Dẫn nhập

Để xây dựng phương pháp luận tính toán nhằm giải quyết vấn đề mô phỏng các quá trình tư duy, suy luận của con người chúng ta phải thiết lập ánh xạ: gán mỗi khái niệm mờ một tập mờ trong không gian tất cả các hàm F(U, [0, 1]). Nghĩa là ta mượn cấu trúc tính toán rất phong phú của tập để mô phỏng phương pháp lập luận của con người thường vẫn được thực hiện trên nền ngôn ngữ tự nhiên.

Vậy một vấn đề đặt ra là liệu bản thân ngôn ngữ có cấu trúc tính toán không? Nếu có thì các phương pháp lập luận xây dựng trên đó đem lại những lợi ích gì? Thông qua lý thuyết về đại số gia tử ta có thể thấy rằng tập các giá trị của một biến ngôn ngữ (biến mà giá trị của nó được lấy trong miền ngôn ngữ) là một cấu trúc đại số đủ mạnh để tính toán.

Lý thuyết đại số gia tử đã cố gắng nhúng tập ngôn ngữ vào một cấu trúc đại số thích hợp và tìm cách xem chúng như là một đại số để tiên đề hóa sao cho cấu trúc thu được mô phỏng tốt ngữ nghĩa ngôn ngữ.

Đại số gia tử và suy luận mờ

1. Đại số gia tử

Xét một tập giá trị ngôn ngữ là miền của biến ngôn ngữ (linguistic domain) của biến chân lý TRUTH gồm các từ sau:

T = dom(TRUTH) = {true, false, very true, very false, more true, more false, approximately true, approximately false, little true, little false, less true, less false, very more true, very more false, very possible true, very possible false, very more true, very more false, …}

Khi đó miền ngôn ngữ T = dom(TRUTH) có thể biểu thị như là một cấu trúc đại số AT = (T, G, H, ≤), trong đó:

- T: Là tập cơ sở của AT.
- G: Là tập các từ nguyên thủy (tập các phần tử sinh: true, false).
- H: Là tập các toán tử một ngôi, gọi là các gia tử (các trạng từ nhấn).
- ≤: Là biểu thị quan hệ thứ tự trên các từ (các khái niệm mờ), nó được "cảm sinh" từ ngữ nghĩa tự nhiên. *Ví dụ:* dựa trên ngữ nghĩa, các quan hệ thứ tự sau là đúng: false≤ true, more true ≤ very true, very false ≤ more false, possible true ≤ true, false ≤ possible false, …

Ta luôn giả thiết rằng các gia tử trong H là các toán tử thứ tự, nghĩa là $(\forall h \in H, h: T \rightarrow T), (\forall x \in T) \{hx \le x$ hoặc $hx \ge x\}$.

Hai gia tử h, k ∈ H được gọi là ngược nhau nếu $(\forall x \in T) \{hx \le x$ khi và chỉ khi $kx \ge x\}$ và chúng được gọi là tương thích nhau nếu $(\forall x \in T) \{hx \le x$ khi và chỉ khi $kx \le x\}$.

Ta ký hiệu h ≥ k nếu h, k tương thích nhau và $(\forall x \in T) \{hx \le kx \le x$ hoặc $hx \ge kx \ge x\}$.

Ngoài ra, tập H còn có thể được phân hoạch thành hai tập H+ và H- với các gia tử trong tập H+ hay H- là tương thích nhau, mỗi phần tử trong H+ cũng ngược với bất kỳ phần tử nào trong H- và ngược lại.

Giả sử trong tập H+ có phần tử V (ngầm định là very – rất) và trong tập H- có phần tử L (ngầm định là less – ít) là phần tử lớn nhất thì phần tử sinh $g \in G$ là dương nếu $g \leq Vg$ và là âm nếu $g \geq Vg$ (hoặc $g \in G$ là âm nếu $g \geq Lg$ và là âm nếu $g \leq Lg$).

Một gia tử h dương (hoặc âm) đối với một gia tử k nếu $(\forall x \in T)$ {$hkx \leq kx \leq x$ hoặc $hkx \geq kx \geq x$} (hoặc $(\forall x \in T)$ { $kx \leq hkx \leq x$ hoặc $kx \geq hkx \geq x$}).

T được sinh ra từ G bởi các gia tử trong H. Như vậy mỗi phần tử của T sẽ có dạng biểu diễn là $x = h_n h_{n-1} h \ldots h_1 u$, $u \in G$.

Tập tất cả các phần tử được sinh ra từ phần tử x có dạng biểu diễn là H(x).

