Course2_Module5

1. Regularization là gì?

- Regularization = thêm **hệ số phạt** vào hàm mất mát để kiểm soát độ phức tạp của mô hình.
- Giúp giảm nguy cơ **overfitting** bằng cách giới hạn độ lớn của hệ số hồi quy.
- Cơ chế:

$$J(\beta) = \mathrm{Loss}(\beta) + \lambda \cdot \mathrm{Penalty}(\beta)$$

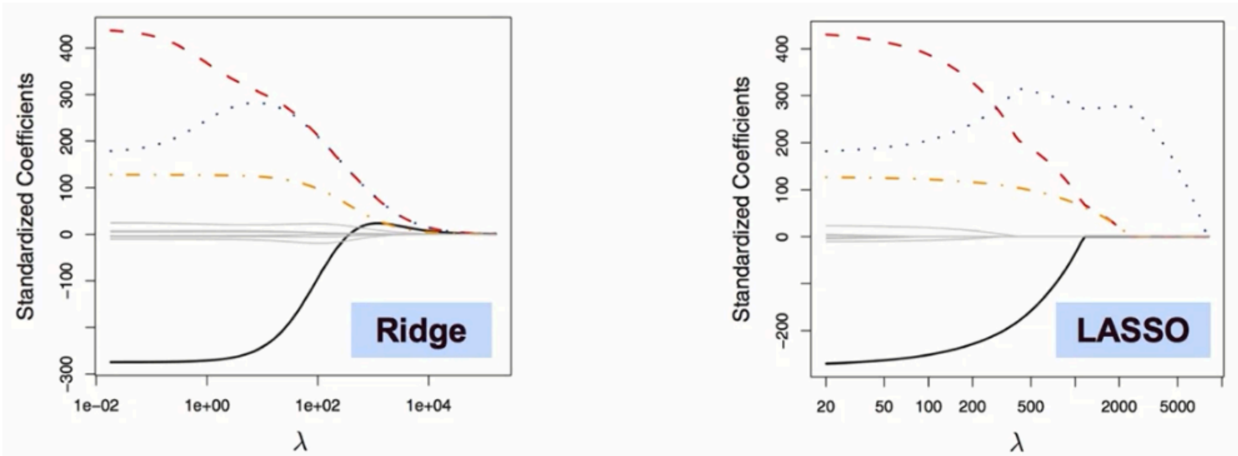
  - λ\lambdaλ: hệ số điều chỉnh (regularization strength).
  - λ\lambdaλ lớn → mô hình đơn giản hơn (bias ↑, variance ↓).
  - λ\lambdaλ nhỏ → mô hình phức tạp hơn (bias ↓, variance ↑).

---

2. Ba góc nhìn về Regularization

a) Analytic View

- Khi tăng penalty → miền giá trị hợp lý của β\betaβ bị thu hẹp.
- Mô hình buộc phải đơn giản hơn, tránh dao động quá mức.
- Giúp **giảm variance**, dù có thể làm bias tăng.



b) Geometric View

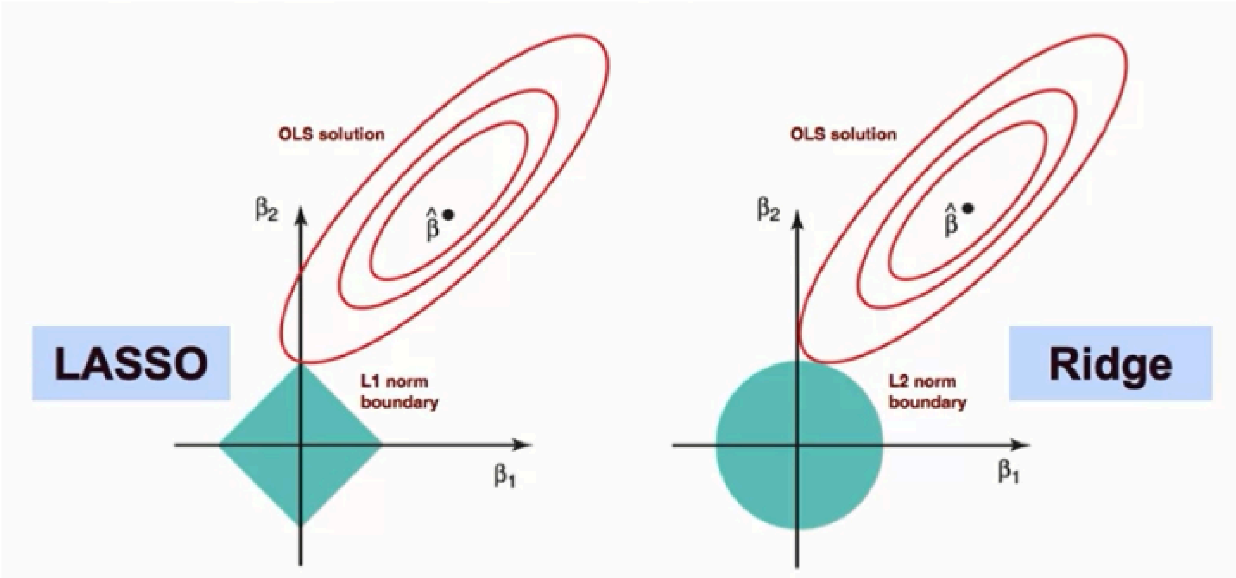
- Bài toán Ridge/LASSO có thể viết lại thành: tìm nghiệm của OLS dưới ràng buộc **L2** (hình tròn) hoặc **L1** (hình thoi).
- Điểm tối ưu là **giao** giữa contour của hàm mất mát và biên ràng buộc:
  - Với L2: hệ số bị kéo nhỏ nhưng hiếm khi về 0.
  - Với L1: dễ rơi vào góc nhọn ⇒ nhiều hệ số = 0 ⇒ **chọn đặc trưng**.

