Chương 3.
Quá trình quá độ trong mạch điện tuyến tính

TS. Nguyễn Tiến Dũng

Vinh, 2019

Chương 3. Quá trình quá độ trong mạch điện tuyến tính

3.1. Giới thiệu

3.2. Sơ kiện

3.3. Phương pháp tích phân cổ điển

3.4. Quá trình quá độ trong mạch RL, RC, RLC

3.5. Phương pháp toán tử

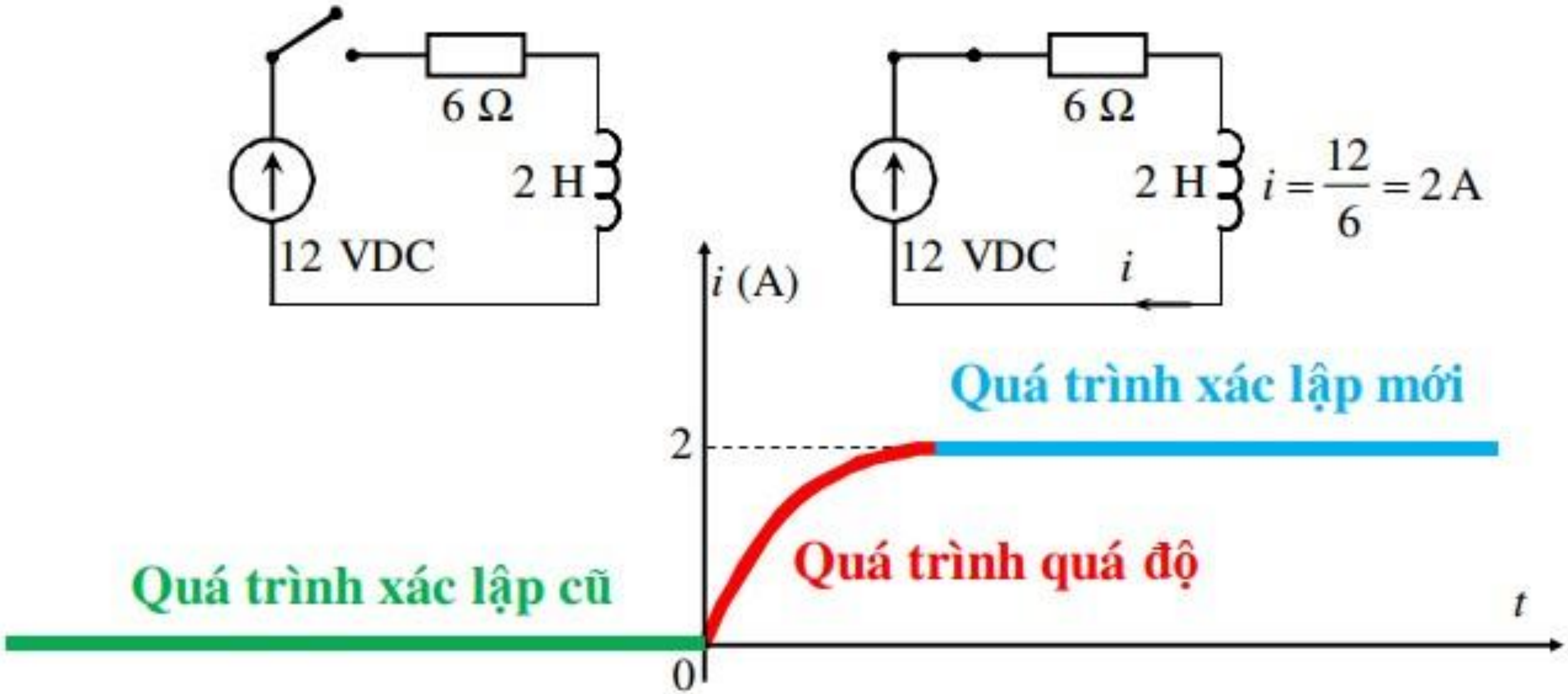
3.6. Giải một số bài toán quá trình quá độ bằng máy tính

3.7. Bài tập

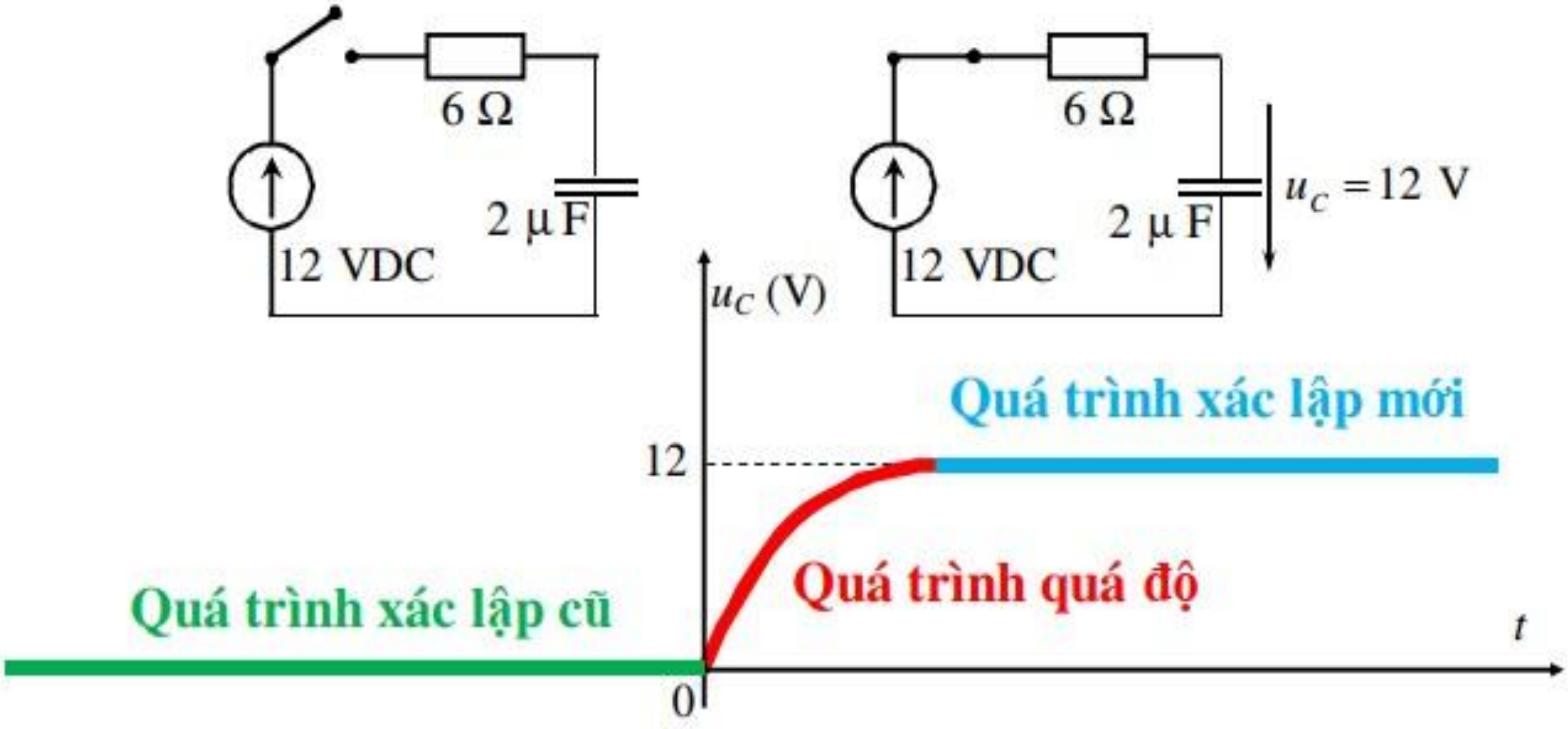
3.1. Giới thiệu

- *Chế độ xác lập*: mọi thông số trong mạch điện (dòng điện, điện áp, công suất, năng lượng) đều là hằng số (mạch một chiều) hoặc biến thiên chu kỳ (mạch xoay chiều).
- *Quá độ* (Từ điển tiếng Việt): chuyển từ chế độ này sang chế độ khác.
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.

- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.

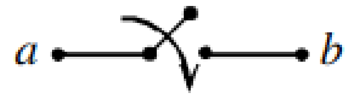


- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.



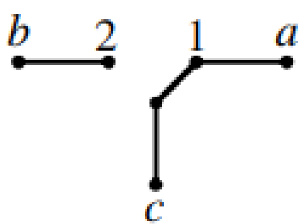
- Quá trình quá độ xảy ra khi có thay đổi đột ngột về cấu trúc hoặc thông số của các mạch điện quán tính.
- *Quán tính*: có cuộn dây hoặc/và tụ điện.
- Một số giả thiết đơn giản hóa:
  - Các phần tử lý tưởng (điện trở của cuộn dây bằng 0, điện trở của tụ điện vô cùng lớn),
  - Động tác đóng mở lý tưởng:
    - Thay khóa (K) bằng *R*,
    - *R* chỉ nhận các giá trị 0 (khi K đóng) & ∞ (khi K mở),
    - Thời gian đóng mở bằng 0.
  - Luật Kirchhoff luôn đúng.

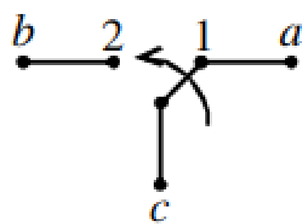
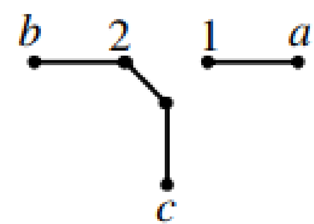
<table>
<tr><th>Chế độ cũ</th><th>$t = 0$</th><th>Chế độ mới</th></tr>
<tr>
<td>

$R_{ab} \to \infty$</td>
<td>
</td>
<td>

$R_{ab} = 0$</td>
</tr>
<tr>
<td>

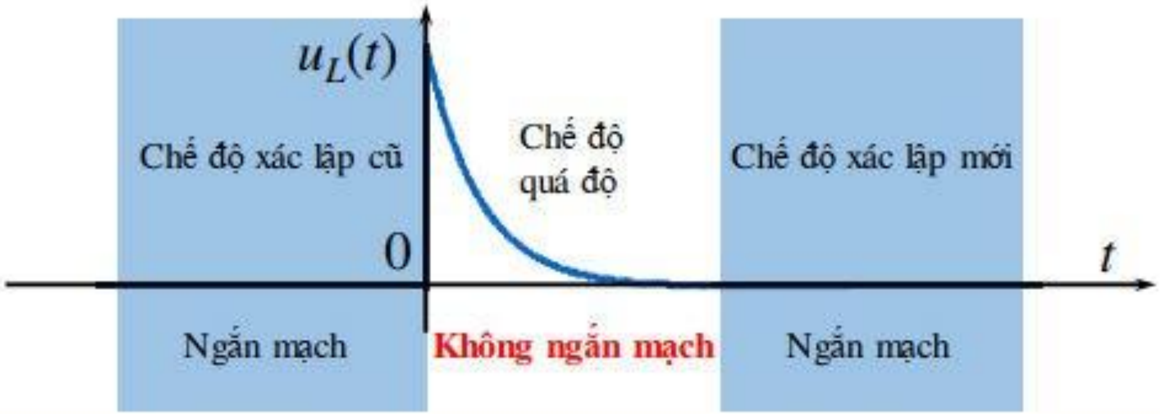
$R_{ab} = 0$</td>
<td>
</td>
<td>

$R_{ab} \to \infty$</td>
</tr>
<tr>
<td>

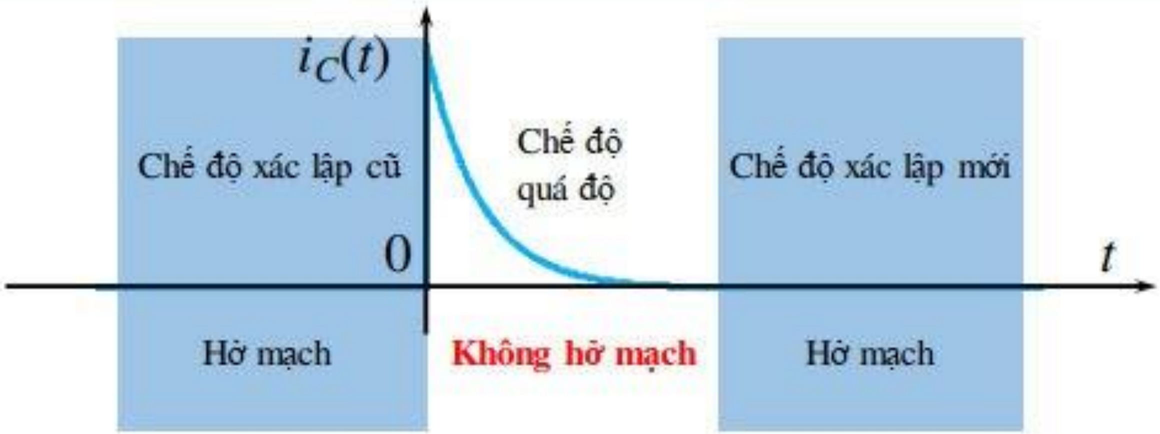
$R_{ac} = 0$
$R_{bc} \to \infty$</td>
<td>
</td>
<td>

$R_{ac} \to \infty$
$R_{bc} = 0$</td>
</tr>
</table>

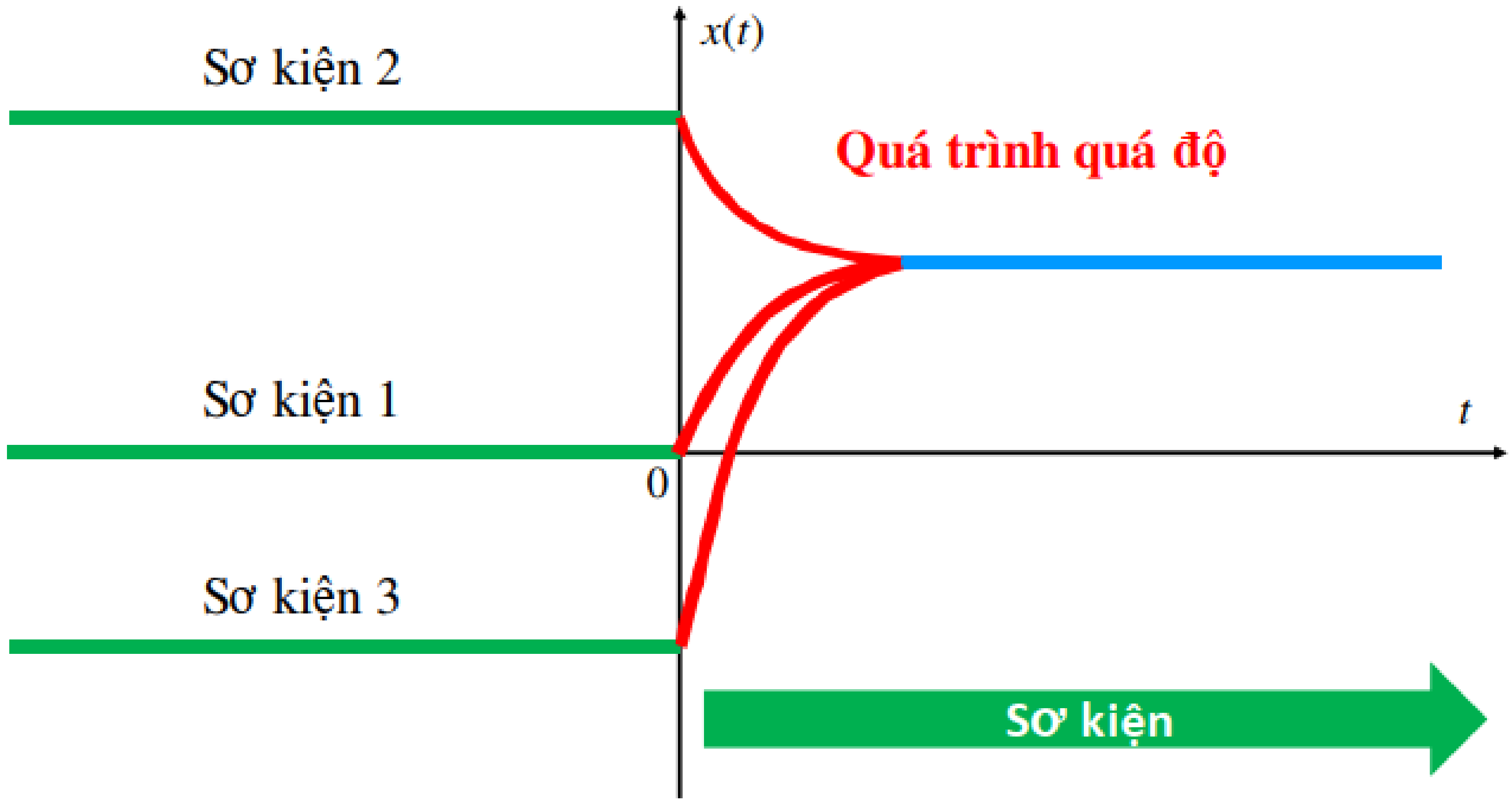
Cuộn cảm trong mạch quá độ một chiều



Tụ điện trong mạch quá độ một chiều

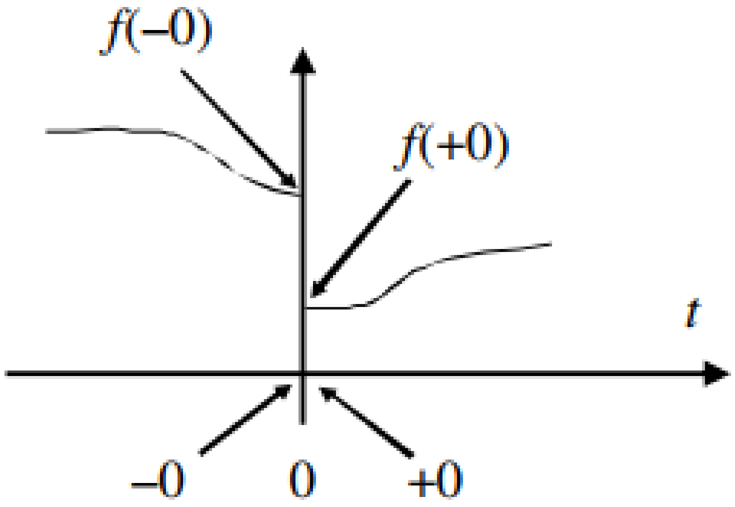


3.2. Sơ kiện



- *Định nghĩa*: giá trị (& đạo hàm các cấp) ngay sau thời điểm đóng mở của **dòng điện qua cuộn cảm & điện áp trên tụ điện**.
- $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$, $i''_L(0)$, $u''_C(0)$, …
- Việc tính sơ kiện dựa vào:
  - Thông số mạch ngay trước thời điểm đóng mở (chế độ cũ): $i_L(-0)$, $u_C(-0)$,
  - Hai luật Kirchhoff,
  - Hai luật đóng mở.

