

# Digitaltechnik

## Kapitel 7a: Schaltnetze und Schaltwerke

Prof. Jürgen Becker

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)

08.01.2026

## Definition (angelehnt an DIN IEC 748)

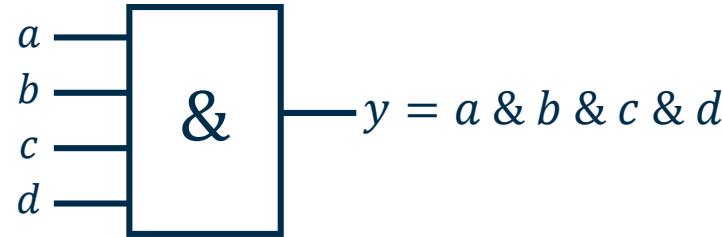
Ein **Schaltnetz** ist eine Digitalschaltung, in der es für jede mögliche Kombination von digitalen Signalen an den Eingängen eine – und nur eine – Kombination von digitalen Signalen gibt.

- Notwendig: für jeden Operatortyp eine **passende technische Realisierung**
- Schaltglieder (**Gatter**) für Konjunktion, Disjunktion und Negation

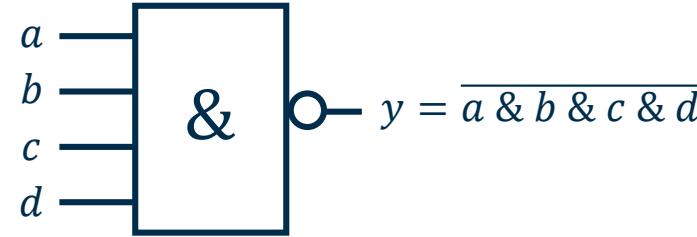
# Schaltzeichen nach der Norm DIN 40900



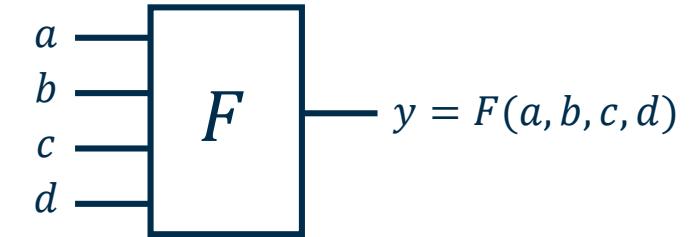
**AND-Gatter:**



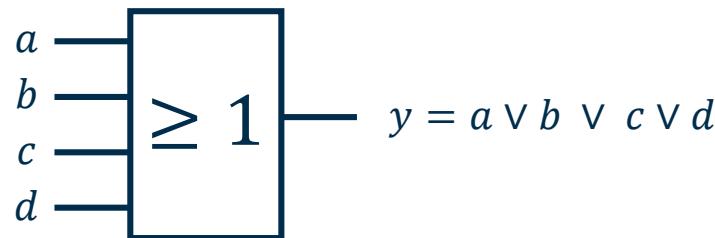
**NAND-Gatter:**



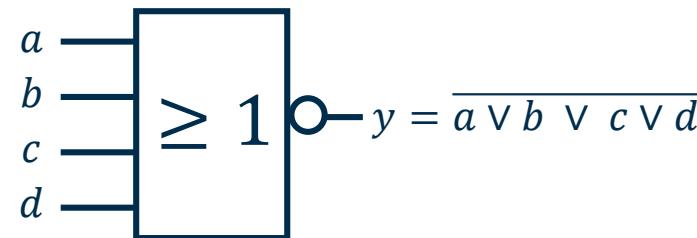
**Beliebige Funktion:**



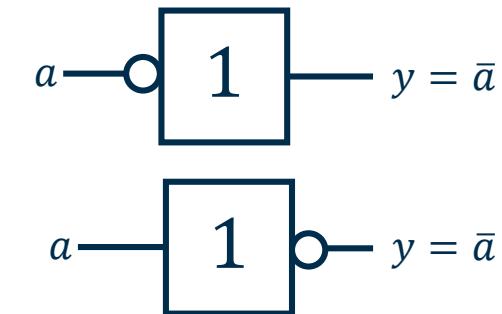
**OR-Gatter:**



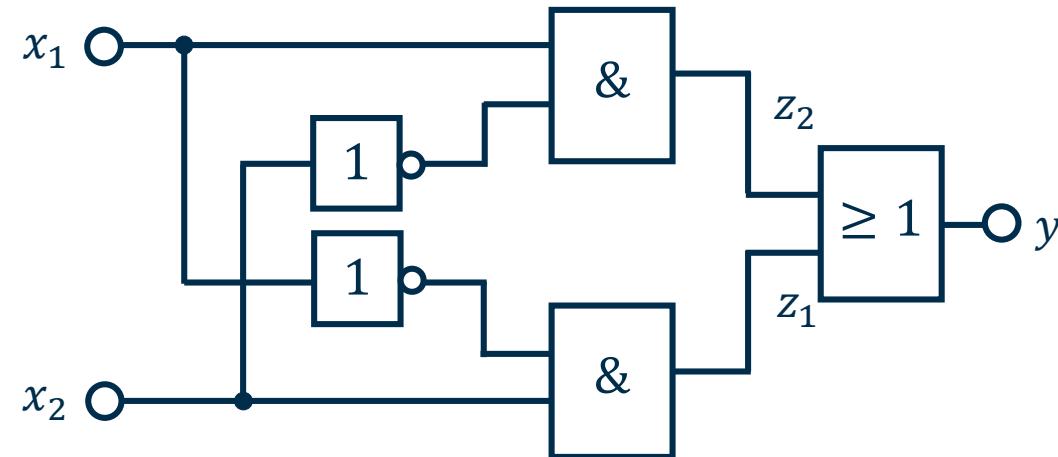
**NOR-Gatter:**



**Negationsgatter:**



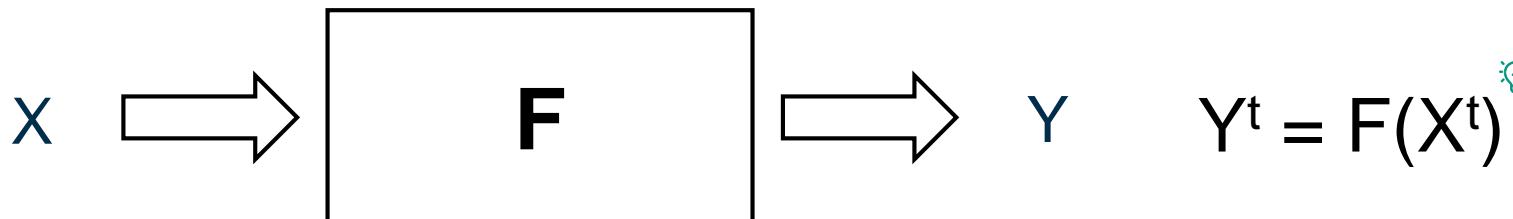
- In der Regel bestehen logische Ausdrücke aus mehr als einem Operator
- Aus den logischen Ausdrücken kann unmittelbar eine **Konstruktionsvorschrift** für Digitalschaltungen erstellt werden
- Die maximale Anzahl von Schaltgliedern von den Eingängen zum Ausgang wird **Stufenzahl** oder **Tiefe** der Schaltung genannt (Inverter werden nicht gezählt)
- **Beispiel:**  $y = (x_2 \& \overline{x}_1) \vee (\overline{x}_2 \& x_1) = [z_2 \vee z_1]$



## Definition (nach DIN IEC 748 Teil 2)

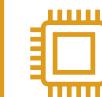
