

## Mạch điện

Mục tiêu: Khóa học này cung cấp cho sinh viên các khái niệm và phương pháp cơ bản để phân tích mạch điện tuyến tính ở trạng thái ổn định hình sin cũng như thu được phản ứng quá độ của nó. Sau khi hoàn thành khóa học này, sinh viên sẽ có thể:

1. Nắm được các khái niệm cơ bản về mạch điện.
2. Phân tích mạch điện một chiều và xoay chiều ở trạng thái ổn định.
3. Phân tích phản ứng quá độ của mạch tuyến tính.
3. Phân tích mạch tuyến tính trong miền tần số.

### Nội dung

Chương 1: Các khái niệm cơ bản	(3 tuần)	p2
1.1 Dòng điện, điện áp, công suất		
1.2 Các định luật Kirchhoff		
1.3 Các yếu tố cơ bản		
1.4 Ứng dụng thực tế		
Chương 2: Phân tích mạch hình sin	(4 tuần)	p6
2.1 Phasor		
2.2 Trở kháng và điện trở		
2.3 Biến đổi mạch		
2.4 Công suất		
2.5 Cộng hưởng		
2.6 Mạng hai cổng		
Chương 3: Phương pháp phân tích	(4 tuần)	p14
3.1 Phân tích Nodal		
3.2 Phân tích lưới		
3.3 Định lý Thevenin và Norton		
3.4 Nguyên tắc chồng chất		
3.5 Phân tích Fourier		
3.6 Mạch ba pha		
3.7 Phân tích mạch có sự hỗ trợ của máy tính		
Chương 4: Phân tích thoáng qua	(4 tuần)	p21
4.1 Giới thiệu		
4.2 Phương pháp cổ điển		
4.3 Phân tích mạch sử dụng Biến đổi Laplace		
Bài tập		p29

## 1.1 Dòng điện, điện áp, công suất

Dòng điện là tốc độ thay đổi theo thời gian của điện tích:  $i = \frac{dq}{dt}$  [A]

Hiệu điện thế giữa hai điểm là công cần thiết để di chuyển một đơn vị điện tích từ điểm này đến điểm khác:  $u = \frac{dw}{dq}$  [V]

Công suất là tốc độ thời gian tiêu thụ hoặc hấp thụ năng lượng:  $p = ui$  [W]

Quy ước về dấu thụ động: nếu dòng điện đi qua cực dương của hiệu điện thế thì  $p = ui$ , ngược lại  $p = -ui$ .

Thí dụ: Xem xét thiết bị hai đầu trong Hình.1.1 với  $i = 2\sin(\pi t / 2)$  [A] và  $u = 4\cos(\pi t / 2)$  [V]  $\Rightarrow p = ui = 8\sin(\pi t / 2) \cos(\pi t / 2) = 4\sin(\pi t)$  [W]. Hình 1.2 đồ thị  $i(t)$ ,  $u(t)$  và  $p(t)$ . Quan sát điều đó

$0 < t < 2$ :  $i > 0$ , dòng điện  $i$  chạy từ A đến B, tức là tôi chạy theo hướng của mũi tên.

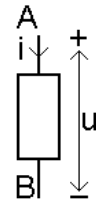
$2 < t < 4$ :  $i < 0$ , dòng điện  $i$  chạy từ B sang A, tức là dòng  $i$  ngược chiều mũi tên.

$0 < t < 1$ :  $u > 0$ , điện thế tại đầu cuối dấu (+) cao hơn điện thế tại đầu cuối dấu (-).

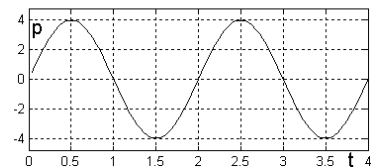
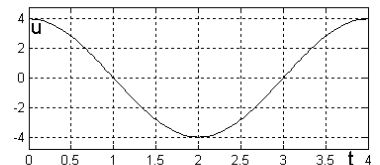
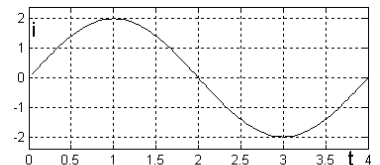
$1 < t < 3$ :  $u < 0$ , điện thế tại đầu cuối dấu (-) cao hơn điện thế tại đầu cuối dấu (+).

$0 < t < 1$ :  $p > 0$  thì thiết bị hấp thụ công suất điện.  $p$

$1 < t < 2$ :  $< 0$ , thiết bị cung cấp năng lượng điện.



Hình.1.1: Thiết bị hai đầu cuối



Hình.1.2

Định nghĩa

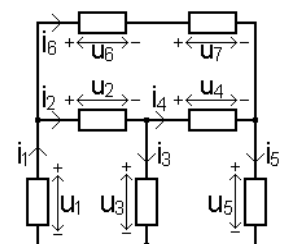
- Hai hoặc nhiều phần tử mắc nối tiếp nếu chúng được xếp tầng và do đó mang cùng dòng điện.
- Hai hoặc nhiều phần tử mắc song song nếu chúng được nối vào hai nút giống nhau và do đó có cùng hiệu điện thế trên chúng.

## 1,2 Định luật Kirchhoff

Ký hiệu

- Một nhánh là một đường dẫn đơn giản bao gồm các thiết bị hai đầu nối nối tiếp với nhau
- Một nút là điểm kết nối giữa các nhánh.
- Vòng lặp là bất kỳ đường dẫn kín nào trong mạch.
- Lưới là một vòng của mạch phẳng không chứa bất kỳ vòng nào khác bên trong nó.

Một mạch được cho là mạch phẳng nếu có thể vẽ sơ đồ của nó trên một mặt phẳng sao cho không có nhánh nào đi qua hoặc dưới nhánh nào khác.



Hình 1.3

Định luật Kirchhoff

- KCL: Tổng đại số của tất cả các dòng điện đi vào một nút bằng 0,  $\sum_{\text{nút}} \pm i = 0$
- KVL: Tổng đại số của tất cả các điện áp xung quanh một vòng lặp bằng 0,  $\sum_{\text{vòng}} \pm u = 0$

Định lý: Tổng đại số của công suất trong mạch, tại bất kỳ thời điểm nào, phải bằng 0:  $\sum p_k = 0$ .

### 1.3 Các yếu tố cơ bản

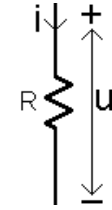
#### 1) Điện trở

$$u = Ri$$

R: điện trở [ $\Omega$ ]

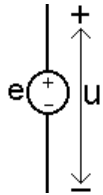
$G = 1 / R$ : (nghịch đảo của điện trở là độ dẫn) [ $S$ ]  $p =$

$$u_i = Ri_2$$



Hình 1.3.1: Điện trở

#### 2) Nguồn độc lập



Hình 1.3.2: Nguồn điện áp độc lập lý tưởng

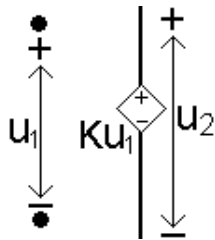
$$u = e$$



Hình 1.3.3: Nguồn dòng điện độc lập lý tưởng

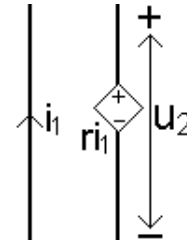
$$i = J$$

#### 3) Nguồn phụ thuộc



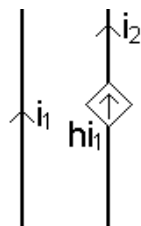
Hình 1.3.4: Nguồn điện áp điều khiển

$$u_2 = Ku_1$$



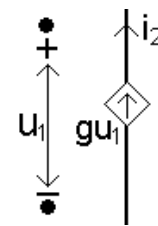
Hình 1.3.5: Nguồn điện áp điều khiển hiện tại

$$u_2 = ri_1$$



Hình 1.3.6: Nguồn hiện tại được kiểm soát hiện tại

$$i_2 = hi_1$$



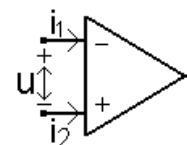
Hình 1.3.7: Nguồn dòng điện điều khiển bằng điện áp

$$i_2 = gu_1$$

#### 4) Bộ khuếch đại hoạt động (Op Amp)

$$u = 0$$

$$T_{oi1} = T_{oi2} = 0$$



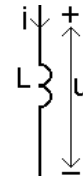
Hình 1.3.8: Op Amp

#### 5) Cuộn cảm

$$u = L \frac{di}{dt}$$

C: độ tự cảm [H]

$$E_L = Li \frac{1}{2} \quad 2$$



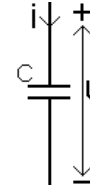
Hình 1.3.9: Cuộn cảm

## 6) Tụ điện

$$i = C \frac{du}{dt}$$

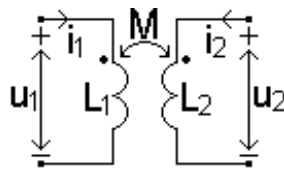
C: điện dung [F]

$$E_C = C \frac{u^2}{2} \quad 2$$



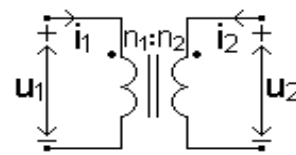
Hình 1.3.10: Tụ điện

## 7) Mạch ghép từ tính



Hình 1.3.11: Điện cảm lẫn nhau

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$



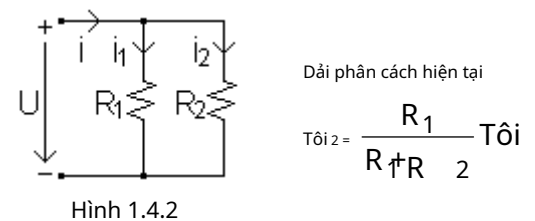
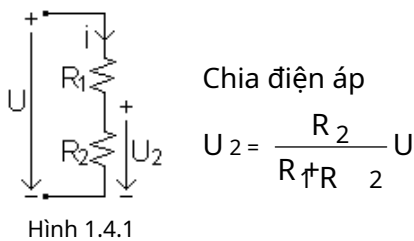
Hình 1.3.12: Máy biến áp lý tưởng

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{u_2} &= \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{n_2}{n_1} \end{aligned}$$

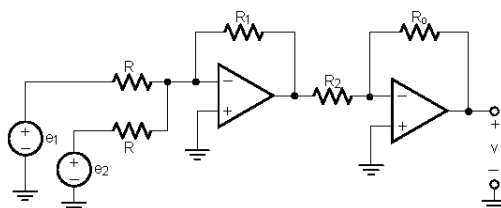
Tích của từ thông và số vòng của một cuộn dây được gọi là 'liên kết từ thông' của cuộn dây. Các dấu chấm trong Hình 1.3.11 và 1.3.12 cho biết cực tính của cuộn dây.

## 1.4 Ứng dụng thực tế

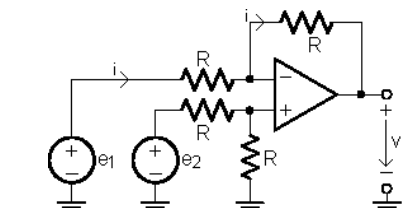
### 1) Bộ chia điện áp và bộ chia dòng điện



### 2) Một mạch Op Amp hai giai đoạn: Tìm v theo giá trị của e1 và e2 (Hình 1.4.3)



Hình 1.4.3: Một bộ khuếch đại tổng hợp xếp tầng với một bộ khuếch đại đảo



Hình 1.4.4: Một bộ khuếch đại khác biệt

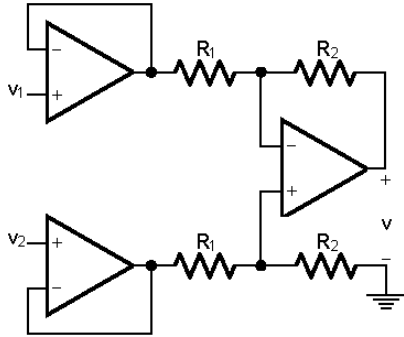
### 3) Bộ khuếch đại khác biệt: Tìm v theo giá trị của e1 và e2 (Hình 1.4.4)

$$V_+ = V_- = \frac{e_2}{2}$$

$$i_{oi} = \frac{1}{R} (e_1 - V_-) = \frac{1}{R} (e_1 - \frac{e_2}{2})$$

$$V = V_- - R i = \frac{e_2}{2} - (e_1 - \frac{e_2}{2}) = e_2 - e_1$$

4) Bộ khuếch đại dụng cụ: Tìm  $v$  theo số hạng của  $v_1$  và  $v_2$  (Hình 1.4.5)

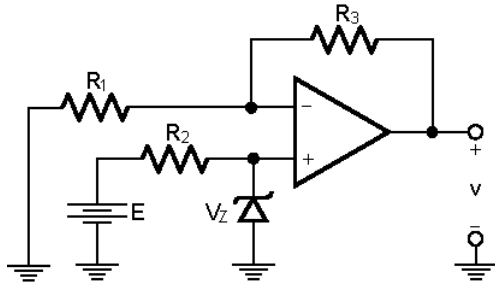


Hình.1.4.5: Bộ khuếch đại thiết bị đo

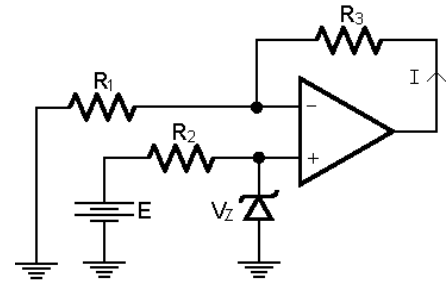
Bộ khuếch đại thiết bị đo đặc biệt phù hợp với các ứng dụng trong đó tín hiệu điện áp đầu vào rất nhỏ (ví dụ, theo thứ tự milivôn), chẳng hạn như tín hiệu được tạo ra bởi cặp nhiệt điện hoặc đồng hồ đo biến dạng và trong đó tín hiệu nhiễu chế độ chung đáng kể của một số vôn có thể có mặt. Nếu các thành phần của bộ khuếch đại thiết bị đo được chế tạo tất cả trên cùng một "chip" silicon, thì có thể đạt được các đặc tính của thiết bị tương đồng và đạt được tỷ lệ chính xác cho hai bộ điện trở.

