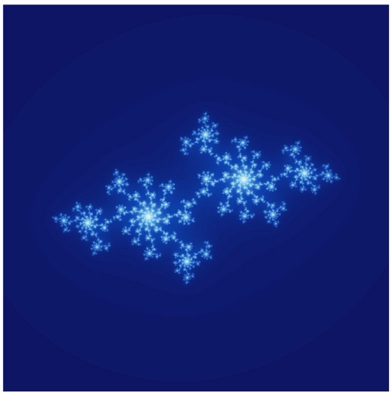
(b) Tập Julia $c = 0.285 + 0.0 - 1i$



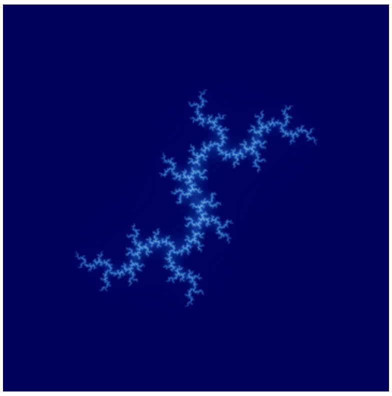
(c) Tập Julia $c = -0.8 + 0.156i$



(d) Tập Julia $c = -0.835 - 0.2321i$



(e) Tập Julia $c = -0.70176 - 0.3842i$



(f) Tập Julia $c = 0.0 - 0.8i$

Hình 1.2: Một số hình ảnh tập Julia

Tài liệu

[1] Wikipedia, *Fractal — Wikipedia, Bách khoa toàn thư mở*, 2024. **url**: https://vi.wikipedia.org/w/index.php?title=Fractal&oldid=71919725.

[2] Wikipedia, *Tập hợp Mandelbrot — Wikipedia, Bách khoa toàn thư mở*, 2025. **url**: %5Curl%7Bhttps://vi.wikipedia.org/w/index.php?title=T%E1%BA%ADp_h%E1%BB%A3p_Mandelbrot&oldid=73350863%7D.

[3] Wikipedia contributors, *Mandelbrot set — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, 2025. **url**: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Mandelbrot_set&oldid=1283595315.

[4] E. Xavier, *The Thumbprint of God aka The Mandelbrot Fractal*, 2021. **url**: https://www.linkedin.com/pulse/thumbprint-god-aka-mandelbrot-fractal-ebin-xavier.

[5] Wikipedia contributors, *Julia set — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, 2025. **url**: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Julia_set&oldid=1273812105.