Ein **Schaltnetz** ist eine Digitalschaltung, in der es für jede mögliche Kombination von digitalen Signalen an den Eingängen eine – und nur eine – Kombination von digitalen Signalen an den Ausgängen gibt

- Schaltnetze sind Schaltungen, die unmittelbar einem Strukturausdruck entsprechen
- Die Ausgänge hängen **nur von den Signalen an den Eingängen** ab
  - Hierbei werden Schaltzeiten der Logik-Gatter und Signallaufzeiten zunächst vernachlässigt



 <sup>t</sup> ist hier ein Hinweis darauf, dass  $Y$  zeitlich unmittelbar aus  $X$  folgt

1. Umsetzung der **verbalen Aufgabenstellung** in eine formale Form, z.B eine **Funktionstabelle**
2. Bildung einer **Normalform**; Bildung einer vollständigen Blocküberdeckung
3. Bildung einer **Minimalform** (z.B. mit S-Diagramm oder Nelson/Patrick)
4. Umformung in das gewählte **Basissystem**
5. Umformung in den **Strukturausdruck**
6. Umsetzen in das entsprechende **Schaltnetz**
  - (Unter Umständen sind nicht alle Schritte notwendig)



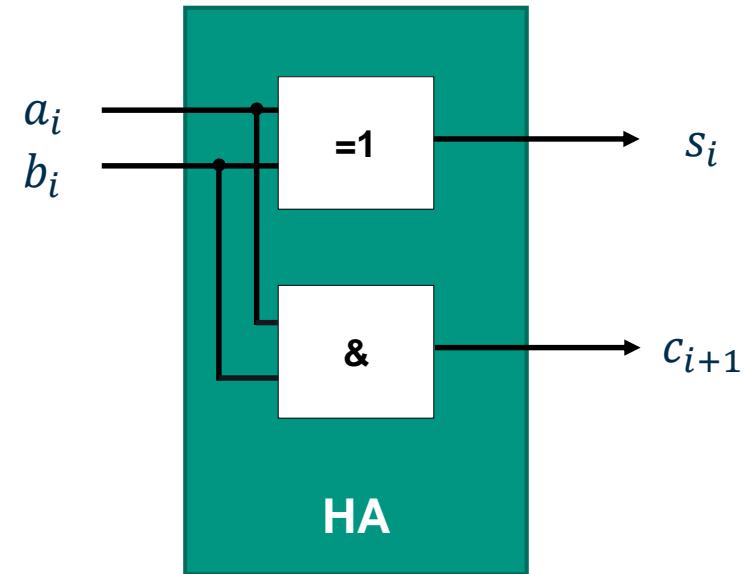
In Challenge 2 wird mit diesem Ablauf die Ansteuerung einer 7-Segment Anzeige entworfen.

# Schaltnetzbeispiel: Addiererbaustein

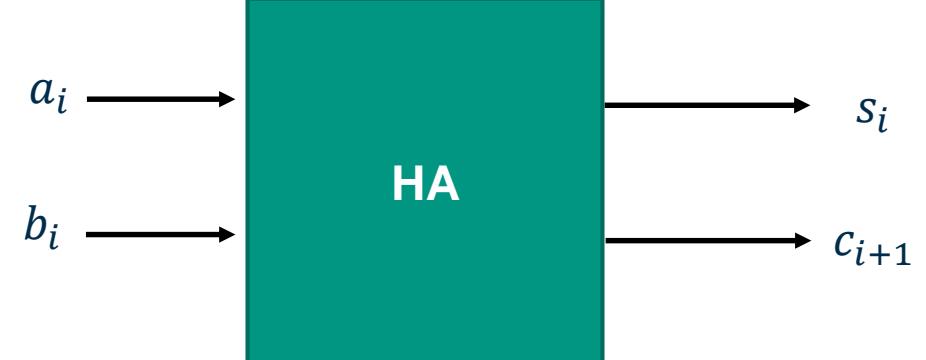
- Digitale Systeme sollen nicht nur **logische** sondern auch **arithmetische Operationen** ausführen können
  - z.B. Addition, Subtraktion, Multiplikation
- Hierfür benötigen wir Grundbausteine, die diese Operationen realisieren
- **Addierer** sind Schaltungen, die uns ermöglichen digital eine Addition durchzuführen
- Es gibt verschiedene **Addiererstrukturen**, die sich in Laufzeit und Kosten (Gatteranzahl) unterscheiden

