

TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUY NHƠN
KHOA TOÁN và THỐNG KÊ

XÁC SUẤT THỐNG KÊ
Bài tập

Dùng cho khoa: Công nghệ thông tin

Bình Định - 2023

1 Biến cố và xác suất

1. Hãy xác định không gian các biến cố sơ cấp của các phép thử ngẫu nhiên sau:
 - a) Gieo một đồng xu liên tiếp 3 lần.
 - b) Gieo một đồng xu cho đến khi xuất hiện mặt ngửa.
 - c) Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập hợp số $\{1, 3, 6, 5\}$.
2. Gieo một con xúc xắc. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt có số chấm chẵn và B là biến cố xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 3. Hãy kiểm chứng các khẳng định sau đây:
 - a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
 - b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
3. Cho A, B và C là ba biến cố. Hãy viết biểu thức diễn tả các biến cố sau:
 - a) Chỉ có B xảy ra.
 - b) A và B xảy ra nhưng C không xảy ra.
 - c) Ít nhất một biến cố xảy ra.
 - d) Ít nhất hai biến cố xảy ra.
 - e) Tất cả ba biến cố xảy ra.
 - f) Không biến cố nào xảy ra.
 - g) Nhiều nhất 1 biến cố xảy ra.
 - h) Nhiều nhất hai biến cố xảy ra.
4. Cần xếp 5 người ngồi thành một hàng ngang. Tính xác suất sao cho hai người cho trước A và B không ngồi cạnh nhau.
5. Cần xếp 5 người ngồi vào một bàn tròn. Tính xác suất sao cho hai người cho trước A và B không ngồi cạnh nhau.
6. Một lô sản phẩm chứa 100 sản phẩm, trong đó có 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên ra 10 sản phẩm để kiểm tra. Lô hàng sẽ được kết luận đạt tiêu chuẩn nếu trong 10 sản phẩm lấy ra kiểm tra có không quá 1 sản phẩm là phế phẩm. Tính xác suất để lô hàng được kết luận đạt tiêu chuẩn.
7. Một nước có 50 tỉnh, mỗi tỉnh có 2 đại biểu quốc hội. Cần chọn ngẫu nhiên ra 20 đại biểu để thành lập một ủy ban.
 - a. Tính xác suất để trong ủy ban này có đại biểu đến từ thủ đô.
 - b. Tính xác suất để trong ủy ban có đúng một đại biểu đến từ thủ đô.
 - c. Tính xác suất để trong ủy ban không có đại biểu nào đến từ thủ đô.
8. Cần xếp 10 quả bóng vào trong 3 hộp.

- a. Tính xác suất sao cho hộp nào cũng có bóng.
 - b. Tính xác suất để có một hộp chứa 4 quả bóng, hai hộp còn lại mỗi hộp chứa 3 quả bóng.
 - c. Tính xác suất để hộp thứ nhất chứa 5 quả bóng, hộp thứ hai chứa 3 quả bóng và hộp thứ ba chứa 2 quả bóng.
 - d. Tính xác suất để có ít nhất một hộp không chứa quả bóng nào.
9. Có 2 lô gà giống. Lô I gồm 15 con, trong đó có 3 con trống. Lô II gồm 20 con, trong đó có 4 con trống. Một con từ lô II nhảy sang lô I. Ta bắt ngẫu nhiên 1 con từ lô I ra. Tìm xác suất để con gà bắt ra là gà trống.
10. Trứng gà nở với xác suất 80%. Nếu trứng nở thì khả năng nở ra gà trống và gà mái là như nhau.
- a. Cho ấp 1 quả trứng. Tìm xác suất để nở ra gà mái.
 - b. Cho ấp 2 quả trứng. Tìm xác suất để nở ra 1 gà mái, 1 gà trống; cả 2 đều gà trống.
11. Trong một làng, tỷ lệ nam:nữ là 12:13. Khả năng mắc bệnh bạch tạng ở nam là 0,6%, ở nữ là 0,35%.
- a. Tính tỷ lệ mắc bệnh bạch tạng chung của làng.
 - b. Gặp trong làng một người không mắc bệnh. Tính xác suất để người đó là nam? Là nữ?
12. Một cuộc thi có 3 vòng. Vòng I lấy 90% thí sinh. Vòng II lấy 80% thí sinh đã qua vòng I. Vòng III lấy 70% thí sinh đã qua vòng II.
- a. Tính tỷ lệ thí sinh lọt qua cả 3 vòng.
 - b. Tính xác suất thí sinh bị loại ở vòng II nếu biết thí sinh này bị loại.
13. Ba cơ sở sản xuất A, B, C cùng cung cấp một loại sản phẩm cho một đơn vị theo tỷ lệ 50%, 30% và 20%. Biết rằng tỷ lệ sản phẩm không đạt tiêu chuẩn của các cơ sở lần lượt là 3%, 4% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho của đơn vị này. Tính:
- a. Xác suất để sản phẩm trên không đạt tiêu chuẩn.
 - b. Giả sử sản phẩm lấy đem kiểm tra thấy không đạt tiêu chuẩn. Tính xác suất sản phẩm đó do cơ sở A sản xuất.
14. Xác suất thành công của một thí nghiệm sinh học là 60%. Một nhóm gồm 8 sinh viên cùng tiến hành thí nghiệm trên một cách độc lập nhau. Tính xác suất để:
- a. Có đúng 4 thí nghiệm thành công.
 - b. Có ít nhất 1 thí nghiệm thành công.
15. Trong một cuộc thi bắn súng quốc tế, mỗi xạ thủ bắn 60 viên đạn vào bia. Xạ thủ Việt Nam bắn trúng tâm với xác suất 92%. Tìm xác suất để

