CÔNG NGHỆ BLOCKCHAIN VÀ ỨNG DỤNG

BÁO CÁO ĐỒ ÁN: THRESHOLD MULTI SIGNATURE – 18TN

I. Thành viên:

18120019 – Nguyễn Hoàng Dũng
18120130 – Võ Anh Khoa

II. Nội dung đồ án:

Xây dựng thuật toán đa chữ ký số để áp dụng trên các hệ thống phân tán như blockchain. Đồng thời cho phép đối với nhóm có N user, chỉ cần tối thiểu K signer bất kì là có thể tạo ra được cùng 1 chữ ký số dưới định danh của cả nhóm.

Các phép toán trên chữ ký số được thực hiện trên tập hợp các điểm thuộc Elliptic Curve $E(\mathbb{Z}_P)$ có bậc của nhóm là n và phần tử sinh G, thỏa phương trình như sau:

$$y^2 = x^3 + ax + b \bmod p$$

III. Thuật toán đa chữ ký MuSig đối với nhóm gồm N user:

Tham khảo từ whitepaper của TariLabs University.

IV. Cải tiến thuật toán MuSig với yêu cầu tối thiểu K signer:

Round 1:

Mỗi user thứ i khởi tạo ngẫu nhiên một đa thức bí mật có bậc k – 1:

$$f_i(x) = a_{i0} + a_{i1}x + \ldots + a_{ik-1}x^{k-1} \ mod \ n$$

Trong đó hệ số a_{i0} chính là private key của user thứ i. Public key của user thứ i sẽ là:

$$P_i = G \cdot a_{i0}$$

Như vậy, đa thức bí mật của cả nhóm sẽ là tổng các đa thức bí mật của mỗi user:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x)$$

Trong đó hệ số $a_0 = f(0)$ của đa thức $f(x)$ chính là private key của cả nhóm. Không user nào có được bất kì thông tin gì về các hệ số của đa thức bí mật $f(x)$

Round 2:

Gọi L là hash của tất các public key của thành viên trong nhóm:

$$L = H(P_1, P_2, ..., P_n)$$

Từ public key của chính mình, mỗi user cần tính challenge c_i của bản thân:

$$c_i = H_{agg}(L, P_i)$$

Khi đó mỗi user sẽ sở hữu một challenge private key như sau:

$$x_i = a_{i0} \cdot c_i$$

Public key tổng hợp của nhóm sẽ là:

$$P = \sum_{i=1}^{n} (P_i \cdot c_i)$$

Round 3:

Mỗi user thứ i sẽ broadcast phiên bản obfuscated của đa thức bí mật $f_i(x)$ bằng cách nhân từng hệ số với G:

$$(G \cdot a_{i0}), (G \cdot a_{i1}), ...(G \cdot a_{ik-1})$$

Mỗi user thứ i sẽ thông qua kênh truyền bí mật để gửi bộ nghiệm bí mật $(j, f_i'(j))$ đến user thứ j. Trong đó:

$$f_i'(x) = x_i + a_{i1}x + ... + a_{ik-1}x^{k-1} \ mod \ n$$

User j có thể kiểm tra tính chính xác của bộ nghiệm nhận được từ user i bằng cách sử dụng các hệ số đã được obfuscated của đa thức $f_i(x)$:

$$f_i(x) \cdot G = a_{i0} \cdot G + a_{i1}x \cdot G + ... + a_{ik-1}x^{k-1} \cdot G \ mod \ n$$

Trong đó, obfuscated của hệ số tự do chính là public key của user i và ta cần nhân thêm với giá trị challenge c_i của user i:

$$f_i'(x) \cdot G = c_i \cdot a_{i0} \cdot G + a_{i1}x \cdot G + ... + a_{ik-1}x^{k-1} \cdot G \ mod \ n$$

$$f_i'(x) \cdot G = c_i \cdot P_i + a_{i1}x \cdot G + ... + a_{ik-1}x^{k-1} \cdot G \ mod \ n$$