Ridge

$$\underset{\beta}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij} \right)^2 \right\} \quad \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2 \leq s$$

LASSO

$$\underset{\beta}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij} \right)^2 \right\} \quad \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| \leq s$$



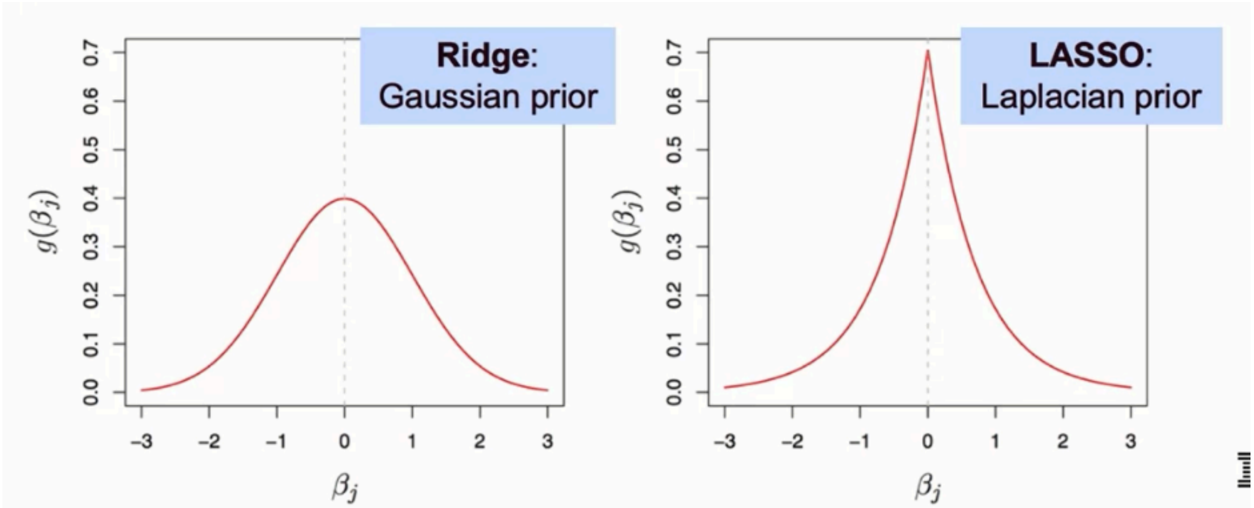
c) Probabilistic View

- Có thể diễn giải regularization như việc đặt **prior** lên hệ số β\betaβ:
  - Ridge (L2) ⇔ Gaussian prior (phân phối chuẩn).
  - LASSO (L1) ⇔ Laplacian prior (đỉnh nhọn tại 0 → khuyến khích nhiều hệ số bằng 0).

$$p(\beta|X,Y) \propto f(Y|X,\beta)p(\beta|X) = f(Y|X,\beta)p(\beta)$$

$$p(\beta) = \prod_{j=1}^{p} g(\beta_j)$$

Bayes:
Regularization imposes certain priors on the regression coefficients.


Ridge:
Gaussian prior
LASSO:
Laplacian prior
$g(\beta_j)$
β_j
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
−3
−2
−1
0
1
2
3