

(Sinh viên được sử dụng tài liệu giấy)

HỌ VÀ TÊN SV:	<u>CÁN BỘ COI THI</u>
MSSV:	
STT:	
PHÒNG THI:.....	

PHẦN 1: PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN

Câu 1 (3 điểm) (G1.)

a. Hãy dùng định nghĩa của các ký hiệu tiệm cận (không dùng định lý, không dùng lim) để chứng minh các nhận định sau:

- Nếu $g(n) \in O(f(n))$ và $f(n) \in O(g(n))$ thì $O(f(n)) = O(g(n))$
- $(n \log_2 n - 2n + 8) = \Omega(\frac{1}{2} n \log_2 n)$

b. Hãy sắp xếp 07 hàm số bên dưới theo thứ tự tăng dần của “order of growth”, và có giải thích ngắn gọn cách thực hiện. Ký hiệu: log là log cơ số 2, π là số Pi.

$$f_1(n) = n^{\sqrt[3]{n}}$$

$$f_5(n) = n^{\log n}$$

$$f_2(n) = n(\log n)^4$$

$$f_6(n) = 2^{n^2}$$

$$f_3(n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n ij$$

$$f_7(n) = n3^{n/2}$$

$$f_4(n) = \pi^{n^{1/2}}$$

Câu 2 (3 điểm) (G2.)

2.1. Cho giải thuật sau đây:

```
function(double a[], int n)      // a[0..n-1] là mảng gồm n số thực
{
    QuickSort(a,0,n-1);          // sắp xếp mảng a
    for (j=1 to n-1)
        D[j-1]=a[j] - a[j-1];    // D là mảng chứa các số thực
    min=0;
    for (j=1 to n-2)
        if ( D[j]<D[ min ] )
            min=j;
    print a[min], a[min+1];      // in ra màn hình 2 giá trị
}
```

Yêu cầu:

- Lời gọi hàm **function(a,n)** sẽ trả về (hay in ra màn hình) kết quả là thông tin gì?
- Hãy phân tích độ phức tạp của giải thuật trên.

2.2. Xét một giải thuật đệ quy như sau:

```
waste (n)
{
    if(n==0) return 0;
    for(i=1 to n)
        for(j=1 to n)
            print i,j,n;
    for(i=1 to 3)
        waste(n/2);
}
```

Yêu cầu:

- Thành lập phương trình đệ quy (hay còn gọi là hệ thức truy hồi) của giải thuật nêu trên, kèm giải thích ngắn gọn cách thành lập.
- Giải phương trình đệ quy để xác định độ phức tạp của giải thuật trên dùng **phương pháp truy hồi**, còn gọi là thay thế (Backward substitution) hoặc dùng **phương pháp đoán nghiệm** (Guessing and Induction).

Lưu ý: Đối với phương pháp đoán nghiệm, có thể dùng định lý Master để đoán một nghiệm $f(n)$ và dùng chứng minh quy nạp để chứng tỏ rằng $T(n) \leq f(n), \forall n$.

PHẦN 2: THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

Câu 3 (2 điểm) (G3.)

Bài toán “Các dãy con tăng có tổng cho trước” được mô tả như sau: Cho một dãy số nguyên dương $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ và một số nguyên dương M . Tìm tất cả các dãy con **tăng** của dãy số đã cho sao cho **tổng của các phần tử trong dãy con bằng M** . Biết rằng, dãy con của một dãy số là dãy có được sau khi loại bỏ bớt một hay một số phần tử và vẫn duy trì thứ tự (trước, sau) như trong dãy ban đầu. Ví dụ, cho dãy $(7, 1, 4, 3, 5, 6)$ và $M = 11$, các dãy con thỏa mãn ràng buộc là $(1, 4, 6)$ và $(5, 6)$.

Yêu cầu: Hãy thiết kế một thuật toán để giải bài toán trên bằng phương pháp **Quay lui (Backtracking)**. Thuật toán phải được trình bày dưới dạng mã giả, có chú thích và minh họa qua ví dụ trên cho người đọc dễ hiểu.

SV CHỈ CHỌN LÀM 1 TRONG 2 CÂU BÊN DƯỚI (CÂU 4 HOẶC CÂU 5)

Câu 4 (2 điểm) (G 3.)

Cho bài toán được mô tả như sau: Cho một số nguyên dương có n chữ số, hãy tìm cách xóa đi k chữ số trong số nguyên trên sao cho kết quả thu được là một số nhỏ nhất có thể. Ví dụ, cho số 2070880 nếu phải xóa đi 2 chữ số thì số nhỏ nhất thu được là 880 (xóa số 2 đầu tiên và số 7), hoặc cho số 27819, nếu phải xóa 2 chữ số thì kết quả của bài toán là 219.

Yêu cầu: Trình bày ý tưởng và thuật toán để giải bài toán trên bằng phương pháp **Tham lam (Greedy)**. Thuật toán phải được trình bày dưới dạng mã giả, có chú thích và minh họa qua các ví dụ trên cho người đọc dễ hiểu.

Câu 5 (2 điểm) (G 3.)

Cho một dãy các số nguyên a gồm n phần tử, tìm một dãy con dài nhất của a thỏa điều kiện **“hai phần tử liên kề chênh nhau một đơn vị”**. Ví dụ, cho dãy a gồm các phần tử là $\{9, 8, 3, 4, 3, 7, 5\}$, những dãy con dài nhất có hiệu giữa các phần tử liên kề nhau là một có thể là $\{9, 8, 7\}$, $\{3, 4, 3\}$, $\{3, 4, 5\}$.

Yêu cầu: Trình bày ý tưởng và thuật toán để giải bài toán trên bằng phương pháp **Quy hoạch động (Dynamic Programming)**. Trình bày ý tưởng gồm các bước: 1) Thành lập phương trình quy hoạch động; 2) Tạo bảng lưu trữ kết quả của các bài toán con khi giải lần đầu; 3) Xác định lời giải của bài toán ban đầu. Minh họa các bước thực hiện của cách giải đã đề xuất cho dãy a gồm 14 phần tử là $\{4, 1, 3, 8, 9, 6, 2, 7, 5, 3, 10, 6, 3, 4\}$.

-----HẾT-----