5) Thành phần phi tuyến: Diode và Zener Diode

6) Nguồn điện áp đáng tin cậy: Tìm  $v$  trong Hình 1.4.6



Hình 1.4.6



Hình 1.4.7

7) Nguồn hiện tại đáng tin cậy: Tìm  $I$  trong Hình 1.4.7

8) Máy so sánh

## Chương 2: Phasor phân tích mạch

### 2.1 hình sin

#### 1) Số phức

$$c = a + jb \quad \text{hình chữ nhật}$$

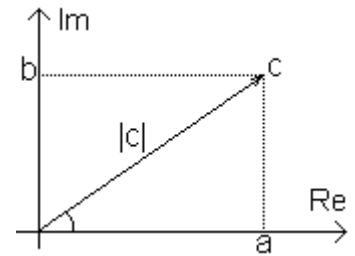
$$= |c| \angle \phi: \quad \text{dạng cực}$$

$$a = \operatorname{Re}\{c\} = |c| \cos(\phi) \quad \text{phần thực}$$

$$b = \operatorname{Im}\{c\} = |c| \sin(\phi) \quad \text{phần tưởng tượng}$$

$$|c| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{chiều dài (độ lớn, giá trị tuyệt đối hoặc môđun)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{b}{a} \quad \text{góc}$$



Hình.2.1.1: Số phức

Thí dụ: cộng, trừ, nhân, chia, tương hỗ

- Tìm dạng cực của số phức sau:  $2 + 2j$ ,  $2j$ ,  $-2 + 2j$ ,  $-2$ ,  $-2-2j$ ,  $-2j$ ,  $2-2j$ ,  $2$ .

- Tìm dạng chữ nhật của số phức sau:  $2 \angle 30^\circ$ ,  $2 \angle -30^\circ$ ,  $2 \angle 120^\circ$ ,  $2 \angle -120^\circ$ .

- Để  $c_1 = 2 + 3j$ ,  $c_2 = 6 + 8j$ ,  $c_3 = 8 \angle 30^\circ$ ,  $c_4 = 6 \angle 60^\circ$ , tìm  $c_1 + c_2$ ,  $c_1 - c_2$ ,  $c_3 + c_4$ ,  $c_3 - c_4$ ,  $c_1 c_2$ ,  $c_1 / c_2$ ,  $c_3 c_4$ ,  $c_3 / c_4$ .

#### 2) Hình sin là một thuật ngữ chung đề cập đến cả hàm sin và hàm cosin

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$$

$X_m$ : Biên độ đỉnh,  $\omega$ : tần số góc (tần số radian) [rad / giây],  $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ ,  $f$ : tần số [Hz],  $T = 1 / f$ : chu kỳ [s],  $t$ : thời gian [giây],  $\phi$ : pha ban đầu (độ lệch pha, dịch pha, hệ số pha) [radian],  $\omega t + \phi$ : pha tức thời [radian].

Giá trị rms của một hàm tuần hoàn được định nghĩa là căn bậc hai của giá trị trung bình của hàm bình phương.

Với hàm hình sin:  $X_m = X_{RMS} \sqrt{2}$ .

Hàm sin và hàm cosin có liên quan rất chặt chẽ và có thể tương đương với nhau chỉ đơn giản bằng cách điều chỉnh pha ban đầu của chúng. Trong giải tích, các hàm sin và cosin là các đạo hàm của nhau.

#### 3) Phasor

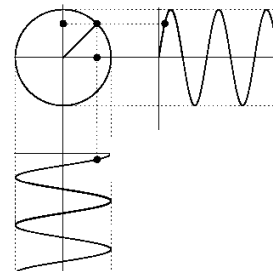
$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) \quad \leftrightarrow \quad \underline{x} = X_m \angle \phi, \quad X_{RMS} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$$

$$x(t) = \operatorname{Re}\{\underline{x} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\left\{ \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t + \phi)} \right\}$$

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \phi) \quad \leftrightarrow \quad \underline{x} = X_m \angle \phi, \quad X_{RMS} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$$

$$x(t) = \operatorname{Im}\{\underline{x} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Im}\left\{ \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t + \phi)} \right\}$$

Xét một vectơ có độ dài  $X_m$ , xoay trong một ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ ổn định  $\omega$ , vectơ truy tìm một đường tròn có bán kính bằng độ dài của nó. Chiếu vectơ lên trục  $x$  và  $y$  cho phép chúng ta xác định tọa độ của nó trong xyplane. (Trục  $x$  và  $y$  là các đường ngang và dọc cắt nhau tại tâm của vòng tròn.)



## Tính chất

- Độ tuyến tính:  $x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \Rightarrow \underline{x} = a_{11} \underline{x}_1 + a_{22} \underline{x}_2$
- Phát sinh:  $y(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \underline{y} = j\omega \underline{x}$

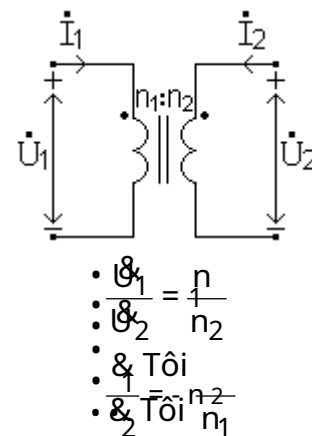
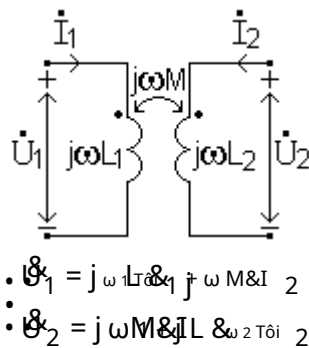
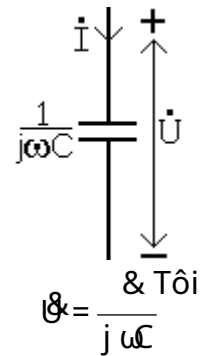
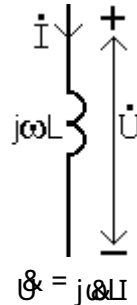
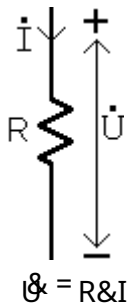
### 3) Dạng phức tạp của luật cơ bản

#### a) Định luật Kirchhoff

$$\text{KCL: } \sum_{\text{nút}} \pm k \quad \text{Tôi } \& = 0$$

$$\text{KVL: } \sum_{\text{vòng}} \pm k \quad \& = 0$$

#### b) Định luật Ôm



Hình.2.1.2

Qui định: Điện áp đo dòng điện I có dấu cộng nơi dòng điện tôi đi vào.

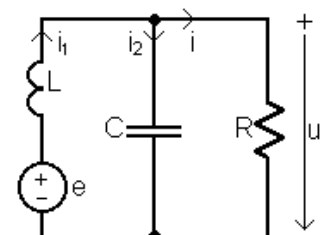
Thí dụ:

Cho mạch trong Hình.2.1.3 với

$$e = 100 \cos(1000t) \text{ V,}$$

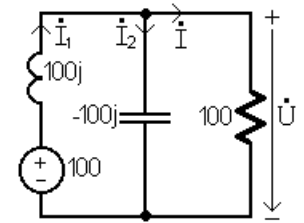
$$R = 100 \Omega, L = 100 \text{ mH}, C = 10 \mu \text{ F.}$$

Tìm tôi 1 (t), tôi 2 (t), i (t), u (t).



Giải pháp:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{100j} + \frac{1}{-100j} + \frac{1}{100} = \frac{100}{100j} = -j \\ \Rightarrow \dot{U} &= -100j = 100 \angle -90^\circ \Rightarrow u(t) = 100 \cos(1000t - 90^\circ) \text{ V} \\ \dot{I}_1 &= \frac{-100j}{100} = 1 \angle -90^\circ \Rightarrow i_1(t) = \cos(1000t - 90^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_2 &= \frac{-100j}{-100j} = 1 \angle 0^\circ \Rightarrow i_2(t) = \cos(1000t) \text{ A} \\ \dot{I} &= 1 - j = \sqrt{2} \angle -45^\circ \Rightarrow i(t) = \sqrt{2} \cos(1000t - 45^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$



### Ví dụ A: Biểu đồ Phasor

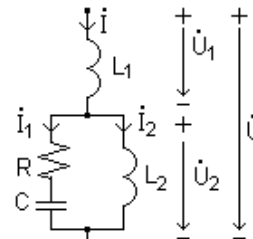
Mạch trong Hình.2.1.4A ở trạng thái ổn định hình sin với các giá trị RMS

$$U_1 = U_2 = 50V$$

$$I = i_1 = i_2 = 1A.$$

Phác thảo các phasors của U, U<sub>1</sub>, U<sub>2</sub>, I, I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>.

Giảm trở kháng của hai cực.



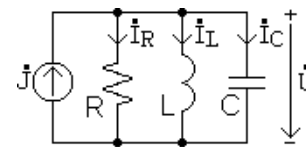
Hình.2.1.4A

### Ví dụ B:

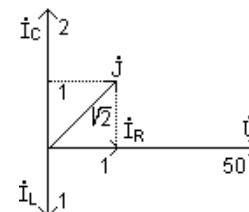
Mạch trong Hình.2.1.4B đang hoạt động ở trạng thái ổn định hình sin-bang với  $i_R = i_L = 1A$ ,  $i_C = 2A$ ,  $U = 50V$  (giá trị RMS). Vẽ các pha của điện áp và dòng điện. Tìm J.

$$\begin{aligned} \dot{U} &= U \angle 0^\circ = 50 \angle 0^\circ \text{ V} \Rightarrow \dot{I}_R = 1 \angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_L &= 1 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_C &= 2 \angle 90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

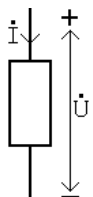
$$KCL \Rightarrow \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = 1 \angle 0^\circ + 1 \angle -90^\circ + 2 \angle 90^\circ = \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A} \Rightarrow J = \sqrt{2} \text{ A}$$



Hình.2.1.4B



## 2.2 Trở kháng và lưu lượng



Hình.2.2.1

Hãy xem xét một mạch hai đầu cuối (mạng một cổng) không có nguồn độc lập.

Trở kháng Z của đoạn mạch là tỉ số giữa điện áp phasor U và đến phasor

hiện tại I, được đo bằng ohms

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + jX = z \angle \phi, \quad Z: \text{trở kháng}, R: \text{điện trở}, X: \text{điện kháng} [\Omega]$$

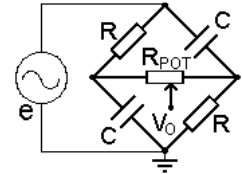
Tương hỗ của trở kháng là công nhận

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB = y \angle \alpha, \quad Y: \text{độ thừa nhận}, G: \text{độ dẫn}, B: \text{độ bền}. [S]$$

$X > 0$ : trở kháng là cảm ứng (hoặc trễ vì điện áp trễ hiện tại)  $X < 0$ : trở kháng là điện dung (hoặc dẫn vì điện áp dẫn dòng)



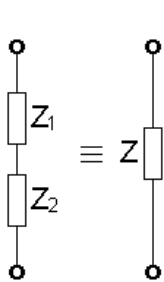
Thí dụ: Cho mạch trong hình.2.2.1 (mạch cầu dịch pha) trong đó  $e = E_m \sin(\omega t)$ ,  $R = 1 / \omega C$ ,  $R_{L\Delta U} \gg R$  và có thể được coi là mở mạch điện. Chứng tỏ rằng mạch cung cấp một điện áp ra  $V_o$  với độ lệch pha thay đổi từ  $-45^\circ$  (tụt hậu) đến  $+45^\circ$  (dẫn đầu), tùy thuộc vào vị trí của chiết áp gạt nước.



Hình.2.2.1

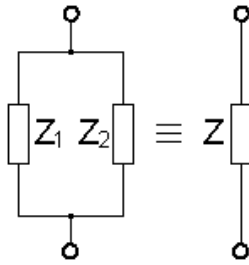
## 2.3 Biến đổi mạch

- 1) Trở kháng mắc nối tiếp: Trở kháng tương đương của bất kỳ số lượng trở kháng nào mắc nối tiếp là tổng của các trở kháng riêng lẻ (Hình.2.3.1)
- 2) Trở kháng song song: Trở kháng tương đương của hai trở kháng song song bằng tích của các trở kháng của chúng chia cho tổng của chúng (Hình.2.3.2)



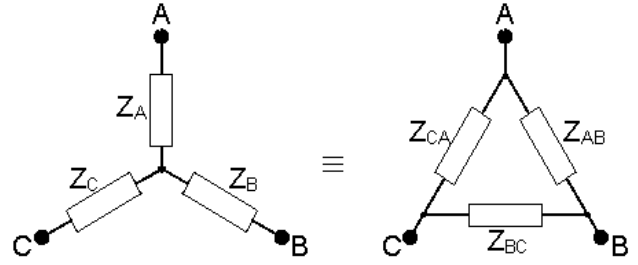
Hình.2.3.1

$$Z = Z_1 + Z_2$$



Hình.2.3.2

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$



Hình 2.3.3

$$Z_A = \frac{Z_{AB} Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}, Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B}{Z_C}$$

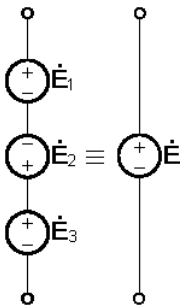
- 3) Chuyển đổi Wye-Delta (Hình 2.3.3)

- Mỗi trở kháng trong  $\Delta$  mạng là tổng của tất cả các tích số có thể có của trở kháng Y lấy hai điểm tại một thời điểm, chia cho trở kháng Y ngược lại.
- Mỗi trở kháng trong mạng Y là tích số của các trở kháng trong hai mạng liên kề  $\Delta$  các nhánh, chia cho tổng của ba  $\Delta$  trở kháng.

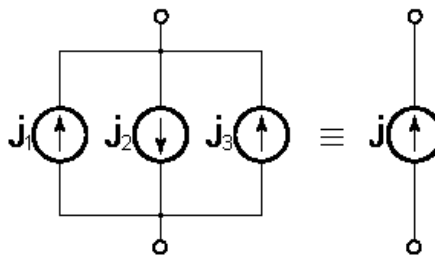
- 4) Nguồn điện áp mắc nối tiếp: Hình.2.3.4

- 5) Nguồn dòng song song: Hình.2.3.5

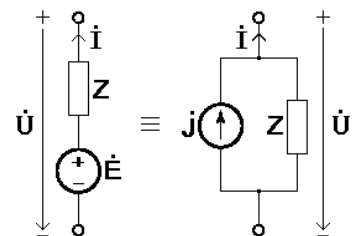
- 6) Chuyển đổi nguồn điện áp thực tế thành nguồn dòng điện thực tế và ngược lại: Hình.2.3.6



Hình.2.3.4:  $E = E_1 + E_2 + E_3$

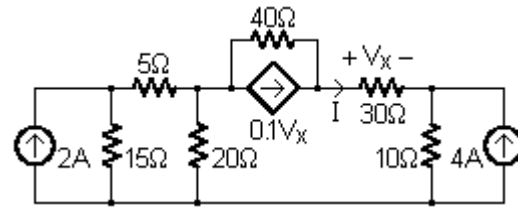


Hình.2.3.5:  $J = J_1 + J_2 + J_3$



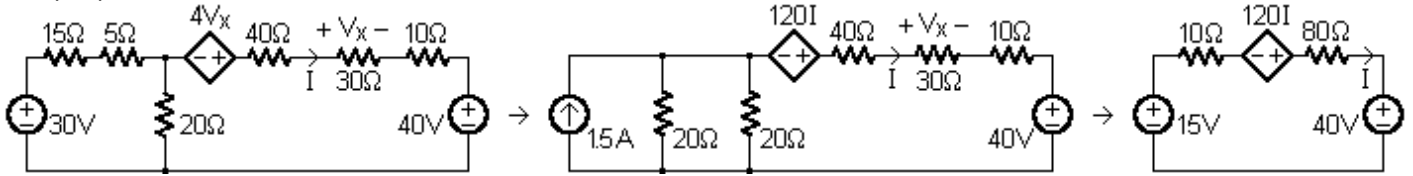
Hình 2.3.6:  $E = ZJ$

Thí dụ: Sử dụng mạch biến đổi, tìm dòng điện I của mạch trong hình.2.3.7



Hình.2.3.7

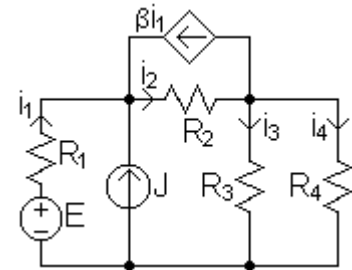
Giải pháp:



Hình.2.3.8

$$\text{KVL: } -15 + 90I - 120I + 40 = 0 \Rightarrow I = -5/6 \text{ A}$$

Thí dụ: Cho mạch điện trong hình 2.3.9 với  $E = 100 \text{ V}$ ,  $J = 1 \text{ A}$ ,  $\beta = 3$ ,  $R_1 = 30 \Omega$ ,  $R_2 = 40 \Omega$ ,  $R_3 = 20 \Omega$ ,  $R_4 = 20 \Omega$ , tìm tới hiện tại 1, Tới 2, Tới 3, Tới 4.



