



Đường đi và Liên thông

Nội dung

- Đường đi
- Tính liên thông của đồ thị
- Bài tập

Đường đi

Input: Đồ thị g , hai đỉnh s, d

Output: Một đường đi từ s đến d trên đồ thị g , nếu có.

Dùng mảng $parent[]$ để lưu vết của đường đi.

Action:

+ Duyệt đồ thị xuất phát từ đỉnh s :

Trong quá trình duyệt, mỗi khi từ đỉnh v thăm đỉnh kề w thì ta lưu $parent[w] = v$.

+ Nếu đỉnh d được thăm thì có đường đi từ s đến d . Ngược lại thì không có đường đi từ s đến d .

+ Đường đi từ s đến d được xác định qua mảng $parent[]$ như sau:

$$d \leq v1 = parent[d] \leq v2 = parent[v1] \leq \dots \leq s = parent[vk]$$

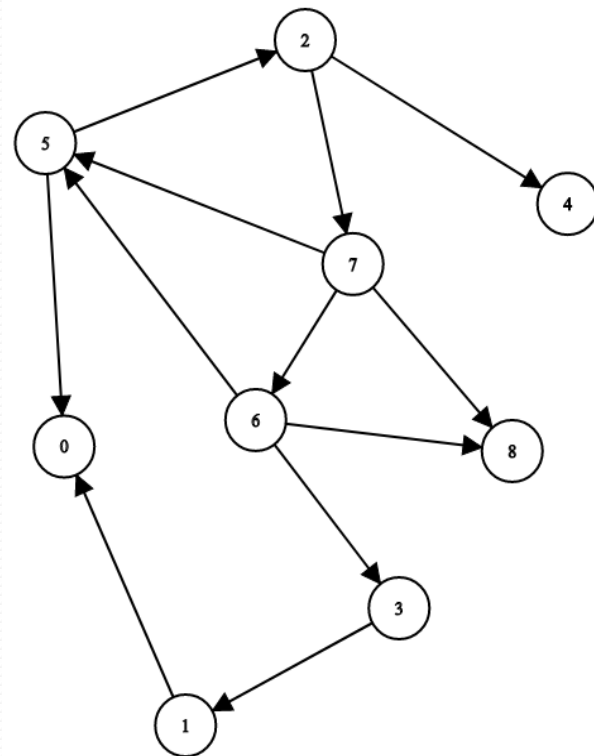
Ví dụ

Tìm đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 0.
Duyệt theo chiều sâu xuất phát từ 6:

visted	true	true	true	true	true	true	true	true	true
	0	1	2	3	4	5	6	7	8

parent	1	3	5	6	2	6	-1	2	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8

$$0 \leftarrow \text{parent}[0] = 1 \leftarrow \text{parent}[1] = 3 \leftarrow \text{parent}[3] = 6$$



Duyệt theo chiều rộng xuất phát từ 6:

parent	5	3	5	6	2	6	-1	2	6
	0	1	2	3	4	5	6	7	8

```

graph TD
    5((5)) --> 2((2))
    5((5)) --> 0((0))
    5((5)) --> 7((7))
    2((2)) --> 4((4))
    7((7)) --> 6((6))
    7((7)) --> 8((8))
    6((6)) --> 8((8))
    6((6)) --> 3((3))
    3((3)) --> 1((1))
    1((1)) --> 0((0))

```

Nhận xét

- Dùng thuật toán duyệt đồ thị xuất phát từ đỉnh s có thể tìm được đường đi từ đỉnh s đến các đỉnh của đồ thị (nếu có).
- Nếu dùng thuật toán duyệt đồ thị theo chiều rộng sẽ tìm được đường đi qua ít cạnh nhất (nếu có).

Cài đặt

```
void path(AdjMatrixGraph g, int s, bool visted[], int
parent[]){
    for(int i = 0; i < g.numVertices; i++){
        visted[i] = false;
        parent[i] = -1;
    }
    DFSPath(g, s, visted, parent);
}
```

```
void DFSPath(AdjMatrixGraph g, int v, bool visted[], int
parent[]){
    visted[v] = true;
    for(w = 0; w < g.numVertices; w++){
        if(g.adjMatrix[v][w] == 1 && !vistied[w]){
            parent[w] = v;
            DFSPath(g, w, visted, parent);
        }
    }
}
```



```
void printPath(int s, int d, int parent[])
{
    int z = d;
    while(z != s)
    {
        cout << z << "<==";
        z = parent[z];
    }
    cout << s << endl;
}
```

Tính liên thông

- Thuật toán kiểm tra đồ thị vô hướng liên thông

Input: Đồ thị vô hướng G cần kiểm tra tính liên thông

Output: True nếu đồ thị liên thông, False nếu ngược lại

Action:

Duyệt đồ thị xuất phát đỉnh bất kỳ của đồ thị

Nếu tất cả các đỉnh được thăm thì trả về True

Ngược lại thì trả về False

Cài đặt

```
bool isConnected(AdjMatrixGraph g)
{
    bool visited[g.numVertices] = {false};
    DFSConnected(g, 0, visited);
    for(int i = 0; i < g.numVertices; i++)
        if (!visited[i]) return false;
    return true;
}
```

```
void DFSConnected(AdjMatrixGraph g, int v, bool
visited[]){
    visited[v] = true;
    for(int w = 0; w < g.numVertices; w++){
        if(g.adjMatrix[v][w] == 1 && !vistied[w]){
            DFSConnected(g, w, visited);
        }
    }
}
```