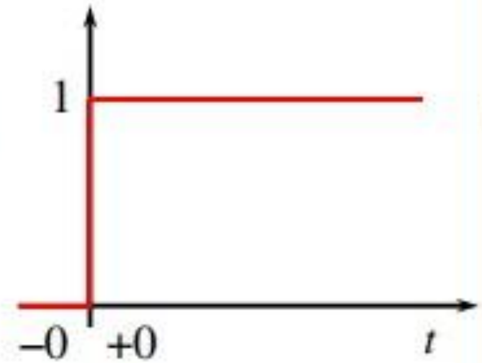
Sơ kiện



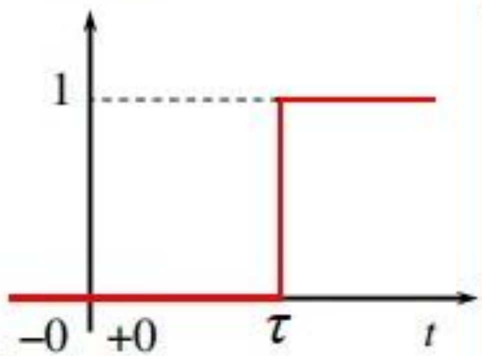
Sơ kiện

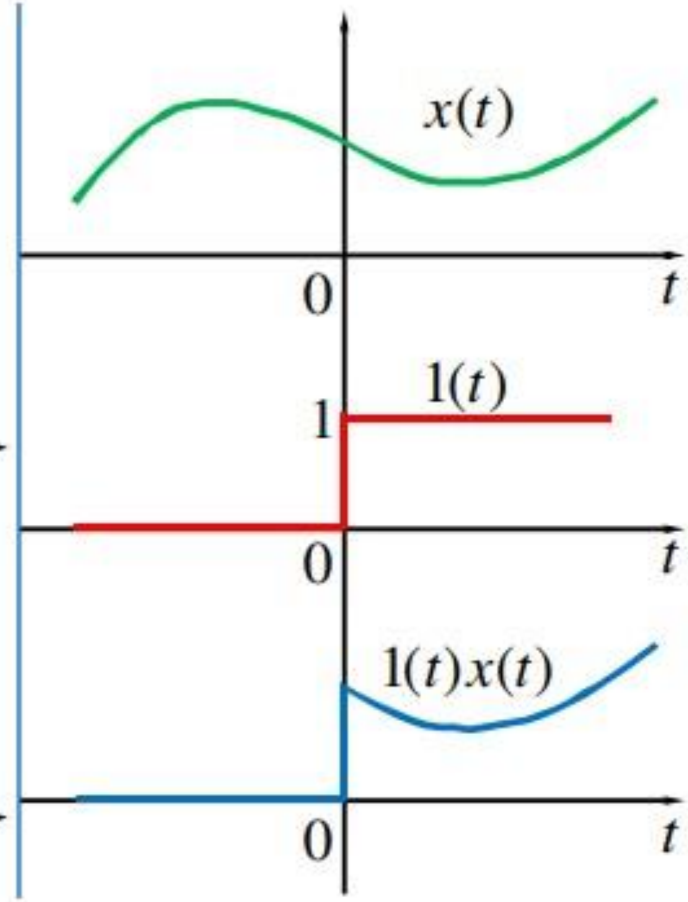
Hàm bước nhảy đơn vị 1(*t*) (hoặc *u*(*t*)):

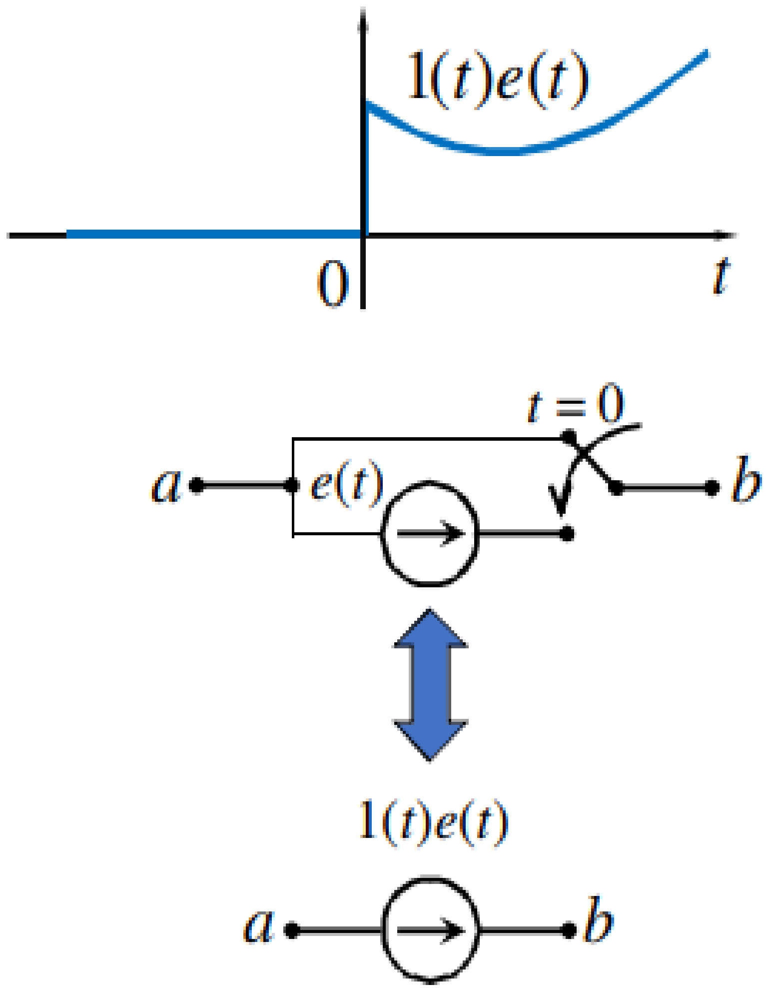
$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

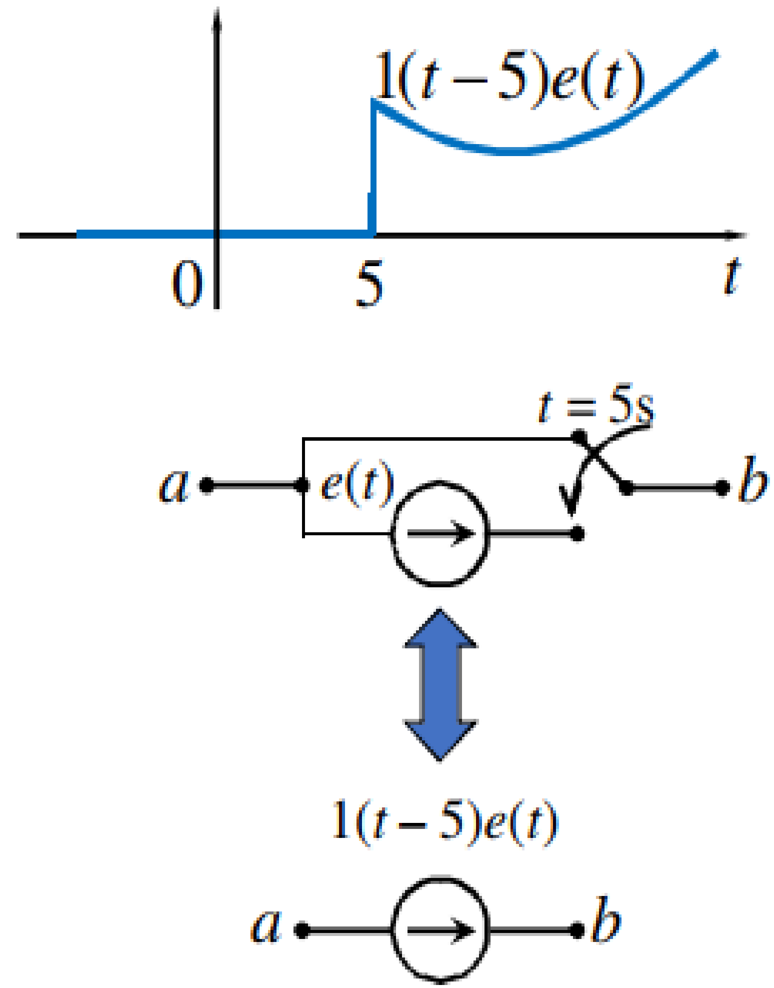


$$1(t-\tau) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 & t \geq \tau \end{cases}$$



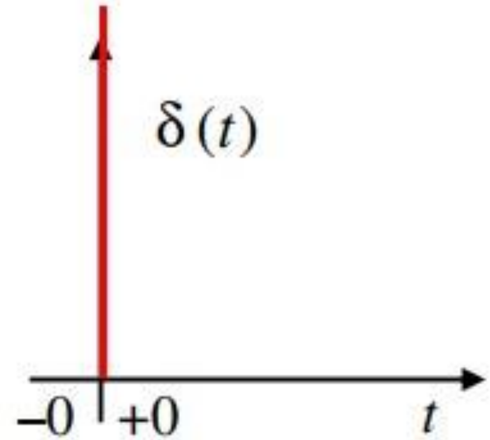



1(t)e(t)
0
t
t = 0
a
e(t)
b
1(t)e(t)
a
b

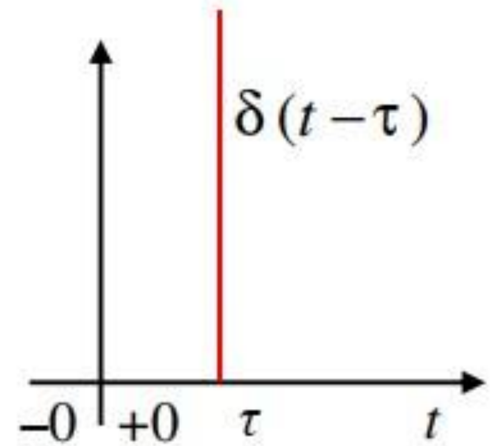

1(t – 5)e(t)
0
5
t
t = 5s
a
e(t)
b
1(t – 5)e(t)
a
b

Hàm Dirac $\delta(t)$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t) = \left| \begin{array}{ll} 0 & t \le -0 \,\&\, t \ge +0 \\ \to \infty & -0 < t < +0 \end{array} \right.$$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) = 1$$



$$\delta(t-\tau) = \frac{d}{dt}1(t-\tau)$$

- *Luật/quy tắc đóng mở* 1: dòng điện trong một cuộn cảm ngay sau khi đóng mở $i_L(+0)$ bằng dòng điện trong cuộn cảm đó ngay trước khi đóng mở $i_L(-0)$

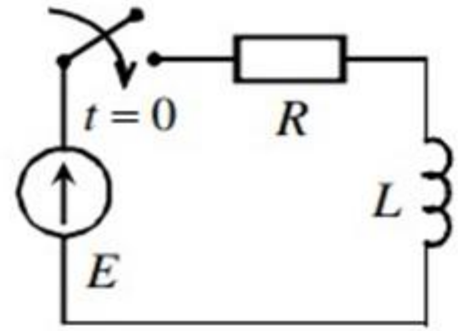
$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

- *Luật/quy tắc đóng mở* 2: điện áp trên một tụ điện ngay sau khi đóng mở $u_C(+0)$ bằng điện áp trên tụ điện đó ngay trước khi đóng mở $u_C(-0)$

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$

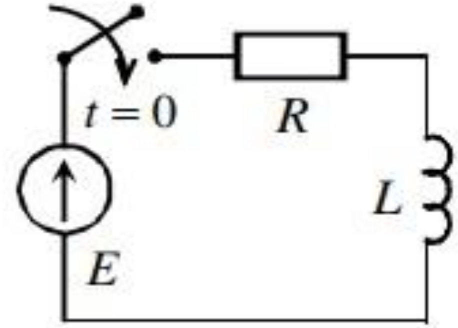
VD1

$E = 12$ VDC; $R = 6\ \Omega$; $L = 2$ H. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?

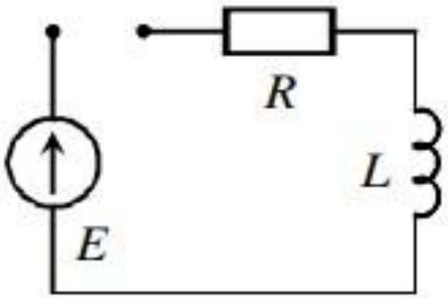


VD1

$\boxed{E = 12\ \text{VDC};\ R = 6\ \Omega;\ L = 2\ \text{H}.\ \text{Tính } i_L(0)\ \&\ i'_L(0)\,?}$



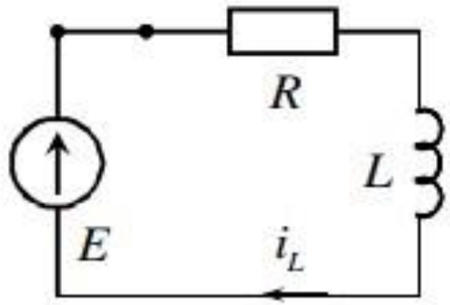
Chế độ cũ



$$\begin{cases} i_L(-0) = 0 \\ i_L(0) = i_L(-0) \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{i_L(0) = 0}$$

Chế độ mới



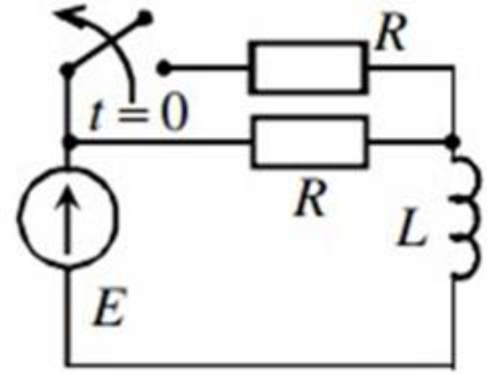
$$Ri_L + Li'_L = E$$

$$\rightarrow Ri_L(0) + Li'_L(0) = E$$

$$\rightarrow i'_L(0) = \frac{E - Ri_L(0)}{L} = \frac{12 - 0}{2} = \boxed{6\ \text{A/s}}$$

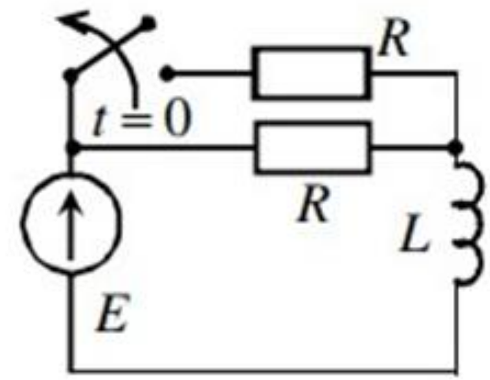
VD2

$E = 12$ VDC; $R = 6\ \Omega$; $L = 2$ H. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?

