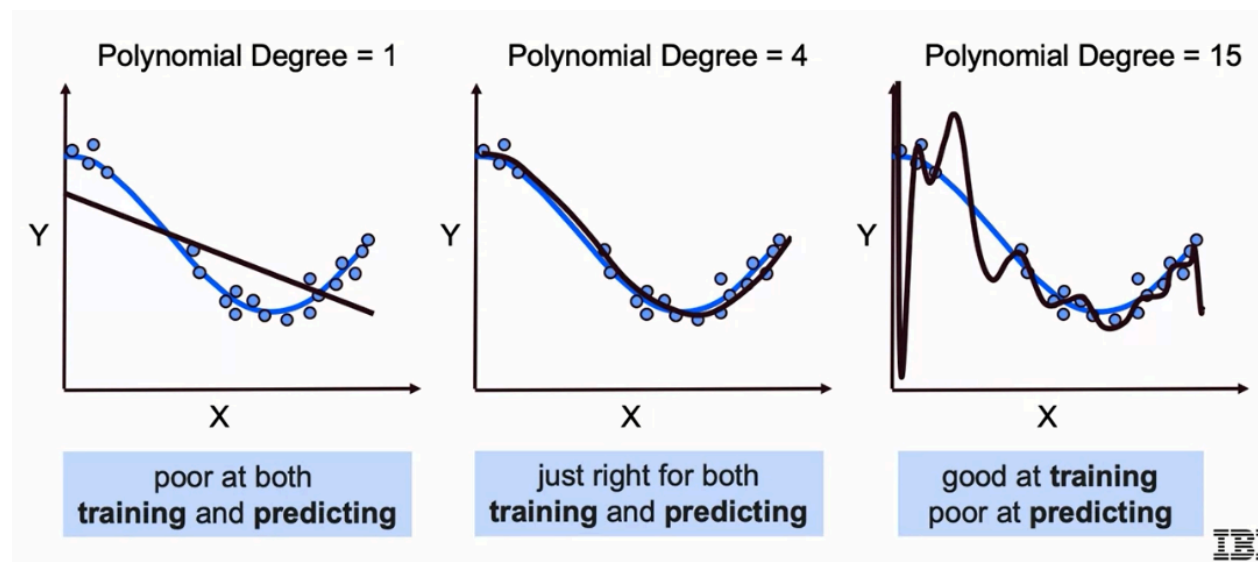


Course2_Module4

Bias Variance Trade off and Regularization Techniques: Ridge, LASSO, and Elastic Net

1. Model Complexity vs Error

- Mô hình càng phức tạp → **training error** giảm.
- Nhưng test error có thể tăng → mô hình **overfitting**.
- Ngược lại, mô hình quá đơn giản → **underfitting** (không học đủ).
- Mục tiêu: tìm mức độ phức tạp phù hợp để cân bằng **generalization**.



2. Bias và Variance

Bias

- Xu hướng mô hình **bỏ sót mẫu thật**.
- Thường do: thiếu thông tin, giả định quá đơn giản.

- Kết quả: mô hình không bắt được quy luật (underfit).

Variance

- Xu hướng mô hình **dao động mạnh** khi dữ liệu thay đổi nhỏ.
- Thường do: mô hình quá phức tạp, hoặc fitting chưa tốt.
- Kết quả: mô hình học thuộc lòng dữ liệu huấn luyện (overfit).

Irreducible Error

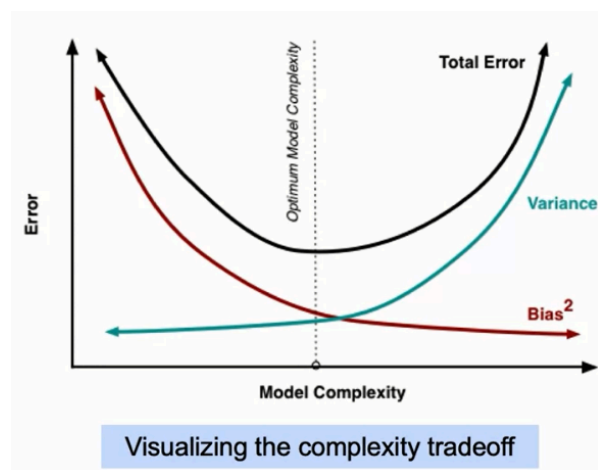
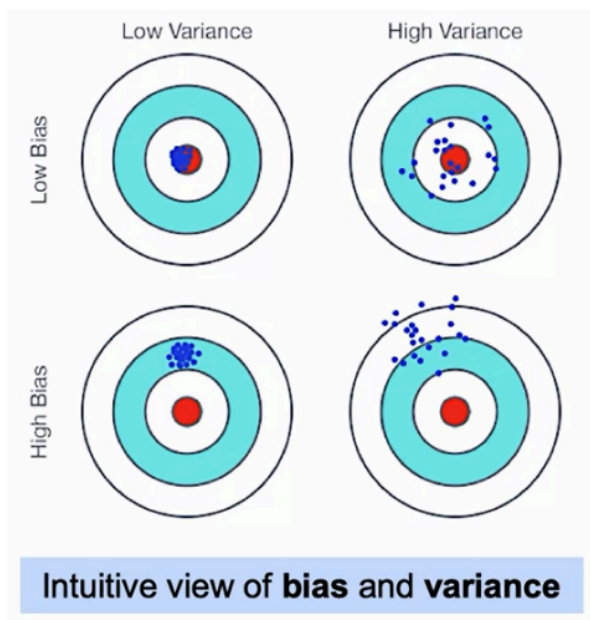
- Sai số ngẫu nhiên, không thể loại bỏ dù mô hình tốt đến đâu.
 - Ví dụ: nhiễu đo đạc, yếu tố bên ngoài không quan sát được.
-