Nếu G chỉ có đúng 2 từ nguyên thủy mờ, thì một được gọi là phần tử sinh dương ký hiệu là t, một được gọi là phần tử sinh âm ký hiệu là f và ta có $f < t$ (Trong ví dụ trên, t tương ứng với true là dương, còn f tương ứng với false là âm).

1.1. Định nghĩa đại số gia tử

Một cấu trúc đại số $AT = (T, G, H, \leq)$ với H được phân hoạch thành H+ và H- các gia tử ngược nhau được gọi là một ***đại số gia tử*** nếu nó thỏa mãn các tiên đề sau:

(1) Mỗi gia tử hoặc là dương hoặc là âm đối với bất kỳ một gia tử nào khác, kể cả với chính nó.

(2) Nếu hai khái niệm u và v là độc lập nhau, nghĩa là $u \notin H(v)$ và $v \notin H(u)$, thì $(\forall x \in H(u))$ {$x \notin H(v)$}. Ngoài ra nếu u và v là không sánh được thì bất kỳ $x \in H(u)$ cũng không sánh được với bất kỳ $y \in H(v)$. (H(u) là tập các giá trị được sinh ra do tác động của các gia tử của H vào u).

(3) Nếu $x \neq hx$ thì $x \notin H(hx)$ và nếu $h \neq k$ và $hx \leq kx$ thì $h'hx \leq k'kx$, với mọi gia tử h, k, h' và k'. Hơn nữa nếu $hx \neq kx$ thì hx và kx là độc lập.

(4) Nếu $u \notin H(v)$ và $u \leq v$ (hoặc $u \geq v$) thì $u \leq hv$ (hoặc $u \geq hv$) đối với mọi gia tử h.

Định nghĩa trên mới chỉ dựa vào các tính chất ngữ nghĩa và di truyền ngữ nghĩa của ngôn ngữ nhưng đã tạo ra cấu trúc đủ mạnh làm cơ sở logic cho lập luận xấp xỉ.

Xét đại số gia tử AT có đúng 3 phần tử sinh: dương, âm và một phần tử trung hòa w nằm giữa hai phần tử sinh kia và có tính chất $hw = w$, với mọi $h \in H$. Một phần tử y được gọi là phần tử đối nghịch của phần tử x nếu có tồn tại một biểu diễn của x có dạng $x = h_n \ldots h_1 g$, $w \neq g \notin G$, sao cho $y = h_n \ldots h_1 g'$, với $w \neq g' \in G$ và $g' \neq g$ (*nói cách khác: hai phần tử của đại số gia tử được gọi là đối nghịch nhau nếu chúng có dạng biểu diễn với cùng một dãy các gia tử nhưng phần tử sinh của chúng khác nhau, một cái là dương và một cái là âm*).

Đặc biệt phần đối nghịch của w được định nghĩa chính là w. Phần tử đối nghịch của x được ký hiệu là $-x$ với chỉ số nếu cần thiết. Nhìn chung một phần tử có thể có nhiều phần tử đối nghịch.

Nếu mỗi phần tử của T chỉ có duy nhất một phần tử đối nghịch thì AT được gọi là ***đại số gia tử đối xứng***. Khi đó ta có đặc trưng sau đây.

1.2. Các định lý

Định lý 1.2.1: Một đại số gia tử AT là đối xứng nếu với mọi x, x là điểm dừng khi và chỉ khi $-x$ cũng là điểm dừng.

Định lý trên chứng tỏ rằng đại số gia tử đối xứng, dù chỉ dựa trên các tính chất tự nhiên của khái niệm ngôn ngữ cũng có những tính chất rất quan trọng và đủ phong phú để xây dựng và phát triển một cơ sở logic cho lập luận xấp xỉ. Rõ ràng nó sẽ là một logic không kinh điển (non-classical logic). Ngoài ra có thể thấy rằng tập G là đại số gia tử đối xứng con của AT và nó thỏa mãn các tính chất của đại số cho logic 3-trị. Với những lý do đó có thể xem mỗi một đại số gia tử đối xứng là một cơ sở đại số cho một logic các giá trị ngôn ngữ. Định lý tiếp theo nói về mối quan hệ với miền [0, 1].

Định lý 1.2.2: Nếu tập các toán tử (gia tử) H+ và H- có quan hệ thứ tự sắp xếp tuyến tính thì có tồn tại một đẳng cấu φ từ đại số gia tử đối xứng $AT = (T, G, H, -, \cup, \cap, \Rightarrow, \leq)$ vào cấu trúc logic đa trị tựa trên đoạn [0, 1] sao cho:

(1) Bảo toàn quan hệ thứ tự.