# Schaltnetzbeispiel: Halbaddierer

- Summieren die beiden **Eingangsbits**  $a_i$  und  $b_i$  und legen die **Summe** auf den Ausgang  $s_i$
- Zusätzlich wird ein **Übertragsbit**  $c_{i+1}$  erzeugt



$a_i$	$b_i$	$s_i$	$c_{i+1}$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

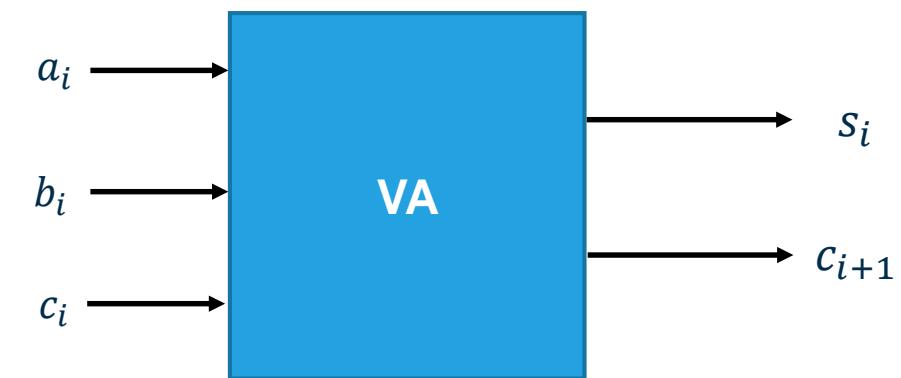
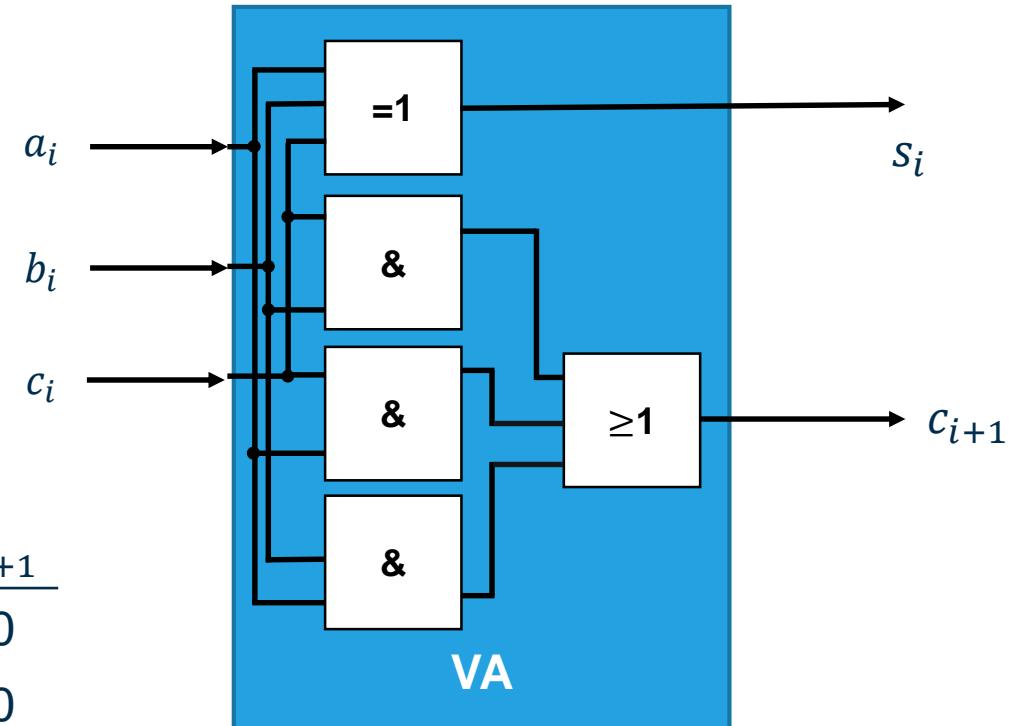


# Schaltnetzbeispiel: Volladdierer

- Besitzen zusätzlich einen **Übertrageingang** und sind somit in der Lage, vorhergehende Stellen in die Berechnung einzubeziehen