Hình.2.3.9

Giải pháp:

Sử dụng phép biến đổi mạch, chúng ta nhận được mạch tương đương trong Hình.2.3.10 với  $R = R_3 // R_4$

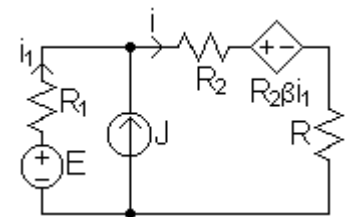
$$\text{KCL: } \text{tôi}_1 + J - i = 0 \quad \text{KVL: } -E + R_1 \text{ Tôi}_1 + R_2 i + R_2 \beta \text{ Tôi}_1 + Ri = 0$$

$$\Rightarrow -E + R_1 \text{ Tôi}_1 + (R + R_2)(\text{Tôi}_1 + J) + R_2 \beta \text{ Tôi}_1 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Tôi}_1 = \frac{E - (R + R_2) 2J}{R_1 + R_2 + \beta R_2} = 0,25 \text{ A}$$

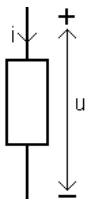
$$\text{KCL: } \text{tôi}_2 = (1 + \beta) \text{ Tôi}_1 + J = 2 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \text{Tôi}_3 = \text{Tôi}_4 = i / 2 = (\text{tôi}_1 + J) / 2 = 0,625 \text{ A}$$



Hình.2.3.10

## 2.4 Công suất



Hình.2.4.1

Xét một mạch hai đầu ở trạng thái ổn định hình sin

$$u(t) = U \sqrt{2} \sin(\omega t + \phi_u) \quad \leftrightarrow \quad \underline{U} = U \angle \phi_u$$

$$i(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \phi_{\text{tôi}}) \quad \leftrightarrow \quad \underline{I} = I \angle \phi_{\text{tôi}}$$

Để cho  $\phi = \phi_u - \phi_{\text{tôi}}$  (pha của điện áp so với dòng điện)

$$\Rightarrow u(t) = U \sqrt{2} \sin(\omega t + \phi_{\text{tôi}} + \phi) = U \sqrt{2} \cos(\phi) \text{ tôi}(\omega t + \phi_{\text{tôi}}) + U \sqrt{2} \sin(\phi) \cos(\omega t + \phi_{\text{tôi}})$$

### 1) Công suất tức thời

$$p(t) = u(t) i(t) = 2UI \cos(\phi) \text{ tôi}^2(\omega t + \phi_{\text{tôi}}) + 2UI \sin(\phi) \cos(\omega t + \phi_{\text{tôi}}) \text{ tôi}(\omega t + \phi_{\text{tôi}})$$

$$= UI \cos(\phi) [1 - \cos(2\omega t + 2\phi_{\text{tôi}})] + UI \sin(\phi) \text{ tôi} \text{ lỗi}(2\omega t + 2\phi_{\text{tôi}}) = p_1(t) + p_2(t)$$

$$p_1(t) = UI \cos(\phi) [1 - \cos(2\omega t + 2\phi_{\text{tôi}})]$$

$$p_2(t) = UI \sin(\phi) \sin(2\omega t + 2\phi) \quad (2.4.1)$$

## 2) Công suất hoạt động, Công suất phản kháng, Công suất phức hợp, Công suất biểu kiến

Điện năng hoạt động ( Công suất thực, Công suất trung bình)

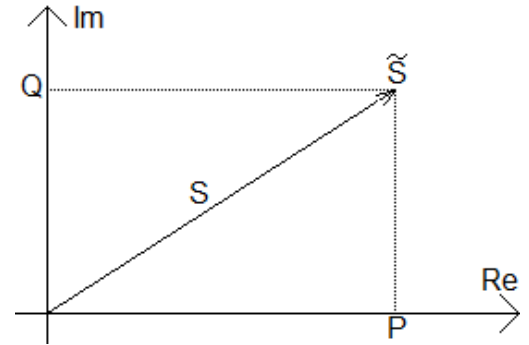
$$P = \int_0^T p(t) dt = UI \cos(\phi) [W]$$

Công suất phản kháng ( Biên độ của  $p_2(t)$ )

$$Q = UI \sin(\phi) [Var]$$

Sức mạnh phức tạp:  $\tilde{S} = P + jQ = \text{Giao diện người dùng } \angle \phi = 0 \text{ tới } \pi$

Sức mạnh biểu kiến:  $S = |\tilde{S}| [VA]$



Hình 2.4.2: Tam giác quyền lực

## 3) Hai thiết bị đầu cuối không có nguồn độc lập

$$\tilde{S} = Z \tilde{I} \Rightarrow \tilde{S} = Z I_2 = R I_2 + jX I_2 = Z I_2 \angle \phi$$

$$\Rightarrow P = R I_2, Q = X I_2, S = Z I_2, \tilde{S} = Z I_2$$

## 4) Hệ số công suất

Tỷ số giữa công suất tác dụng và công suất biểu kiến được gọi là hệ số công suất. Đối với hai thành phần truyền cùng một lượng công suất tác dụng, thành phần có hệ số công suất thấp hơn sẽ có dòng tuần hoàn cao hơn do năng lượng quay trở lại nguồn từ bộ lưu trữ năng lượng trong tải. Các dòng điện cao hơn này tạo ra tổn thất cao hơn và làm giảm hiệu suất truyền tải tổng thể. Mạch có hệ số công suất thấp hơn sẽ có công suất biểu kiến cao hơn và tổn hao cao hơn đối với cùng một lượng công suất hoạt động. Hệ số công suất bằng 1,0 khi điện áp và dòng điện cùng pha. Nó bằng 0 khi dòng điện dẫn hoặc trễ điện áp 90 độ. Khi điện áp và dòng điện lệch pha nhau 180 độ, hệ số công suất là âm và linh kiện đang cấp năng lượng vào mạch. Các hệ số công suất thường được ghi là "dẫn đầu" hoặc "trễ hậu" để chỉ ra dấu hiệu của góc pha của dòng điện đối với điện áp. Điện áp được chỉ định làm cơ sở để so sánh góc dòng điện, có nghĩa là chúng ta nghĩ về dòng điện là điện áp "dẫn đầu" hoặc "trễ".

Thí dụ: Công suất tác dụng là 700 W và góc pha giữa điện áp và dòng điện là 45,6 °. Hệ số công suất là  $\cos(45,6^\circ) = 0,7$ . Công suất biểu kiến khi đó là:  $700 / \cos(45,6^\circ) = 1000 \text{ VA}$ . Hệ số công suất 0,7 có nghĩa là chỉ 70 phần trăm tổng dòng điện được cung cấp đang thực sự hoạt động; 30 phần trăm còn lại là phản ứng và phải được tạo ra bởi tiện ích. Thông thường, các tiện ích không tính phí tổn thất công suất phản kháng cho người tiêu dùng vì chúng không có tác dụng thực sự đối với người tiêu dùng. Tuy nhiên, nếu phụ tải của khách hàng hoạt động kém hiệu quả khiến hệ số công suất giảm xuống dưới một mức nhất định, các công ty tiện ích có thể tính phí khách hàng để bù đắp cho việc tăng mức sử dụng nhiên liệu của nhà máy điện và công suất đường dây và nhà máy kém hơn.

## 5) Cân bằng điện năng được cung cấp với nguồn điện hấp thụ trong mạch điện xoay chiều

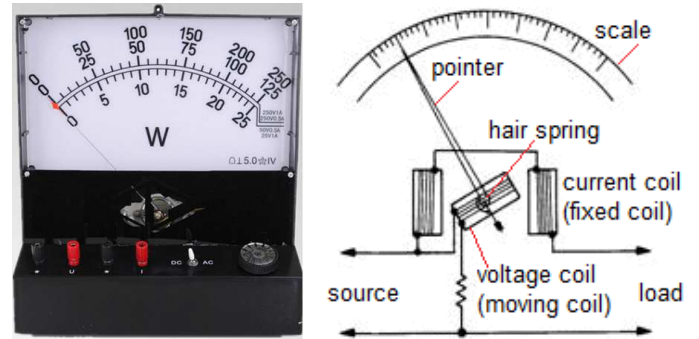
$$\text{Định lý: } \sum_{\text{mạch điện}} S_k = 0 \Rightarrow \sum_{\text{mạch điện}} P_k = 0 \text{ và } \sum_{\text{mạch điện}} Q_k = 0$$

Hệ quả: Công suất phức của đoạn mạch hai đầu bằng tổng công suất phức của tất cả các linh kiện trong đoạn mạch hai đầu.

## 6) Truyền điện tối đa

## 7) Wattmeter

Hình.2.4.3 trình bày một watt kế điện động bao gồm một cặp cuộn dây cố định, được gọi là cuộn dây hiện tại, và một cuộn dây chuyển động được gọi là cuộn dây điện áp. Các cuộn dòng điện mắc nối tiếp với tải, còn cuộn dây điện áp mắc song song. Cuộn dây điện áp mang một con trỏ (kim) di chuyển trên một thang đo để chỉ số đo. Dòng điện trong cuộn dây hiện tại sinh ra điện từ trường xung quanh cuộn dây. Cường độ của trường này tỷ lệ thuận với dòng điện và cùng pha với nó. Theo nguyên tắc chung, cuộn dây điện áp có một điện trở giá trị cao mắc nối tiếp với nó để giảm dòng điện chạy qua nó. Kết quả của sự sắp xếp này là độ lệch của con trỏ tỷ lệ với tích tức thời trung bình của điện áp và dòng điện, do đó đo công suất thực,  $P = VI \cos(\varphi)$ .



Hình.2.4.3

## 2.5 Cộng hưởng

Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi trở kháng hoàn toàn là điện trở, do đó điện áp và dòng điện cùng pha. Điều kiện cộng hưởng:

$$\text{Im}\{Z\} = 0 \text{ hoặc } \text{Im}\{Y\} = 0$$

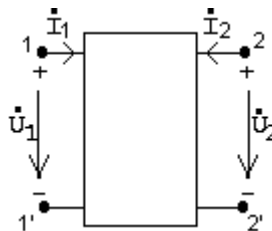
Lúc cộng hưởng, năng lượng phản ứng trong mạch dao động giữa cuộn cảm và tụ điện. “Độ sắc nét” của cộng hưởng được đo định lượng bằng hệ số chất lượng Q.

$$Q = \frac{2\pi E_P}{E_D}$$

Nơi  $E_P$  là năng lượng đỉnh được lưu trữ trong mạch lúc cộng hưởng và  $E_D$  là năng lượng mà mạch tiêu tán trong một thời gian khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng.

## 2.6 Mạng hai cổng

Hai thiết bị đầu cuối tạo thành một cổng nếu dòng điện đi vào một đầu cuối bằng dòng điện xuất hiện từ đầu cuối kia. Mạng hai cổng là mạng điện có hai cổng riêng biệt.



Hình 2.6.1

Thông số trở kháng

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \\ & \cdot \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \end{aligned}$$

Các thông số truyền động

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{A_1}{A_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \\ & \cdot \frac{A_1}{A_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \end{aligned}$$

Thông số chuyển tiền

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \\ & \cdot \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \end{aligned}$$

Tham số truyền nghịch đảo

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{B_1}{B_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \\ & \cdot \frac{B_1}{B_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \end{aligned}$$

Tham số kết hợp

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{H_1}{H_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \\ & \cdot \frac{H_1}{H_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \end{aligned}$$

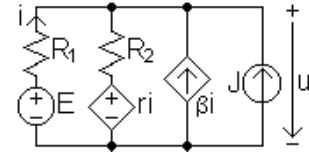
Tham số lai nghịch đảo

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{G_1}{G_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \\ & \cdot \frac{G_1}{G_2} = \frac{1 + j\omega L_1}{1 + j\omega L_2} \end{aligned}$$

### 3.1 Phân tích Nodal

1. Chỉ định một nút tham chiếu và dán nhãn các điện áp nút. Số hạng trong phương trình nút có thể được giảm thiểu bằng cách chọn nút tham chiếu có số nhánh lớn nhất được kết nối với nó.
2. Viết phương trình KCL cho mỗi nút không tham chiếu. Sử dụng KVL để biểu thị dòng điện nhánh theo điện áp nút.
3. Giải các phương trình thu được để thu được các điện áp nút chưa biết.

Ví dụ A: Sử dụng phân tích nút, tìm điện áp  $u$  của mạch trong hình.3.1.1A với  $E = 50 \text{ V}$ ,  $J = 5 \text{ A}$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 25 \Omega$ ,  $r = 100 \Omega$ ,  $\beta = 3$ .



Hình.3.1.1A

Giải pháp: Phương trình Nodal

$$u \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{E + r i}{R_1} + \beta i + J = \frac{E}{R_1} + J + \left( \frac{r}{R_2} + \beta \right) i$$

$$\text{KVL: } i = \frac{E - u}{R_1}$$

$$\Rightarrow u \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{E}{R_1} + J + \left( \frac{r}{R_2} + \beta \right) \frac{E - u}{R_1} = \left( 1 + \frac{r}{R_2} + \beta \right) \frac{E}{R_1} + J - \left( \frac{r}{R_2} + \beta \right) \frac{u}{R_1}$$

$$\Rightarrow u \left( \frac{1 + \frac{r}{R_2} + \beta}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left( 1 + \frac{r}{R_2} + \beta \right) \frac{E}{R_1} + J$$

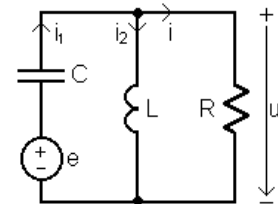
$$\Rightarrow u = 75 \text{ V}$$

Ví dụ B: Cho mạch trong Hình.3.1.1B với

$$e = 100 \cos(1000t) \text{ V},$$

$$R = 100 \Omega, L = 100 \text{ mH}, C = 10 \mu \text{ F}.$$

Tìm  $i(t)$ ,  $u(t)$ .