(2) $\varphi(u \cup v) = \max\{\varphi(u), \varphi(u \cup v)\} = \min\{\varphi(u), \varphi(v)\}$.

(3) $\varphi(u \Rightarrow v) = \max\{1-\varphi(u), \varphi(v)\}$ và $\varphi(-u) = 1-\varphi(u)$.

Cần lưu ý rằng cấu trúc logic đa trị tựa trên đoạn [0, 1] là cơ sở để xây dựng và phát triển logic mờ và lập luận mờ. Vì vậy sự "tương đồng" dựa trên định lý trên chứng tỏ thêm giá trị của cách tiếp cận đại số này.

Định lý 1.2.3: Có tồn tại một hệ tiên đề hoá sao cho mỗi miền ngôn ngữ AT của biến ngôn ngữ trở thành dàn đầy đủ (complete lattice) có một phần tử 0, một phần tử đơn vị 1 và một phần tử trung hoà. Như vậy phép tuyển $\cup$ và hội $\cap$ logic có thể định nghĩa được trong cấu trúc này. Hơn nữa, nếu AT là một đại số gia tử đối xứng thì trong cấu trúc đó ta có thể định nghĩa phép phủ định –, phép kéo theo $\Rightarrow$ và ta có:

(1) $-hx = h -x, \forall h \in H$.

(2) $- -hx = x$, $-1=0$, $-0=1$ và $-w = w$.

(3) $-(x \cup y) = (-x \cap -y)$ và $-(x \cap y) = (-x \cup -y)$.

(4) $x \cap -x \leq y \cup -y$, $\forall x, y \in T$.

(5) $x \cap -x \leq w \leq y \cup -y$.

(6) $x>y$ khi và chỉ khi $x<-y$.

(7) $x \Rightarrow y = -x \Rightarrow -y$.

(8) $x \Rightarrow (y \Rightarrow z) = y \Rightarrow (x \Rightarrow z)$.

(9) $x \Rightarrow y \geq x' \Rightarrow y'$ khi và chỉ khi $x \leq x'$ và/hoặc $y \geq y'$.

(10) $1 \Rightarrow x = x$, $x \Rightarrow 1 = 1$, $0 \Rightarrow x = 1$ và $x \Rightarrow 0 = -x$.

(11) $x \Rightarrow y \geq w$ khi và chỉ khi hoặc $x \leq w$ hoặc $y \geq w$.

(12) $x \Rightarrow y \leq w$ khi và chỉ khi hoặc $y \leq w$ hoặc $x \geq w$.

(13) $x \Rightarrow y = 1$ khi và chỉ khi hoặc $x=0$ hoặc $y=1$.

Các kết quả mở rộng đối với các toán tử ***sup***, ***inf***, gọi là đại số gia tử mở rộng đối xứng, đồng thời mịn hoá đại số gia tử, đưa thêm các toán tử ***hoặc***, ***và*** liên kết các gia tử tạo thành các gia tử mới. Nhưng vấn đề tiếp tục này được quan tâm ở đây là trong các ví dụ trên thường đề cập đến biến chân lý, có miền giá trị được sắp xếp thứ tự khá rõ, trong khi với các khái niệm ngôn ngữ mà con người tiếp xúc hàng ngày thì không được như vậy. Hoặc bản thân một số gia tử như ***có thể***, ***ít nhiều***, ***xấp xỉ*** cũng không sánh được với nhau, trong khi suy luận rất cần sự sắp xếp đó.

2. Các đại lượng đo trên đại số gia tử

Theo định lý 1.2.2:, tồn tại một đẳng cấu giữa một đại số gia tử mở rộng đối xứng và cấu trúc logic đa trị tựa trên miền [0, 1]. Chính điều này cho phép ta thiết lập một hàm đo trên đại số gia tử chuyển một giá trị của đại số gia tử mở rộng đối xứng (lớp các đại số gia tử rất được quan tâm ở đề tài này) thành một giá trị trong miền [0, 1]. Để xây dựng hàm đo, ta giả thiết từ cơ sở **hx** đều có thể sánh được với nhau. Nếu chúng không sánh được ta coi là đồng nghĩa và chỉ còn một đại diện trong đại số gia tử. Giả thiết này biến đại số gia tử thành một tập sắp xếp thứ tự tuyến tính.

2.1. Các hàm đo

Định nghĩa 2.1.1 (Hàm đo trên đại số gia tử):

Cho đại số gia tử mở rộng đối xứng $(T, G, H, \leq)$, $f: T \rightarrow [0, 1]$ là một hàm đo trên T nếu thoả mãn:

(1) $\forall t \in T$: $f(t) \in [0, 1]$, $f(g+) = 1$, $f(g-) = 0$; trong đó: $g+, g- \in G$, là các phần tử sinh dương và âm.