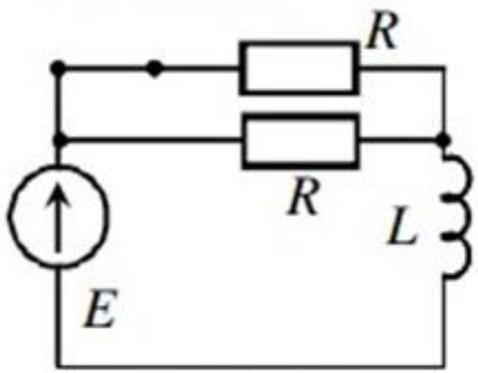


VD2

$\boxed{E = 12 \text{ VDC};\ R = 6\ \Omega;\ L = 2\ \text{H}.\ \text{Tính } i_L(0)\ \&\ i'_L(0)\,?}$



Chế độ cũ

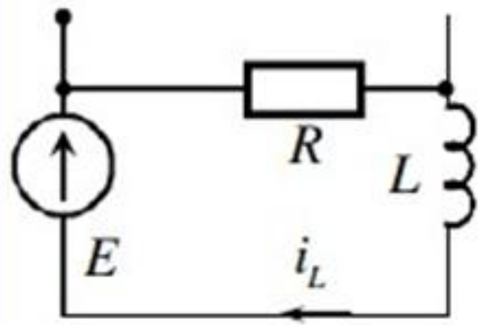


$$i_L(0) = i_L(-0)$$

$$= \frac{E}{R/2} = \frac{12}{6/2}$$

$$= \boxed{4\,\text{A}}$$

Chế độ mới



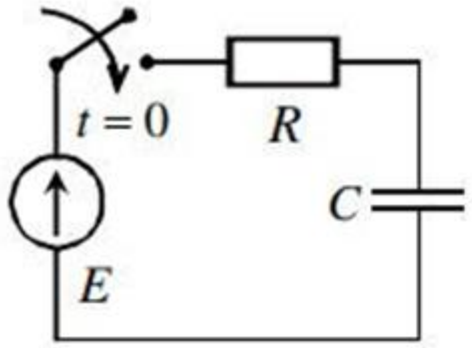
$$Ri_L + Li'_L = E$$

$$\rightarrow Ri_L(0) + Li'_L(0) = E$$

$$\rightarrow i'_L(0) = \frac{E - Ri_L(0)}{L} = \frac{12 - 6.4}{2} = \boxed{-6\ \text{A/s}}$$

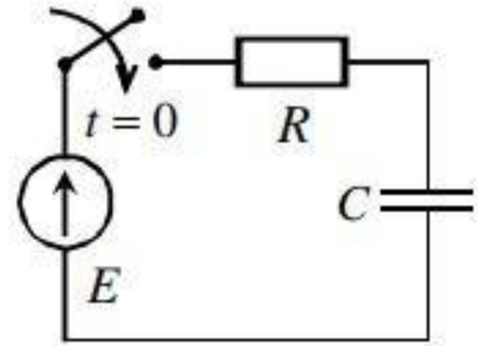
VD3

$E = 12$ VDC; $R = 6\ \Omega$; $C = 1\ \mu$F. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

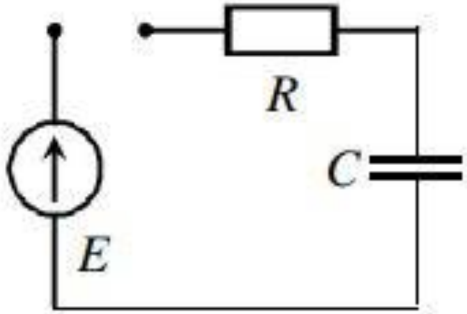


VD3

$E = 12$ VDC; $R = 6\ \Omega$; $C = 1\ \mu$F. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

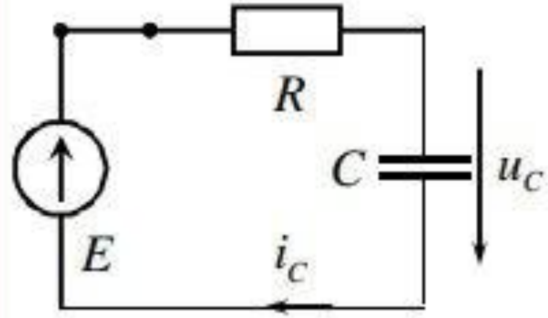


Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0) = \boxed{0\,\text{V}}$$

Chế độ mới



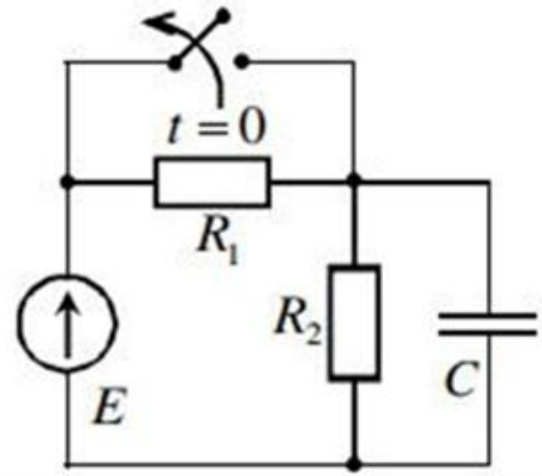
$$\left.\begin{aligned} Ri_C + u_C &= E \\ i_C &= C\,du_C/dt \end{aligned}\right\} \to RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\to RCu'_C(0) + u_C(0) = E$$

$$\to u'_C(0) = \frac{E - u_C(0)}{RC} = \frac{12 - 0}{6.1.10^{-6}} = \boxed{2.10^6\ \text{V/s}}$$

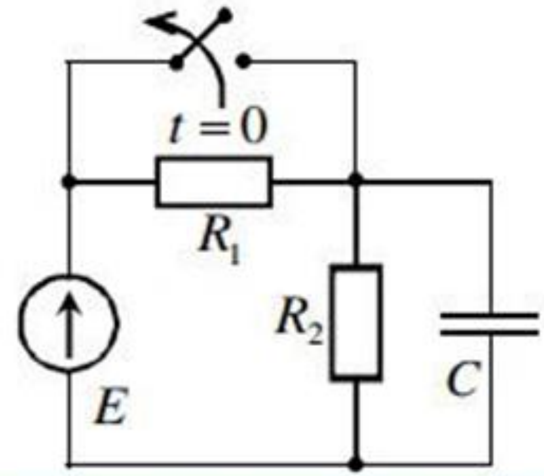
VD4

$E = 12$ VDC; $R_1 = 6\ \Omega$; $R_2 = 3\ \Omega$;
$C = 1\ \mu$F. Tính $u_C(0)\ \&\ u'_C(0)$?

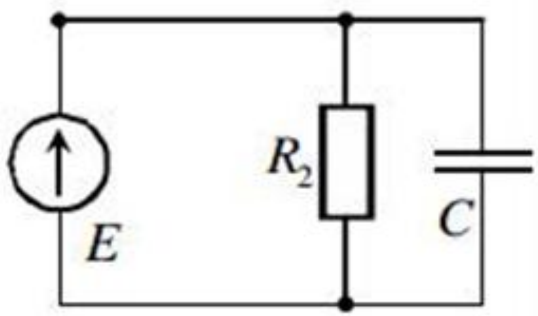


VD4

$E = 12$ VDC; $R_1 = 6\ \Omega$; $R_2 = 3\ \Omega$;
$C = 1\ \mu$F. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

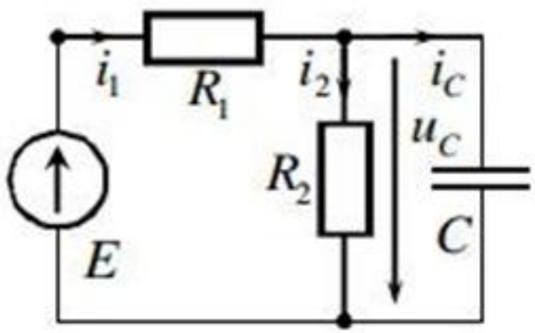


Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0)$$
$$= E = \boxed{12\text{ V}}$$

Chế độ mới

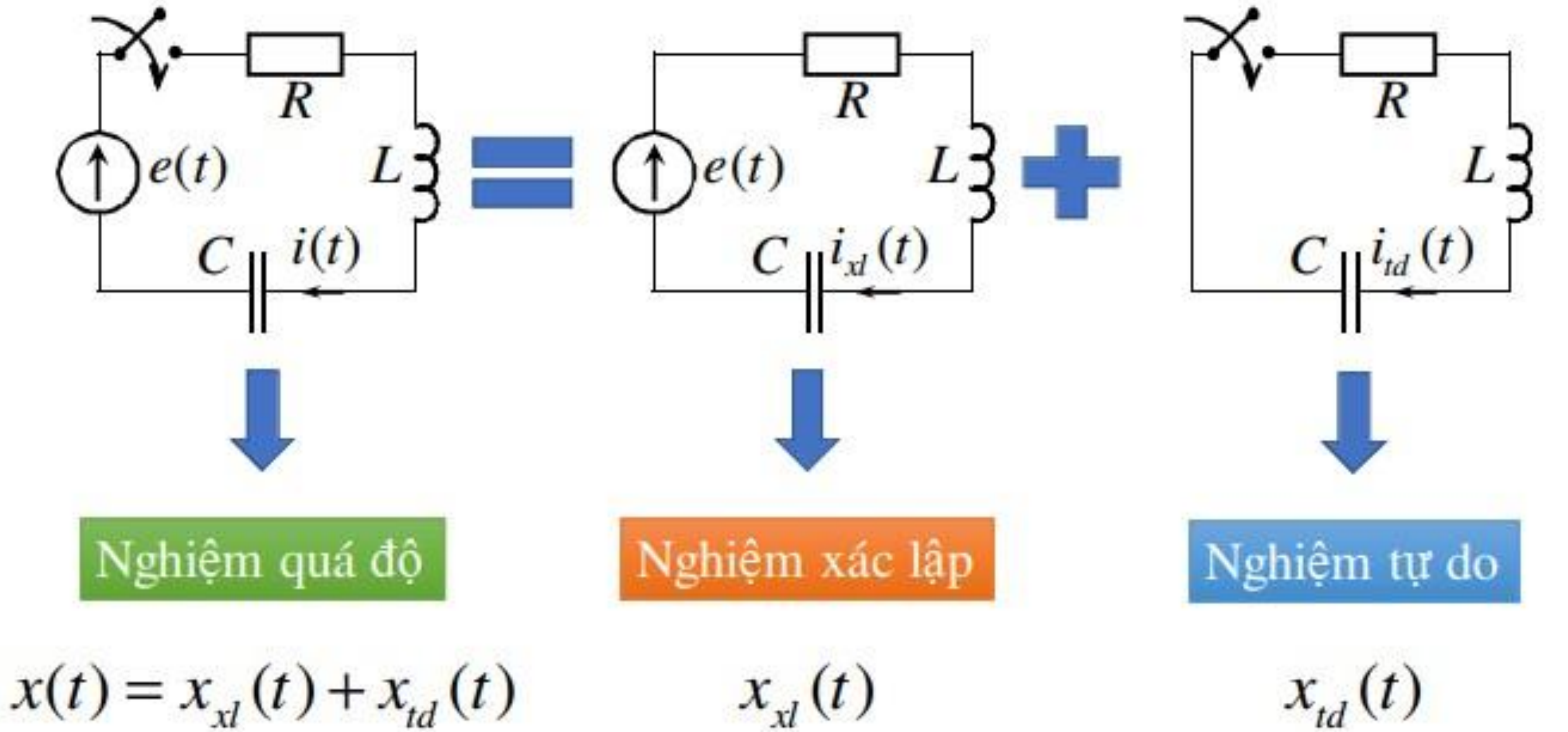


$$\left.\begin{array}{l} \begin{cases} i_1 - i_2 - i_C = 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 = E \\ R_2 i_2 - u_C = 0 \end{cases} \\ i_C = C du_C / dt \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow (R_1 + R_2)u_C + R_1 R_2 C u'_C = R_2 E$$

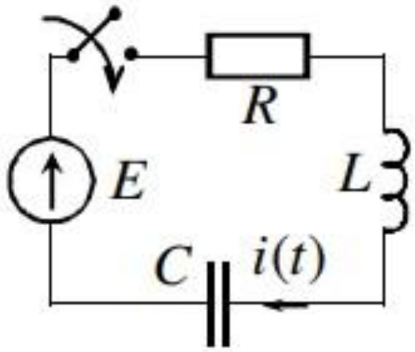
$$\rightarrow (R_1 + R_2)u_C(0) + R_1 R_2 C u'_C(0) = R_2 E$$

Phương pháp tích phân kinh điển phân tích quá trình quá độ



VD1

E = 24 VDC; R = 25 Ω; L = 5 H; C = 50 mF.



1. $i_L(0) = 0; i'_L(0) = 4{,}8$ A/s;
2. $i_{xl}(t) = 0$;
3. Nghiệm tự do:
   a) $LCp^2 + RCp + 1 = 0,$
   $\rightarrow p_1 = -4, p_2 = -1;$
   b) $i_{td}(t) = Ae^{-4t} + Be^{-t}$;
4. $A = -1{,}6; B = 1{,}6;$
5. $\boxed{i(t) = 0 - 1{,}6e^{-4t} + 1{,}6e^{-t}\text{ A.}}$

1. Tính các sơ kiện;
2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
3. Tìm nghiệm tự do:
a) lập phương trình đặc trưng & giải;
b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

1. Tính các sơ kiện (*đã có ở phần trước*);
2. Tìm nghiệm xác lập (*dùng các phương pháp (dòng nhánh, thế nút, dòng vòng, xếp chồng, mạng một cửa, mạng hai cửa,...) trong Lý thuyết mạch I*);
3. Tìm nghiệm tự do:
   a) Lập phương trình đặc trưng & giải;
   b) Viết nghiệm tự do;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

Phương pháp tích phân kinh điển: lập phương trình đặc trưng

VD1

$$\boxed{E = 24\ \text{VDC};\ R = 25\ \Omega;\ L = 5\ \text{H};\ C = 50\ \text{mF.}}$$

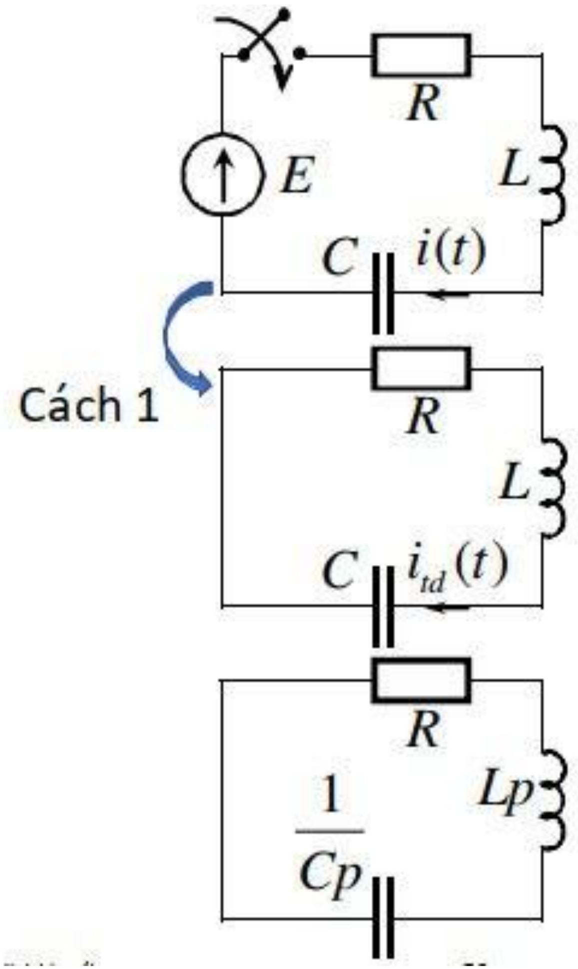
$$Ri_{td} + u_L + u_C = 0$$

$$\left.\begin{aligned} \rightarrow Ri_{td} + Li'_{td} + \frac{1}{C}\int i_{td}\,dt = 0 \\ i_{td} = Ae^{pt} \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow RAe^{pt} + LApe^{pt} + \frac{A}{Cp}e^{pt} = 0$$

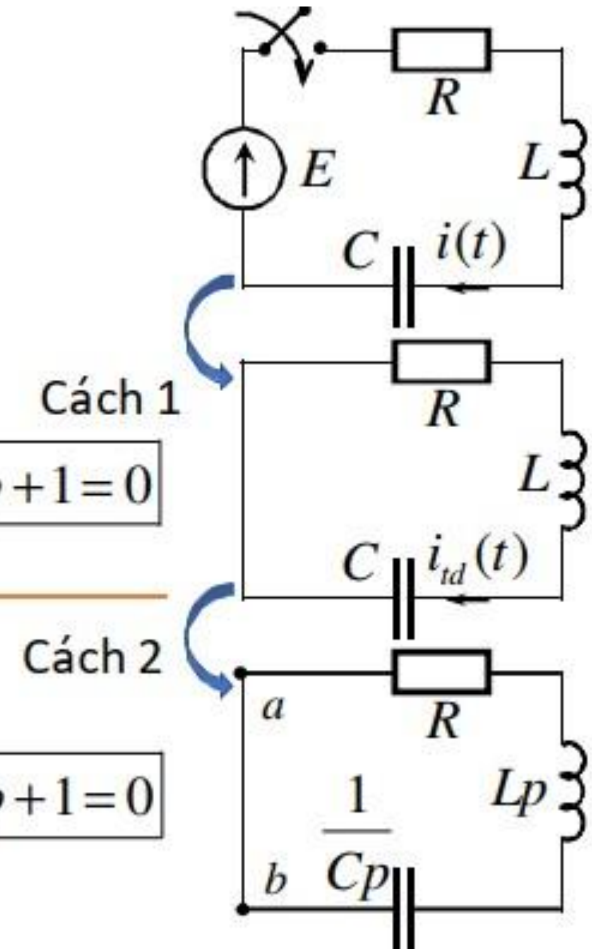
$$\rightarrow R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$



VD1

$E = 24$ VDC; $R = 25\ \Omega$; $L = 5$ H; $C = 50$ mF.