Hình.3.1.1B

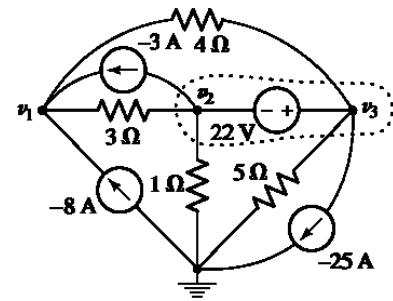
Phân tích Nodal

$$\&: \frac{1}{100j} + \frac{1}{-100j} + \frac{1}{100} = -\frac{100}{100j} = j \quad \Rightarrow \& = 100j = 100 \angle 90^\circ$$

$$\Rightarrow u(t) = 100 \cos(1000t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$\Rightarrow i(t) = \cos(1000t + 90^\circ) \text{ A}$$

Siêu nút: Xem xét mạch trong Hình.3.1.2. Nhánh nối nút 2 và nút 3 chỉ có nguồn điện áp. Không có cách nào mà chúng ta có thể biểu thị dòng điện như một hàm của điện áp, vì định nghĩa nguồn điện áp chính xác là điện áp độc lập với dòng điện. Một phương pháp đơn giản là xử lý nút 2, nút 3 và nguồn điện áp cùng nhau như một loại siêu nút (được chỉ ra bởi khu vực được bao quanh bởi đường đứt) và áp dụng KCL “tổng dòng điện đi vào bề mặt đóng bằng không”.



Hình.3.1.2

Phương trình KCL tại nút 1:  $-8 - 3 = (v_1 - v_2) / 3 + (v_1 - v_3) / 4$  Phương trình KCL tại 2-3 siêu nút:  $3 + 25 = (v_2 - v_1) / 3 + (v_3 - v_1) / 4 + v_3 / 5 + v_2 / 1$  Sử dụng thực tế rằng có một nguồn điện áp 22 V giữa các nút 2 và 3:  $v_2 - v_3 = -22$

Giải các phương trình này, lời giải cho  $v_1$  là 1,071 V

### 3.2 Phân tích lưới

Quy trình phân tích lưới cơ bản (đối với mạch phẳng)

1. Gán dòng điện lưới cho các mắt lưới.
2. Áp dụng KVL cho mỗi mắt lưới. Sử dụng định luật KCL để biểu thị điện áp theo dòng điện lưới.
3. Giải các phương trình kết quả để có được các dòng lưới.

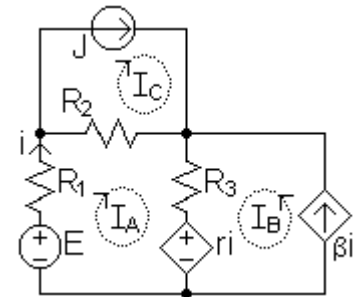
Thí dụ: Sử dụng phân tích lưới, tìm dòng điện  $i$  của mạch trong Hình 2 với  $E = 150 \text{ V}$ ,  $J = 4 \text{ A}$ ,  $R_1 = 75 \Omega$ ,  $R_2 = 25 \Omega$ ,  $R_3 = 25 \Omega$ ,  $\beta = 3$ ,  $r = 50 \Omega$ .

Giải pháp: Dòng điện lưới  $i = I_A$ ,  $\beta i = \text{tôi B}$ ,  $J = \text{tôi C}$

KVL: Tôi A ( $R_1 + R_2 + R_3$ ) + Tôi B  $R_3$  - Tôi C  $R_2 + r_i$  -  $E = 0$

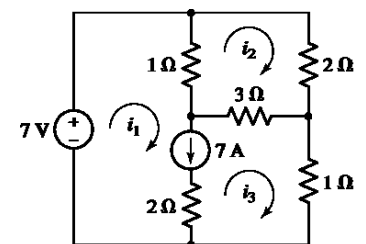
$$\Rightarrow i (R_1 + R_2 + R_3) + \beta i R_3 - J R_2 + r i - E = 0$$

$$\Rightarrow \text{tôi} = \frac{E + R_2 J}{R_1 + R_2 + (1 + \beta) R_3 + r} = 1 \text{ A}$$



Hình.3.2.1

Siêu lưới: Hãy xem xét mạch trong Hình.3.2.2. Có 7 Một nguồn dòng điện độc lập nằm trong ranh giới chung của hai mắt lưới. Một “siêu lưới” được tạo ra từ hai mắt lưới này (nguồn hiện tại là ở bên trong siêu lưới). Do đó, số lượng mắt lưới giảm đi 1 đối với mỗi nguồn hiện tại. Nếu nguồn hiện tại nằm trên chu vi của mạch thì lưới đơn mà nó được tìm thấy sẽ bị bỏ qua. Do đó, định luật điện áp Kirchhoff chỉ được áp dụng cho những mắt lưới hoặc siêu mắt lưới đó trong mạng được giải thích lại.



Hình.3.2.2

Áp dụng KVL về siêu lưới:  $-7 + 1 (i_1 - \text{tôi}_2) + 3 (\text{tôi}_3 - \text{tôi}_2) + 1 i_3 = 0 \Rightarrow \text{Tôi}_1 - 4 i_2 + 4 i_3 = 7$  và xung quanh lưới 2:

$$1 (\text{tôi}_2 - \text{tôi}_1) + 2 i_2 + 3 (\text{tôi}_2 - \text{tôi}_3) = 0 \Rightarrow -i_1 + 6 i_2 - 3 i_3 = 0$$

Cuối cùng, dòng nguồn độc lập có liên quan đến dòng lưới:

$$i_1 - i_3 = 7$$

$$\Rightarrow \text{Tôi}_1 = 9 \text{ A}, i_2 = 2,5 \text{ A và } i_3 = 2 \text{ A}$$

Phân tích lưới Nodal so với: một so sánh

Với phân tích nút, một mạch có  $N$  nút sẽ dẫn đến nhiều nhất  $(N - 1)$  phương trình KCL. Mỗi siêu nút được xác định sẽ làm giảm con số này thêm 1. Với phân tích lưới, một mạch có  $M$  mắt lưới sẽ dẫn đến nhiều nhất  $M$  phương trình KVL. Mỗi siêu lưới sẽ giảm con số này đi 1. Có thể chọn cách tiếp cận dẫn đến số lượng phương trình đồng thời nhỏ hơn.

3,3 Định lý Thevenin và Norton Định lý Thevenin: một mạch hai đầu tuyến tính có thể được thay thế bằng một mạch tương đương bao gồm nguồn điện áp  $E_{\text{Thứ tự}}$  mắc nối tiếp với trở kháng  $Z_{\text{Thứ tự}}$ , nơi  $E_{\text{Thứ tự}}$  là điện áp hở mạch ở hai đầu và  $Z_{\text{Thứ tự}}$  là trở kháng đầu vào hoặc tương đương tại các đầu cuối khi tắt các nguồn độc lập.

Định lý Norton: một mạch hai đầu tuyến tính có thể được thay thế bằng một mạch tương đương bao gồm nguồn hiện tại  $I_N$  song song với một trở kháng  $Z_{\text{Thứ tự}}$ , nơi mà  $I_N$  là dòng điện ngắn mạch qua thiết bị đầu cuối và  $Z_{\text{Thứ tự}}$  là trở kháng đầu vào hoặc tương đương tại các đầu cuối khi tắt các nguồn độc lập.

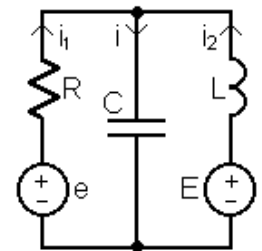
### 3,4 Nguyên lý chồng chất

Định lý chồng chất: Tổng dòng điện (điện áp) trong bất kỳ phần nào của mạch tuyến tính bằng tổng đại số của các dòng điện (điện áp) được tạo ra bởi mỗi nguồn độc lập riêng biệt. Để đánh giá các dòng điện riêng biệt được kết hợp, thay thế tất cả các nguồn điện áp độc lập khác bằng ngắn mạch và tất cả các nguồn dòng điện độc lập khác bằng mạch hở.

Thí dụ: Cho mạch trong Hình 3.4.1 với

$$\begin{aligned} e &= 100 \cos(1000t) \text{ V}, \\ E &= 200 \text{ V (nguồn DC)}, R \\ &= 100 \Omega, \\ L &= 100 \text{ mH}, \\ C &= 10 \mu \text{ F}. \end{aligned}$$

Tìm  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i(t)$



Hình 3.4.1

a) Thành phần AC

$$\frac{1}{100j} + \frac{1}{-100j} + \frac{1}{100} = \frac{100}{100} = 1$$

$$\Rightarrow U_{AC} = 100 \text{ V} \Rightarrow u_{AC}(t) = 100 \cos(1000t) \text{ V}$$

$$\Rightarrow \frac{100}{-100j} = 1 \angle 90^\circ \text{ A} \Rightarrow i_{1AC}(t) = \cos(1000t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$\frac{-100}{100j} = 1 \angle 90^\circ \text{ A} \Rightarrow i_{2AC}(t) = \cos(1000t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$\frac{100}{100} = 1 \angle 0^\circ \text{ A} \Rightarrow i_{3AC}(t) = \cos(1000t) \text{ A}$$

b) Thành phần DC

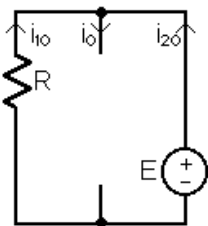
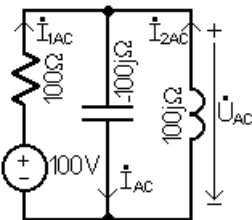
DC trạng thái ổn định  $\Rightarrow L$  ngắn mạch,  $C$  hở mạch

$$\Rightarrow u_0 = 200 \text{ V}$$

$$i_{10} = 0 \text{ A}$$

$$i_{10} = -2 \text{ A}$$

$$i_{20} = 2 \text{ A}$$



c) Chồng chất

$$u(t) = 200 + 100 \cos(1000t) \text{ V}$$

$$i(t) = \cos(1000t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$i(t) = -2 \text{ A}$$

$$i_2(t) = 2 + \cos(1000t + 90^\circ) \text{ A}$$



Thí dụ: Cho mạch trong Hình.3.4.2 với

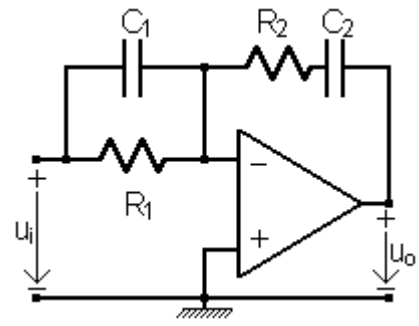
$$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega,$$

$$C_1 = C_2 = 100 \mu\text{F}.$$

a) Tìm hàm truyền điện áp  $K_U =$

$$\frac{\mathcal{U}_o}{\mathcal{U}_{T\ddot{o}i}} \text{ như chức năng của } \omega.$$

b) Tìm  $u_o(t)$  nếu  $u_{T\ddot{o}i}(t) = 2\cos(0,5t) + 2\sin(t) + 2\cos(2t) \text{ V}$



Hình.3.4.2

Giải pháp

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}, Z_2 = \frac{1 + j\omega C_2 R_2}{j\omega C_2}$$

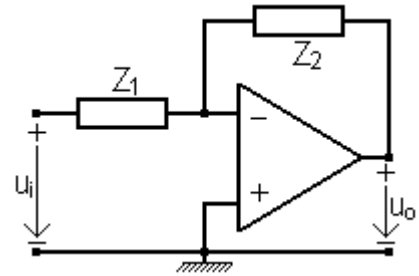
$$K_U(j\omega) = \frac{\mathcal{U}_o}{\mathcal{U}_{T\ddot{o}i}} = - \frac{Z_2}{Z_1} = - \frac{(1 + j\omega C_2 R_2)(1 + j\omega C_1 R_1)}{j\omega C_2 R_1}$$

$$= -1 \frac{(1 + j\omega C_2 R_2)}{j\omega C_2 R_1}$$

Tìm  $u_o(t)$  như  $u_{T\ddot{o}i}(t) = 2\cos(0,5t) + 2\sin(t) + 2\cos(2t) \text{ V}$

$$K_U(0,5j) = - \frac{(1 + 0,5j)^2}{0,5j} = -2,5 \angle -37^\circ, K_U(j) = - \frac{(1 + j)^2}{j} = -2, K_U(2j) = - \frac{(1 + 2j)^2}{2j} = -2,5 \angle 37^\circ$$

$$\Rightarrow u_o(t) = -5\cos(0,5t - 37^\circ) - 4\sin(t) - 5\cos(2t + 37^\circ) \text{ V}$$



Thí dụ: Cho mạch trong Hình.3.4.3 với

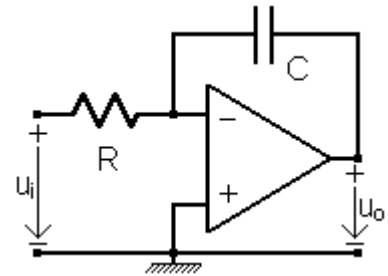
$$R = 10 \text{ k}\Omega,$$

$$C = 100 \mu\text{F}.$$

a) Tìm hàm truyền điện áp  $K_U =$

$$\frac{\mathcal{U}_o}{\mathcal{U}_{T\ddot{o}i}} \text{ như chức năng của } \omega.$$

b) Tìm  $u_o(t)$  nếu  $u_{T\ddot{o}i}(t) = 2\cos(0,5t) + 2\sin(t) + 2\cos(2t) \text{ V}$



Hình.3.4.3

Giải pháp

$$Z_1 = R, Z_2 = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow K_U(j\omega) = \frac{\mathcal{U}_o}{\mathcal{U}_{T\ddot{o}i}} = - \frac{Z_2}{Z_1} = - \frac{1}{j\omega C R} = j \frac{1}{\omega C R}$$

$$K_U(0,5j) = 2j = 2 \angle 90^\circ, K_U(j) = j = 1 \angle 90^\circ, K_U(2j) = 0,5j = 0,5 \angle 90^\circ$$

$$u_o(t) = 2\cos(0,5t + 90^\circ) \text{ V} + \sin(t + 90^\circ) + 0,5\cos(2t + 90^\circ) \text{ V}$$

### 3.5 Phân tích Fourier

$x(t)$  có chu kỳ  $T \rightarrow$  tần số cơ bản  $\omega$ .

