Đại học Công nghệ Thông tin HKI 2020-2021

Khoa Khoa học Máy tính

ĐỀ THI CUỐI KỲ
MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN
Thời gian: 120 phút

(Được sử dụng tài liệu, thi online sử dụng MSTeam)

ĐỀ 2

Câu 1: (1.5 điểm)

Hãy so sánh 2 phương pháp "đánh giá tính hiệu quả của thuật toán về mặt thời gian" là phương pháp thực nghiệm và phương pháp xấp xỉ toán học.

Gợi ý: so sánh về cách thực hiện, ưu và nhược điểm.

Câu 2: (2 điểm) Ký hiệu tiệm cận

a) Chứng minh: O (c) = O(1) với c là hằng số thực

b) Khẳng định sau là đúng hay sai và vì sao?

"Nếu f(n) = O(g(n)) và g(n) = O(f(n)) thì f(n) = g(n)"

c) Với mỗi nhóm hàm bên dưới, hãy sắp xếp các hàm số theo thứ tự tăng dần của "order of growth" và có giải thích ngắn gọn cách thực hiện

Group 1: $f_1(n) = \binom{n}{100}$ $f_2(n) = n^{100}$ $f_3(n) = 1/n$ $f_4(n) = 10^{1000}n$ $f_5(n) = nlogn$	**Group 2:** $f_6(n) = n^{\sqrt{n}}$ $f_7(n) = \pi^n$ $f_8(n) = 2^{n^4}$ $f_9(n) = n^{4\log n}$

(Lưu ý ký hiệu: log là log cơ số 2, $\binom{n}{k}$ là tổ hợp chập k của n)

Câu 3: (4.5 điểm) Đánh giá độ phức tạp

a) Đếm số phép gán, số phép so sánh được thực hiện trong đoạn chương trình sau, suy ra độ phức tạp thuật toán. Không cần rút gọn Gán (n), Sosánh(n).

```
sum = 0; i = 1;
while ( i ≤ n)
{       j = n – i – 1;
        while (j  ≤ 2*i )
        {       sum = sum + i*j;
                j = j  + 2;
        }
        i = i + 1;
}
```

b) Xét giải thuật "Nhân 2 số nguyên dương lớn có n chữ số" một cách phát thảo như sau:

```
mult (X, Y, n)
{
        if (n = 1) return X*Y;
        // Chia X, Y thành các số nguyên lớn có n/2 chữ số: X = A 10^(n/2) + B và Y = C 10^(n/2) + D
        A = left(X, n/2);
        B = right(X, n/2);
        C = left(Y, n/2);
        D = right(Y, n/2);

        // X.Y = AC 10^n + [ (A-B)(D-C) + AC + BD] 10^(n/2) + BD
        m1 = mult(A,C, n/2);
        m2 = mult(A-B,D-C, n/2);
        m3 = mult(B,D, n/2);

        return ((m1 * 10^n+ (m1+m2+m3)* 10^(n/2) + m3));
}
```

Yêu cầu: Thành lập phương trình đệ quy (kèm giải thích ngắn gọn) và giải phương trình để xác định độ phức tạp của giải thuật. Gợi ý: có thể dùng **phương pháp truy hồi (còn gọi là thay thế) hoặc phương pháp đoán nghiệm.**

Câu 4: (5 điểm) Thiết kế thuật toán

a) Cho bài toán "Knapsack Problem" được mô tả như sau:

Cho một cái ba lô có thể đựng trọng lượng M với n loại đồ vật, số lượng mỗi loại cho trước. Mỗi đồ vật loại i có trọng lượng w_i và giá trị là p_i . Chọn một cách lựa chọn các đồ vật cho vào túi sao cho trọng lượng không quá M và tổng giá trị là lớn nhất. Có thể chọn nhiều đồ vật cùng loại.

Yêu cầu:

- Mô hình hóa bài toán
- Hãy thiết kế một thuật toán/thuật giải để giải bài toán trên. Cho biết giải thuật đó thiết kế theo phương pháp nào? Tại sao? Lưu ý: Giải thuật trình bày dưới dạng mã giả và có chú thích cho người đọc dễ hiểu.
- Minh họa từng bước của giải thuật trên 1 ví dụ cụ thể để người đọc hiểu rõ về cách làm SV mà đã đề xuất.

b) Cho bài toán "Biểu thức zero " được mô tả như sau:

Cho một số tự nhiên N ≤ 9. Giữa các số từ 1 đến N hãy thêm vào các dấu + hoặc - hoặc không thêm dấu sao cho kết quả thu được bằng 0.

ZERO.INP		ZERO.OUT
7		6 1-2-3-4-5+6+7 = 0 1-2+3+4-5+6-7 = 0 1-23-45+67 = 0 1-23+4+5+6+7 = 0 1+2-3-4+5+6-7 = 0 1+2-3+4-5-6+7 = 0

Yêu cầu: Thiết kế một thuật toán để giải bài toán trên. Thuật toán phải được trình bày dưới dạng mã giả và có chú thích cho người đọc dễ hiểu.

GHI CHÚ: ĐỀ THI CÓ THANG ĐIỂM 13

______________________**HẾT**______________________

Gợi ý: Một số công thức tính tổng quan trọng

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \approx \frac{1}{2}n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \approx \frac{1}{3}n^3$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^k = 1^k + 2^k + \cdots + n^k \approx \frac{1}{k+1}n^{k+1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = 1 + a + \cdots + a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \quad (a \neq 1);$$

$$\sum_{i=1}^{n} i2^i = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + n2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \approx \ln n + \gamma, \text{ where } \gamma \approx 0.5772$$

$$\sum_{i=1}^{n} \log i \approx n \log n$$

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (n)\, x^n = \frac{x}{(1-x)^2} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\, x^n = \frac{1}{(1-x)^2}}$$