(2) $\forall x, y \in T$, nếu $x<y$ thì $f(x)<f(y)$.

Định nghĩa 2.1.2 (Hàm ngược của hàm đo):

Cho đại số gia tử $(T, G, H, \leq)$, f là một hàm đo trên T, $f^{-1}: [0, 1] \rightarrow T$ là hàm ngược của hàm đo f nếu thoả mãn:

$$\forall a \in [0, 1],\ f^{-1}(a) \in T \text{ sao cho } |f(f^{-1}(a)) - a| \leq |(f(t) - a| \ \forall t \in T.$$

Với các định nghĩa trên, ta có định lý sau:

Định lý 2.1.3: Cho một đại số gia tử mở rộng đối xứng $(T, G, H, \leq)$, f là một hàm đo trên T, f^{-1} là hàm ngược của hàm đo f, ta có:

(1) $\forall t \in T$, $f^{-1}(f(t)) = t$

(2) $\forall a, b \in [0, 1]$, nếu $a \leq b$ thì $f^{-1}(a) \leq f^{-1}(b)$

Mỗi đại số gia tử đối xứng đều định nghĩa được hàm đo và hàm ngược của nó vì sự đồng cấu giữa đại số gia tử với miền [0, 1]. Việc giả thiết các gia tử trong tập H đều sánh được với nhau giúp cho định nghĩa hàm đo dễ dàng hơn. Thông qua hàm đo ta có thể phần nào so sánh được mức độ ngữ nghĩa giữa các phần tử của các đại số gia tử khác nhau. Ví dụ, từ hai đại số gia tử ***chiều_cao*** và ***cân_nặng*** thì mức độ chênh lệch giữa "rất cao" và "không cao lắm" phần nào tương ứng với "rất nặng" và "không nặng lắm".

Với hàm đo, ta đã có thể định lượng được các phần tử trong cùng một đại số gia tử mở rộng đối xứng, để trên cơ sở đó định nghĩa khoảng cách biểu thị mức độ khác biệt giữa hai giá trị này.

Định nghĩa 2.1.4: Cho đại số gia tử mở rộng đối xứng $(T, G, H, \leq)$, f là một hàm đo trên T, thì khoảng cách giữa hai giá trị của đại số gia tử được định nghĩa bằng:

$$D(x, y) = |f(x) - f(y)|$$

Hàm tương tự ngược với khoảng cách, nói về mức độ giống nhau giữa các giá trị trong đại số gia tử. Ta có thể quy ước, giá trị hàm tương tự của một giá trị khác unknow so với unknow là 0.5, bởi vì khi đó không có thông tin gì về độ giống nhau giữa hai giá trị đó.

Định nghĩa 2.1.5 Cho đại số gia tử mở rộng đối xứng (T, G, H, ≤), w là một giá trị của T, D là hàm khoảng cách giữa hai phần tử của T thì $\gamma_w: T \rightarrow [0, 1]$ là một hàm tương tự w, nếu thoả mãn:

(1) Nếu w ≠ unknow thì $\gamma_w(w) = 1$

(2) $\gamma_w(\text{unknow}) = 0$

(3) Nếu $D(x, w) \leq D(y, w)$ thì $\gamma_w(x) \geq \gamma_w(y)$

Lưu ý rằng, có thể thay các giá trị của hàm khoảng cách hoặc hàm tương tự bằng các giá trị mờ hay giá trị ngôn ngữ của một đại số gia tử mở rộng đối xứng với các phần tử sinh {gần, xa}, bằng cách sử dụng hàm ngược của hàm đo. Mức độ tương tự giữa một giá trị ngôn ngữ với unknow bằng 0.5 (hay bằng unknow) là phù hợp vì thực tế là không thể có thông tin gì để đối sánh chúng.

2.2. Định lượng đại số gia tử

Như vậy ta có thể định nghĩa hàm ngữ nghĩa định lượng như sau:

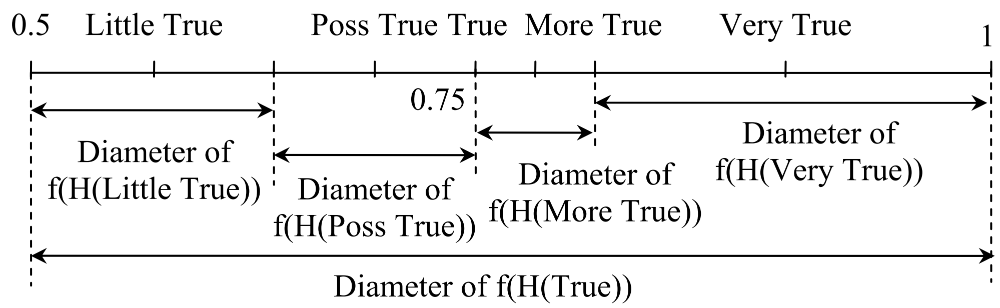
Định nghĩa 2.2.1: Cho đại số gia tử mở rộng đối xứng AT = (T, G, H, ≤), f: T→[0, 1] là một hàm ngữ nghĩa định lượng của AT nếu ∀h, k ∈ H+ hoặc ∀h, k ∈H- và ∀x, y ∈T, ta có: $\left|\dfrac{f(hx)-f(x)}{f(kx)-f(x)}\right| = \left|\dfrac{f(hy)-f(y)}{f(ky)-f(y)}\right|$

Với đại số gia tử và hàm ngữ nghĩa định lượng, chúng ta có thể định nghĩa một khái niệm rất trừu tượng và khó định nghĩa một cách thoả đáng trong lý thuyết tập mờ là ***tính mờ*** của một khái niệm mờ hay của tập mờ biểu diễn nó.

2.2.1. Tính mờ của một giá trị ngôn ngữ

Xét các giá trị: True, Very False, … Làm thế nào để định nghĩa tính mờ (fuzziness) cho các giá trị ngôn ngữ này? Trên quan điểm đại số gia tử, ta có một cách định nghĩa tính mờ khá trực quan dựa trên kích cỡ của tập H(x) như sau (hình vẽ):

Cho trước một hàm định lượng ngữ nghĩa f của X. Xét bất kỳ x∈X, *tính mờ của* x *khi đó được đo bằng đường kính tập* f(H(x)) ⊆ [0, 1].



Hình 1: Tính mờ của giá trị ngôn ngữ

Định nghĩa 2.2.2: Độ đo tính mờ.

Hàm *fm*: T→[0, 1] được gọi là độ đo tính mờ nếu:

(1) $fm(c^-)=\theta>0$ và $fm(c^+)=1-\theta>0$, trong đó c^- và c^+ là các phần tử sinh âm và dương.

(2) Giả sử tập các gia tử $H=H+\cup H-$, $H- = \{h_1, h_2, ..., h_p\}$ với $h_1>h_2> ... >h_p$, $H+ = \{h_{p+1}, h_{p+2}, ..., h_{p+q}\}$ với $h_{p+1}<h_{p+2}< ... <h_{p+q}$. Khi đó:

$$\sum_{i=1}^{p+q} fm(h_i c) = fm(c), \text{ với } c\in\{c^-, c^+\}$$

(3) Với bất kỳ $x, y \in$ T, $h\in H$, $\frac{fm(hx)}{fm(x)} = \frac{fm(hy)}{fm(y)}$, đẳng thức này không phụ thuộc vào các phần tử *x, y* và do đó ta có thể ký hiệu là $\mu(h)$ và gọi là độ đo tính mờ (fuzziness measure) của gia tử h.

Mệnh đề: Tính chất của $fm(x)$ và $\mu(h)$. Chúng ta có:

(1) $fm(hx) = \mu(h)fm(x)$, $\forall x\in$ T.

(2) $\sum_{i=1}^{p+q} fm(h_i c) = fm(c)$, với $c\in\{c^-, c^+\}$.

(3) $\sum_{i=1}^{p+q} fm(h_i x) = fm(x)$.

(4) $\sum_{i=1}^{p} \mu(h_i) = \alpha$ và $\sum_{i=p+1}^{q} \mu(h_i) = \beta$ với $\alpha, \beta>0$ và $\alpha+\beta = 1$.

2.2.2. Xây dựng hàm định lượng ngữ nghĩa trên cơ sở độ đo tính mờ của gia tử

Định nghĩa 2.2.3: Hàm sgn: T→[-1, 0, 1]

(1) $\text{sgn}(c^-) = -1$ và $\text{sgn}(hc^-) = \begin{cases} +\text{sgn}(c^-) & \text{Nếu } hc^-<c^- \\ -\text{sgn}(c^-) & \text{Nếu } hc^-\geq c^- \end{cases}$

(2) $\text{sgn}(c^+) = +1$ và $\text{sgn}(hc^+) = \begin{cases} +\text{sgn}(c^+) & \text{Nếu } hc^+<c^+ \\ -\text{sgn}(c^+) & \text{Nếu } hc^+\geq c^+ \end{cases}$

(3) $\text{sgn}(h'hx) = -\text{sgn}(hx)$ nếu *h'* là âm (negative) đối với *h* và $h'hx\neq hx$.