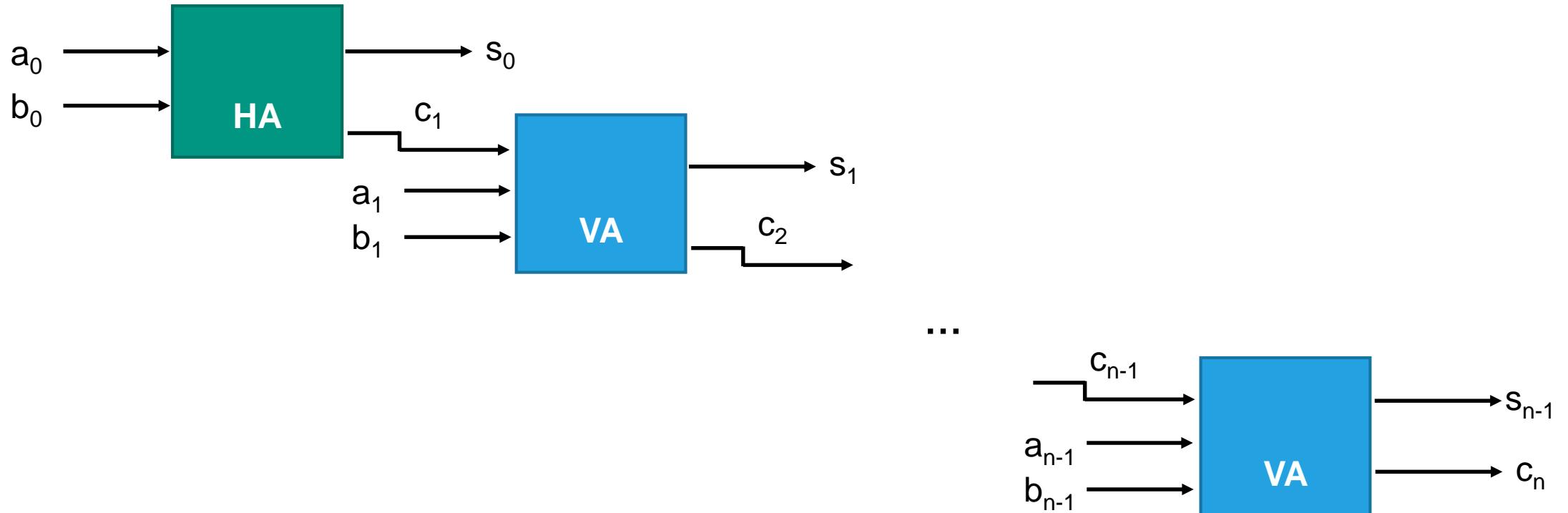
$$\begin{aligned} \text{■ } s_i &= a_i \oplus b_i \oplus c_i \\ \text{■ } c_{i+1} &= a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_i + b_i \cdot c_i \end{aligned}$$

$a_i$	$b_i$	$c_i$	$s_i$	$c_{i+1}$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



# Schaltnetzbeispiel: n-Bit Ripple-Carry-Addierer

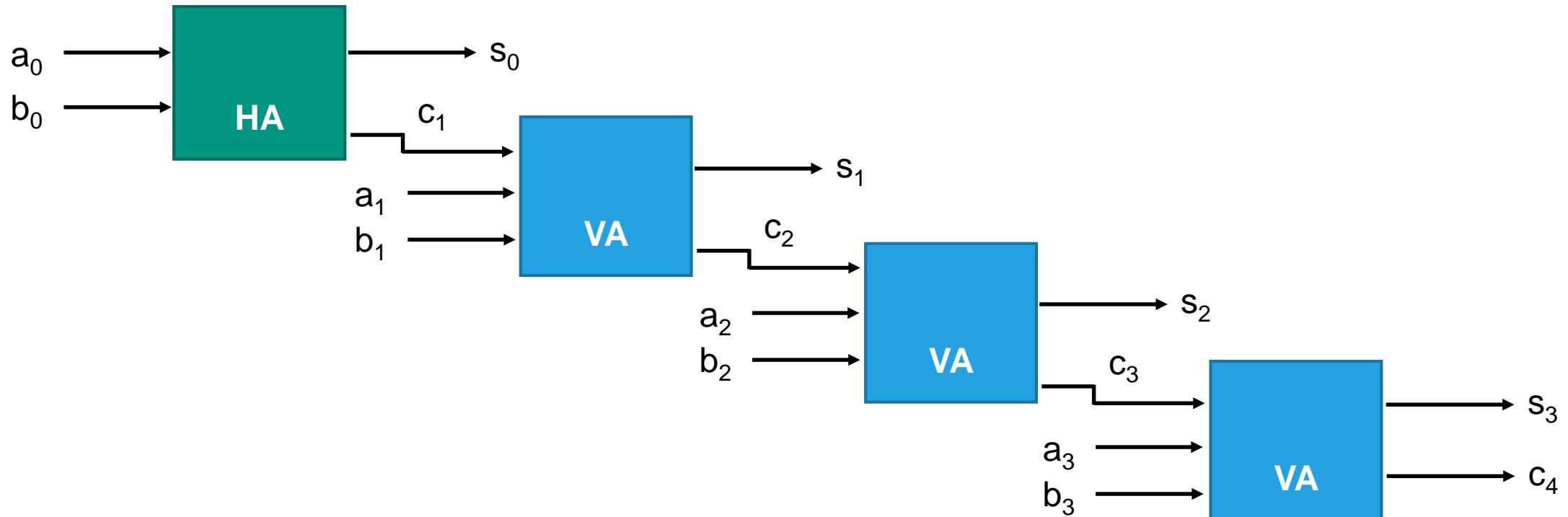
- 1. Baustein ist ein HA, die darauffolgenden sind VAs



# Schaltnetzbeispiel: 4-Bit Ripple-Carry-Addierer

- **Nachteil:** sehr langer kritischer Pfad
- Die Laufzeit beträgt  $2n$  Gatter für die Berechnung von  $c_n$

Weitere Ansätze, z. B. der Carry-Look-Ahead Adder, werden in „Mikroelektronische Schaltungen und Systeme“ (**MSS**) behandelt.