Đồ thị có hướng

Input: Đồ thị có hướng g cần kiểm tra tính liên thông mạnh

Output: True nếu đồ thị liên thông mạnh, False nếu ngược lại

Action:

Duyệt đồ thị g xuất phát từ đỉnh v_0 bất kỳ

Nếu có đỉnh chưa thăm thì trả về false

Ngược lại

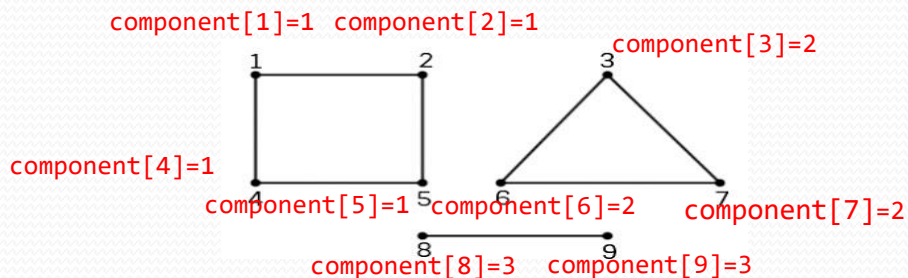
Duyệt xuất phát đỉnh v_0 trên đồ thị g' ngược với đồ thị g

Nếu trên đồ thị g' có đỉnh chưa thăm thì trả về false

Ngược lại thì trả về true

Các thành phần liên thông

- Dùng 1 mảng `component[]` để lưu thành phần liên thông của từng đỉnh. `component[i]=k` có nghĩa đỉnh `i` thuộc thành phần liên thông thứ `k`.



Thuật toán

- Input: đồ thị g
- Output: các thành phần liên thông của đồ thị g
- Action:
- $k = 0$
- Duyệt lần lượt các đỉnh thứ i của đồ thị g :
 - Nếu đỉnh i chưa thăm thì:
 - Tăng k lên 1
 - Duyệt đồ thị xuất phát từ i : mỗi khi thăm đỉnh v thì gán $\text{component}[v]=k$

Cài đặt

```
int connectedComponents(AdjMatrixGraph graph, int component[]){  
    bool visited[MAX_VERTICES] = { false };  
    int k = 0;  
    for (int i = 0; i < graph.numVertices; i++){  
        if (!visited[i]){  
            k++;  
            DFSConnectedComponents(graph, i, visited, component, k);  
        }  
    }  
    return k;  
}
```


Cài đặt

```
void DFSConnectedComponents(AdjMatrixGraph graph, int v, bool
visited[], int component[], int k){
    visited[v] = true; component[v] = k;
    for (int w = 0; w < graph.numVertices; w++){
        if (graph.adjMatrix[v][w]==1 && !visited[w])
            DFSConnectedComponents(graph, w, visited, component, k);
    }
}
```

Cài đặt

```
void printConnectedComponents(int component[], int n, int k){  
    cout << "Num of connected components is: " << k << endl;  
    for(int i = 1; i <= k; i++){  
        cout << "Component[" << i << "]: ";  
        for(int j = 0; j < n; j++){  
            if (component[j]==i)  
                cout << j << " ";  
            cout << endl;  
        }  
        cout << endl;  
    }  
}
```

Bài tập

1. Tìm đường đi từ đỉnh x đến đỉnh y qua các cạnh có trọng số $\geq M$
2. Tìm đường đi từ đỉnh x đến đỉnh y không qua đỉnh z .
3. Cài đặt thuật toán kiểm tra đồ thị có hướng liên thông mạnh.
4. Trong đồ thị “biết nhà” hãy chỉ một cách hỏi nhà để người a tìm được đến nhà người b mà số người cần đến hỏi là ít nhất.
5. Trong đồ thị tiếp xúc gần, biết vo là người F_o , cho k là một số nguyên dương. Liệt kê tất cả những người F_i với $0 \leq i \leq k$ bằng cách duyệt theo chiều sâu và theo chiều rộng.

Bài 1

- Hướng dẫn: khi duyệt đồ thị, từ v qua w nếu trọng số cạnh $(v, w) \geq M$

```
void DFSPathM(AdjMatrixGraph g, int v, bool visited[],
int parent[]){
    visited[v] = true;
    for(int w = 0; w < g.numVertices; w++)
        if(g.adjMatrix[v][w] != VC && !visited[w] &&
g.adjMatrix[v][w] >= M){
            parent[w] = v;
            DFSPathM(g, w, visited, parent);
        }
}
```

Bài 2

- Hướng dẫn: đánh dấu đỉnh z đã thăm trước khi duyệt đồ thị để tìm đường đi.

Tổng kết

- Một đồ thị vô hướng có 1 hoặc nhiều thành phần liên thông.
- Thuật toán tìm đường đi bằng cách duyệt chỉ tìm được 1 đường đi.
- Muốn tìm tất cả các đường đi phải dùng thuật toán vét cạn.