(4) $\text{sgn}(h'hx) = +\text{sgn}(hx)$ nếu *h'* là dương (positive) đối với *h* và $h'hx\neq hx$.

(5) $\text{sgn}(h'hx) = 0$ nếu $h'hx=hx$.

Xây dựng hàm định lượng ngữ nghĩa

Giả sử cho trước độ đo tính mờ của các gia tử $\mu(h)$ và các giá trị độ đo tính mờ của các phần tử sinh $fm(c^-)$, $fm(c^+)$ và θ là phần tử trung hoà (neutral).

Hàm định lượng ngữ nghĩa *v* của T được xây dựng như sau với $x=h_{im}...h_{i2}h_{i1}c$:

(1) $v(c^-) = \theta - \alpha fm(c^-)$, $v(c^+) = \theta + \alpha fm(c^+)$.

(2) $fm(x) = fm(h_{im}...h_{i2}h_{i1}c) = \mu(h_{im})...\mu(h_{i2})\mu(h_{i1})fm(c)$.

$$(3)\ v(h_j x) = v(x) + \mathrm{sgn}(h_j x)\left[\sum_{i=j}^{p} fm(h_i x) - \frac{1}{2}(1-\mathrm{sgn}(h_i x)\,\mathrm{sgn}(h_1 h_i x)(\beta-\alpha)\, fm(h_i x)\right]$$

nếu $j<p$ và

$$(4)\ v(h_j x) = v(x) + \mathrm{sgn}(h_j x)\left[\sum_{i=p+1}^{j} fm(h_i x) - \frac{1}{2}(1-\mathrm{sgn}(h_i x)\,\mathrm{sgn}(h_1 h_i x)(\beta-\alpha)\, fm(h_i x)\right]$$

nếu $j>p$.

3. Lập luận xấp xỉ dựa trên đại số gia tử và giải bài toán suy luận xấp xỉ bằng nội suy

Xét mô hình mờ (M):

(1) IF x=A_1 THEN y=B_1

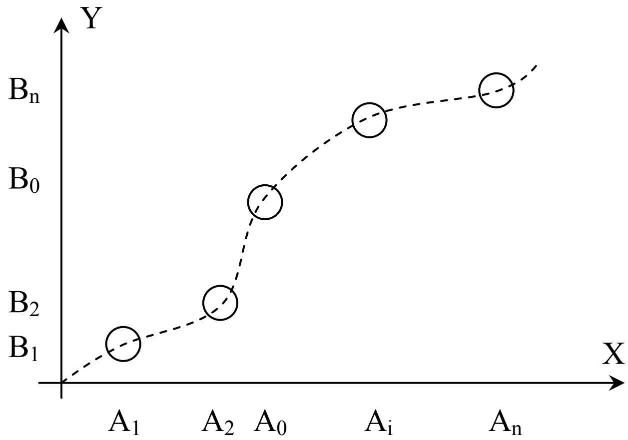
(2) IF x=A_2 THEN y=B_2

…

(n) IF x=A_n THEN y=B_n

Vì chúng ta có thể xem các miền ngôn ngữ X và Y như là các đại số gia tử, một cách trực cảm ta có thể xem mỗi mệnh đề ***if … then …*** trong (M) sẽ xác định một điểm vào và do đó n mệnh đề của mô hình (M) sẽ xác định cho ta một đường cong trong không gian ngôn ngữ X×Y và gọi là đường cong mờ C. Khi đó bài toán lập luận xấp xỉ trên tập mờ có thể chuyển về bài toán nội suy đối với đường cong mờ C.

Để giải bài toán xấp xỉ, trước hết chúng ta phải lượng hoá đại số gia tử bằng cách trang bị cho nó một hệ đo (metric). Vì trong điều khiển học, các đại lượng X và Y thường là các đại lượng vật lý với giá trị lấy trên đường thẳng nên việc cho một hệ đo trên X hay trên Y tương đương với việc cho một ánh xạ *f* từ X hay Y vào đoạn thẳng [0, 1] với sự sai khác một hệ số tỷ lệ (vì trong thực tế ta cần ánh xạ vào một đoạn thẳng [0, a] nào đó).



Hình 2: Lập luận xấp xỉ với đại số gia tử

Giả sử f_X và f_Y là các hàm định lượng ngữ nghĩa tương ứng của X và Y. Các hàm này sẽ chuyển đường cong mờ C thành đường cong thực C trong không gian [0, 1]×[0, 1]. Như vậy bài toán lập luận mờ được chuyển về bài toán nội suy thông thường nhờ hàm định lượng đại số gia tử.