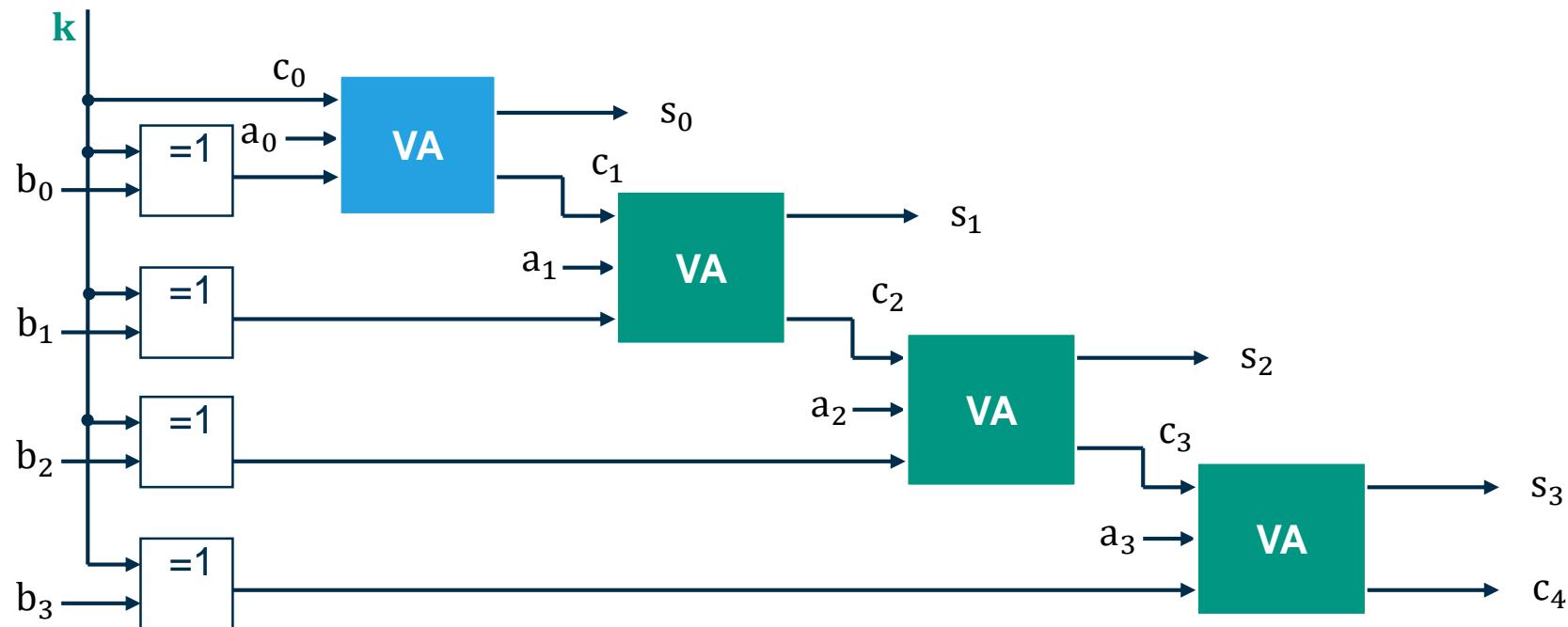


# Schaltnetzbeispiel: Subtrahiererbaustein

- Die Subtraktion lässt sich auf die Addition des **K2-Komplements** zurückführen
- Dies bedeutet die **bitweise Negation** und Addition einer 1
- Für einen **kombinierten Addierer/Subtrahierer** lässt sich die bitweise Negation über **XOR** steuern

# Schaltnetzbeispiel: Subtrahierbaustein

- Beispiel: 4-Bit Addierer/**Subtrahierer**
- Addierer mit  $k=0$ , **Subtrahierer** mit  $k=1$



- Anwendung schaltalgebraischer Regeln auf logische Ausdrücke erlaubt **vielfältige Formen für Schaltnetze**
  - Im Allgemeinen ist dann kein durchgängiges Ordnungsprinzip erkennbar („*krause Logik*“)
  - Bei **komplexen Schaltnetzen**: unübersichtliche und teilweise schwierige Verhältnisse
- Wir benötigen eine übersichtliche Methode zur **schnellen** und **kostengünstigen** Realisierung von Schaltnetzen in Form integrierter Schaltungen (ICs)
- **Grundprinzip**: Weglassen/Hinzufügen von Signalverbindungen in universell nutzbaren Hardwarestrukturen (Matrizen)
  - Minterm bzw. Maxtermorientiert (DNF/KNF)
  - Blockorientiert (DMF/KMF)

# Normalformorientierte Struktur von Schaltnetzen

## ▪ Normalformorientierte Struktur (DNF):

- $2^n$  UND-Glieder in der ersten Stufe und ein bzw. mehrere ODER-Glieder in der zweiten Stufe