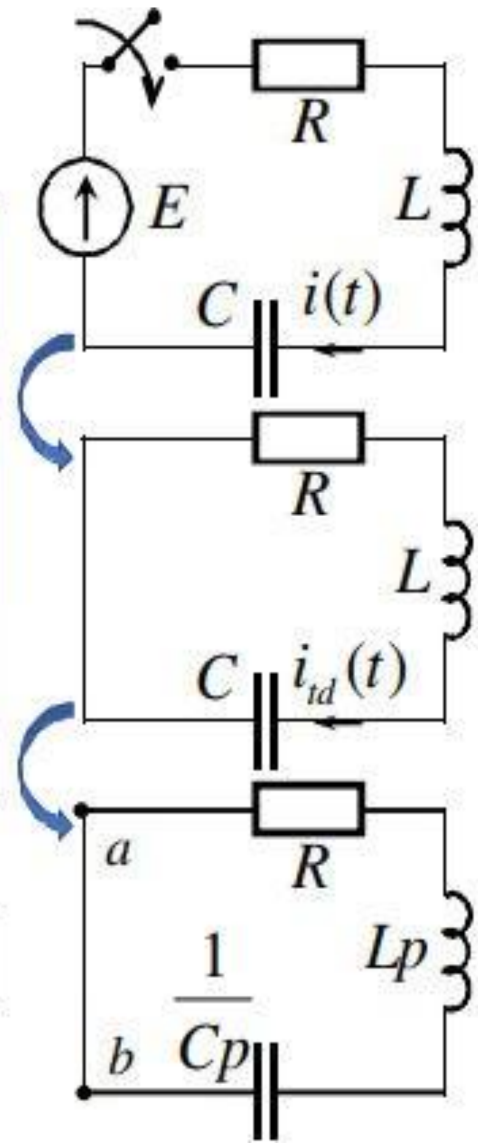
$$Ri_{td} + Li'_{td} + \frac{1}{C}\int i_{td}dt = 0 \rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$

$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$

VD1

$E = 24$ VDC; $R = 25\ \Omega$; $L = 5$ H; $C = 50$ mF.

1. Xét mạch điện ở trạng thái mới (khóa đã chuyển sang vị trí mới);
2. Tắt (các) nguồn độc lập (nếu có);
3. Toán tử hóa các phần tử:
   $\left(R \to R;\ L \to Lp;\ C \to \dfrac{1}{Cp} \right);$
4. Chọn hai điểm bất kỳ sát nhau a & b, tính tổng trở vào $Z_{ab}(p)$;
5. Cho $Z_{ab}(p) = 0$ → p/tr đặc trưng.



$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \to \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$

VD2

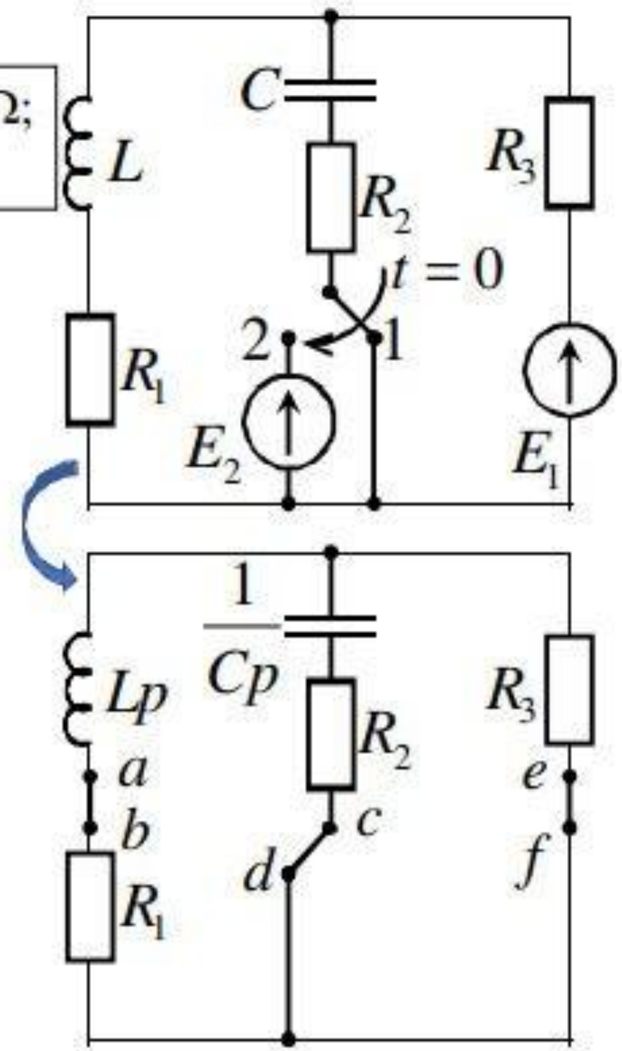
$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF.

$$Z_{ab} = R_1 + Lp + \frac{R_3\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)}{R_3 + R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{p^2 + 42p + 800}{p + 20}$$

$$Z_{ab} = 0 \rightarrow \boxed{p^2 + 42p + 800 = 0}$$

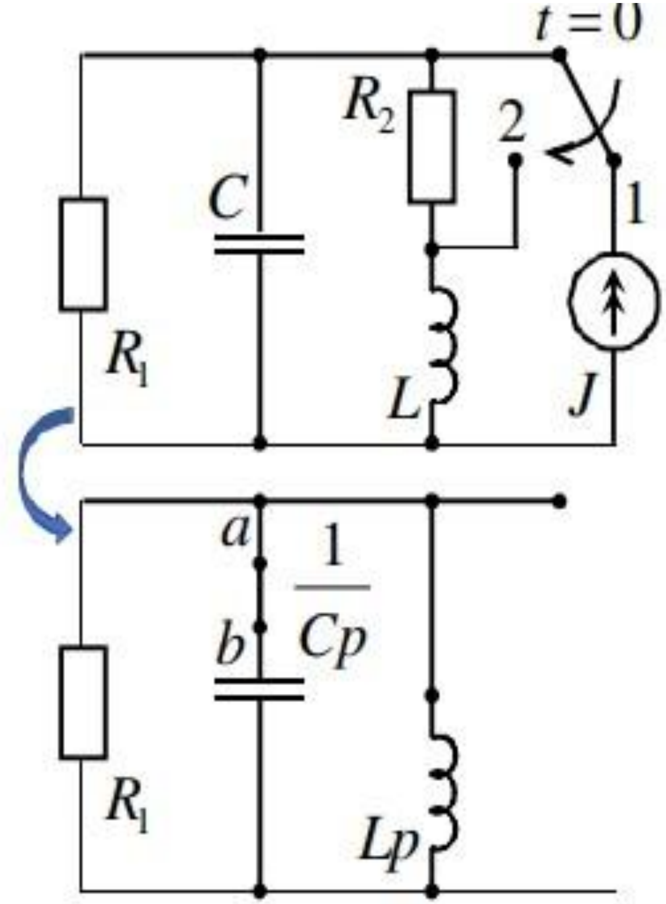
$$Z_{cd} = \boxed{R_2 + \frac{1}{Cp} + \frac{R_3(R_1 + Lp)}{R_3 + R_1 + Lp}} = \frac{50\left(\boxed{p^2 + 42p + 800}\right)}{p(p + 40)}$$

$$Z_{ef} = R_3 + \frac{(R_1 + Lp)\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)}{R_1 + Lp + R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{50\left(\boxed{p^2 + 42p + 800}\right)}{p^2 + 30p + 1000}$$



VD3

$J = 5$ A (DC); $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $L = 2$ H; $C = 5$ mF.



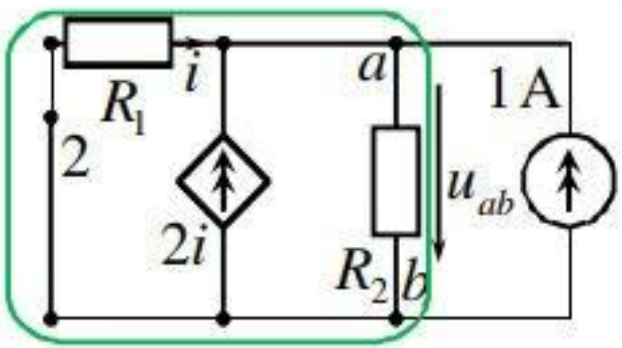
$$Z_{ab} = \frac{1}{Cp} + \frac{R_1 Lp}{R_1 + Lp} = \frac{10(p+10)^2}{p(p+5)}$$

$$Z_{ab} = 0 \rightarrow \boxed{10(p+10)^2 = 0}$$

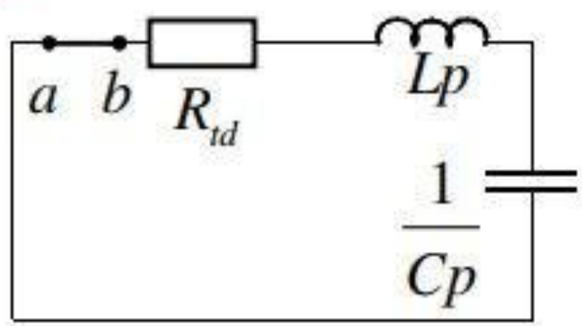
VD4

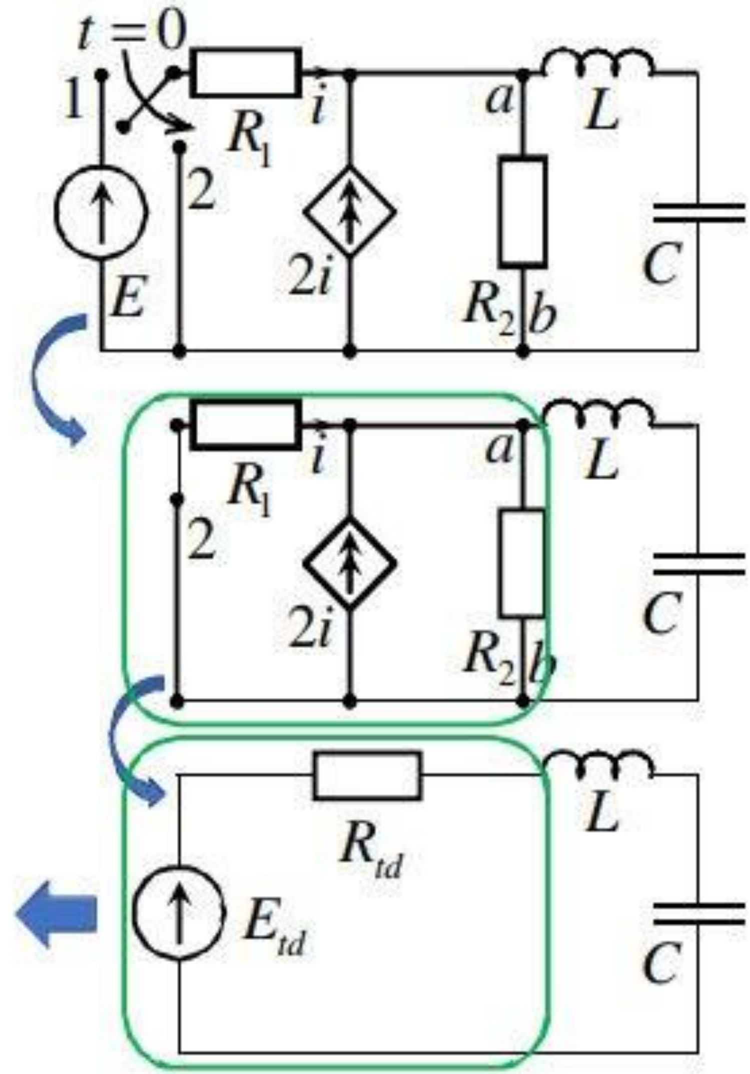
$E = 12$ VDC; $R_1 = 6\ \Omega$; $R_2 = 3\ \Omega$; $L = 2$ H;
$C = 5$ mF.

$$Z_{ab} = R_{td} + Lp + \frac{1}{Cp}$$



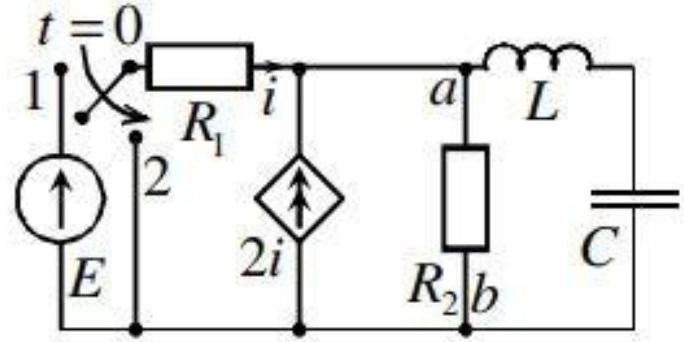
$$R_{td} = \frac{u_{ab}}{1}$$



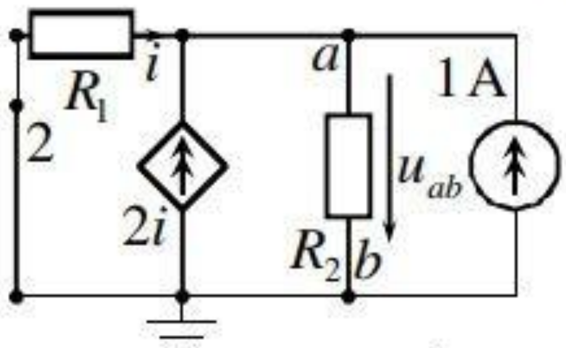


VD4

$E = 12$ VDC; $R_1 = 6\ \Omega$; $R_2 = 3\ \Omega$; $L = 2$ H; $C = 5$ mF.



$$Z_{ab} = R_{td} + Lp + \frac{1}{Cp}$$



$$R_{td} = \frac{u_{ab}}{1}$$

$$\left.\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)\varphi_a = 2i+1 \\ i = -\varphi_a / R_1 \end{cases}\right\} \rightarrow \varphi_a = 1,2\ \text{V} = u_{ab}$$

$$\rightarrow R_{td} = 1,2\ \Omega$$

$$\rightarrow Z_{ab} = 1,2 + 2p + \frac{1}{5.10^{-3}p} = \frac{\boxed{2p^2 + 1,2p + 200}}{p}$$

Viết nghiệm tự do

$$ap^2 + bp + c = 0 \rightarrow p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta > 0: \; x(t) = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t}$$

$$\Delta = 0: \; x(t) = (A + Bt)e^{pt}$$

$$\Delta < 0, p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega: \; x(t) = (A\cos\omega t + B\sin\omega t)e^{-\alpha t}$$

$$= Me^{-\alpha t}\cos(\omega t + \theta)$$

VD1

$$\boxed{0,25p^2+1,25p+1=0} \rightarrow p_1=-1;\ p_2=-4$$

$$\rightarrow x(t)=Ae^{-t}+Be^{-4t}$$

VD2

$$\boxed{10(p+10)^2=0} \qquad \rightarrow p_1=p_2=-10$$

$$\rightarrow x(t)=(A+Bt)e^{-10t}$$

VD3

$$\boxed{p^2+42p+800=0} \qquad \rightarrow p_{1,2}=-21,00\pm j18,95$$

$$\rightarrow x(t)=(A\cos 18,95t+B\sin 18,95t)e^{-21t}$$

$$=Me^{-21t}\cos(18,95t+\theta)$$

Tìm các hằng số tích phân

$$\begin{cases} x(t=0) = x(0) \\ x'(t=0) = x'(0) \end{cases} \rightarrow A,\ B$$

VD

$$\boxed{0,25p^2 + 1,25p + 1 = 0;\ i(0) = 0,18\ \text{A};\ i'(0) = 0;\ i_{xl}(t) = 0}$$

$$p_1 = -1;\ p_2 = -4 \rightarrow i_{td}(t) = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

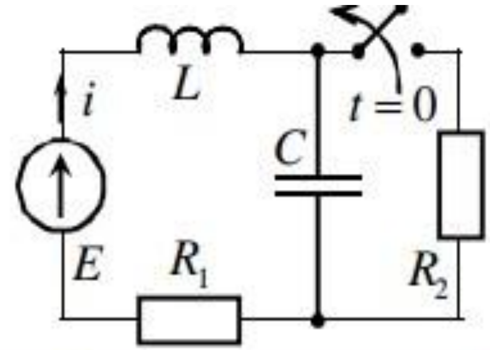
$$\rightarrow i(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 0 + Ae^{-t} + Be^{-4t} = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

$$\begin{cases} i(t=0) = (Ae^{-t} + Be^{-4t})\big|_{t=0} = A + B = 0,18 \\ i'(t=0) = (-Ae^{-t} - 4Be^{-4t})\big|_{t=0} = -A - 4B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 0,24 \\ B = -0,06 \end{cases}$$

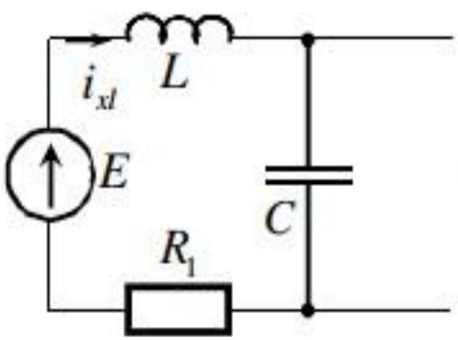
Ví dụ:

VD1

$E = 12$ VDC; $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $L = 20$ mH;
$C = 4$ mF. Tính dòng quá độ?



$$i_L(0) = 0{,}18\,\text{A};\ i'_L(0) = 0$$



$$\rightarrow i_{xl}(t) = 0$$

- ✓ 1. Tính các sơ kiện;
- ✓ 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
- 3. Tìm nghiệm tự do:
- ✓ *a*) lập phương trình đặc trưng & giải;
- ✓ *b*) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
- 4. Tìm các hằng số tích phân;
- 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