Có thể thấy phương pháp này cho một số ưu điểm sau:

- Cho một ý tưởng trực quan, rõ ràng về cách thức giải bài toán.
- Trong phương pháp giải dựa trên lý thuyết tập mờ có rất nhiều yếu tố gây sai số như: xây dựng hàm thuộc; chọn cách giải nghĩa mệnh đề ***if … then …*** bằng quan hệ mờ (thực chất là việc chọn việc giải nghĩa toán tử kéo theo); chọn toán tử kết nhập (aggregation) các quan hệ; chọn phép hợp thành để tính output; chọn phương pháp khử mờ và khó có được trực giác trong việc xây dựng phương pháp giải.

- Trong phương pháp nội suy dựa trên đại số gia tử, chúng ta chỉ phải nỗ lực tập chung vào việc chọn độ đo tính mờ của các gia tử và chúng trở thành hệ tham số của phương pháp. Vì vậy nó rất gần gũi với các phương pháp giải kinh điển.
- Không cần khử mờ, điều đáng chú ý là trong lý thuyết tập mờ, có khá nhiều phương pháp khử mờ.
- Qua thực nghiệm kiểm chứng, phương pháp này cho sai số nhỏ.

4. Chuyển điều khiển mờ sang điều khiển dùng đại số gia tử

4.1. Điều khiển mờ kinh điển

Với điều khiển mờ thông thường, ta tiến hành theo các bước sau đây:

Bước 1: Xác định biến vào, biến trạng thái và biến điều khiển (biến ra) và xác định tập nền của các biến.

Bước 2: Phân hoạch tập nền (của biến ngôn ngữ) và gán nhãn ngôn ngữ (giá trị ngôn ngữ) cho mỗi tập mờ (mờ hoá).

Bước 3: Xác định dạng hàm thuộc cho mỗi tập mờ.

Bước 4: Xây dựng quan hệ mờ giữa các tập mờ đầu vào, tập mờ trạng thái và tập mờ điều khiển tạo thành hệ luật điều khiển (bảng điều khiển trên cơ sở tri thức chuyên gia).

Bước 5: Giải bài toán lập luận xấp xỉ, xác định tập mờ đầu ra điều khiển theo từng luật (phép hợp thành).

Bước 6: Kết nhập (aggregate) các đầu ra điều khiển mờ.

Bước 7: Giải mờ, tìm giá trị điều khiển rõ.

4.2. Điều khiển sử dụng đại số gia tử

Để sử dụng đại số gia tử cần phải thực hiện chuyển lần lượt các bước trên đây sang dạng đại số gia tử như sau:

Bước 1: Xác định biến vào, biến trạng thái và biến điều khiển (biến ra) và xác định khoảng làm việc của các biến. Xác định các điều kiện tính toán (chọn các bộ tham số tính toán của đại số gia tử).

Bước 2: Tính toán các giá trị định lượng ngữ nghĩa của biến vào, biến trạng thái và biến điều khiển (áp các gia tử lên các khoảng làm việc của các biến).

Bước 3: Chuyển bảng điều khiển mờ sang bảng điều khiển với tham số nghĩa định lượng của đại số gia tử (tương đương với bước 3 và 4 ở trên).

Bước 4: Giải bài toán lập luận xấp xỉ trên cơ sở đại số gia tử để xác định ngữ nghĩa định lượng của điều khiển, trạng thái (tương đương với bước 5 ở trên).

Bước 5: Kết nhập các giá trị ngữ nghĩa định lượng của điều khiển và xây dựng đường cong ngữ nghĩa định lượng (tương đương với bước 6 ở trên).

Bước 6: Trên cơ sở điều kiện ban đầu của bài toán điều khiển, giải bài toán nội suy đường cong ngữ nghĩa định lượng, xác định giá trị điều khiển thực.

5. Tổng kết

Chương này đã cho ta định nghĩa quan trọng về một cấu trúc đại số bao gồm các thành phần quan trọng là biến ngôn ngữ và các gia tử tác động lên các biến ngôn ngữ này. Đại số gia tử cho phép ta có thể định lượng được giá trị của biến ngôn ngữ thông qua các hàm đo. Điều quan trọng là trong đại số gia tử đã có thể xác định được độ mờ của một giá trị ngôn ngữ. Từ đó, có thể giải quyết được bài toán suy luận xấp xỉ (suy luận mờ) tương ứng với việc nội suy đường cong mờ mà đường cong mờ này được xây dựng dựa trên tập các luật điều khiển ban đầu.