## ▪ Möglichkeiten zur Programmierung:

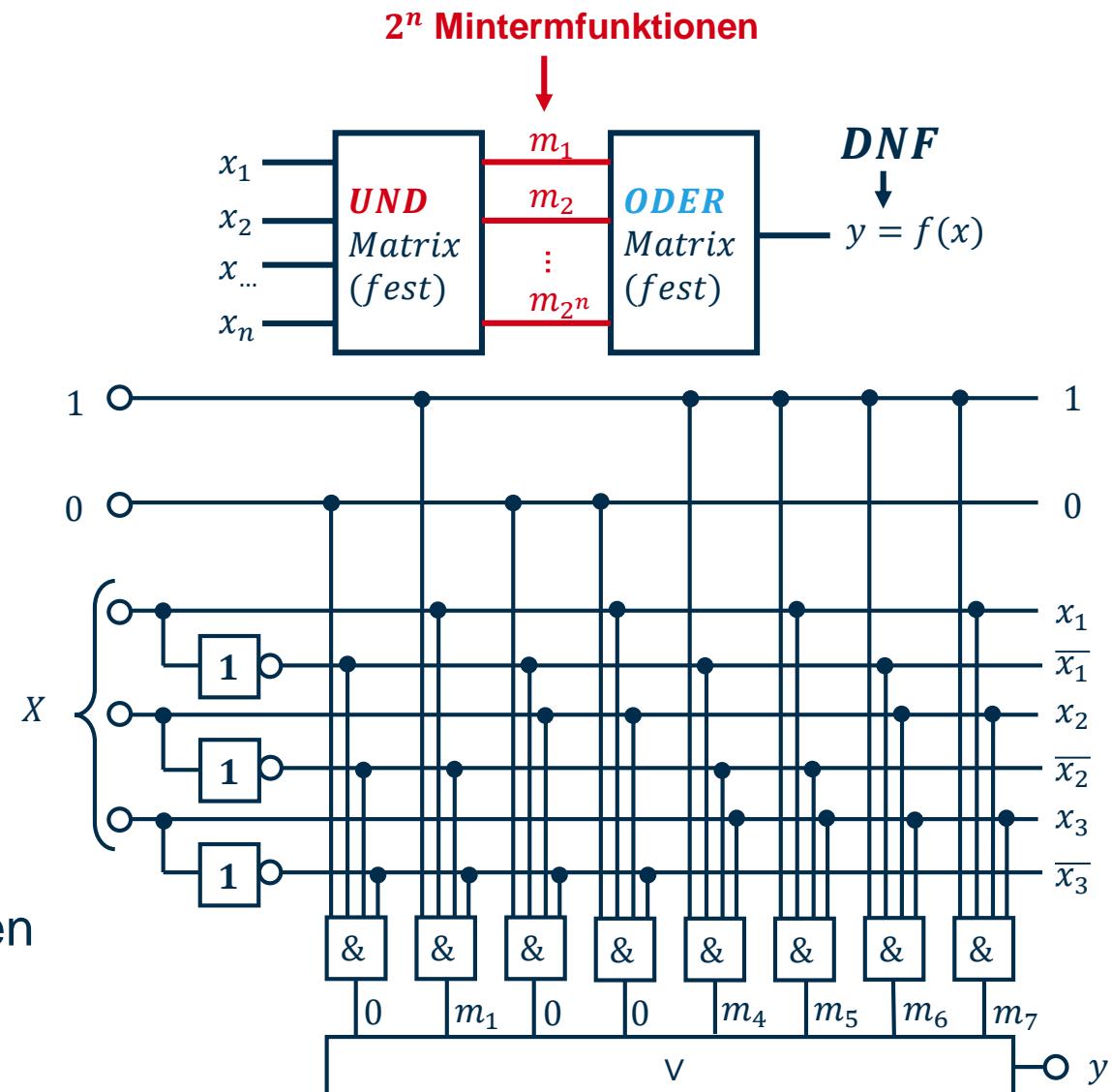
1. Einfluss: **Bilden** der **Minterme** (1. Stufe)
2. Einfluss: **Einkoppeln** der **Minterme** (2. Stufe)

## ▪ Beispiel 1: ULA (Universal Logic Array)

$$y = m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$$

## ▪ Programmierung über die 1. Stufe:

- Konjunktive Verknüpfung der Minterme  $m_j$  mit 0 oder 1, um Wirkung ein- bzw. auszuschalten



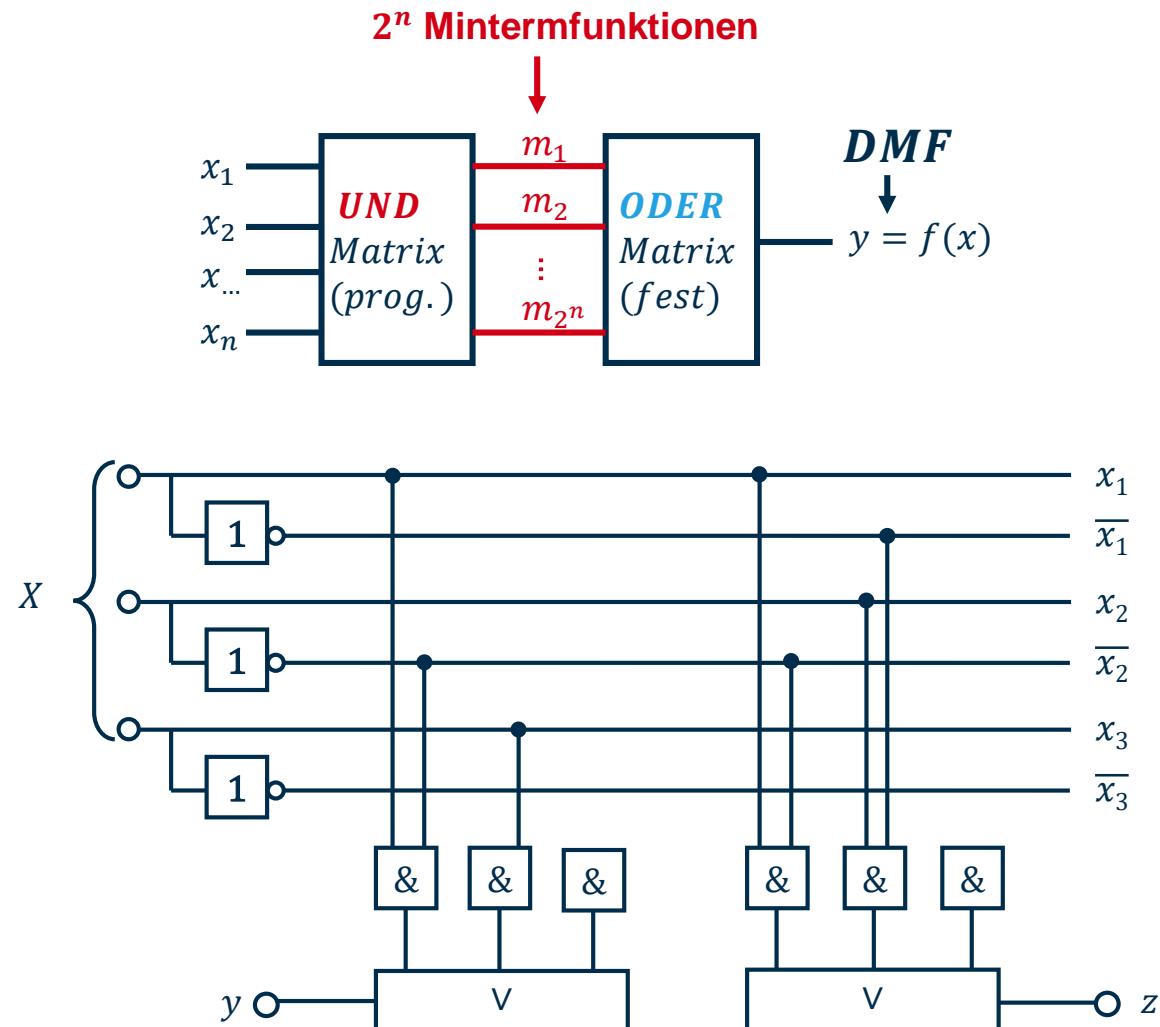
# Blockorientierte Struktur von Schaltnetzen