Sau khi quá trình trao đổi thông tin bí mật giữa các user hoàn tất, user thứ j sẽ nắm giữ bộ nghiệm thứ j của đa thức bí mật $f'(x)$ của cả nhóm:

$$y_j' = f'(j) = \sum_{i=1}^{n} f_i'(j)$$

Mặt khác, $f'(0)$ chính là tổng của các challenge private key:

$$f'(0) = \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} (a_{i0} \cdot c_i)$$

Đa thức $f'(x)$ là một đa thức bậc k – 1 gồm k hệ số. Mỗi user trong nhóm N user đã giữ 1 bộ nghiệm bí mật (j, y'_j). Như vậy, bằng cách sử dụng công thức nội suy Lagrange, chỉ cần k user bất kì kết hợp k bộ nghiệm với nhau là có thể xây dựng lại được đa thức $f'(x)$ ban đầu và tính được $f'(0)$

$$f'(0) = \sum_{i=1}^{k} \left[y'_i \prod_{j \neq i}^{k} (-j)(i-j)^{-1} \right]$$

Mỗi user thứ i trong nhóm N người sẽ có thể khôi phục được 1 phần trong k phần của group private key ứng với group public key tổng hợp P:

$$\pi_i = y'_i \prod_{j \neq i}^{k} (-j)(i-j)^{-1}$$

Round 4:

K user bất kì trong nhóm N người ban đầu muốn cùng kí một văn bản m. K người này có thể xây dựng lại được public key của nhóm như sau:

$$P = \sum_{i=1}^{k} (G \cdot \pi_i)$$

K user sẽ ngẫu nhiên K số nonce r_i và tính $R_i = G \cdot r_i$ và broadcast $t_i = H(R_i)$. Sau khi nhận đủ (k – 1) t_i, mỗi user sẽ đồng loạt public R_i và kiểm tra tất cả các $H(R_i)$ có ứng với các t_i đã nhận được trước đó. Nếu thỏa, ta sẽ có bộ chữ kí (R, s):

$$R = \sum_{i=1}^{k} R_i$$

$$e = H_{sig}(P, R, m)$$

$$s = \sum_{i=1}^{k} (r_i + e \cdot \pi_i)$$

Verify Signature:

$$G \cdot s = R + P \cdot e$$

$$G \cdot \sum_{i=1}^{k}(r_i + e \cdot \pi_i) = \sum_{i=1}^{k} R_i + e \cdot \sum_{i=1}^{n}(P_i \cdot c_i)$$

$$G \cdot \sum_{i=1}^{k} r_i + e \cdot G \cdot \sum_{i=1}^{k} \pi_i = G \cdot \sum_{i=1}^{k} r_i + e \cdot G \cdot \sum_{i=1}^{n}(a_{i0} \cdot c_i)$$

$$\sum_{i=1}^{k} r_i + e \cdot \sum_{i=1}^{k} \pi_i = \sum_{i=1}^{k} r_i + e \cdot \sum_{i=1}^{n}(a_{i0} \cdot c_i)$$

$$\sum_{i=1}^{k} r_i + e \cdot f'(0) = \sum_{i=1}^{k} r_i + e \cdot f'(0)$$

V. Cài đặt:

Nhóm tiến hành cài đặt và demo để kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán, sử dụng ngôn ngữ Python và thư viện django hỗ trợ tương tác. Có 2 class chính cần cài đặt là class **Member** định nghĩa các đối tượng trong tổ chức và class **Party** định nghĩa tổ chức và thao tác kí giữa các Member.

```python
class Member():
    def __init__(self, _name: str, _min: int, _max: int):
        self.name = _name
        self.p_once = E.INF
        self.s_once = 0
        self.p_key = E.INF
        self.s_poly = [0] * _min
        self.x_key = 0
        self.share = [0] * _max
        self.chall = 0
        self.secret = 0
        self.online = 0
```

Trong đó, mỗi member sẽ có:

- _name: id định danh các user trong tổ chức
- _min: số lượng hệ số của đa thức bí mật
- _max: số lượng share secret tối đa nhận được (tương ứng số member trong party)

- p_once: public nonce
- s_once: secret nonce
- p_key: public key
- s_poly: đa thức bí mật có [0] là private key
- x_key: challenge private key
- share: mảng chứa các nghiệm bí mật tính được từ đa thức bí mật của các user còn lại
- chall: giá trị challenge được tính từ H(L, Pi)
- online: biến xác định xem member đó có tham gia vào quá trình sign hay không

```
class Party():
    def __init__(self, _min: int, _max: int):
        self.people = [fool]
        self.signable = False
        self.now_size = 1
        self.max_size = 1 + _max
        self.min_size = 0 + _min
        self.storage = []
```

Trong đó:
- _min: số lượng người cần tối thiểu cho quá trình kí
- _max: số lượng người tối đa trong party
- signable: biến xác định xem party có đủ điều kiện để tạo chữ kí hay không (demo)
- people: mảng chứa các member (có fool là biến dummy, để set index bắt đầu là 1)
- storage: mảng lưu các thôn tin được broadcast giữa các member trong tổ chức

Các hàm quan trọng:

```
def create_user(self, _name: str):
    if self.now_size == self.max_size: return False
    user = Member(_name, self.min_size, self.max_size)
    self.people.append(user)
    self.now_size = len(self.people)
    return self.people[self.now_size - 1].gen_private_poly()
```

Khi 1 member được thêm vào party, member đó sẽ tự sinh ra đa thức bí mật có private key tại [0] và suy ra public key. Việc return chỉ mang tính chất demo và hiển thị lên giao diện để phục vụ mục đích kiểm tra thuật toán.

```python
def setup_group(self):
    if self.now_size != self.max_size:
        return False
    self.set_private_chall()
    self.broadcast_obfused_poly()
    self.each_share_secret()
    self.signable = self.check_share_secret()
    return self.signable
```

Khi đã đủ số lượng member. Đầu tiên mỗi người sẽ tự tính challenge của bản thân. Giá trị challenge sẽ được nhân với private key để tạo thành challenge private key (master key)

```python
def set_private_chall(self):
    group_addr = self.get_all_address()
    group_hash = hash_multiset(group_addr)
    for i in range(1, self.max_size):
        self.people[i].set_master_key(group_hash)
```

```python
def set_master_key(self, group_hash: bytes):
    _chall = hash_aggregate(group_hash, self.p_key)
    _chall = bytes_to_long(_chall)
    self.chall = _chall
    self.x_key = self.s_poly[0] * _chall % N
```

Sau đó là broadcast các hệ số của đa thức bí mật của bản thân (đã obfuscated)

```python
def broadcast_obfused_poly(self):
    self.storage = [[]]
    for i, user in enumerate(self.people):
        if i == 0: continue
        obs_poly = user.obfuscate_poly()
        self.storage.append(obs_poly)
```

```python
def obfuscate_poly(self) -> list[Point]:
    result = []
    for coef in self.s_poly:
        obfs = coef * G
        result.append(obfs)
    result[0] *= self.chall
    return result
```

Tiếp đến là tính các nghiệm bí mật và trao đổi trực tiếp qua kênh truyền bí mật. Việc trao đổi thông tin giữa 2 user chỉ được code minh họa ở mức demo, đủ để kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán. Trên mạng blockchain thực tế, sẽ là kết nối peer to peer giữa 2 node.

```
def each_share_secret(self):
    for j in range(1, self.max_size):
        for i in range(1, self.max_size):
            y_value = self.people[i].gen_secret_share(j)
            self.people[j].recv_secret_share(y_value, i)
```

```
def gen_secret_share(self, j: int) -> int:
    order = len(self.s_poly)
    y_value = self.x_key
    for i in range(1, order):
        y_value += self.s_poly[i] * j % N
        j = j * j
    return y_value % N


def recv_secret_share(self, y_value: int, i: int):
    self.share[i] = y_value
```