Chương này cũng chỉ ra cách chuyển điều khiển mờ thông thường sang điều khiển bằng đại số gia tử. Đó cũng chính là nền tảng, cơ sở lý thuyết để áp dụng cho một bài toán điều khiển cụ thể sẽ được trình bày trong chương tiếp theo.

Phương pháp lập luận bằng logic mờ	**Phương pháp lập luận bằng đại số gia tử**
A. Khó mô tả được rõ ràng hành vi, động học của hệ thống vì:	A. Hành vi, động học của hệ thống được thể hiện qua đường cong (hàm) ngữ nghĩa định lượng. Mỗi luật là một điểm trên đường cong này.
1. Có nhiều hàm kéo theo mờ để tính quan hệ mờ R_i,	1. Phép kéo theo được thể hiện bằng một điểm trên đường cong ngữ nghĩa.
2. Có nhiều cách kết nhập $@R_i$ với nhiều t - chuẩn (t - đối chuẩn) làm cho quan hệ R khá tuỳ tiện.	2. Có thể xây dựng chỉ một vài t - chuẩn (t - đối chuẩn) cụ thể.
3. Có nhiều cách hợp thành với các kết quả đa dạng.	3. Phép hợp thành là phép nội suy đơn giản.
4. Có nhiều cách giải mờ với các kết quả khác nhau.	4. Không cần phép giải mờ.
Việc lựa chọn 1, 2, 3 và 4 ở trên là hoàn toàn dựa trên trực cảm, kinh nghiệm. Như vậy từ cặp (X, Y) có rất nhiều quan hệ R khác nhau thoả mãn (*).	Không bị ảnh hưởng bởi những yếu tố chủ quan như tiếp cận mờ truyền thống.
B. Các tập mờ đặt trên tập nền không có một tiêu chí thống nhất để có thể sắp thứ tự tương tự như thứ tự vốn có của tập nền.	B. Ngữ nghĩa có thứ tự chặt chẽ vì không sử dụng tập mờ để mô tả ý nghĩa của các biến mờ.
C. Hình dáng các hàm thuộc đa dạng có thể làm tăng sai số suy luận của các luật.	C. Không sử dụng hàm thuộc.
D. Tập mờ không có tương ứng 1:1 trên tập nền.	D. Ngữ nghĩa có phân bố đều theo thứ tự trên tập nền và có tương ứng 1:1.
E. Khó định nghĩa chính xác tính mờ.	E. Định nghĩa tính mờ khá trực quan dựa trên kích cỡ của tập H(x) do quan niệm biến ngôn ngữ là một đại số gia tử.

Từ những phân tích, so sánh trên, có thể thấy rằng phương pháp lập luận dùng đại số gia tử có rất ít các yếu tố ảnh hưởng đến quá trình lập luận và bài toán lập luận mờ được chuyển về bài toán nội suy thông thường nhờ hàm ngữ nghĩa định lượng. Như vậy phương pháp lập luận dùng đại số gia tử có độ chính xác cao hơn so với phương pháp lập luận dùng lôgic mờ.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bùi Công Cường, Nguyễn Doãn Phước, *Hệ mờ mạng nơron và ứng dụng*, NXB Khoa học kỹ thuật, 2000.

[2]. Bùi Công Cường, Nguyễn Hoàng Phương, Nguyễn Doãn Phước, Phan Xuân Minh, Chu Văn Hỷ, *Hệ mờ và ứng dụng*, NXB Khoa học kỹ thuật, 1999.

[3]. N.V.Lan, Vũ Chấn Hưng, Đặng Thành Phu, *tạp chí "Tin học và điều khiển"*, Điều khiển trong điều kiện bất định trên cơ sở logic mờ và khả năng sử dụng đại số gia tử trong các luật điều khiển, T.18, S.3, 211-212, 2002.

[4]. Ho N.C., Wechler W. Hedge algebras, *An algebraic approach to structure of sets linguistic truth values*, Fuzzy set and system, 35, 218-293, 1990.

[5]. Ho N.C., Wechler, *Extended hedge algebras and their application to fuzzy logic*, Fuzzy set and system, 52, 259-281, 1992.

[6]. Ho N.C, Nam H.V, Khang T.D, Chau N.H, *Hedge algebras, linguistic-value logic and their application to fuzzy logic reasoning*, Internat. J. Uncertainly fuzziness knowledge-based systems, 7 (4), 347-361, 1999.

[7]. Ho N.C, Nam H.V, *An algebraic approach to linguistic hedges in Zadeh's fuzzy logic*, Fuzzy set and system, 129, 229-254, 2002.