## ■ Blockorientierte Struktur (DMF):

- $< 2^n$  UND-Glieder in der ersten Stufe und ein bzw. mehrere ODER-Glieder in der zweiten Stufe
- **Möglichkeiten zur Programmierung:**
  1. Nur über die UND-Matrix (PAL-Baustein)
  2. UND- und ODER-Matrix (PLA-Baustein)

## ■ Beispiel 2: PAL (Programmable Array Logic)

- $y = (\bar{x}_2 \& x_1) \vee (x_3)$
- $z = (\bar{x}_2 \& x_1) \vee (x_2 \& \bar{x}_1)$
- → Da die Gruppierung der UND-Verknüpfungen fest vorgegeben ist, muss der identische Term  $(\bar{x}_2 \& x_1)$  doppelt realisiert werden

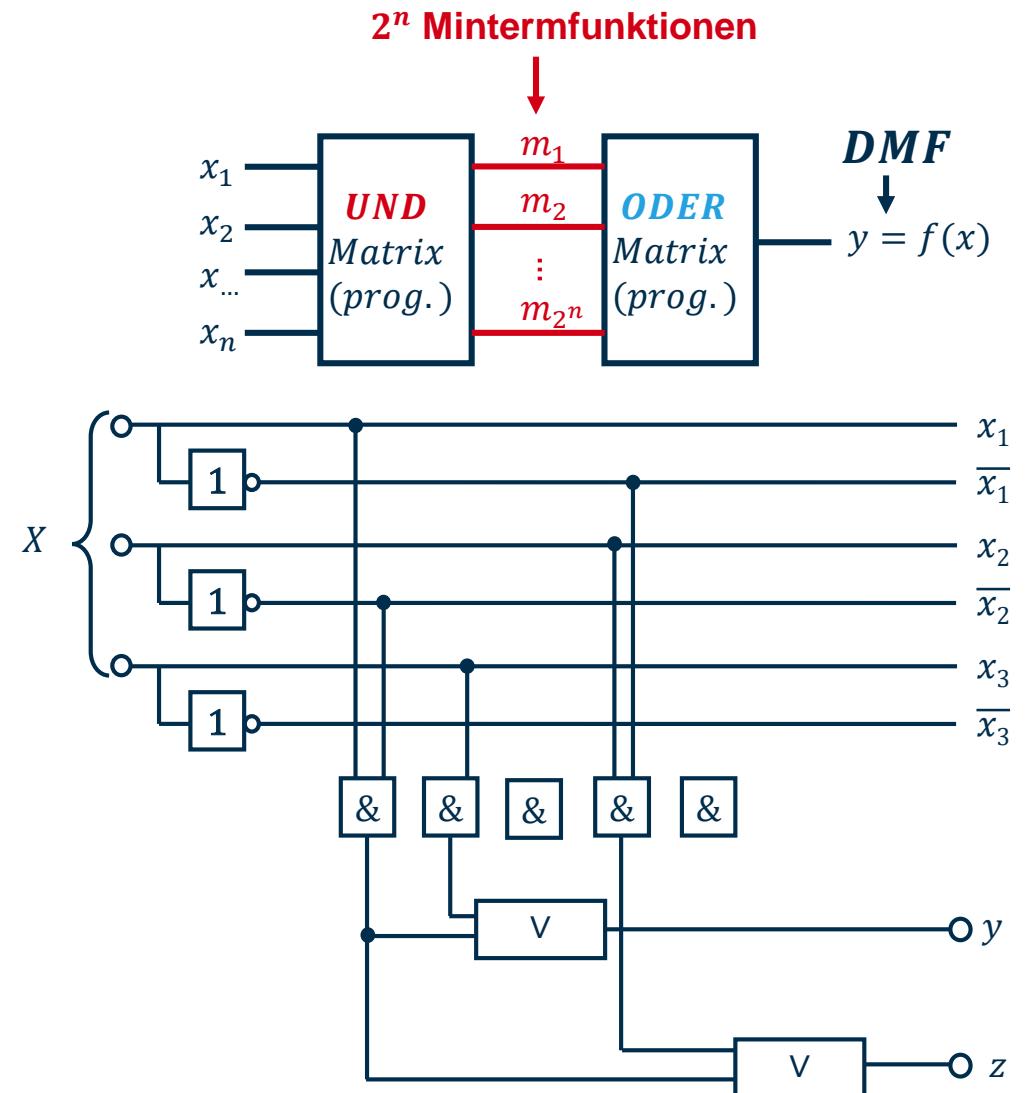


# Blockorientierte Struktur von Schaltnetzen



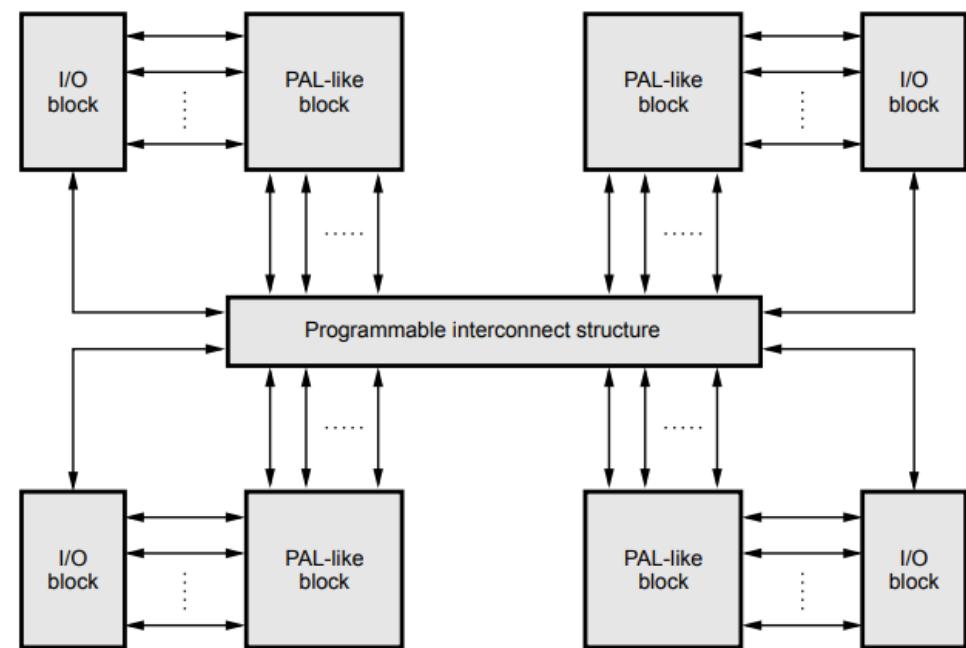
## ■ Beispiel 3: PLA (Programmable Logic Array)

- $y = (\overline{x_2} \wedge x_1) \vee (x_3)$
- $z = (\overline{x_2} \wedge x_1) \vee (x_2 \wedge \overline{x_1})$
- → Da hier **beide** Matrizen beeinflussbar sind, kann der Term  $(\overline{x_2} \wedge x_1)$  in beiden ODER-Matrizen verwendet werden



# CPLD (Complex Programmable Logic Device)

- Enthält mehrere Function Blocks (FBs)
  - PAL-ähnliche Bauteile
- Jeder FB besitzt mehrere Macrocells
- Zentrale Interconnect-Matrix verbindet FBs und I/Os
- Eigenschaften:
  - Deterministische Signaldurchlaufzeit
  - „Instant-On“ Verhalten
  - Geringer Stromverbrauch

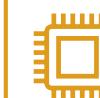


# Entwicklung programmierbarer Logik

- **PLA/PAL**, ab den 1970er Jahren