- a. Xạ thủ này bắn trúng tâm cả 60 viên.
- b. Xạ thủ này bị trượt ngoài tâm 2 viên.
- c. Xạ thủ này bị trượt ngoài tâm ít nhất 1 viên.
- d. Tìm số viên bắn trúng tâm có khả năng nhất. Tính xác suất tương ứng.

2 Đại lượng ngẫu nhiên và phân phối xác suất

1. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất. Gọi X là số chấm ở mặt trên của con xúc sắc.
 - a. Lập bảng phân phối xác suất của X .
 - b. Viết biểu thức hàm phân phối của X .
2. Gieo đồng thời 2 con xúc sắc cân đối và đồng chất. Gọi Y là tổng số chấm ở mặt trên của 2 con xúc sắc.
 - a. Lập bảng phân phối xác suất của Y .
 - b. Viết biểu thức hàm phân phối của Y .
3. Trong một cái bát có để 5 hạt đậu trong đó có 2 hạt đỏ. Lấy ngẫu nhiên ra 2 hạt. Gọi X là số hạt đậu đỏ được lấy ra.
 - a. Lập bảng phân phối xác suất của X .
 - b. Viết biểu thức hàm phân phối của X .
 - c. Tính $P(0 < X < 2)$ bằng cách trực tiếp và bằng cách thông qua hàm phân phối.
4. Một thiết bị gồm 3 bộ phận hoạt động độc lập với nhau, xác suất trong 3 năm đầu các bộ phận bị hỏng tương ứng là 0,2; 0,3 và 0,25. Gọi X là số bộ phận bị hỏng trong 3 tháng đầu.
 - a. Lập bảng phân phối xác suất của X .
 - b. Viết biểu thức hàm phân phối của X .
 - c. Tính $P(0 < X \leq 4)$ theo 2 cách.
5. Một xạ thủ dùng 5 viên đạn để thử súng. Anh ta bắn từng viên vào bia với xác suất trúng tâm là 0,95. Nếu có 2 viên liên tiếp trúng tâm thì dừng lại. Gọi X là số đạn còn thừa ra.
 - a. Lập bảng phân phối xác suất của X .
 - b. Viết biểu thức hàm phân phối của X .
 - c. Tính kỳ vọng và phương sai của X .
6. Một máy tính cá nhân có thời gian sống tuân theo luật mũ với tham số $\lambda = 0,2$ (đơn vị tính thời gian là năm).
 - a. Thời gian sống trung bình của máy tính là bao nhiêu năm

b. Nếu thời gian bảo hành là 1 năm thì tỷ lệ các máy phải đưa đến trạm bảo hành là bao nhiêu.