Cuối cùng, các member sẽ kiểm tra tính chính xác của các nghiệm bí mật đã nhận được bằng cách sử dụng các thông tin obfuscated về đa thức đã được broadcast

```
def check_share_secret(self):
    for i, user in enumerate(self.people):
        if i == 0: continue
        if True != user.verify_obfuscation(i, self.storage):
            return False
        user.sum_secret_share()
    return True
```

```
def verify_obfuscation(self, index: int, obs: list[list[Point]]):
    size = len(self.share)
    for i in range(1, size):
        if i == index: continue
        y = obs[i][0]
        x = index
        for j in range(1, len(obs[i])):
            y = y + x * obs[i][j]
            x = x * x
        if y != self.share[i] * G: return False
    return True
```

Sau khi có đủ các nghiệm bí mật, và xác nhận là đúng, mỗi user sẽ tính tổng để tìm ra nghiệm bí mật của đa thức tổng hợp

```
def sum_secret_share(self):
    size = len(self.share)
    self.secret = 0
    for i in range(1, size):
        self.secret += self.share[i]
        self.secret %= N
```

Từ 1 nghiệm bí mật, mỗi user sẽ tính được 1 phần trong k phần của private key tương ứng với public key nhóm, bằng cách sử dụng công thức nội suy Lagrange

```
def lagrange_interpolate(self, index: int, group: list[int]):
    f0 = 1
    for other in group:
        if other == index: continue
        iv = pow(index - other, -1, N)
        f0 = f0 * iv * - other % N
    f0 = f0 * self.secret % N
    return f0
```

Quá trình kí sẽ diễn ra như sau:

```
def sign_message(self, message: str):
    subset = self.count_signers()
    if len(subset) < self.min_size: return False
    subset = subset[:self.min_size]

    p = self.rebuild_group_pkey(subset)
    assert p == self.true_group_pkey()

    r = self.public_group_nonce(subset)
    e = hash_signature(p, r, message)
    s = self.create_signature(e, subset)

    assert True == self.clear_all_nonce()
    return (p, r, s)
```

Đầu tiên là kiểm tra số lượng member đủ điều kiện để kí. User đó phải online và có public nonce khác rỗng. Nếu đủ số lượng người như yêu cầu tối thiểu thì tiếp tục.

```
def count_signers(self) -> list[int]:
    if self.signable == False: return []
    result = []
    for i, user in enumerate(self.people):
        if user.p_once != E.INF and user.online == True:
            result.append(i)
    return result
```

Tạo lại từng phần của group public key chỉ dựa vào k người.

```
def rebuild_group_pkey(self, subset: list[int]) -> Point:
    pk_group = E.INF
    for signer in subset:
        pi_piece = self.people[signer].get_pkey_piece(signer, subset)
        pk_group = pk_group + pi_piece
    return pk_group
```

```
def get_pkey_piece(self, index: int, group: list[int]) -> Point:
    f0 = self.lagrange_interpolate(index, group)
    return G * f0
```

Để kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán, ta sẽ so sánh lại với giá trị public key được tạo khi đủ N người. Trên thực tế, từ các thông tin đã được broadcast, mỗi user hoàn toàn có thể tự tính được public key để phục vụ cho quá trình tạo chữ kí.

```
def true_group_pkey(self) -> Point:
    pk_group = E.INF
    for user in self.people:
        pk_group = pk_group + user.p_key * user.chall
    return pk_group
```

Sau đó là tính nonce R tổng hợp từ k người tham gia vào quá trình kí

```
def public_group_nonce(self, subset: list[int]) -> Point:
    r_nonce = E.INF
    for signer in subset:
        r_nonce += self.people[signer].p_once
    return r_nonce
```