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

1) Chuỗi Fourier lượng giác

$$x(t) = X_o + \sum_{k=1}^{+\infty} (S_k \sin(k\omega t) + C_k \cos(k\omega t))$$

$$X_o = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt,$$

$$S_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega t) dt,$$

$$C_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega t) dt$$

## 2) Chuỗi Fourier theo cấp số nhân

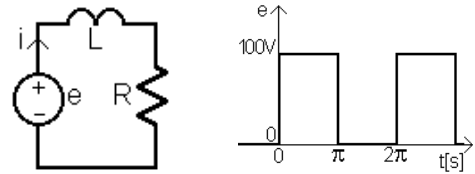
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} X_k e^{jk\omega_0 t} = X_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2}{T} |X_k| \cos(k\omega_0 t + \phi_k)$$

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = |X_k| \angle \phi_k$$

Định lý Parseval

## 3) Phổ tần số $|X_k| \angle \phi_k$

Thí dụ: Mạch trong hình.3.5.1 có  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$ .  $e(t)$  là nguồn có hiệu điện thế tuần hoàn với kỳ  $T_0 = 2\pi \text{ s}$ . Khai triển  $e(t)$  thành chuỗi Fourier. Tìm nó).



Hình.3.5.1

Giải pháp:

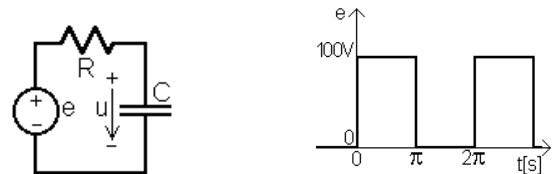
$$e(t) = 50 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{100}{k\pi} \left(1 - (-1)^k\right) \sin(kt) \text{ V}$$

Thành phần DC:  $I_0 = 50 \text{ A}$

$$\text{Cải k thứ tự điều hòa } i_k(t) = \frac{100(1 - (-1)^k)}{k\pi \sqrt{1 + k^2}} \sin(kt - \arctg(k)) \text{ A}$$

$$\Rightarrow i(t) = 50 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{100(1 - (-1)^k)}{k\pi \sqrt{1 + k^2}} \sin(kt - \arctg(k)) \text{ A}$$

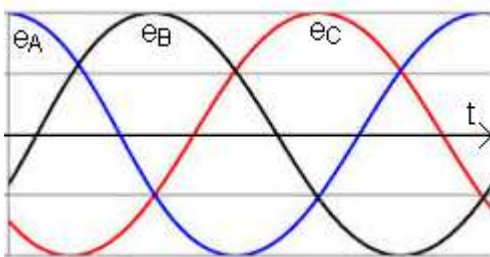
Thí dụ: Mạch trong hình.3.5.2 có  $R = 100 \Omega$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ .  $e$  là nguồn điện áp tuần hoàn với chu kỳ  $T_0 = 2\pi \text{ s}$ . Khai triển  $e(t)$  thành chuỗi Fourier. Tìm biểu thức của  $u(t)$ .



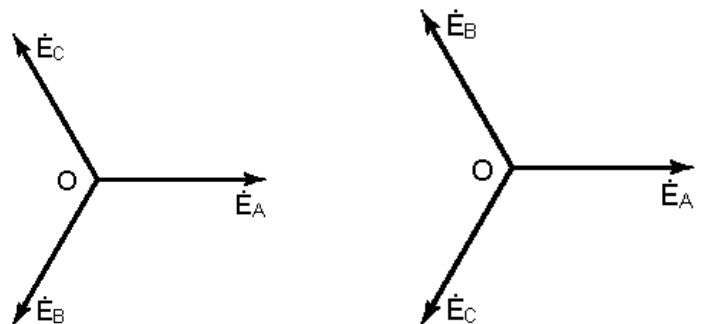
Hình.3.5.2

$$\text{Giải pháp: } e(t) = 50 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{100}{k\pi} \left(1 - (-1)^k\right) \sin(1000kt) \text{ V}$$

## 3.6 Mạch ba pha



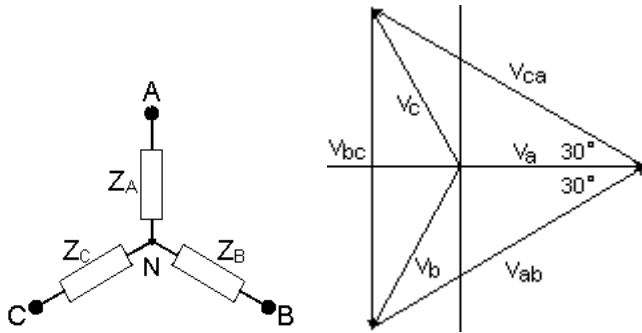
Trình tự tích cực cân bằng  
Hình.3.6.1: Dạng sóng ba pha



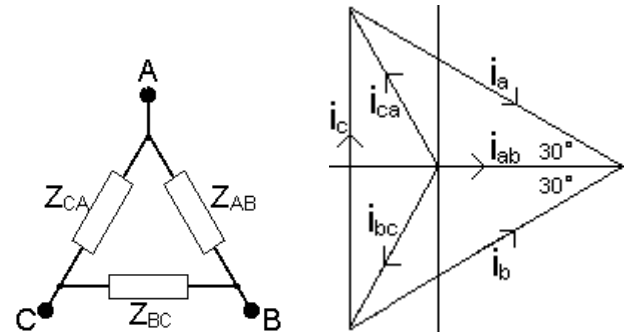
Trình tự tích cực cân bằng  
Hình.3.6.2: Phasor ba pha

Lưu ý rằng hệ thống ba phasors không cân bằng có thể được giải quyết theo ba thành phần đối xứng sau:

- Trình tự tích cực: Hệ thống ba pha cân bằng có cùng thứ tự pha với trình tự ban đầu.
- Thứ tự âm: Hệ thống ba pha cân bằng có thứ tự pha ngược lại với thứ tự ban đầu.
- Zero Sequence: Ba phasors có độ lớn và pha bằng nhau.



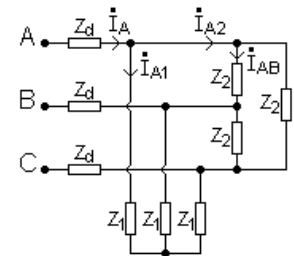
Hình.3.6.3: Mối quan hệ giữa điện áp đường dây và điện áp pha trong cấu hình wye thứ tự thuận cân bằng



Hình.3.6.4: Mối quan hệ giữa dòng điện dòng và dòng pha trong cấu hình delta thứ tự thuận cân bằng

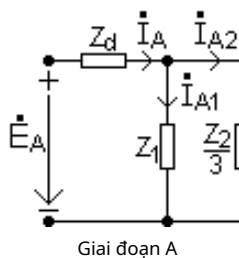
Thí dụ: Tải ba pha trong hình 3.6.5 được nối với nguồn điện áp thứ tự thuận cân bằng ba pha có điện áp pha  $U_p = 220\text{ V}$ ,  $Z_d = 1\ \Omega$ ,  $Z_1 = 10 - 10j\ \Omega$  và  $Z_2 = 30 + 30j\ \Omega$ .

Tìm  $I_A$ ,  $I_{A1}$ ,  $I_{A2}$ ,  $I_{AB}$ .



Hình 3.6.5

Giải pháp



$$Z = Z_1 // \frac{Z_2}{3} = 10\ \Omega$$

$$I_A = \frac{E_A}{Z_d + Z} \Rightarrow I_A = \frac{220}{11} = 20\text{ A}$$

$$I_{A1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I_A \Rightarrow I_{A1} = \frac{200}{10\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}\text{ A}$$

$$I_{A2} = \frac{3Z_1}{Z_1 + 3Z_2} I_A \Rightarrow I_{A2} = \frac{200}{10\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}\text{ A}$$

$$I_{AB} = \frac{I_{A2}}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{\frac{2}{3}}\text{ A}$$

### 3.7 Phân tích mạch có sự hỗ trợ của máy tính

Một gói phần mềm máy tính mạnh mẽ được gọi là PSpice thường được sử dụng để phân tích nhanh các mạch và các công cụ chụp sơ đồ thường được tích hợp với bảng mạch in hoặc công cụ bố trí mạch tích hợp. SPICE (Chương trình mô phỏng với điểm nhấn mạch tích hợp) hiện là một tiêu chuẩn công nghiệp. Tùy thuộc vào loại ứng dụng mạch đang được xem xét, hiện nay có một số công ty cung cấp các biến thể của gói SPICE cơ bản.

Mặc dù phân tích có sự hỗ trợ của máy tính là một phương tiện tương đối nhanh chóng để xác định điện áp và dòng điện trong mạch, chúng ta nên cẩn thận không cho phép các gói mô phỏng thay thế hoàn toàn phân tích “giấy và bút chì” truyền thống. Cái này có một vài nguyên nhân. Đầu tiên, để thiết kế chúng ta phải có khả năng phân tích. Việc sử dụng quá nhiều các công cụ phần mềm có thể kìm hãm sự phát triển của các kỹ năng phân tích cần thiết, tương tự như việc đưa máy tính vào học quá sớm ở trường lớp. Thứ hai, hầu như không thể sử dụng một gói phần mềm phức tạp trong một thời gian dài mà không mắc một số loại lỗi nhập dữ liệu. Nếu chúng ta không có trực giác cơ bản về loại câu trả lời mong đợi từ một mô phỏng, thì không có cách nào để xác định xem nó có hợp lệ hay không. Vì vậy, tên chung thực sự là một mô tả khá chính xác: phân tích có sự hỗ trợ của máy tính. Bộ não của con người không hề lỗi thời. Dù sao thì vẫn chưa.

## Chương 4: Giới thiệu phân tích

### 4.1 thoáng qua

#### 1) Mạch RL không cần nguồn

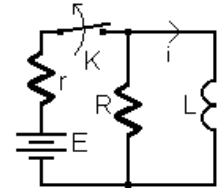
Thí dụ: Hãy xem xét mạch trong Hình 4.1.1. Công tắc K đang đóng rất lâu bỗng mở lúc  $t = 0$ . Tìm  $i$ ?

$t \leq 0$ : K đóng cửa rất lâu. Mạch ở trạng thái ổn định DC. Các cuộn cảm đóng vai trò ngắn mạch và  $i = I_0 = E / r$

$t \geq 0$ : K đang mở. Định luật điện áp Kirchhoff mang lại

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \Rightarrow i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

Ở đây  $\tau = L / R$  là hằng số thời gian của mạch LR và  $I_0$  là điều kiện ban đầu



Hình.4.1.1

#### 2) Mạch RC không có nguồn

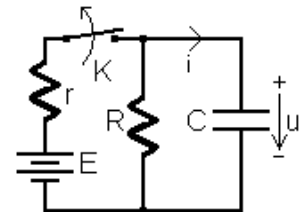
Thí dụ: Hãy xem xét mạch trong Hình 1.4.1.2. Công tắc K đang đóng rất lâu bỗng mở lúc  $t = 0$ . Tìm  $u$ ?

$t \leq 0$ : K đóng cửa rất lâu. Mạch ở trạng thái ổn định DC. Các tụ điện đóng vai trò là mạch hở và  $u = U_0 = RE / (r + R)$

$t \geq 0$ : K đang mở. Định luật điện áp Kirchhoff mang lại

$$RC \frac{du}{dt} + u = 0 \Rightarrow u(t) = U_0 e^{-t/\tau}$$

Ở đây  $\tau = RC$  là hằng số thời gian của mạch RC và  $U_0$  là điều kiện ban đầu



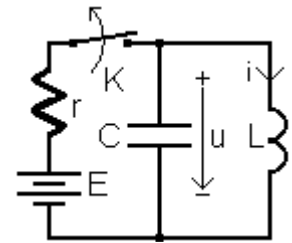
Hình.4.1.2

#### 3) Mạch LC không tổn hao

Thí dụ: Hãy xem xét mạch trong Hình 1.4.1.3. Công tắc K đang đóng rất lâu bỗng mở lúc  $t = 0$ . Tìm  $u$  và  $i$ ?

$t \leq 0$ : K đóng cửa rất lâu. Mạch ở trạng thái ổn định DC. Tụ điện đóng vai trò là mạch hở và cuộn cảm đóng vai trò ngắn mạch,  $i = E / r$  và  $u = 0$ .

$$t \geq 0: K \text{ đang mở: } i = -C \frac{du}{dt} \text{ và } u = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{LC} u = 0$$



Hình.4.1.3

Phương trình đặc trưng (hoặc phương trình phụ):  $p^2 + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow p = j \pm \sqrt{\frac{1}{LC}}$ : phản hồi chưa lấy mẫu.

#### 4) Mạch RLC song song không cần nguồn

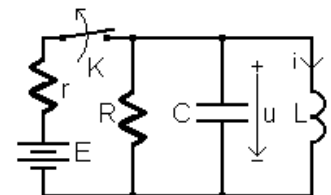
Thí dụ: Hãy xem xét mạch trong Hình 1.4.1.4. Công tắc K đang đóng rất lâu bỗng mở lúc  $t = 0$ . Tìm  $u$  và  $i$ ?

$t \leq 0$ : K đóng cửa rất lâu. Mạch ở trạng thái ổn định DC. Tụ điện đóng vai trò là mạch hở và cuộn cảm đóng vai trò ngắn mạch,  $i =$

$I_0 = E / r$  và  $u = 0$ .

$$t \geq 0: K \text{ đang mở: } \frac{u}{R} + C \frac{du}{dt} + i = 0 \text{ và } u = L \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} \frac{du}{dt} + C \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{u}{L} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0$$



Hình.4.1.4

$$\text{Phương trình đặc trưng: } p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow p = -\frac{1 \pm \sqrt{\frac{1}{4RC^2} - \frac{1}{LC}}}{2RC} = -\alpha \pm \alpha \sqrt{2\omega_0^2}$$

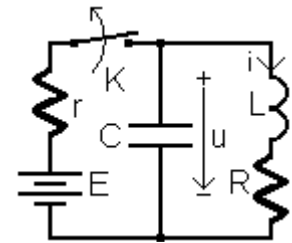
$$p: \text{ tần số phức tạp, } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}: \text{ tần số cộng hưởng, } \alpha = \frac{1}{2RC}: \text{ hệ số giảm chấn theo cấp số nhân}$$

$\alpha > \omega_0 \Rightarrow p$  là các số thực: phản ứng quá mức  $\alpha < \omega_0 \Rightarrow p$  là các số phức: phản hồi thiếu phân biệt

$\alpha = \omega_0$ : phản hồi cực kỳ hạn chế

## 5) Mạch RLC dòng không nguồn

Thí dụ: Hãy xem xét mạch trong Hình.4.1.5. Công tắc K đang đóng rất lâu bỗng mở lúc  $t = 0$ . Tìm  $u$  và  $i$ ?  
 $t \leq 0$ : K đóng cửa rất lâu. Mạch ở trạng thái ổn định DC. Cuộn cảm đóng vai trò đoạn mạch và tụ điện đóng vai trò là mạch hở  
 mạch,  $i = I_0 = E / (r + R)$  và  $u = U_0 = RI_0 = RE / (r + R)$ .