3. Bias-Variance Tradeoff

- Khi giảm bias \rightarrow variance tăng.
- Khi giảm variance \rightarrow bias tăng.
- Giống như một cán cân:
 - Bias cao = underfit.
 - Variance cao = overfit.
- Nhiệm vụ: chọn mức độ phức tạp “vừa đủ” để mô hình khái quát tốt.

Ví dụ:

- Hồi quy bậc thấp (linear) \rightarrow bias cao, không mô tả hết dữ liệu.
- Hồi quy bậc cao (degree lớn) \rightarrow variance cao, đường cong quá uốn lượn.



4. Regularization – Ý tưởng

- Thay vì chỉ chọn bậc đa thức, ta có thể kiểm soát phức tạp bằng cách thêm **penalty** trực tiếp vào **cost function**.
- Công thức tổng quát:

$$J(\beta) = \text{Loss} + \lambda \times \text{Penalty}(\beta)$$

- λ (lambda): **regularization strength**
 - λ lớn \rightarrow mô hình đơn giản hơn (bias \uparrow , variance \downarrow).
 - λ nhỏ \rightarrow mô hình phức tạp hơn (bias \downarrow , variance \uparrow).

Feature Selection

- Regularization có thể làm **giảm tác động** của feature.
- Đặc biệt với **L1**: có thể ép một số hệ số về **0** \rightarrow chọn lọc đặc trưng tự động.

5. Các kỹ thuật Regularization

Ridge Regression (L2)

- Penalty:

$$\lambda \sum \beta_j^2$$

- Loss:

$$J(\beta_0, \beta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \left((\beta_0 + \beta_1 x_{obs}^{(i)}) - y_{obs}^{(i)} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \beta_j^2$$

- Hiệu ứng: làm **co nhỏ** tất cả hệ số, nhưng không đưa về 0.
- Giúp giảm variance, nhưng tăng bias.
- Lưu ý: nên **chuẩn hoá (scaling)** feature để tránh lệch phạt.
- Ưu điểm: nhanh, ổn định, tốt khi tất cả feature đều có đóng góp.

LASSO Regression (L1)

- Penalty:

$$\lambda \sum |\beta_j|$$

- Loss:

$$J(\beta_0, \beta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \left((\beta_0 + \beta_1 x_{obs}^{(i)}) - y_{obs}^{(i)} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j|$$

- Hiệu ứng: ép một số hệ số về **0** → **feature selection**.

- Giúp mô hình đơn giản, dễ diễn giải.
- Nhược điểm: chậm hội tụ hơn Ridge, và có thể bỏ mất feature quan trọng nếu dữ liệu phụ thuộc nhiều biến.

Elastic Net (L1 + L2)

- Kết hợp Ridge và LASSO
- Loss:

$$J(\beta_0, \beta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \left((\beta_0 + \beta_1 x_{obs}^{(i)}) - y_{obs}^{(i)} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j| + \lambda_2 \sum_{j=1}^k \beta_j^2$$

- Có thêm tham số α để điều chỉnh mức cân bằng giữa L1 và L2.
- Phù hợp khi dữ liệu có nhiều feature, một số quan trọng, một số dư thừa.

6. Recursive Feature Elimination (RFE)

- Kỹ thuật chọn đặc trưng dựa vào việc lặp lại:
 1. Train mô hình.
 2. Đánh giá tầm quan trọng feature.
 3. Loại bỏ feature ít quan trọng.
 4. Lặp lại đến khi đạt số lượng feature mong muốn.
- Ưu điểm: chọn được tập feature nhỏ gọn nhưng vẫn giữ hiệu suất.

7. Key Takeaways

- **Bias–Variance Tradeoff** là vấn đề cốt lõi: cần cân bằng để tránh underfit và overfit.
- **Regularization** là công cụ mạnh để kiểm soát phức tạp và giảm variance.
- Ba kỹ thuật quan trọng:

- Ridge (L2): giảm hệ số, không xoá feature.
- LASSO (L1): ép hệ số về 0 → feature selection.
- Elastic Net (L1 + L2): kết hợp ưu điểm cả hai.
- **RFE** bổ sung: giúp chọn tập feature hiệu quả và dễ giải thích.