Mỗi user sẽ tính 1 phần của chữ kí s và kết hợp để tạo ra chữ kí duy nhất dưới định danh của toàn bộ nhóm. Việc kí sẽ yêu cầu thêm common challenge e

```python
def create_signature(self, e: bytes, subset: list[int]):
    v_sign = 0
    for signer in subset:
        v_sign += self.people[signer].sign_challenge(e, signer, subset)
        v_sign %= N
    return v_sign
```

```python
def sign_challenge(self, e: bytes, index: int, group: list[int]):
    f0 = self.lagrange_interpolate(index, group)
    Si = self.s_once + f0 * bytes_to_long(e) % N
    return Si % N
```

VI. DEMO:

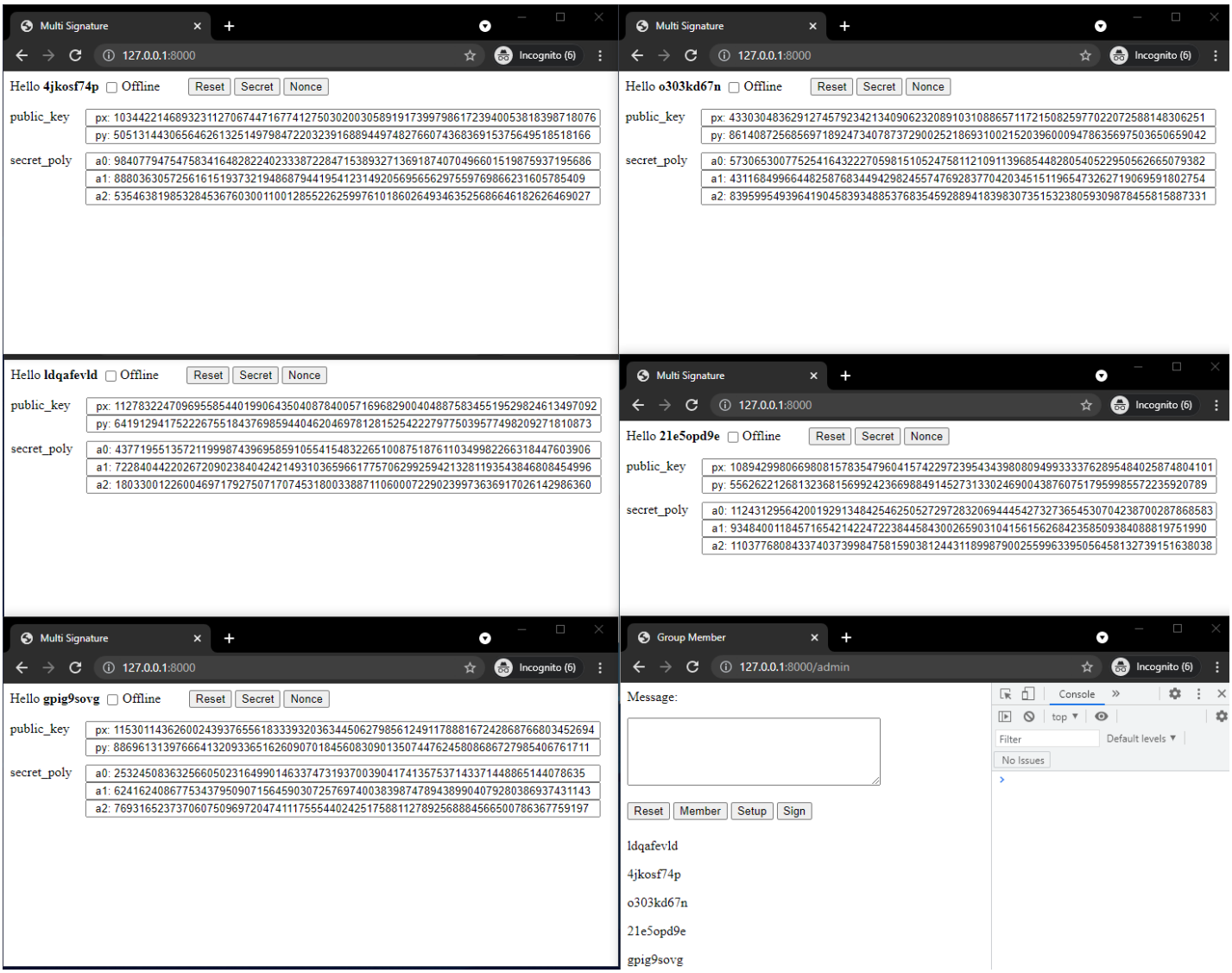
Nhóm sẽ demo trên đường cong NIST P256

Đầu tiên chạy lệnh: python main.py runserver

```
PS D:\Aspire\Desktop\Github\multisig> python .\main.py runserver
Watching for file changes with StatReloader
Performing system checks...

System check identified no issues (0 silenced).
July 10, 2021 - 18:03:43
Django version 3.2.5, using settings 'mysite.settings'
Starting development server at http://127.0.0.1:8000/
Quit the server with CTRL-BREAK.
```

Sau đó spawn ra 5 cửa số tương ứng với 5 member:

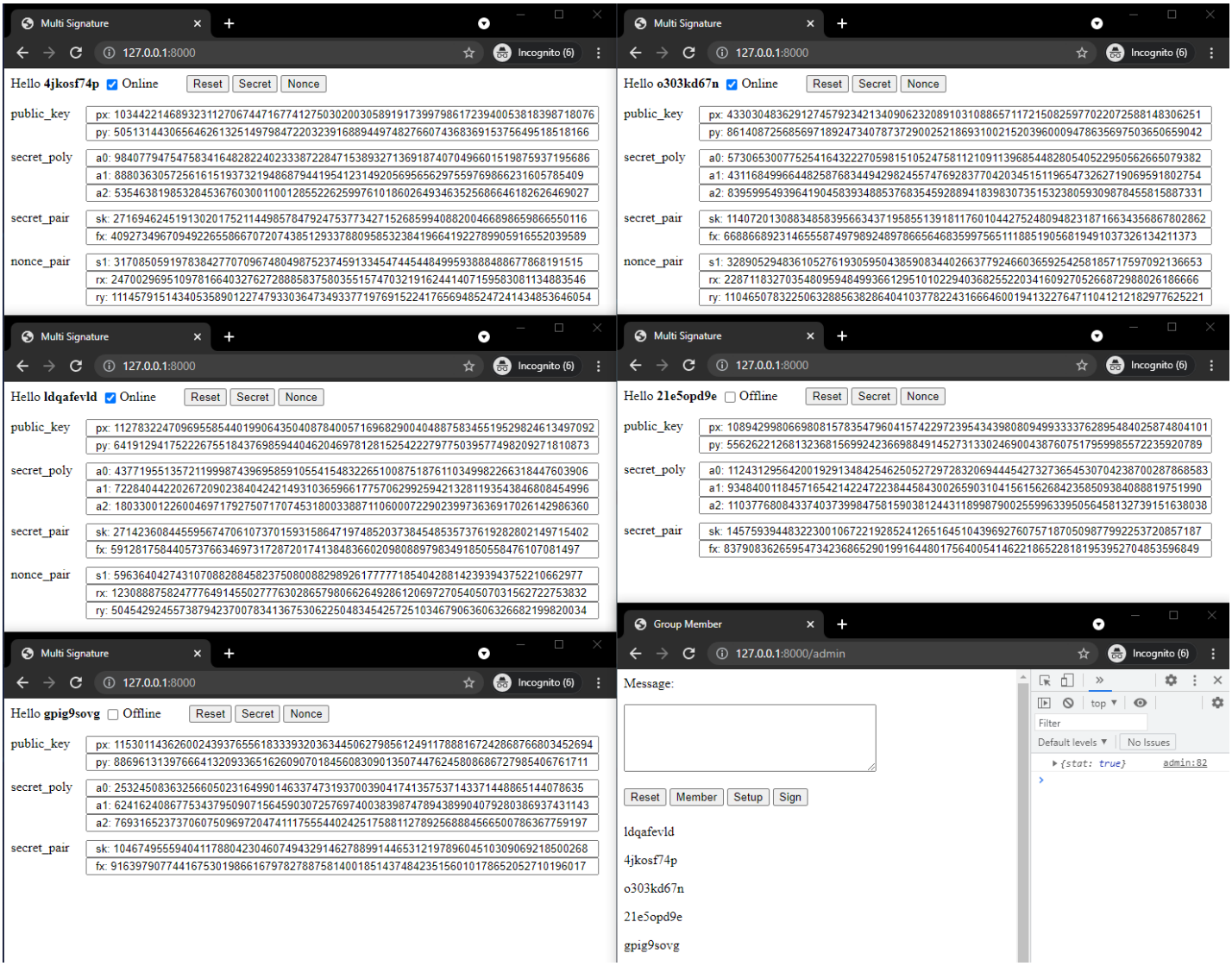


Trang user sẽ có các tương tác như:

- Reset: Nhấn để tạo mới user trong nhóm, xoá user cũ khỏi nhóm
- Secret: Nhấn để xem các giá trị secret như private key và nghiệm bí mật
- Nonce: Nhấn để tạo mới nonce sau mỗi lần kí

Trang admin được làm ra với mục đích demo:

- Member: Nhấn để hiện thông tin về các member
- Reset: Nhấn để xoá toàn bộ member trong nhóm
- Setup: Nhấn để thực hiện quá trình trao đổi và xác minh nghiệm bí mật giữa các user
- Sign: Nhấn để tạo chữ kí cho văn bản đã điền ở phần message box



Sau khi đã tạo đủ 5 user, nhấn setup ở phần trang admin để quá trình trao đổi nghiệm được diễn ra. Kết quả là {stat: true} báo hiệu đã setup thành công. Khi đó nhấn secret để xem giá trị của 2 secret key quan trọng. Đó là challenge private key (sk) và nghiệm bí mật (fx) tương ứng với x là thứ tự của user được hiện lên trong danh sách.

Quá trình kí sẽ yêu cầu 3 user online và 3 user đó cần tạo nonce. Chọn 3 user bất kì. Sau đó nhập văn bản cần tạo chữ kí.

Message:

multi signature 18TN

Reset | Member | Setup | Sign

ldqafevld

4jkosf74p

o303kd67n

21e5opd9e

gpig9sovg

p_key

px: 279191921703013488026136751709668853946316568846187813729749525751629350896 5

py: 107526539591255688909665667292973432197722503311862253684497296161953560574 81