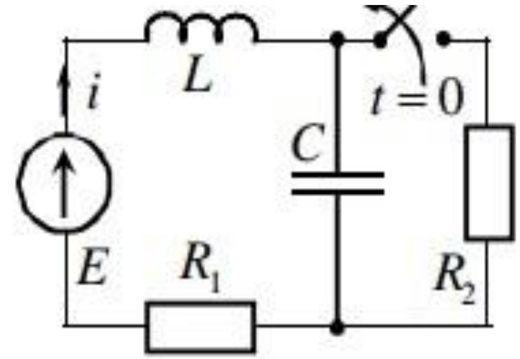
$$LCp^2 + R_1Cp + 1 = 0$$

$$\rightarrow (20.10^{-3})(4.10^{-3})p^2 + 20(4.10^{-3})p + 1 = 0 \rightarrow p_1 = -987{,}3;\ p_2 = 12{,}66$$

$$\rightarrow i_{td}(t) = Ae^{-987{,}3t} + Be^{-12{,}66t}$$

VD1

$E = 12$ VDC; $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $L = 20$ mH; $C = 4$ mF. Tính dòng quá độ?



$$i_L(0) = 0{,}18\,\text{A};\ i'_L(0) = 0$$

$$i_{xl}(t) = 0;\ i_{td}(t) = Ae^{-987{,}3t} + Be^{-12{,}66t}$$

$$i(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t)$$

$$= 0 + Ae^{-987{,}3t} + Be^{-12{,}66t}$$

$$= Ae^{-987{,}3t} + Be^{-12{,}66t}$$

$$\begin{cases} i(0) = A + B = 0{,}18 \\ i'(0) = -987{,}3A - 12{,}66B = 0 \end{cases}$$

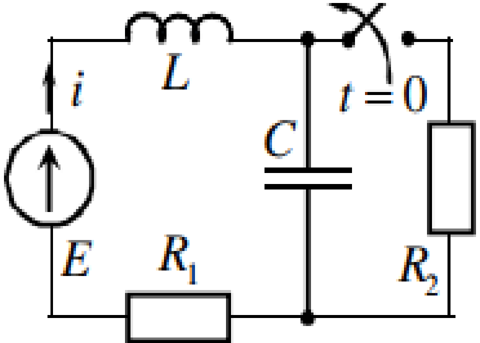
$$\rightarrow A = -0{,}0023;\ B = 0{,}1823 \rightarrow \boxed{i(t) = -0{,}0023e^{-987{,}3t} + 0{,}1823e^{-12{,}66t}\ \text{A}}$$

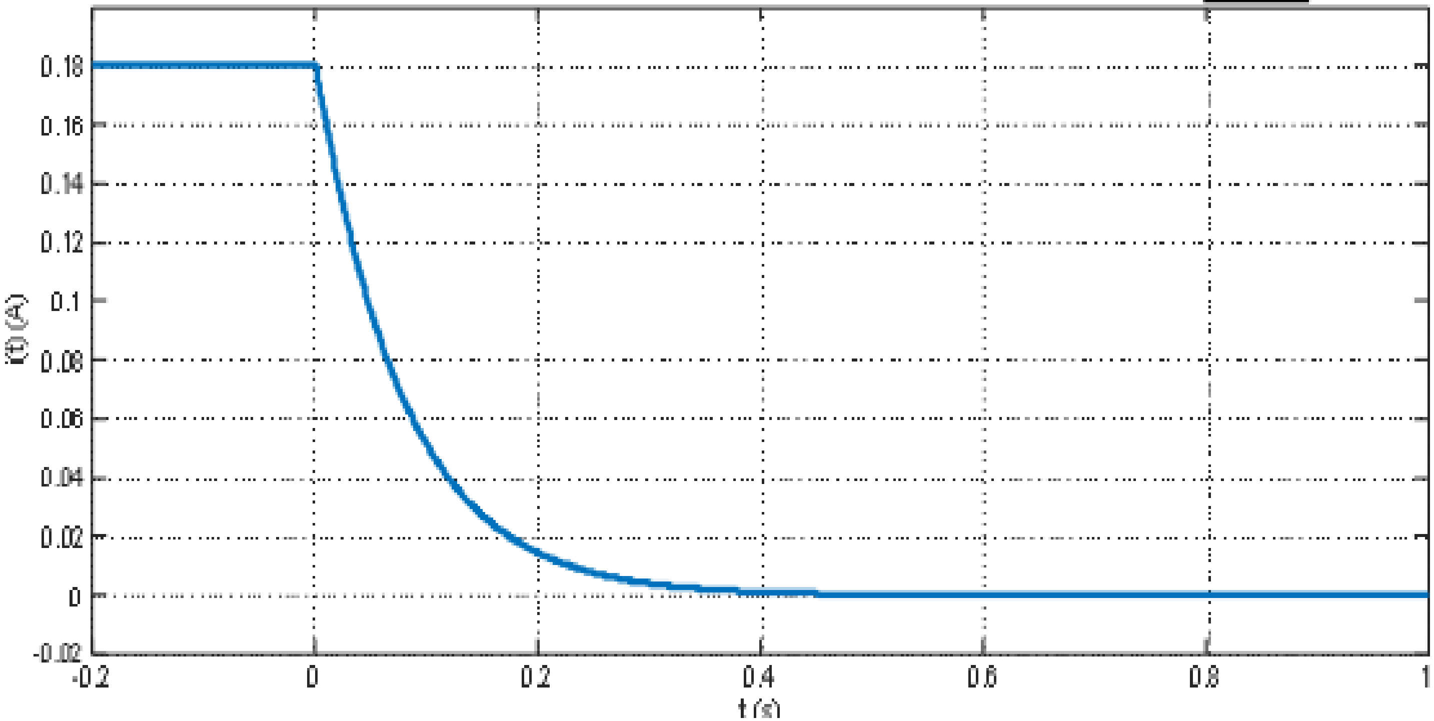
- ✓ 1. Tính các sơ kiện;
- ✓ 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
- 3. Tìm nghiệm tự do:
- ✓ *a*) lập phương trình đặc trưng & giải;
- ✓ *b*) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
- ✓ 4. Tìm các hằng số tích phân;
- ✓ 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

VD1

$E = 12$ VDC; $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $L = 20$ mH; $C = 4$ mF. Tính dòng quá độ?

$$i(t) = -0{,}0023e^{-987{,}3t} + 0{,}1823e^{-12{,}66t}\ \text{A}$$





VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(0) = 30\ \text{V};\ u'_C(0) = -800\ \text{V/s}$$

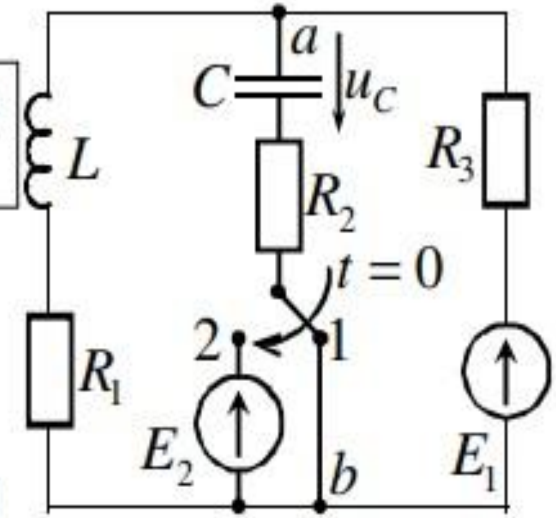
$$\left.\begin{cases} a: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ \boxed{R_1 i_1 - R_2 i_2 - u_C + u_L = E_2} \\ \boxed{R_2 i_2 + R_3 i_3 + u_C = E_1 - E_2} \\ u_L = 0;\ i_2 = 0 \end{cases}\right\} \rightarrow u_C = -10\,\text{V} = u_{xl}(t)$$

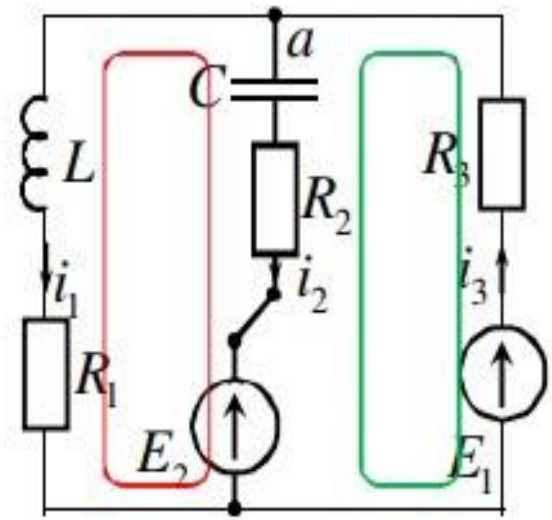
$$p^2 + 42p + 800 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -21{,}00 \pm j18{,}95$$

$$\rightarrow u_{td}(t) = e^{-21t}(A\cos 18{,}95t + B\sin 18{,}95t)$$

$$\rightarrow u_C(t) = u_{xl}(t) + u_{td}(t)$$

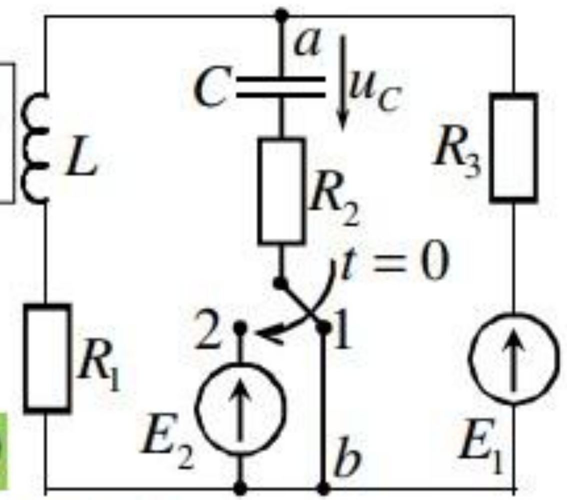
$$= -10 + e^{-21t}(A\cos 18{,}95t + B\sin 18{,}95t)$$





VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $u_C(t)$?



$$u_C(0) = 30\text{ V};\ u'_C(0) = -800\text{ V/s}$$

$$u_C(t) = -10 + e^{-21t}(A\cos 18,95t + B\sin 18,95t)$$

$$u_C(0) = -10 + e^{-21.0}(A\cos 0 + B\sin 0) = -10 + A = 30$$

$$\to A = 40 \to u_C(t) = -10 + e^{-21t}(40\cos 18,95t + B\sin 18,95t)$$

$$u'_C(t) = -21e^{-21t}(40\cos 18,95t + B\sin 18,95t)$$

$$+e^{-21t}(-18,95.40\sin 18,95t + 18,95B\cos 18,95t)$$

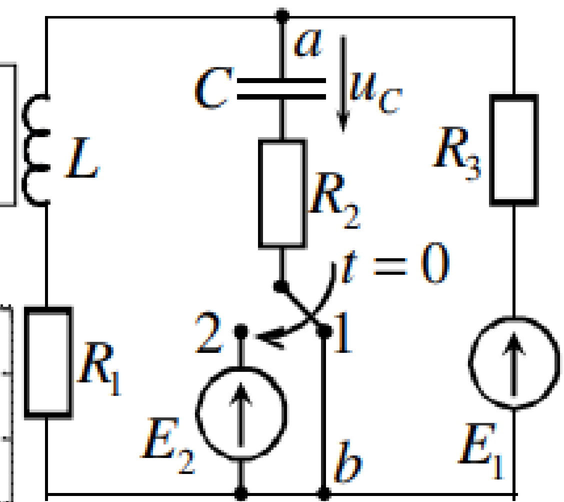
$$\to u'_C(0) = -21e^{-21.0}(40\cos 0 + B\sin 0) + e^{-21.0}(-18,95.40\sin 0 + 18,95B\cos 0)$$

$$= -21.40 + 18,95B = -800 \to B = 2,11$$

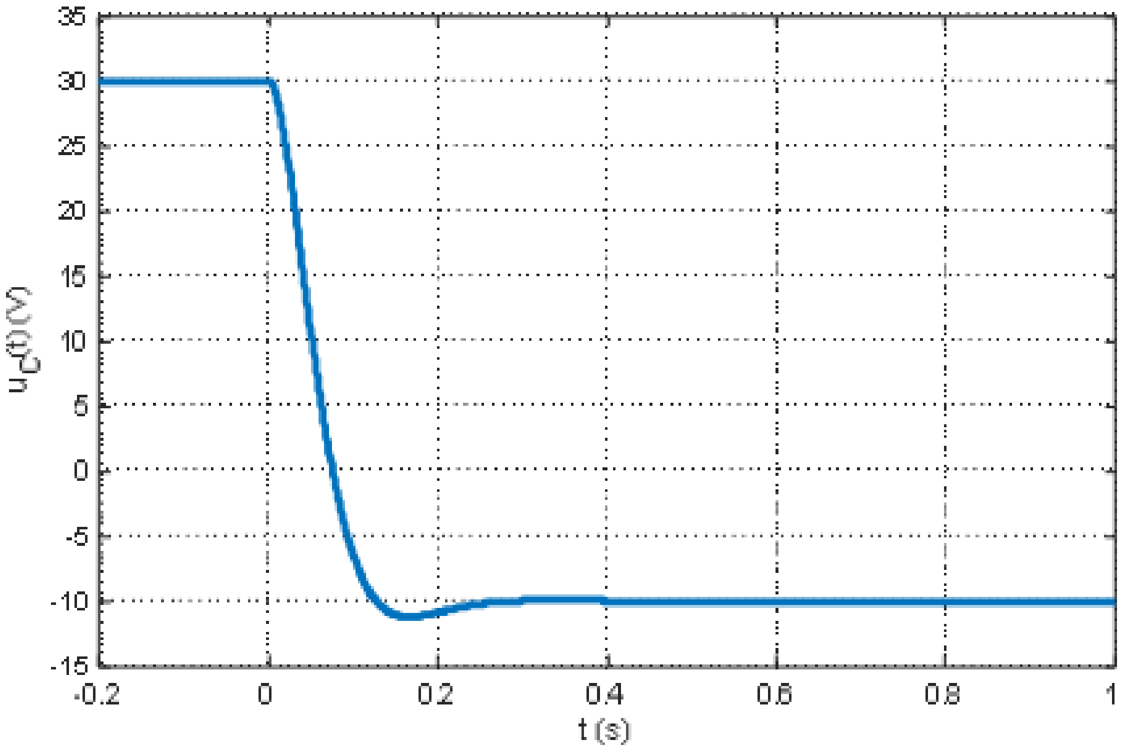
$$\to \boxed{u_C(t) = -10 + e^{-21t}(40,00\cos 18,95t + 2,11\sin 18,95t)\text{ V}}$$

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $u_C(t)$?

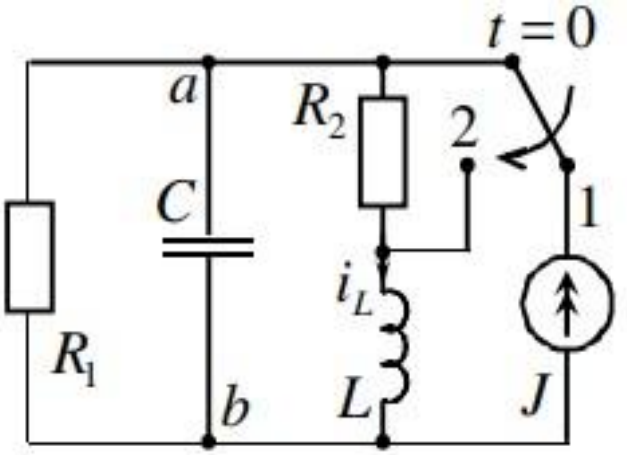


$$u_C(t) = -10 + e^{-21t}(40,00\cos 18,95t + 2,11\sin 18,95t)\ \text{V}$$



VD3

$J = 5$ A (DC); $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $L = 2$ H; $C = 5$ mF. Tính $i_L(t)$?