Hình.4.1.5

$$t \geq 0: K \text{ đang mở: } i = -C \frac{du}{dt} \text{ và } u = Ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow u = -RC \frac{du}{dt} - LC \frac{d^2 u}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0$$

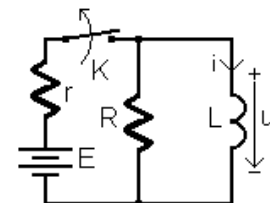
$$\text{Phương trình đặc trưng: } p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow p = -\frac{R \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}}{2L} = -\alpha \pm \alpha \sqrt{2\omega_0^2}$$

$$p: \text{ tần số phức tạp, } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}: \text{ tần số cộng hưởng, } \alpha = \frac{R}{2L}: \text{ hệ số giảm chấn theo cấp số nhân}$$

$\alpha > \omega_0 \Rightarrow p$  là các số thực: phản ứng quá mức  $\alpha < \omega_0 \Rightarrow p$  là các số phức: phản ứng bị cản trở  $\alpha = \omega_0$ : phản hồi cực kỳ hạn chế

## 4.2 Phương pháp cổ điển

Ví dụ A: Xét mạch điện trong hình A với  $E = 100 \text{ V}$ ,  $r = 10 \Omega$ ,  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 0,1 \text{ H}$ . Ban đầu công tắc K đóng rất lâu rồi mở đột ngột lúc  $t = 0$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .



Hình A

$t \leq 0$ : K đóng cửa rất lâu  $\Rightarrow$  mạch đang hoạt động ở trạng thái ổn định DC  $\Rightarrow$  cuộn cảm hoạt động như một mạch ngắn

$$\Rightarrow u = 0 \text{ V}$$

$$i = E / r = 10 \text{ A}$$

$t \geq 0$ : K đang mở

$$\text{KVL: } L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\text{Phương trình đặc trưng: } pL + R = 0 \quad \Rightarrow \quad p = -\frac{R}{2L} = -1000$$

$$\Rightarrow i(t) = Ce^{-1000t} \text{ [A]}$$

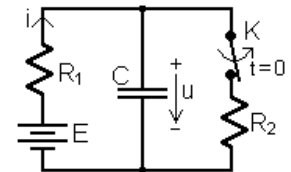
Điều kiện ban đầu:

$$i(0) = 10 = C$$

$$\Rightarrow i(t) = 10e^{-1000t} \text{ [A]}$$

$$\Rightarrow u(t) = L \frac{di}{dt} = -1000e^{-1000t} \text{ [V]}$$

Ví dụ B: Xét mạch điện trong hình B với  $E = 100 \text{ V}$ ,  
 $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ ,  $C = 10 \mu \text{ F}$ . Ban đầu công tắc K đóng rất lâu  
rồi mở đột ngột lúc  $t = 0$ . Tìm  $u(t)$ .



Hình B

$t < 0$ : K đóng cửa rất lâu  $\Rightarrow$  mạch đang hoạt động ở trạng thái ổn định DC  $\Rightarrow$  tụ điện đóng vai trò là mạch hở.

$$\Rightarrow i = E / (R_1 + R_2) = 0,5 \text{ [A]} \quad \Rightarrow \quad u = R_2 i = 50 \text{ [V]}$$

$t \geq 0$ : K đang mở

$$\text{KVL: } R_1 i + u = E$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$\Rightarrow R_1 C \frac{du}{dt} + u = E$$

Phản ứng tự nhiên:

Đa thức đặc trưng (của phương trình vi phân thuần nhất)

$$R_1 C p + 1 = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{R_1 C} = -1000$$

$$\Rightarrow u_N(t) = A_1 e^{-1000t} \text{ [V]}$$

Phản hồi bắt buộc (phản ứng trạng thái ổn định)

(phản ứng của mạch một thời gian dài sau khi chuyển mạch):

$$u_{ss} = E = 100 \text{ V}$$

Câu trả lời hoàn chỉnh của mạch là tổng của phản ứng tự nhiên và phản ứng cưỡng bức:

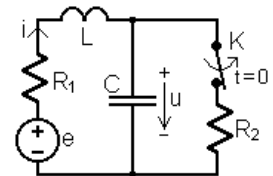
$$u(t) = u_{ss}(t) + u_N(t) = 100 + A_1 e^{-1000t} \text{ [V]}$$

Điều kiện ban đầu:

$$u(0) = 50 = 100 + A_1 \Rightarrow A_1 = -50$$

$$\Rightarrow u(t) = 100 - 50e^{-1000t} \text{ [V]}$$

Thí dụ: Mạch trong hình.4.2.1 có  $e(t) = 100\sin(1000t)$  V,  $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ ,  $L = 0,1$  H,  $C = 10 \mu$  F. Với  $t < 0$ , công tắc K đóng. Với  $t > 0$ , công tắc K mở. Tìm nó).



Hình.4.2.1

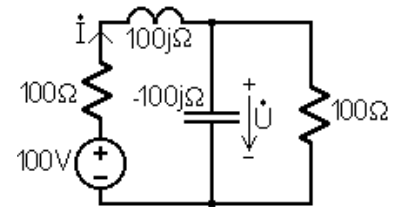
$t < 0$ : K đóng, mạch ở trạng thái ổn định hình sin.

$$-100j // 100 = \frac{-100j(100)}{100 - 100j} = 50 - 50j \Omega$$

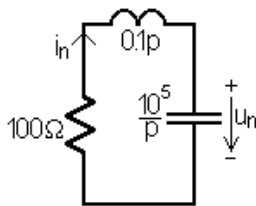
$$\& \text{Tôi} = \frac{100}{100 + 100j + 50 - 50j} = \frac{2}{3 + j} = \frac{2 \angle -18,44^\circ}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \text{tôi}(t) = \frac{2}{\sqrt{10}} \sin(1000t - 18,44^\circ) \text{ A}$$

$$\& = 50(1-j) \& I = 50 \sqrt{2} \angle -45^\circ \cdot \frac{2 \angle -18,44^\circ}{\sqrt{10}} = \frac{100 \angle -63,44^\circ}{\sqrt{5}} \Rightarrow u(t) = \frac{100}{\sqrt{5}} \sin(1000t - 63,44^\circ) \text{ V}$$



$t > 0$ : K hở, mạch ở trạng thái quá độ



Phản ứng tự nhiên: Đa thức đặc trưng (của phương trình vi phân đồng nhất)

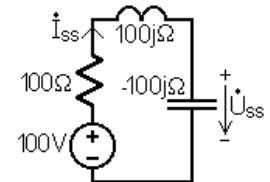
$$100 + 0,1p + \frac{10^5}{p} = 0 \Rightarrow p^2 + 10^3 p + 10^6 = 0$$

$$\Rightarrow p = -500 \pm j500 \sqrt{3} \Rightarrow \text{Tôi}_n(t) = A_1 e^{-500t} \cos(500\sqrt{3}t + A_2) \text{ A}$$

Phản hồi cưỡng bức hoặc phản hồi trạng thái ổn định

(phản ứng của mạch một thời gian dài sau khi chuyển mạch):

$$\& \text{Tôi}_{ss} = \frac{100}{100 + 100j - 100j} = 1 \angle 0^\circ \Rightarrow \text{Tôi}_{ss}(t) = \sin(1000t) \text{ A}$$



Câu trả lời hoàn chỉnh của mạch là tổng của phản ứng tự nhiên và phản ứng cưỡng bức:

$$i(t) = \text{tôi}_{XL}(t) + \text{tôi}_{TD}(t) = \sin(1000t) + A_1 e^{-500t} \cos(500\sqrt{3}t + A_2) \text{ A}$$

Điều kiện ban đầu:  $i(0+)$ ,  $i'(0+)$

$t = 0^-$ : thời điểm trước  $t = 0$

$t = 0+$ : tức thì ngay sau khi chuyển đổi

Dòng điện chạy qua cuộn cảm là liên tục

$$\text{Tôi}_L(0-) = i(0-) = \frac{2}{\sqrt{10}} \text{ tôi lỗi } (-18,44^\circ) = -0,2 = \text{tôi}_L(0+) = i(0+)$$

Điện áp trên tụ điện là liên tục

$$u_C(0-) = u(0-) = \frac{100}{\sqrt{5}} \text{ tôi lỗi } (-63,44^\circ) = -40 = u_C(0+) = u(0+)$$

$$\text{KVL: } -e + 100i + 0,1i' + u = 0$$

$$\Rightarrow i'(0+) = 10(e(0+) - 100i(0+) - u(0+)) = 600$$

$$(0+) = A_1 \cos(A_2) = -0,2$$

$$i'(0+) = 1000 - 500A_1 \cos(A_2) - 500\sqrt{3}A_1 \text{ tôi lỗi } (A_2) = 600 \Rightarrow A_1 \text{ tôi lỗi } (A_2) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \text{tg}(A_2) = -\frac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow A_2 = -71^\circ$$

$$\Rightarrow A_1 = -0,6$$



$$i(t) = \sin(1000t) - 0,6e^{-500t} \cos(500\sqrt{3}t - 71^\circ) \text{ A}$$

### 4.3 Phân tích mạch sử dụng Biến đổi Laplace

#### 1) Biến đổi Laplace

Định nghĩa  $X(s) = \int_0^+ x(t) e^{-st} dt$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{1}{j2\pi} X(s) e^{st} ds$$

Các thuộc tính của phép biến đổi Laplace

Tuyến tính	$y(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \Rightarrow Y(s) = a_1 X_1(s) + a_2 X_2(s)$
Sự khác biệt	$y(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow Y(s) = sX(s) - x(0)$
	$y(t) = \frac{d^n x}{dt^n} \Rightarrow Y(s) = s^n X(s) - s^{n-1} x(0) - s^{n-2} x'(0) - \dots - x^{(n-1)}(0)$
Hội nhập	$y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \Rightarrow Y(s) = \frac{X(s)}{s}$
Giá trị ban đầu định lý	$\lim_{s \rightarrow \infty} sX(s) = x(0+)$
Giá trị cuối cùng định lý	$\lim_{s \rightarrow 0} sX(s) = x(+\infty)$
Thay đổi thời gian	$y(t) = x(tT) u(tT) \Rightarrow Y(s) = e^{-Ts} X(s)$ $T > 0$
Chuyển dịch phức tạp	$y(t) = e^{-at} x(t) \Rightarrow Y(s) = X(s+a)$
Tích chập thực sự	$z(t) = x(t) * y(t) \Rightarrow Z(s) = X(s) Y(s)$ $x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^+ x(\tau) y(t-\tau) d\tau$

Bảng biến đổi Laplace

$x(t)$	$X(s)$	$x(t)$	$X(s)$
$\delta(t)$	1	1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\cos(\omega_0 t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	$e^{-at} \sin(\omega_0 t)$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$
$te^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$e^{-at} \cos(\omega_0 t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$

Ở đâu  $\delta(t)$  là xung đơn vị:  $\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

## 2) Các luật mạch cơ bản

Thí dụ: Mạch trong hình.4.3.1 có

$$E = 20V \text{ (DC)}$$

$$R = 20 \Omega, C = 0,05F.$$

Tụ C lúc đầu chưa tích điện.

Tại  $t = 0$ , công tắc K đóng. Xác định biểu thức của hiệu điện thế  $u$  và cường độ dòng điện  $i$ .

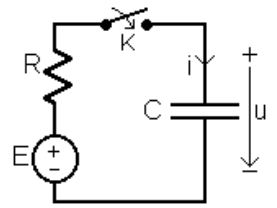
Giải pháp

$t \leq 0$ : K đang mở và C chưa được sạc  $\Rightarrow i(t) = 0A, u(t) = 0V$

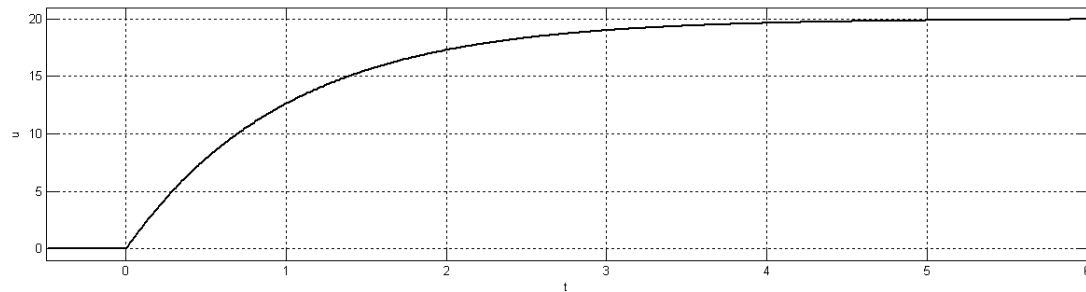
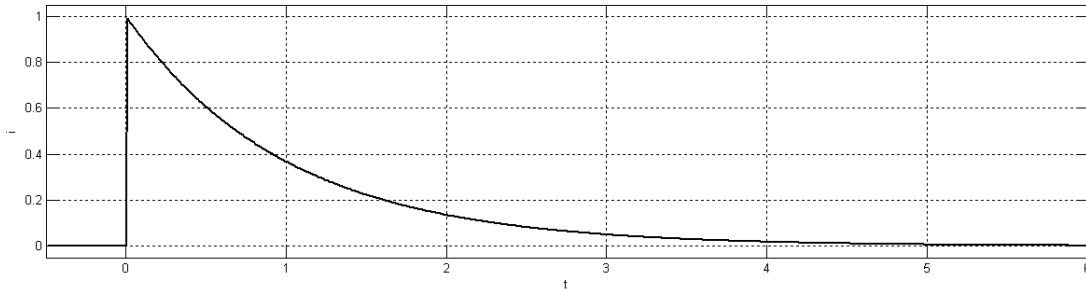
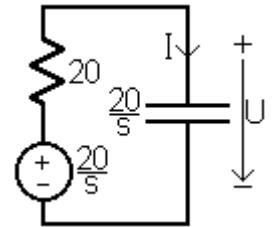
$t \geq 0$ : K đóng cửa

$$Tô i = \frac{\frac{20}{s}}{20 + \frac{20}{s}} = \frac{1}{s+1} \Rightarrow i(t) = e^{-t}$$

$$U = \frac{20}{s(s+1)} = \frac{20}{s} - \frac{20}{s+1} \Rightarrow u(t) = 20(1 - e^{-t})$$

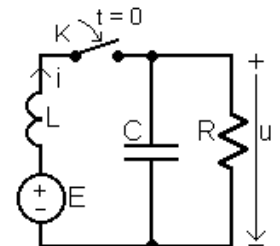


Hình.4.3.1

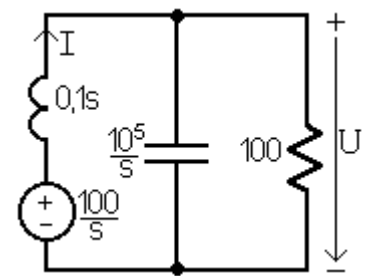


Thí dụ: Mạch trong hình.4.3.2 có  $E = 100V \text{ (DC)}$ ,  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu F$ . Công tắc K mở trong thời gian rất dài và đóng ở  $t = 0$ . Sử dụng phép biến đổi Laplace, tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .

$t \leq 0$ : K đang mở  $\Rightarrow u = 0V$   
 $i = 0A$



Hình.4.3.2



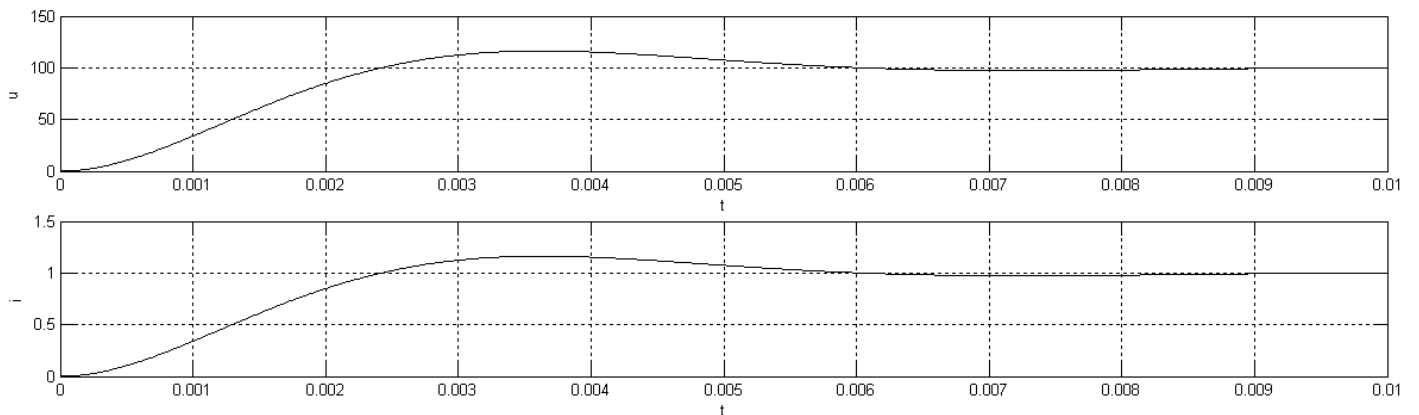
$$t \geq 0: U \cdot \frac{10}{s} + \frac{s}{10^5} + \frac{1}{100} = \frac{10^3}{s^2}$$

$$\Rightarrow U = \frac{10^3 s^2}{s(s^2 + 10^3 s + 10^6)} = \frac{100}{s} - \frac{100(s + 500) + 5 \times 10^4}{(s + 500)^2 + (500\sqrt{3})^2}$$

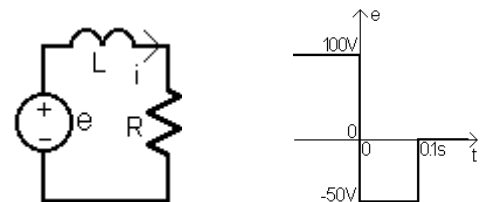
$$\Rightarrow u(t) = 100 - 100e^{-500t} \cos(500\sqrt{3}t) - \frac{100}{\sqrt{3}}e^{-500t} \sin(500\sqrt{3}t) \text{ V}$$

$$i(t) = \frac{(s + 10^3)U}{10^5} = \frac{10^3(s + 10^3)}{s(s^2 + 10^3 s + 10^6)} = \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + 10^3 s + 10^6} = \frac{1}{s} - \frac{s + 500 - 500}{(s + 500)^2 + (500\sqrt{3})^2}$$

$$\Rightarrow i(t) = 1 - e^{-500t} \cos(500\sqrt{3}t) + \frac{1}{\sqrt{3}}e^{-500t} \sin(500\sqrt{3}t) \text{ A}$$



Ví dụ 2: Mạch trong hình.4.3.2 có  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ . Sử dụng phép biến đổi Laplace, tìm  $i(t)$ .



Hình.4.3.2

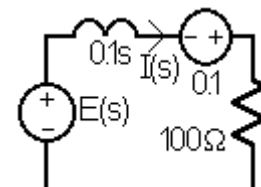
$t \leq 0$ :

Mạch ở trạng thái ổn định một chiều có  $e = 100\text{V}$

$$\Rightarrow i = 1\text{A}$$

$t \geq 0$ :

$$e(t) = -50(1(t) - 1(t-0,1)) \Rightarrow E(s) = -\frac{50(1 - e^{-0.1s})}{s}$$



$$i(t) = \frac{0.1 - \frac{50}{s}(1 - e^{-0.1s})}{0.1s + 100} = \frac{1}{s + 1000} - \frac{500(1 - e^{-0.1s})}{s(s + 1000)} = \frac{1}{s + 1000} - \frac{500}{s(s + 1000)} + \frac{500e^{-0.1s}}{s(s + 1000)}$$

$$\frac{1}{s+1000} \leftrightarrow e^{-1000t}$$

$$\frac{500}{s(s+1000)} = \frac{0.5}{s} - \frac{0.5}{s+1000} \leftrightarrow 0.5 - 0.5e^{-1000t}$$

$$\frac{500e^{-0.1t}}{s(s+1000)} \leftrightarrow [0.5 - 0.5e^{-1000t + 100}] 1(t-0.1)$$

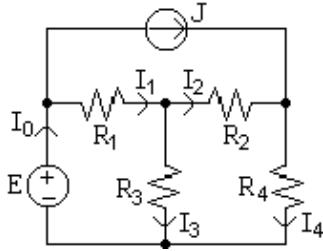
$$i(t) = -0.5 + 1.5e^{-1000t} + [0.5 - 0.5e^{-1000t + 100}] 1(t-0.1)$$

## Bài tập

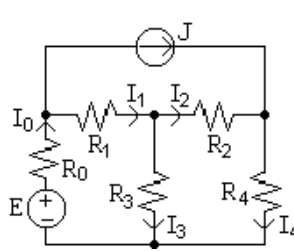
1.1 Cho mạch điện trong hình E1.1 với  $E = 60 \text{ V}$ ,  $J = 1 \text{ A}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$ ,  $R_4 = 30 \Omega$ . Tìm  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$ .

1.2 Cho mạch điện trong hình E1.2 với  $E = 20 \text{ V}$ ,  $J = 2 \text{ A}$ ,  $R_0 = 5 \Omega$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$ ,  $R_3 = 30 \Omega$ ,  $R_4 = 10 \Omega$ .

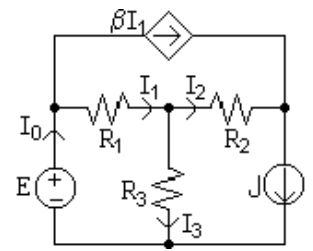
Tìm  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$ .



Hình.E1.1



Hình.E1.2

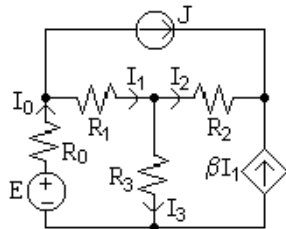


Hình.E1.3

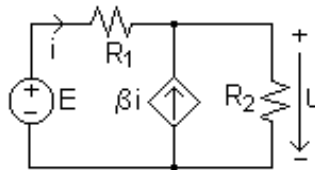
1.3 Cho mạch điện trong hình E1.3 với  $E = 50 \text{ V}$ ,  $J = 1 \text{ A}$ ,  $\beta = 2$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$ . Tìm  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ .

1.4 Cho mạch điện trong hình E1.4 với  $E = 20 \text{ V}$ ,  $J = 2 \text{ A}$ ,  $\beta = 2$ ,  $R_0 = 5 \Omega$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$ ,  $R_3 = 30 \Omega$ .

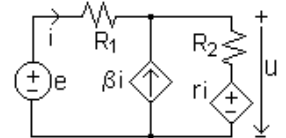
Tìm  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ .



Hình.E1.4



Hình.E1.5

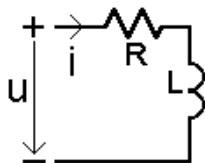


Hình.E1.6

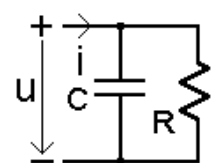
1.5 Cho mạch điện trong hình E1.5 với  $E = 20 \text{ V}$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $\beta = 99$ . Tìm  $u$  và  $i$ .

1.6 Cho mạch điện trong hình E1.6 với  $e = 20\sin(10t) \text{ V}$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 25 \Omega$ ,  $\beta = 3$ ,  $r = 10 \Omega$ . Tìm  $u$  và  $i$ .

1.7 Cho mạch điện trong hình E1.7 với  $R = 0,1 \Omega$ ,  $L = 0,1 \text{ H}$ . Tìm  $u$  nếu  $i = 10 \sin t \text{ A}$



Hình.E1.7

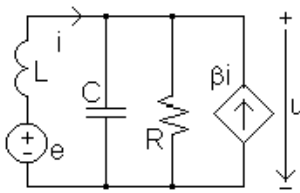


Hình.E1.8

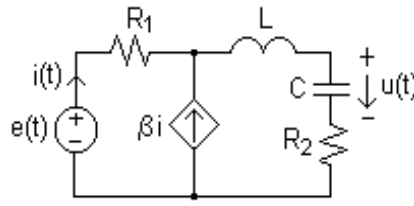
1.8 Cho mạch điện trong hình E1.8 với  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 100 \mu\text{F}$ . Tìm  $i$  nếu  $u = 10 \sin t \text{ V}$

2.1 Cho mạch điện trong hình E2.1 với  $e(t) = 50\sin(100t) \text{ V}$ ,  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C = 1000 \mu\text{F}$ ,  $\beta = 19$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .

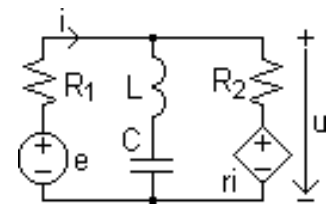
Giải:  $i(t) = 0,5\sin(100t) \text{ A}$ ;  $u(t) = 50 \sqrt{2} \sin(100t - 45^\circ) \text{ V}$



Hình.E2.1



Hình.E2.2



Hình.E2.3

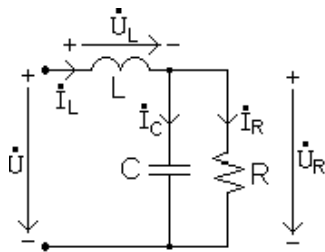
2.2 Cho mạch điện trong hình E2.2 với  $e(t) = 20\sin(1000t)$  V,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $L = 30 \text{ mH}$ ,  $C = 100 \mu\text{F}$ ,  $\beta = 99$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .

Lời giải:  $i(t) = \frac{1}{100\sqrt{2}} \sin(1000t - 45^\circ) \text{ A}$ ;  $u(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t - 135^\circ) \text{ V}$

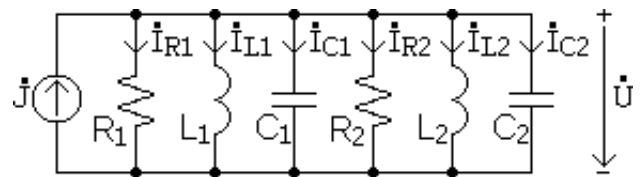
2.3 Cho mạch điện trong hình E2.3 với  $e(t) = 60\sin(1000t)$  V,  $R_1 = R_2 = r = 30 \Omega$ ,  $L = 30 \text{ mH}$ ,  $C = 50 \mu\text{F}$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .

Lời giải:  $i(t) = \frac{2\sqrt{5}}{3} \sin(1000t - 27^\circ) \text{ A}$ ;  $u(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 45^\circ) \text{ V}$

2.4 Mạch trong hình E2.4 ở trạng thái ổn định hình sin với  $U = U_L = 100\text{V}$ ,  $I_C = I_R = 1\text{A}$  (giá trị RMS). Phác thảo phasors của điện áp và dòng điện. Tìm  $R$ ,  $L$ ,  $C$  và trở kháng đầu vào của mạng một cổng nếu  $f = 50 \text{ Hz}$ .



Hình.E2.4

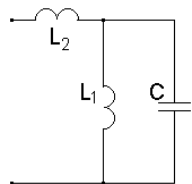


Hình.E2.5

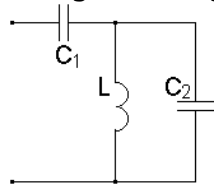
2.5 Mạch trong hình E2.5 ở trạng thái ổn định hình sin với  $I_{R1} = I_{L1} = 1\text{A}$ ,  $I_{C1} = I_{R2} = 2\text{A}$ ,  $I_{L2} = 3\text{A}$ ,  $U = 50\text{V}$  (giá trị RMS). Phác thảo các phasors của điện áp và dòng điện. Tìm  $J$  và lũy thừa phức của nguồn hiện tại. Chứng tỏ rằng tổng các lũy thừa phức của sáu phần tử bị động bằng lũy thừa phức của nguồn.

Lời giải:  $J = 3 \angle 0^\circ \text{ A}$

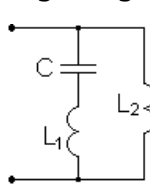
2.6 Tìm các tần số cộng hưởng của mạng một cổng trong Hình E2.6.



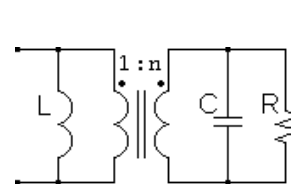
Hình.E2.6A



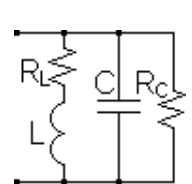
Hình.E2.6B



Hình.E2.6C



Hình.E2.6D



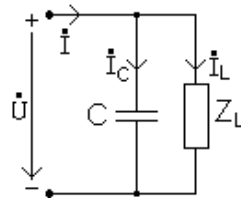
Hình.E2.6E

Giải pháp:

Hình E2.6A:  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1 C} + \frac{1}{L_2 C}}$ ; Hình.E2.6B:  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L C_2}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L(C_1 + C_2)}}$

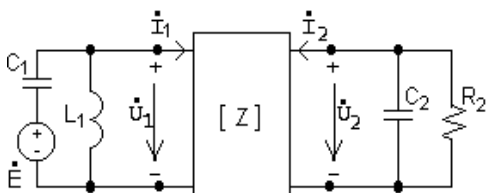
Hình E2.6C:  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2) C}}$ ; Hình.E2.6D:  $\omega = \frac{1}{n\sqrt{L C}}$ ; Hình.E2.6E:  $\omega = \sqrt{\frac{1 - \frac{R_L R_C}{L}}{L C}}$

2.7 Mạch trong hình E2.7 ở trạng thái ổn định hình sin với  $U = 220 \text{ V (RMS)}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Tải trọng  $Z_L$  là cảm ứng với công suất hoạt động  $P_L = 10 \text{ kW}$  và  $\cos(\phi_L) = 0,707$ . Tìm điện dung  $C$  sao cho mạng một cổng cảm ứng với  $\cos(\phi) = 0,95$ . Tìm  $I_C$ ,  $I_L$ ,  $I_C$ .