r_once

rx: 250993589789835548482388415936579401437264387947619323206569380459069048814 55

ry: 191621871168711102638974101834269343278467242838878718019003490955243185962 25

v_sign

s: 28796573032610260297090403943384922118949029022494040632249919345822091842259

Các kết quả trên có thể được xác minh độc lập bằng đoạn code ngắn như sau:

```
from demo.curve import *



px = 279191921703013488026136751709668853946316568846187813729749525751629350896 5
py = 107526539591255688909665667292973432197722503311862253684497296161953560574 81

rx = 250993589789835548482388415936579401437264387947619323206569380459069048814 55
ry = 191621871168711102638974101834269343278467242838878718019003490955243185962 25

s = 28796573032610260297090403943384922118949029022494040632249919345822091842259


P = Point(px, py, E)
R = Point(rx, ry, E)
e = hash_signature(P, R, 'multi signature 18TN')
e = bytes_to_long(e)


print(s * G == R + P * e)
```

```
PROBLEMS  OUTPUT  TERMINAL  DEBUG CONSOLE

PS D:\Aspire\Desktop\Github\multisig> python .\verify.py
True
PS D:\Aspire\Desktop\Github\multisig>
```

VII. Tài liệu tham khảo:

The MuSig Schnorr Signature Scheme

Threshold Signatures and Accountability

Shared Secrets and Threshold Signatures