$i_L(0) = 1{,}67$ A; $i'_L(0) = 16{,}67$ A/s

$i_{xl}(t) = 0$

$10(p+10)^2 = 0 \rightarrow p_1 = p_2 = -10$

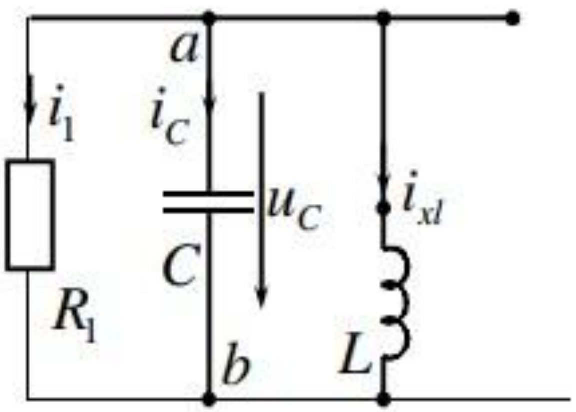
$\rightarrow i_{td}(t) = (A + Bt)e^{-10t}$

$\rightarrow i_L(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 0 + (A + Bt)e^{-10t} = (A + Bt)e^{-10t}$

$i_L(0) = (A + B.0)e^{-10.0} = A = 1{,}67$

$i'_L(t) = Be^{-10t} - 10(A + Bt)e^{-10t}$

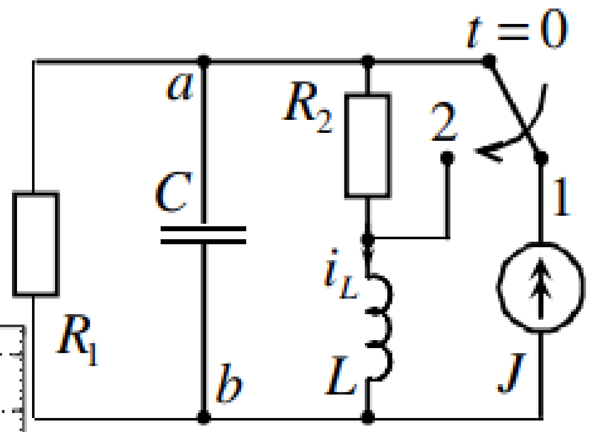
$\rightarrow i'_L(0) = B - 10A = B - 16{,}67 = 16{,}67 \rightarrow B = 33{,}33$



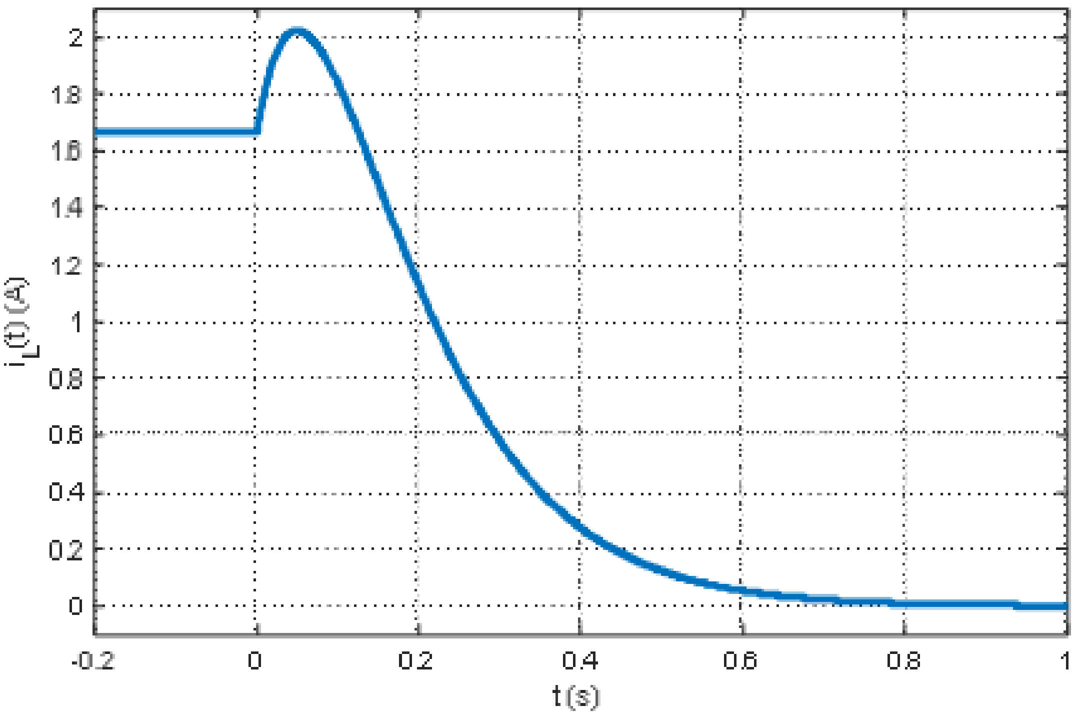
$\rightarrow \boxed{i_L(t) = (1{,}67 + 33{,}33t)e^{-10t}\ \text{A}}$

VD3

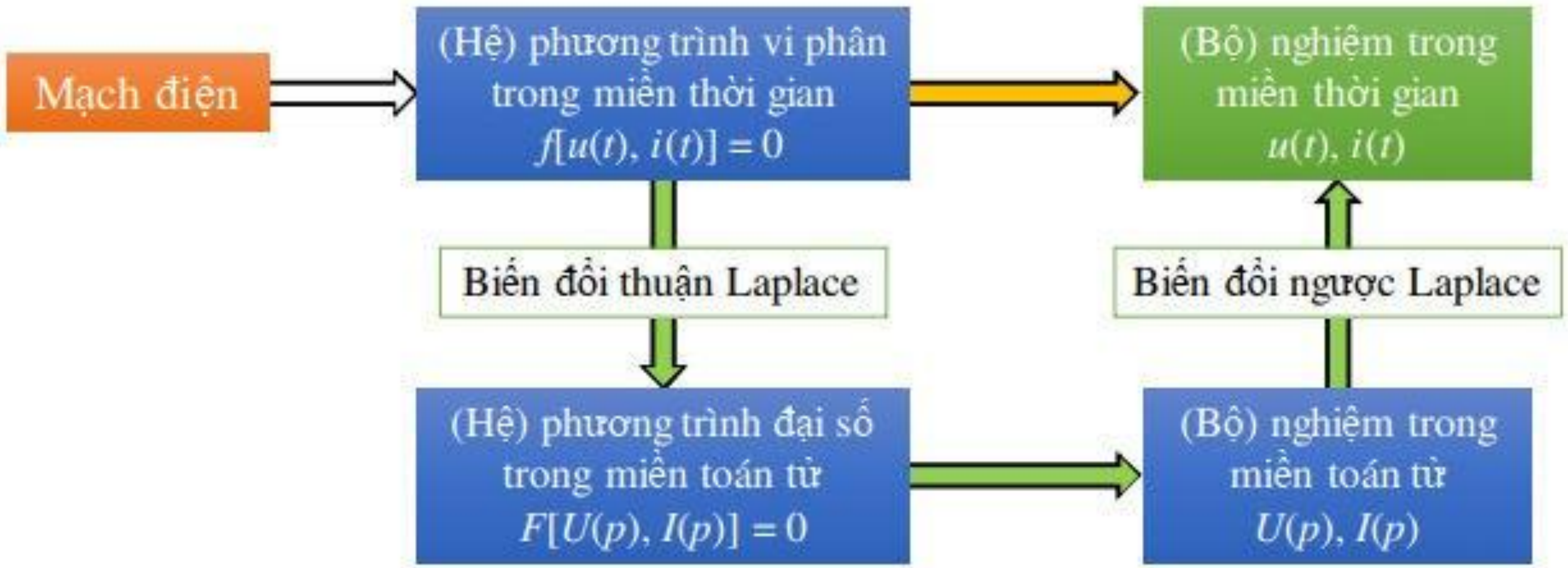
$J = 5$ A (DC); $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $L = 2$ H; $C = 5$ mF. Tính $i_L(t)$?



$$i_L(t) = (1,67 + 33,33t)e^{-10t}\ \text{A}$$



Phương pháp toán tử giải bài toán quá độ



Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận Laplace

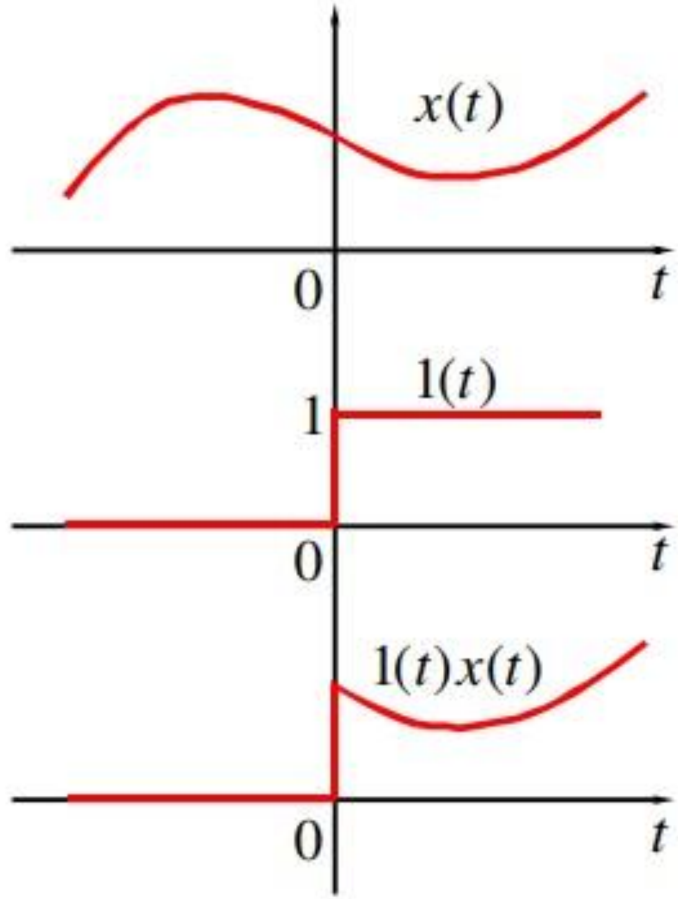
Gốc (thời gian) Ảnh (Laplace)

$$1(t)x(t) \leftrightarrow X(p)$$

$$X(p) = L[x(t)] = \int_{-0}^{\infty} x(t)e^{-pt}dt$$

$$= \lim_{\tau \to \infty} \int_{-0}^{\tau} x(t)e^{-pt}dt$$

$p = \sigma + j\omega;$ p : toán tử Laplace



Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận Laplace

$x(t)$	$\delta(t)$	$1(t)$	e^{-at}	t	te^{-at}	$\sin at$	$\cos at$
$X(p)$	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$

Tính chất	$x(t)$	$X(p)$
1. Tỉ lệ biên độ	$Ax(t)$	$AX(p)$
2. Cộng/trừ	$x_1(t) \pm x_2(t)$	$X_1(p) \pm X_2(p)$
3. Tỉ lệ thời gian	$x(at)$	$\frac{1}{a} X\left(\frac{p}{a}\right)$
4. Dịch thời gian	$x(t-a)1(t-a),\ a \geq 0$ $x(t)1(t-a),\ a \geq 0$	$e^{-ap} X(p)$ $e^{-ap} L[x(t+a)]$
5. Dịch tần số	$e^{-at} x(t)$	$X(p+a)$
6. Vi phân	$d^n x(t) / dt^n$	$p^n X(p) - p^{n-1} x(-0) - p^{n-2} x^{(1)}(-0)$ ...
7. Nhân với t	$t^n x(t)$	$(-1)^n d^n X(p) / dp^n$
8. Chia cho t	$x(t) / t$	$\int_p^\infty X(\lambda) d\lambda$
9. Tích phân	$\int_0^t x(\lambda) d\lambda$	$X(p) / p$
10. Nhân chập	$x_1(t) * x_2(t) = \int_0^t x_1(\lambda) x_2(t-\lambda) d\lambda$	$X_1(p) X_2(p)$

VD1

Tìm ảnh Laplace của $x(t)=5+e^{-10t}-\cos 20t$?

$$x_1(t)\pm x_2(t)\to X_1(p)\pm X_2(p)$$

$$\to X(p)=L[5]+L[e^{-10t}]-L[\cos 20t]$$

$$Ax(t)\to AX(p)$$

$$\to L[5]=5L[1]$$

$$L[1]=\frac{1}{p}$$

$$\to L[5]=\frac{5}{p}$$

$$L[e^{-10t}]=\frac{1}{p+10}$$

$$L[\cos 20t]=\frac{p}{p^2+20^2}=\frac{p}{p^2+400}$$

$$\to X(p)=\frac{5}{p}+\frac{1}{p+10}-\frac{s}{p^2+400}=\boxed{\frac{5p^3+2400p+4000}{p(p+10)(p^2+400)}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận

La

VD1

Tìm ảnh Laplace của $x(t)=5+e^{-10t}-\cos 20t$?

$$x_1(t)\pm x_2(t)\to X_1(p)\pm X_2(p)$$

$$\to X(p)=L[5]+L[e^{-10t}]-L[\cos 20t]$$

$$\left.\begin{array}{r} Ax(t)\to AX(p) \\ \to L[5]=5L[1] \\ L[1]=\dfrac{1}{p} \end{array}\right\}\to L[5]=\frac{5}{p}$$

$$L[e^{-10t}]=\frac{1}{p+10}$$

$$L[\cos 20t]=\frac{p}{p^2+20^2}=\frac{p}{p^2+400}$$

$$\to X(p)=\frac{5}{p}+\frac{1}{p+10}-\frac{s}{p^2+400}=\boxed{\frac{5p^3+2400p+4000}{p(p+10)(p^2+400)}}$$

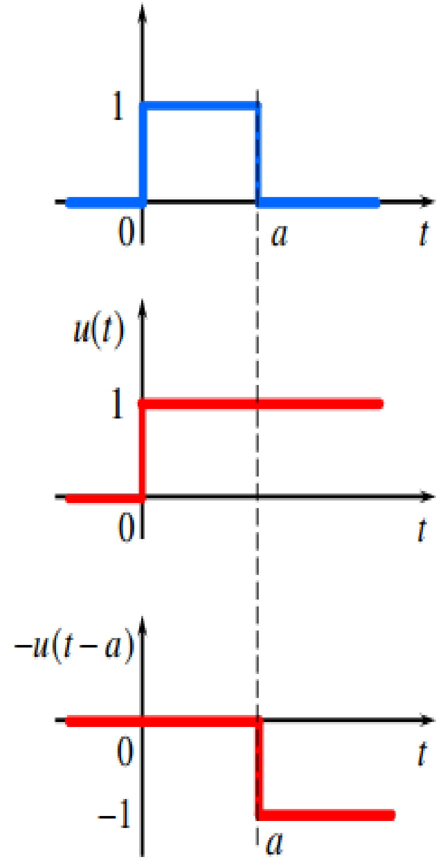
Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận

VD2

$$F(p) = L[u(t)] - L[u(t-a)]$$

$$L[u(t)] = \frac{1}{p}$$

$$L[u(t-a)] = \frac{e^{-\alpha p}}{p}$$



$$\rightarrow F(p) = \frac{1}{p} - \frac{e^{-ap}}{p} = \boxed{\frac{1-e^{-ap}}{p}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi thuận Laplace

- Dùng bảng các cặp biến đổi (có sẵn) và tính chất của biến đổi thuận Laplace để tìm ảnh Laplace $X(p)$ từ gốc thời gian $x(t)$.

$x(t)$	$\delta(t)$	$1(t)$	e^{-at}	t	te^{-at}	$\sin at$	$\cos at$
$X(p)$	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$

Phương pháp toán tử: Biến đổingượcLaplace

$$L^{-1}\left[X(p)\right] = x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} X(p)e^{pt}\,dp$$

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm

VD1

$$\boxed{X(p) = \frac{p+8}{p(p+2)(p+4)^2}} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{p+2} + \frac{K_3}{(p+4)^2} + \frac{K_4}{p+4}$$

$$\to x(t) = K_1 + K_2 e^{-2t} + K_3 t e^{-4t} + K_4 e^{-4t}$$

- Tính K_1, K_2, K_3, K_4?
- Cách tính phụ thuộc vào kiểu nghiệm của mẫu số:
  - Nghiệm thực phân biệt,
  - Nghiệm thực lặp (kép),
  - Nghiệm phức.

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược La

$$X(p)=\frac{N(p)}{D(p)}=\frac{K_1}{p+p_1}+\frac{K_2}{p+p_2}+\ldots+\frac{K_i}{p+p_i}+\ldots+\frac{K_n}{p+p_n}$$

$$\rightarrow(p+p_i)\frac{N(p)}{D(p)}=\frac{K_1(p+p_i)}{p+p_1}+\frac{K_2(p+p_i)}{p+p_2}+\ldots+\frac{K_i(p+p_i)}{p+p_i}+\ldots+\frac{K_n(p+p_i)}{p+p_n}$$

$$\rightarrow(p+p_i)\frac{N(p)}{D(p)}=\frac{K_1(p+p_i)}{p+p_1}+\frac{K_2(p+p_i)}{p+p_2}+\ldots+K_i+\ldots+\frac{K_n(p+p_i)}{p+p_n}$$

$$\rightarrow\left[(p+p_i)\frac{N(p)}{D(p)}\right]_{p=-p_i}=\left[\frac{K_1(p+p_i)}{p+p_1}+\frac{K_2(p+p_i)}{p+p_2}+\ldots+K_i+\ldots+\frac{K_n(p+p_i)}{p+p_n}\right]_{p=-p_i}$$

$$\rightarrow\left[(p+p_i)\frac{N(p)}{D(p)}\right]_{p=-p_i}=0+0+\ldots+K_i+\ldots+0$$

$$\rightarrow K_i=\boxed{\left[(p+p_i)\frac{N(p)}{D(p)}\right]_{p=-p_i}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm

VD2

$$\boxed{X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}=\frac{20}{p}+\frac{10}{p+4}-\frac{5}{p+8}$$

$$K_1=\left.\frac{25p^2+300p+640}{\cancel{p}(p+4)(p+8)}\right|_{p=0}=\frac{25.0^2+300.0+640}{(0+4)(0+8)}=20$$

$$K_2=\left.\frac{25p^2+300p+640}{p\,\cancel{(p+4)}(p+8)}\right|_{p=-4}=\frac{25(-4)^2+300(-4)+640}{(-4)(-4+8)}=10$$

$$K_3=\left.\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)\cancel{(p+8)}}\right|_{p=-8}=\frac{25(-8)^2+300(-8)+640}{(-8)(-8+4)}=-5$$

$$\rightarrow \boxed{x(t)=20+10e^{-4t}-5e^{-8t}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm

VD3

$$\boxed{X(p)=\frac{20p+120}{2p^2+8p+6}}=\frac{10p+60}{p^2+4p+3}=\frac{10p+60}{(p+1)(p+3)}=\frac{K_1}{p+1}+\frac{K_2}{p+3}$$

$$K_1=\left.\frac{10p+60}{\cancel{(p+1)}(p+3)}\right|_{p=-1}=\frac{10(-1)+60}{-1+3}=25$$

$$K_2=\left.\frac{10p+60}{(p+1)\cancel{(p+3)}}\right|_{p=-3}=\frac{10(-3)+60}{-3+1}=-15$$

$$\rightarrow \boxed{x(t)=25e^{-t}-15e^{-3t}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm thực lặp

$$X(p)=\frac{N_1(p)}{[D_1(p)](p+p_1)^n}=\frac{K_{11}}{(p+p_1)}+\frac{K_{12}}{(p+p_1)^2}+\ldots+\frac{K_{1n}}{(p+p)^n}+\ldots$$

$$\left[(p+p_1)^n X(p)\right]\Big|_{p=-p_1}=K_{1n}$$

$$\left\{\frac{d}{dp}[(p+p_1)^n X(p)]\right\}\Big|_{p=-p_1}=K_{1n-1}$$

$$\left\{\frac{d^2}{dp^2}[(p+p_1)^n X(p)]\right\}\Big|_{p=-p_1}=(2!)K_{1n-2}$$

$$\boxed{K_{1j}=\left\{\frac{1}{(n-j)!}\frac{d^{n-j}}{dp^{n-j}}[(p+p_1)^n X(p)]\right\}\Big|_{p=-p_1}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm thực lặp

VD4

$$\boxed{X(p)=\frac{10p^2+34p+27}{p(p+3)^2}}=\frac{K_{11}}{p+3}+\frac{K_{12}}{(p+3)^2}+\frac{K_2}{p}=\frac{7}{p+3}-\frac{5}{(p+3)^2}+\frac{3}{p}$$

$$K_{12}=\left.\frac{10p^2+34p+27}{p\cancel{(p+3)^2}}\right|_{p=-3}=-5$$

$$K_{11}=\left.\left[\frac{d}{dp}\left(\frac{10p^2+34p+27}{p\cancel{(p+3)^2}}\right)\right]\right|_{p=-3}=\left.\frac{p(20p+34)-(10p^2+34p+27)}{p^2}\right|_{p=-3}=7$$

$$K_2=\left.\frac{10p^2+34p+27}{\cancel{p}(p+3)^2}\right|_{p=0}=3$$

$$\rightarrow \boxed{x(t)=3+7e^{-3t}-5te^{-3t}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm thực lặp

VD5

$$\boxed{X(p)=\frac{5(p+3)}{(p+1)(p+2)^2}}=\frac{K_{11}}{p+2}+\frac{K_{12}}{(p+2)^2}+\frac{K_2}{p+1}=\frac{-10}{p+2}-\frac{5}{(p+2)^2}+\frac{10}{p+1}$$

$$K_{12}=\left.\frac{5(p+3)}{(p+1)\cancel{(p+2)^2}}\right|_{p=-2}=-5$$

$$K_{11}=\left.\left[\frac{d}{dp}\left(\frac{5(p+3)}{(p+1)\cancel{(p+2)^2}}\right)\right]\right|_{p=-2}=\left.\frac{(p+1)5-(5p+15)}{(p+1)^2}\right|_{p=-2}=-10$$

$$K_2=\left.\frac{5(p+3)}{\cancel{(p+1)}(p+2)^2}\right|_{p=-1}=10$$

$$\rightarrow \boxed{x(t)=10e^{-t}-10e^{-2t}-5te^{-2t}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm phức

$$X(p)=\frac{N_1(p)}{[D_1(p)](p+\alpha-j\beta)(p+\alpha+j\beta)}=\frac{K_1}{p+\alpha-j\beta}+\frac{K_1^*}{p+\alpha+j\beta}+...$$

$$\left[(p+\alpha-j\beta)X(p)\right]\Big|_{p=-\alpha+j\beta}=K_1=|K_1|\underline{/\theta}$$

$$K_1^*=|K_1|\underline{/-\theta}$$

$$\to X(p)=\frac{|K_1|\underline{/\theta}}{p+\alpha-j\beta}+\frac{|K_1|\underline{/-\theta}}{p+\alpha+j\beta}+...=\frac{|K_1|e^{j\theta}}{p+\alpha-j\beta}+\frac{|K_1|e^{-j\theta}}{p+\alpha+j\beta}+...$$

$$\left.\begin{aligned}&\to x(t)=|K_1|e^{j\theta}e^{-(\alpha-j\beta)t}+|K_1|e^{-j\theta}e^{-(\alpha+j\beta)t}+...=|K_1|e^{-\alpha t}\left[e^{j(\beta t+\theta)}+e^{-j(\beta t+\theta)}\right]+...\\&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad e^{j\phi}=\cos\phi+j\sin\phi\end{aligned}\right\}$$

$$\to x(t)=|K_1|e^{-\alpha t}\left[\cos(\beta t+\theta)+j\sin(\beta t+\theta)+\cos(-\beta t-\theta)+j\sin(-\beta t-\theta)\right]+...$$

$$=\boxed{2|K_1|e^{-\alpha t}\cos(\beta t+\theta)+...}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm phức

VD6

$$\boxed{X(p)=\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}}=\frac{K_1}{p+3-j4}+\frac{K_2}{p+3+j4}+\frac{K_3}{p+2}$$

$$=\frac{10\angle -53{,}1^\circ}{p+3-j4}+\frac{10\angle 53{,}1^\circ}{p+3+j4}-\frac{8}{p+2}$$

$$K_1=\left.\frac{4p^2+76p}{(p+2)\cancel{(p+3-j4)}(p+3+j4)}\right|_{p=-3+j4}=10\angle -53{,}1^\circ$$

$$K_3=\left.\frac{4p^2+76p}{\cancel{(p+2)}(p^2+6p+25)}\right|_{p=-2}=-8$$

$$\rightarrow x(t)=2.10e^{-3t}\cos(4t-53{,}1^\circ)-8e^{-2t}=\boxed{20e^{-3t}\cos(4t-53{,}1^\circ)-8e^{-2t}}$$

Phương pháp toán tử: Biến đổi ngược Laplace – nghiệm phức

VD7

$$\boxed{X(p)=\frac{5(p+2)}{p(p^2+4p+5)}}=\frac{K_1}{p+2-j}+\frac{K_2}{p+2+j}+\frac{K_3}{p}$$

$$=\frac{1,12\angle -153,4^{\circ}}{p+2-j}+\frac{1,12\angle 153,4^{\circ}}{p+2+j}+\frac{2}{p}$$

$$K_1=\left.\frac{5(p+2)}{p\cancel{(p+2-j)}(p+2+j)}\right|_{p=-2+j}=1,12\angle -153,4^{\circ}$$

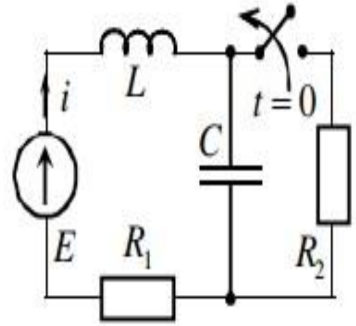
$$K_3=\left.\frac{5(p+2)}{\cancel{p}(p^2+4p+5)}\right|_{p=0}=2$$

$$\rightarrow x(t)=2.1,12e^{-2t}\cos(t-153,4^{\circ})+2=\boxed{2+2,24e^{-2t}\cos(t-153,4^{\circ})}$$

Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

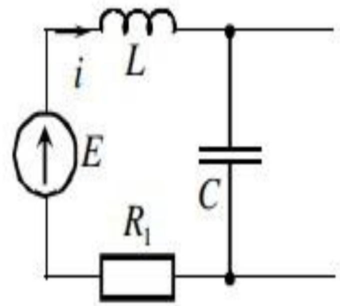
VD1

$E=12$ VDC; $R_1=20\ \Omega$; $R_2=45\ \Omega$; $L=20$ mH; $C=4$ mF. Tính dòng quá độ?



$i_L(-0)=0{,}18$ A; $u_C(-0)=8{,}31$ V

Chế độ mới:



$$R_1 i + Li' + u_C = E \leftrightarrow L[R_1 i + Li' + u_C] = L[E]$$

$$\rightarrow L[R_1 i] + L[Li'] + L[u_C] = L[E]$$

$$i \leftrightarrow I(p)$$

$$R_1 i \leftrightarrow R_1 I(p)$$

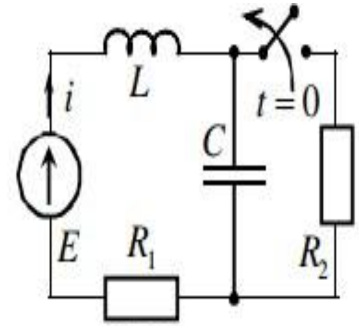
$$x'(t) \leftrightarrow pX(p) - x(-0) \rightarrow i' \leftrightarrow pI(p) - i_L(-0) \rightarrow Li' \leftrightarrow L[pI(p) - i_L(-0)]$$

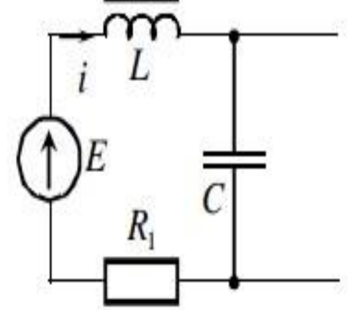
$$i = Cu_C' \leftrightarrow I(p) = C[pU_C(p) - u_C(-0)] \rightarrow U_C(p) = \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p}$$

Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

VD1

$E = 12$ VDC; $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $L = 20$ mH; $C = 4$ mF. Tính dòng quá độ?





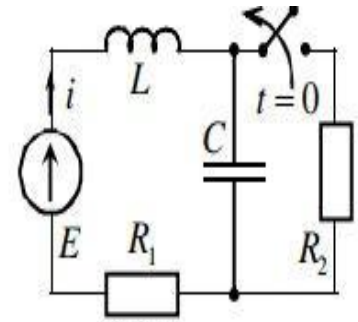
$$i_L(-0) = 0{,}18\ \text{A};\ u_C(-0) = 8{,}31\ \text{V}$$

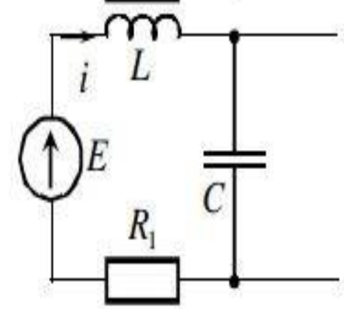
$$\left.\begin{array}{l} R_1 i + Li' + u_C = E \\ \qquad E \leftrightarrow \dfrac{E}{p} \\ R_1 i \leftrightarrow R_1 I(p) \\ Li' \leftrightarrow L[pI(p) - i_L(-0)] \\ u_C \leftrightarrow \dfrac{I(p)}{Cp} + \dfrac{u_C(-0)}{p} \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow R_1 I(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{E}{p}$$

Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

VD1





$E = 12$ VDC; $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $L = 20$ mH; $C = 4$ mF. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0{,}18\ \text{A};\ u_C(-0) = 8{,}31\ \text{V}$$

$$R_1 i + Li' + u_C = E$$

$$\updownarrow$$

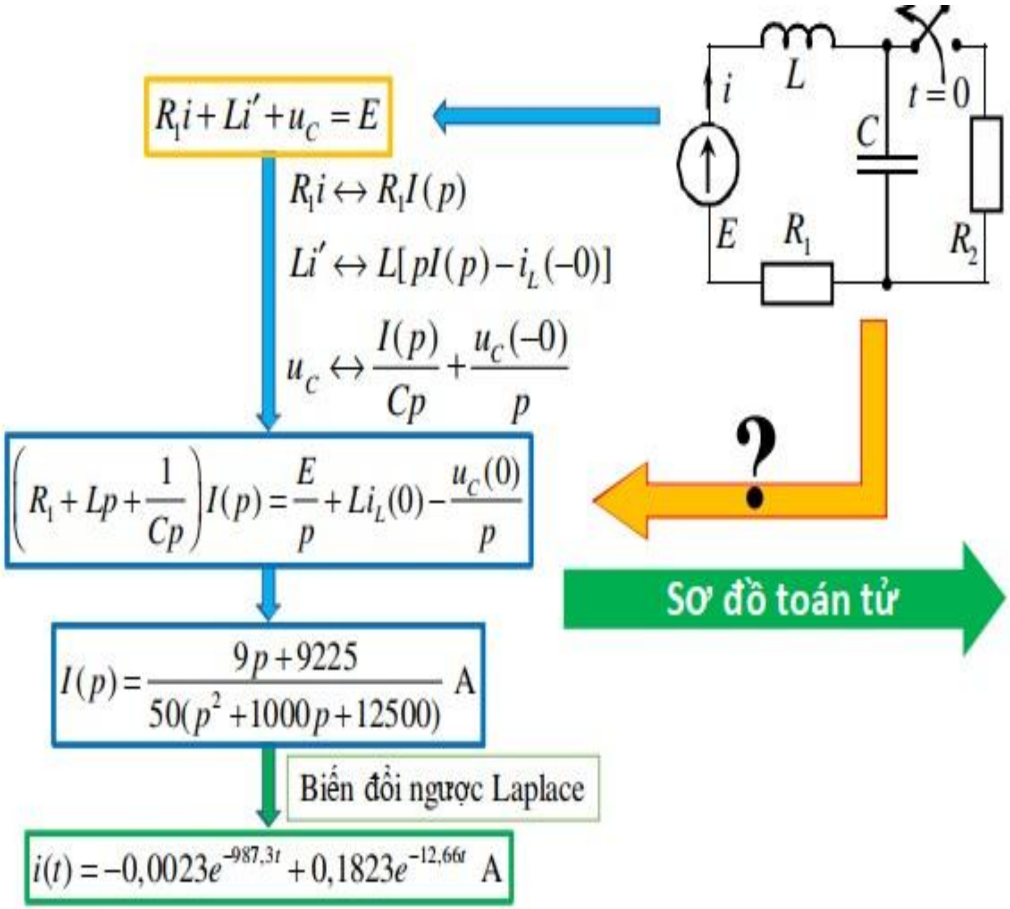
$$R_1 I(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{E}{p}$$

$$\rightarrow \left(R_1 + Lp + \frac{1}{Cp}\right) I(p) = \frac{E}{p} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow \left(20 + 20.10^{-3} p + \frac{1}{4.10^{-3} p}\right) I(p) = \frac{12}{p} + 20.10^{-3}.0{,}18 - \frac{8{,}31}{p}$$

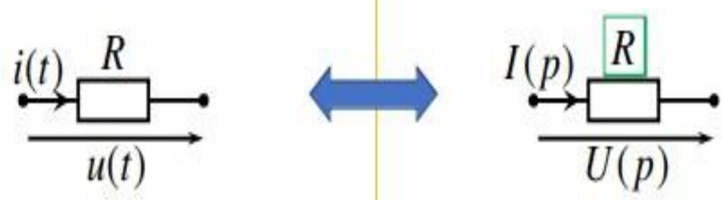
$$\rightarrow I(p) = \frac{9p + 9225}{50(p^2 + 1000p + 12500)}\ \text{A} \rightarrow \boxed{i(t) = -0{,}0023e^{-987{,}3t} + 0{,}1823e^{-12{,}66t}\ \text{A}}$$

Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử



Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

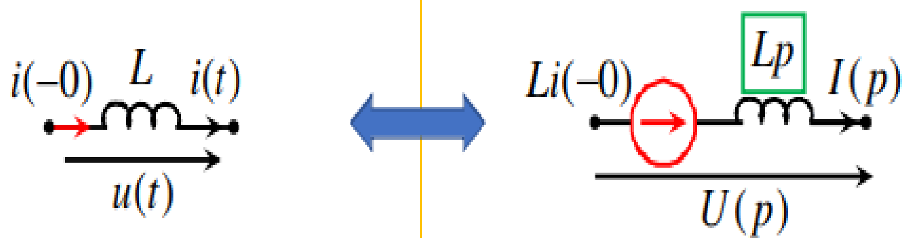
Miền thời gian	Miền toán tử



$$\left.\begin{array}{r} u(t)=Ri(t) \\ Ax(t)\rightarrow AX(p) \end{array}\right\} \rightarrow U(p)=RI(p)$$

Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

Miền thời gian	Miền toán tử

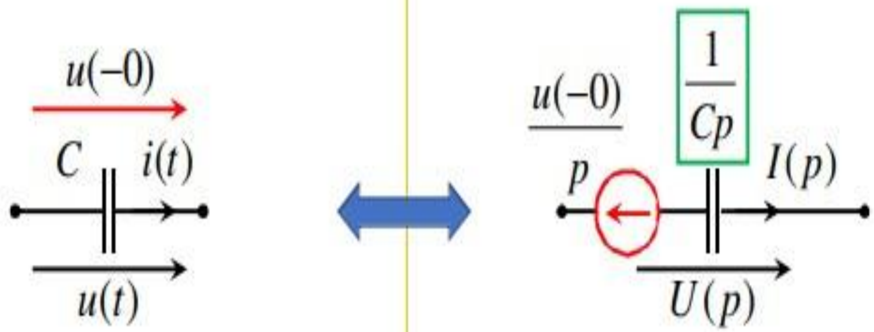


$$\left.\begin{aligned} u(t) &= Li'(t) \\ Ax'(t) &\rightarrow A[pX(p) - x(-0)] \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow U(p) = L[pI(p) - i(-0)] = LpI(p) - \boxed{Li(-0)}$$