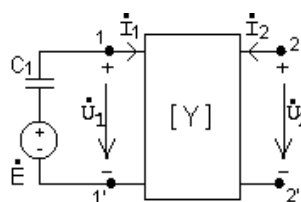


Hình.E2.7

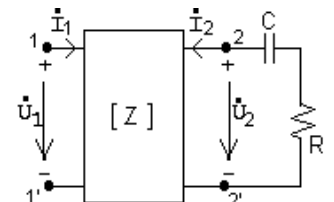
2.8 Cho mạch trong hình E2.8 với  $E = 20 \text{ V (RMS)}$ ,  $\omega = 500 \text{ rad / s}$ ,  $L_1 = 200 \text{ mH}$ ;  $C_1 = 10 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 10 \mu\text{F}$ ;  $R_2 = 200 \Omega$ , mạng hai cổng có  $Z = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 50 & 200j \end{bmatrix} \Omega$ . Tìm  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ .



Hình.E2.8



Hình.E2.9



Hình.E2.10

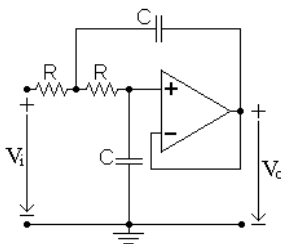
2.9 Cho mạch trong hình E2.9 với  $E = 100 \text{ V (RMS)}$ ,  $\omega = 500 \text{ rad / s}$ ,  $C_1 = 20 \mu\text{F}$ , hai cổng có

$Y = \begin{bmatrix} 0,002(1-2j) & 0 \\ 0,2 & 0,01(1+j) \end{bmatrix} \text{ S}$ . Tìm đoạn mạch tương đương Thevenin và công suất tác dụng cực đại của mạng một cổng.

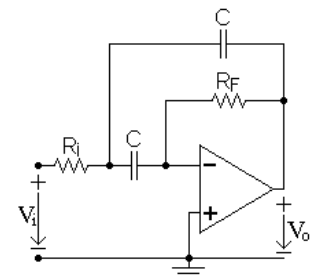
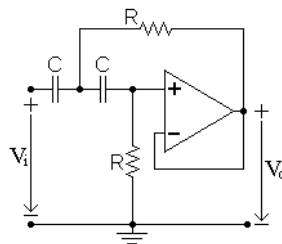
2.10 Cho mạch điện trong hình E2.10 với  $\omega = 1000 \text{ rad / s}$ ,  $R = 100 \Omega$ ,  $C = 20 \mu\text{F}$ , hai cổng có

$Z = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 50 & 100(1+j3) \end{bmatrix} \Omega$ . Tìm  $K_U = U_2 / U_1$  và  $K_I = I_2 / I_1$ .

2.11 Tìm hàm truyền  $H(j\omega) = \frac{V_o}{V_{Tđi}}$  của các bộ lọc trong Hình.E2.11 trong đó  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ . Phác thảo độ lớn và pha của  $H(j\omega)$  đối với  $\omega$ . Tìm tần số cắt  $\omega_c$ .



Hình.E2.11

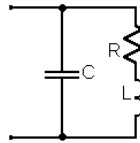


Hình.E2.12

2.12 Tìm hàm truyền  $H(j\omega) = \frac{V_o}{V_{T\text{oi}}}$  của bộ lọc trong Hình.E2.12 trong đó  $R_F = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{T\text{oi}} = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ .

Vẽ đồ lớn và pha của  $H(j\omega)$  đối với  $\omega$ . Tìm tần số cắt  $\omega_c$ .

2.13 Tải RL trong Hình E2.13 được bù bằng cách thêm điện dung shunt C để hệ số công suất của mạch kết hợp (bù) là chính xác. C liên quan như thế nào với R, L và  $\omega$  trong trường hợp đó?

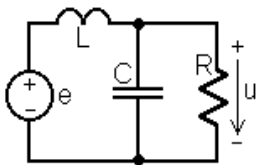


Hình.E2.13

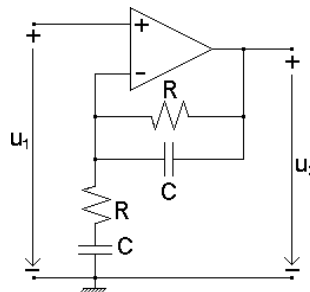
3.1 Cho mạch điện trong hình E3.1 với  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ .

a) Tìm hàm truyền điện áp  $K_u(j\omega) = \frac{U_2}{U_1}$

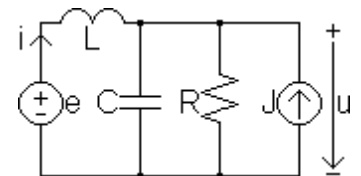
b) Tìm  $u(t)$  nếu  $e(t) = 100 + 100\sin(500t) + 100\sin(1000t) \text{ V}$ .



Hình.E3.1



Hình.E3.2



Hình.E3.3

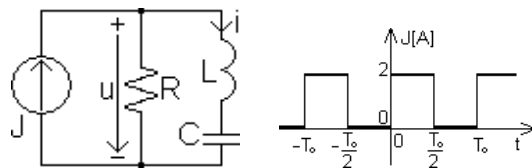
3.2 Cho mạch điện trong hình E3.2 với  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ .

a) Tìm hàm truyền điện áp  $K_u(j\omega) = \frac{U_2}{U_1}$

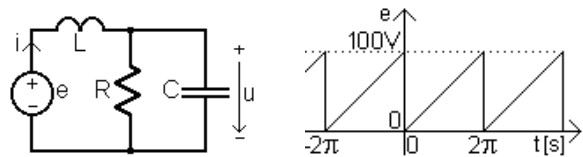
b) Tìm  $u_2(t)$  nếu  $u_1(t) = 100 + 100\sin(500t) + 100\sin(1000t) \text{ V}$ .

3.3 Cho mạch điện trong hình E3.3 với  $e(t) = 100 + 100\sin(1000t) \text{ V}$ ,  $J = 2 + 2\cos(1000t) \text{ A}$ ,  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .

3.4 Mạch trong hình E3.4 có  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C = 1 \text{ F}$ . J là nguồn dòng điện tuần hoàn với chu kỳ  $T_0 = 2\pi \text{ [S]}$ . Khai triển  $J(t)$  thành chuỗi Fourier. Tìm biểu thức của  $u(t)$  và  $i(t)$ .



Hình.E3.4

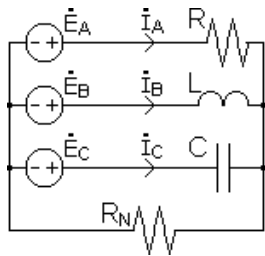


Hình.E3.5

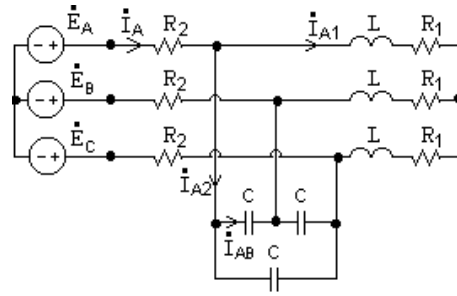
3.5 Mạch trong hình E3.5 có  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C = 1 \text{ F}$ . e là nguồn điện áp tuần hoàn với chu kỳ  $T_0 = 2\pi \text{ [S]}$ . Khai triển  $e(t)$  thành chuỗi Fourier. Tìm biểu thức của  $u(t)$  và  $i(t)$ .



3.6 Cho mạch ba pha trong hình.3.6 với  $R = \omega L = 1 / (\omega C) = 100 \Omega$ . Nguồn ba pha cân bằng với điện áp đường dây  $U_L = 380 \text{ V (RMS)}$ . Tìm hiệu điện thế  $U_N$  giữa hai điểm trung tính là chức năng của  $R_N$ . Tìm  $R_N$  như vậy mà bạn  $N = U_d / 10$ . Với giá trị này của  $R_N$ , vẽ sơ đồ phasor của mạch.



Hình 3,6



Hình 3,7

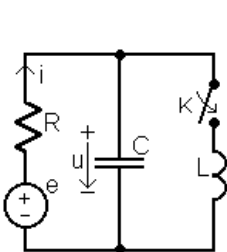
4.1 Cho mạch điện trong hình E4.1 với  $e = 100\cos(1000t) \text{ V}$ ,  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu \text{ F}$ . Công tắc mở trong thời gian rất dài và đóng ở  $t = 0$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .

4.2 Cho mạch điện trong hình E4.2 với  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu \text{ F}$ . Với  $t < 0$ , K mở, tụ điện là không tích điện và  $i(t) = 0 \text{ A}$ . Tại  $t = 0$ , K đóng. Tìm  $u(t)$ ,  $i(t)$ ,  $i_1(t)$  và  $i_2(t)$  trong hai trường hợp:

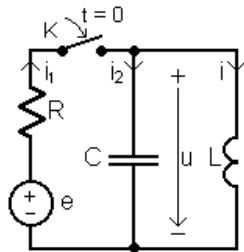
a)  $e = 100 \text{ V (DC)}$

b)  $e = 100\cos(1000t) \text{ V}$

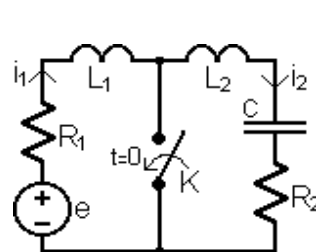
c)  $e = 100 + 100\cos(1000t) \text{ V}$



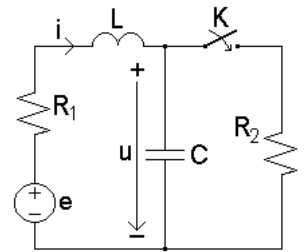
Hình.E4.1



Hình E4.2



Hình.E4.3



Hình E4.4

4.3 Cho mạch điện trong hình E4.3 với  $e(t) = 100\sin(1000t) \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ ,  $L_1 = 200 \text{ mH}$ ,  $L_2 = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu \text{ F}$ . Công tắc K mở rất lâu đóng lúc  $t = 0$ . Tìm  $i_1(t)$  và  $i_2(t)$ .

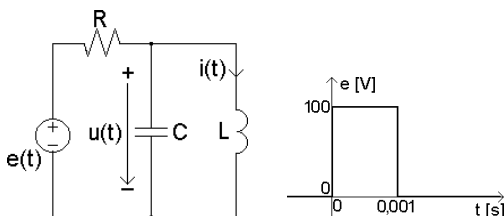
4.4 Cho mạch điện trong hình E4.4 với  $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu \text{ F}$ . Công tắc K mở trong thời gian rất dài và đóng ở  $t = 0$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$  trong hai trường hợp:

a)  $e = 100 \text{ V (DC)}$

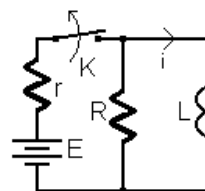
b)  $e = 100\cos(1000t) \text{ V}$

c)  $e = 100 + 100\cos(1000t) \text{ V}$

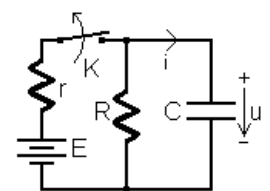
4.5 Cho mạch điện trong hình E4.5 với  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 10 \mu \text{ F}$ . Tìm  $u(t)$  và  $i(t)$ .



Hình.E4.5



Hình.E4.6

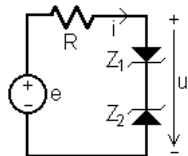


Hình.E4.7

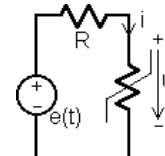
4.6 Xét mạch điện trong hình E4.6 với  $E = 24 \text{ V}$ ,  $r = 100 \Omega$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 100 \text{ mH}$ . Công tắc K đang đóng rất lâu thì mở đột ngột lúc  $t = 0$ . Tìm cường độ dòng điện  $i$ .

4.7 Xét mạch điện trong hình E4.7 với  $E = 24 \text{ V}$ ,  $r = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ . Công tắc K đang đóng rất lâu thì mở đột ngột lúc  $t = 0$ . Tìm hiệu điện thế  $u$ .

5.1 Xét mạch điện trong Hình. 1 với  $e(t) = 20\sin(100\pi t) \text{ V}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $V_{Z1} = V_{Z2} = 10 \text{ V}$ . Tìm và phác thảo dạng sóng của điện áp  $u(t)$ .



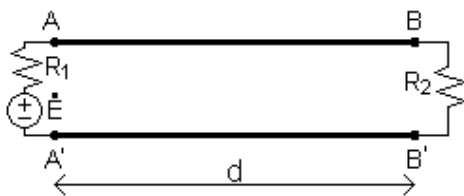
Hình E5.1



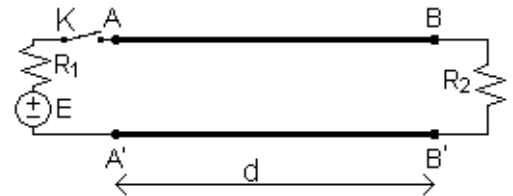
Hình E5.2

5.2 Xét mạch điện trong hình E5.2 với  $e(t) = 40 + \sin(100\pi t) \text{ V}$ ,  $R = 2 \Omega$ , các đặc tính Vôn-Ampe của điện trở phi tuyến được cho bởi  $u = i^3 / 50$ . Tuyến tính hóa mạch tại điểm hoạt động DC và tìm  $i(t)$ .

6.1 Đường truyền không tổn hao trong hình E6.1 có chiều dài  $d = 20 \text{ m}$ ,  $L_0 = 2,5 \mu\text{H} / \text{m}$  và  $C_0 = 1 \text{ nF} / \text{m}$ . Nguồn là hình sin với biên độ  $E = 50 \text{ V}$ , tần số  $f = 1 \text{ MHz}$ .  $R_1 = 25 \Omega$ .  $R_2 = 100 \Omega$ . Tìm và vẽ sơ đồ sự phân bố của hiệu điện thế và cường độ dòng điện dọc theo đường dây.



Hình.E6.1



Hình.E6.2

6.2 Đường truyền không tổn hao trong hình E6.2 có chiều dài  $d = 20 \text{ m}$ ,  $L_0 = 2,5 \mu\text{H} / \text{m}$  và  $C_0 = 1 \text{ nF} / \text{m}$ . DC nguồn hiệu điện thế có  $E = 50 \text{ V}$ .  $R_1 = 50 \Omega$ .  $R_2 = 100 \Omega$ . Công tắc K lúc đầu mở và đóng lúc  $t = 0$ . Tìm và vẽ biểu đồ phân bố của hiệu điện thế và cường độ dòng điện dọc theo đường dây tại thời điểm  $t_1 = 0,6 \mu\text{s}$ ,  $t_2 = 1,6 \mu\text{s}$  và  $t_3 = 2,6 \mu\text{s}$ .