7. Gọi Z là số nhu cầu gọi đến trung tâm điều phối xe taxi của hãng Mai Linh trong 1 giờ ở Quy Nhơn. Giả sử Z tuân theo luật Poisson với $\lambda = 11$.

a. Có thể nói: Mỗi một giờ sẽ có 11 nhu cầu dùng xe taxi của hãng Mai Linh hay không?

b. Khả năng không có khách hàng trong thời gian 1 giờ là bao nhiêu?

c. Tìm $\text{mod } Z$.

d. Tính $P(EZ - \sqrt{DX} \leq Z \leq EZ + \sqrt{DZ})$. Nêu ý nghĩa của số này.

e. Nếu hãng chỉ có 15 xe taxi thì khả năng khách phải chờ xe là bao lâu

f. Muốn nâng cao chất lượng phục vụ, giảm khả năng khách hàng phải chờ xuống dưới 1% thì hãng phải trang bị thêm bao nhiêu xe nữa?

8. Xét 2 biến ngẫu nhiên độc lập với bảng phân phối xác suất

X	0	1	2
P	0,3	0,4	0,3

X	-1	1
P	0,4	0,6

a. Lập bảng phân phối cho biến ngẫu nhiên $X^2, X + Y$ và $X.Y$.

b. Lập hàm phân phối xác suất cho các biến ngẫu nhiên X và Y .

9. Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập X và Y với bảng phân phối xác suất như sau

X	-1	0	1	2
P	0,2	0,3	0,3	0,2

X	-1	0	1
P	0,3	0,4	0,3

• Lập bảng phân phối xác suất của $X^2, X + Y, 2Y, X - 2Y$ và XY .

• Tính kỳ vọng và phương sai của $X - 2Y$ và XY .

10. Tiến hành bắn 3 phát đạn vào bia với xác suất trúng đích của mỗi phát là 0,6. Gọi X là số lần trúng bia.

a. Lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X .

b. Tìm hàm phân phối xác suất của X .

c. Tính kỳ vọng và phương sai của X .

11. Trong ca làm việc, một máy tự động sản xuất được 100 sản phẩm. Xác suất để một sản phẩm được sản xuất ra thuộc loại phế phẩm là 0,02. Ta xem quá trình sản xuất các sản phẩm tiến hành độc lập với nhau.

a. Tìm quy luật phân phối của số phế phẩm trong ca.

b. Trung bình trong ca có bao nhiêu phế phẩm và xác suất có số phế phẩm đó.

12. Cho biến ngẫu nhiên X có hàm phân phối

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x.$$

- Tìm xác suất của biến cố $\{0 < X < 1\}$.
- Tìm hàm mật độ của X .
- Tìm kỳ vọng và phương sai của X .

13. Xác định hằng số a để hàm $p(x) = ae^{-x^2}$ là hàm mật độ của biến ngẫu nhiên nào đó. Tìm xác suất để cho giá trị của biến ngẫu nhiên tương ứng trên thuộc khoảng $(-\infty, 0)$.

14. Cho hàm $p(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{4-x^2}}, & x \in [-2, 2], \\ 0, & x \notin [-2, 2]. \end{cases}$

- a. Tìm C để $p(x)$ hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X nào đó.
- b. Viết biểu thức hàm phân phối ξ .
- c. Tìm $P(-1 < X \leq 1)$.
- d. Tìm kỳ vọng và phương sai của X .

15. Cho b.n.n. có phân phối đều trên $[0, 1]$. Tìm xác suất sao cho trong 100 lần quan sát về b.n.n. X có 60 lần X nhận giá trị trong $(0, 2; 0, 7)$.

16. Tính các số đặc trưng của đại lượng ngẫu nhiên có phân phối mũ.

17. Giả sử hàm phân phối của đại lượng ngẫu nhiên X có dạng

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{nếu } x \leq 1, \\ a(x-1)^2, & \text{nếu } 1 < x \leq 3, \\ 1, & \text{nếu } x > 3. \end{cases}$$

Tính EX và DX .

18. Đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{nếu } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{nếu } |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- a. Tìm a .
- b. Tính EX, DX .

19. Giả sử đại lượng ngẫu nhiên X có mật độ phân phối

$$\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{nếu } x \geq 0, \\ 0, & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

Tính $E(X), DX, E(X^k)$ với $k \geq 1$.

20. Giả sử X là một đại lượng ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} K(1-x), & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{nếu trái lại.} \end{cases}$$

Tìm hằng số K , kỳ vọng, median và phương sai của X .

21. Cho đại lượng ngẫu nhiên liên tục X nhận giá trị trong khoảng $[0, +\infty)$ có hàm phân phối xác suất

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2/2}, & \text{nếu } x > 0, \\ 0, & \text{nếu } x \leq 0. \end{cases}$$

Tìm hàm mật độ, kỳ vọng, phương sai, median và mod của X .