Phương pháp toán tử: Sơ đồ toán tử

Miền thời gian	Miền toán tử

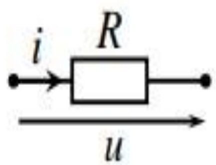
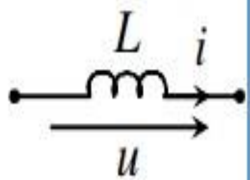
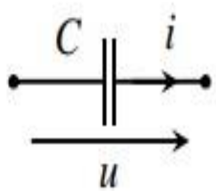


$$\left.\begin{aligned} i(t) &= Cu'(t) \\ Ax'(t) &\rightarrow A[pX(p) - x(-0)] \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow I(p) = C[pU(p) - u(-0)]$$

$$\rightarrow U(p) = \frac{1}{Cp} I(p) + \boxed{\frac{u(-0)}{p}}$$

Phương pháp toán tử

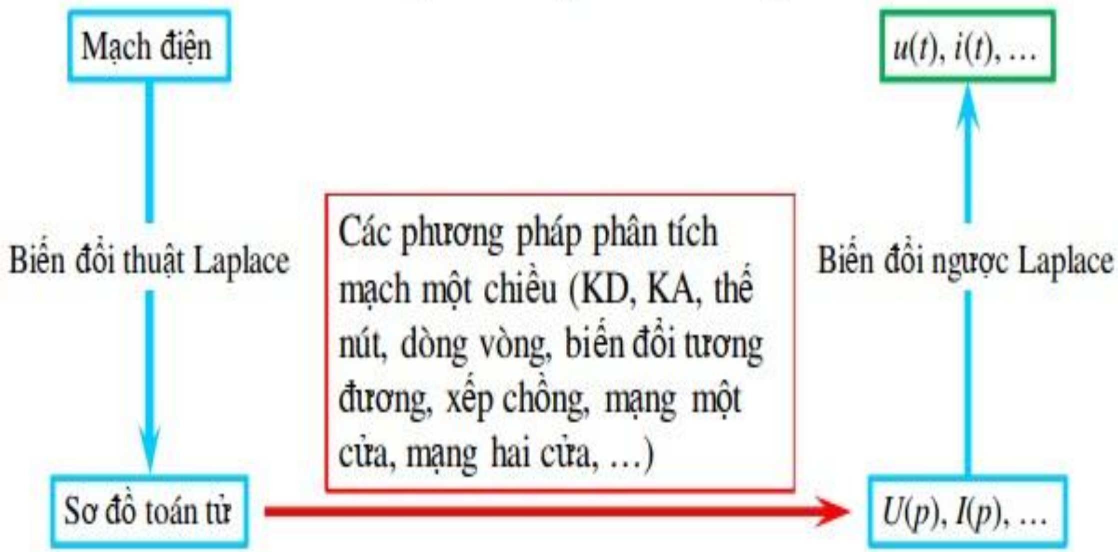
	Tổng quát	Một chiều	Xoay chiều	Quá độ
	$u = Ri$	$u = Ri$	$\dot{U} = R\dot{I}$	$U(p) = RI(p)$
	$u = Li'$	$u = 0$	$\dot{U} = j\omega L\dot{I}$	$U(p) = LpI(p) - Li(-0)$
	$i = Cu'$	$i = 0$	$\dot{U} = \dfrac{1}{j\omega C}\dot{I}$	$U(p) = \dfrac{I(p)}{Cp} + \dfrac{u(-0)}{p}$

Phương pháp toán tử

$$\text{KD/ KA}: \quad x_1(t)+x_2(t)+\ldots+x_n(t)=0$$

$$\downarrow$$

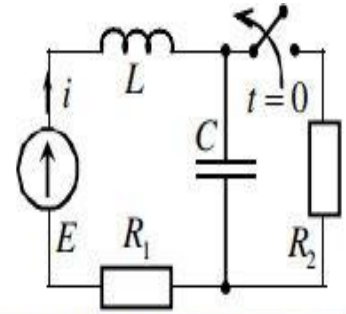
$$\text{KD/ KA}: \quad X_1(p)+X_2(p)+\ldots+X_n(p)=0$$



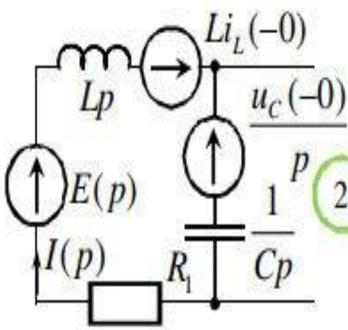
Phương pháp toán tử

VD1

$E = 12$ VDC; $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $L = 20$ mH; $C = 4$ mF. Tính dòng quá độ?



$i_L(-0) = 0{,}18$ A; $u_C(-0) = 8{,}31$ V 1



2

1. Tính $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$ khi khóa ở vị trí **cũ**,
2. Toán tử hoá sơ đồ mạch điện khi khóa ở vị trí **mới** (sơ đồ toán tử),
3. Giải sơ đồ toán tử (bằng một trong số các phương pháp giải mạch một chiều) để tìm thông số $X(p)$,
4. Tìm gốc thời gian $x(t)$ từ ảnh $X(p)$.

3

$$I(p) = \frac{\frac{E}{p} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_1 + Lp + \frac{1}{Cp}} = \frac{0{,}18p + 184{,}50}{p^2 + 1000p + 12500}\ \text{A}$$

$$\rightarrow \boxed{i(t) = -0{,}0023e^{-987{,}3t} + 0{,}1823e^{-12{,}66t}\ \text{A}}$$ 4

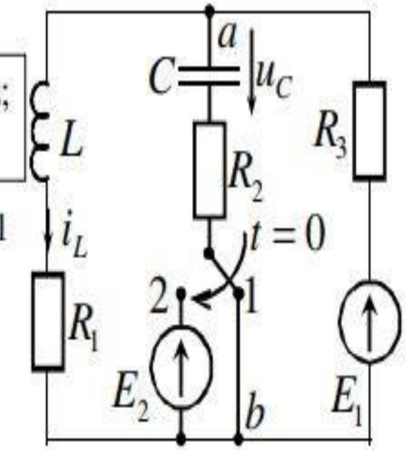
Phương pháp toán tử

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $i_L(t)$?

$i_L(-0) = 3$ A; $u_C(-0) = 30$ V

Cách 1

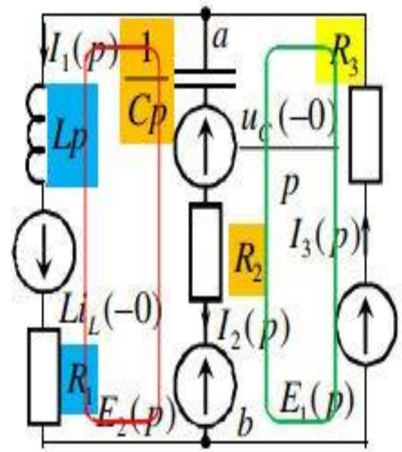


$$\begin{cases} a: I_1(p) + I_2(p) - I_3(p) = 0 \\ (R_1 + Lp)I_1(p) - \left(R_2 + \dfrac{1}{Cp}\right)I_2(p) = \dfrac{E_2}{p} + \dfrac{u_C(-0)}{p} + Li_L(-0) \\ \left(R_2 + \dfrac{1}{Cp}\right)I_2(p) + R_3 I_3(p) = \dfrac{E_1}{p} - \dfrac{u_C(-0)}{p} - \dfrac{E_2}{p} \end{cases}$$

$$\rightarrow I_2(p) = -\frac{4(p+40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$

$$\rightarrow U_C(p) = \frac{I_2(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{10(3p^2 + 46p - 800)}{s(p^2 + 42p + 800)} \text{ V}$$

$$\rightarrow \boxed{u_C(t) = -10 + e^{-21t}(40{,}00\cos 18{,}95t + 2{,}11\sin 18{,}95t) \text{ V}}$$



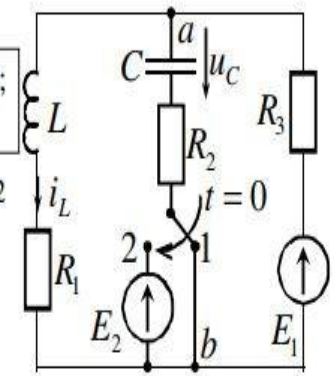
Phương pháp toán tử

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$;
$L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $i_L(t)$?

$i_L(-0) = 3$ A; $u_C(-0) = 30$ V

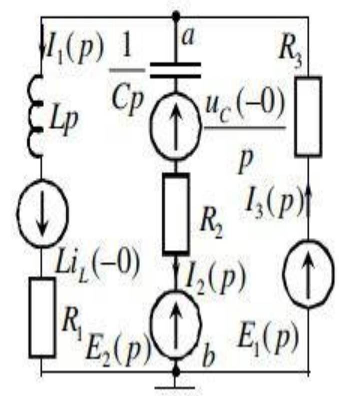
Cách 2



$$\varphi_a(p) = \frac{\dfrac{-Li_L(-0)}{R_1 + Lp} + \dfrac{\dfrac{E_2}{p} + \dfrac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + \dfrac{1}{Cp}} + \dfrac{\dfrac{E_1}{p}}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1 + Lp} + \dfrac{1}{R_2 + \dfrac{1}{Cp}} + \dfrac{1}{R_3}}$$

$$= \frac{54p^2 + 1500p + 24000}{p(p^2 + 42p + 800)}\ \text{V}$$

$$\rightarrow I_2(p) = \frac{\varphi_a(p) - \dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + 1/(Cp)} = -\frac{4(p+40)}{5(p^2 + 42p + 800)}\ \text{A}$$



Phương pháp toán tử

VD2

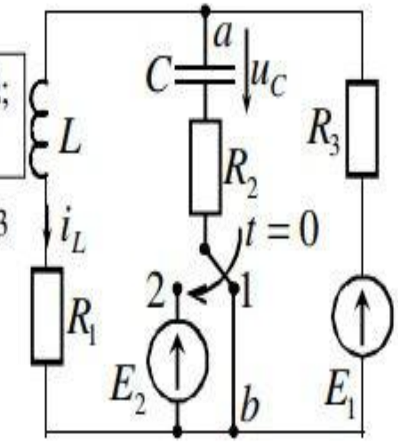
$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $i_L(t)$?

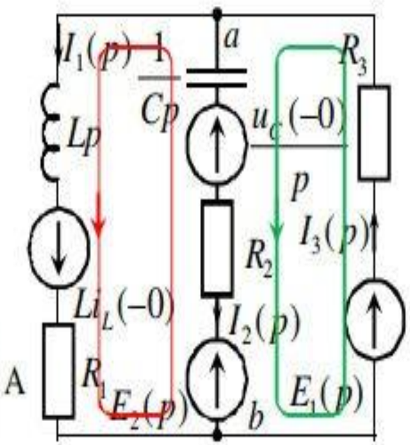
$i_L(-0) = 3$ A; $u_C(-0) = 30$ V

$$\begin{cases} \left(R_1 + Lp + R_2 + \dfrac{1}{Cp}\right) I_d(p) - \left(R_2 + \dfrac{1}{Cp}\right) I_x(p) = Li_L(-0) + \dfrac{E_2}{p} + \dfrac{u_C(-0)}{p} \\ -\left(R_2 + \dfrac{1}{Cp}\right) I_d(p) + \left(R_2 + R_3 + \dfrac{1}{Cp}\right) I_x(p) = \dfrac{E_1}{p} - \dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_C(-0)}{p} \end{cases}$$

$$\rightarrow I_d(p) = \frac{3(p^2 + 50p + 800)}{p(p^2 + 42p + 800)}\ \text{A}; I_x(p) = \frac{11p^2 + 590p + 12000}{5p(p^2 + 42p + 800)}\ \text{A}$$

Cách 3





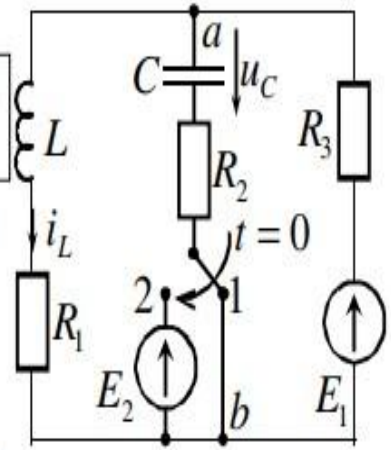
Phương pháp toán tử

VD2

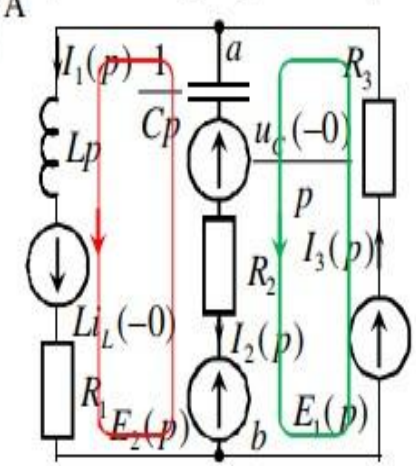
$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $i_L(t)$?

$i_L(-0) = 3$ A; $u_C(-0) = 30$ V

Cách 3



$$I_d(p) = \frac{3(p^2+50p+800)}{p(p^2+42p+800)}\text{ A};\ I_x(p) = \frac{11p^2+590p+12000}{5p(p^2+42p+800)}\text{ A}$$



$$\rightarrow I_2(p) = I_x(p) - I_d(p) = -\frac{4(p+40)}{5(p^2+42p+800)}\text{ A}$$

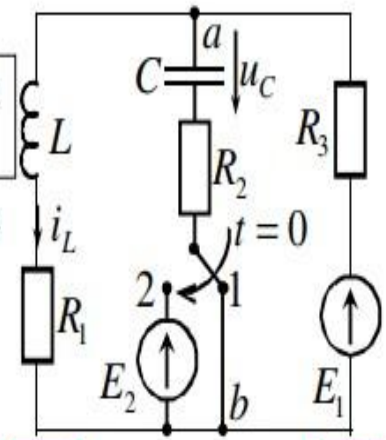
Phương pháp toán tử

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$;
$L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $i_L(t)$?

$i_L(-0) = 3$ A; $u_C(-0) = 30$ V

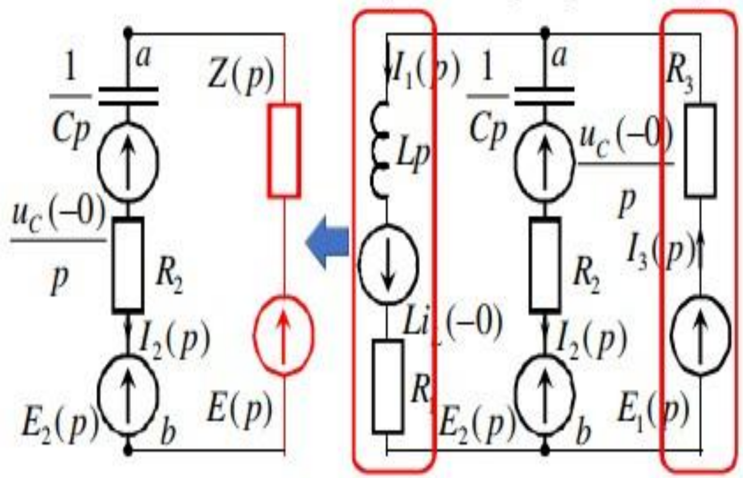
Cách 4



$$E(p) = \frac{\dfrac{-Li_L(-0)}{R_1 + Lp} + \dfrac{E_1/p}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1 + Lp} + \dfrac{1}{R_3}} = \frac{30}{p}\ \text{V}$$

$$Z(p) = \frac{(R_1 + Lp)R_3}{R_1 + Lp + R_3}$$

$$= \frac{30p + 300}{p + 40}\ \Omega$$



Phương pháp toán tử

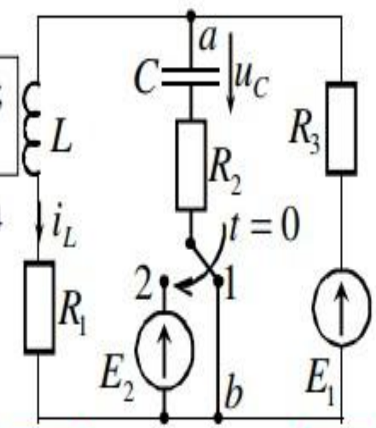
VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$;
$L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tính $i_L(t)$?

$i_L(-0) = 3$ A; $u_C(-0) = 30$ V

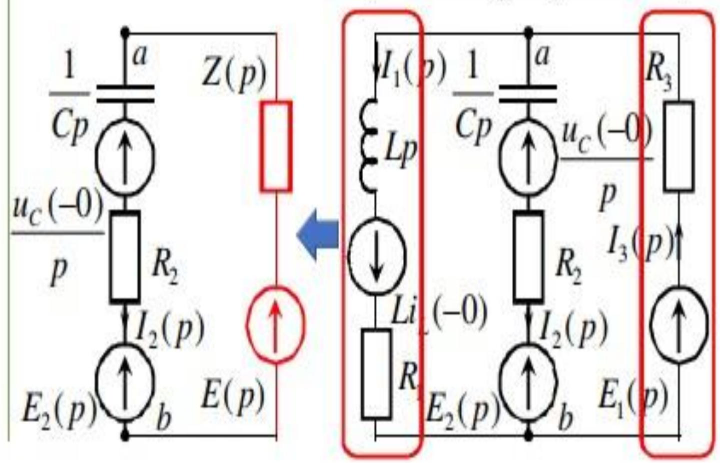
$E(p) = \dfrac{30}{p}$ V; $Z(p) = \dfrac{30p+300}{p+40}\ \Omega$

Cách 4



$$I_2(p) = \frac{E(p) - E_2(p) - \dfrac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + Z(p) + \dfrac{1}{Cp}}$$

$$= -\frac{4(p+40)}{5(p^2+42p+800)}\ \text{A}$$



Giải một số bài toán quá độ bằng máytính

Sử dụng các phần mềm:

- ❑**MATLAB**
- ❑**TINA**
- ❑**PROTEUS**