  - Erste Realisierungen programmierbare Hardware
  - Sind inzwischen durch CPLDs und FPGAs ersetzt worden
- **CPLD (Complex Programmable Logic Device)**, 1988
  - Technologischer Nachfolger von PAL/PLA
  - Heutzutage verwendet für einfache, deterministische Steuer- und Glue-Logic
- **FPGA (Field Programmable Gate Array)**, 1985
  - Array aus Configurable Logic Blocks (CLBs)
  - Heutzutage verwendet für hochgradig parallele, flexible Hardwarebeschleunigung



FPGAs werden z. B. in **MSS** behandelt und in diversen Mastervorlesungen bzw. Praktika vertieft.



Wenn Sie den Hardwaretest der Challenges 1-3 auf dem Zedboard durchführen, programmieren Sie durch den generierten Bitstream einen **FPGA**

# Automaten: Motivation

## ▪ Bisher wurden Schalnetze behandelt:

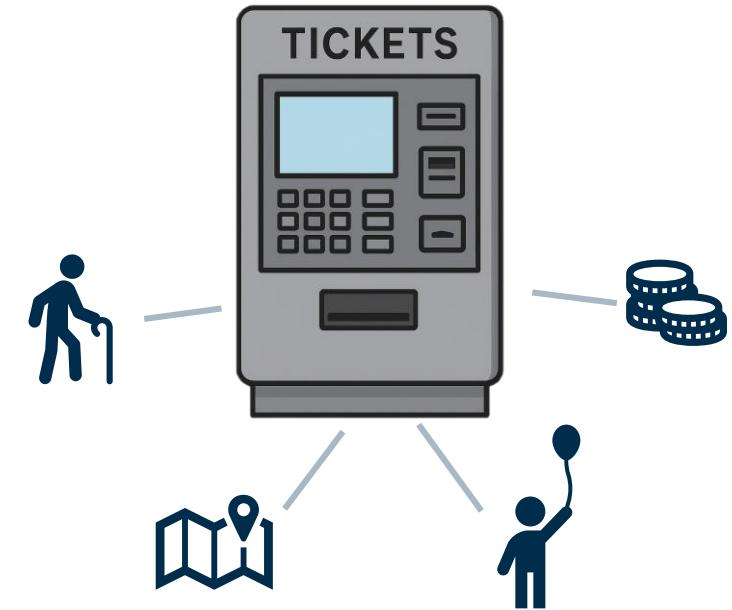
- Ermöglichen die Bildung von Ausgangsgrößen unmittelbar aus Eingangsgrößen
- **Maximal sinnvolle Größe** der Schalnetze ist jedoch aus wirtschaftlichen und technischen Gründen beschränkt

## ▪ Beispiel: Fahrkartautomat

- **Eingangswerte:** Münzgröße/Scheine, Entfernung, Sondertarif, Kind/Erwachsene

## ▪ Realisierung als Schalnetz:

- Es müssten entweder alle vier Eingaben **zeitgleich** betätigt werden oder ein Tastensatz verfügbar sein, dessen Mächtigkeit gleich der des **kartesischen Produktes aller Mengen** ist, um alle Kombinationen abzubilden



**Geldeinwurf**  $G = \{0,5 \text{ €} \cdot k \mid k \in \mathbb{N}, k < 100\}$

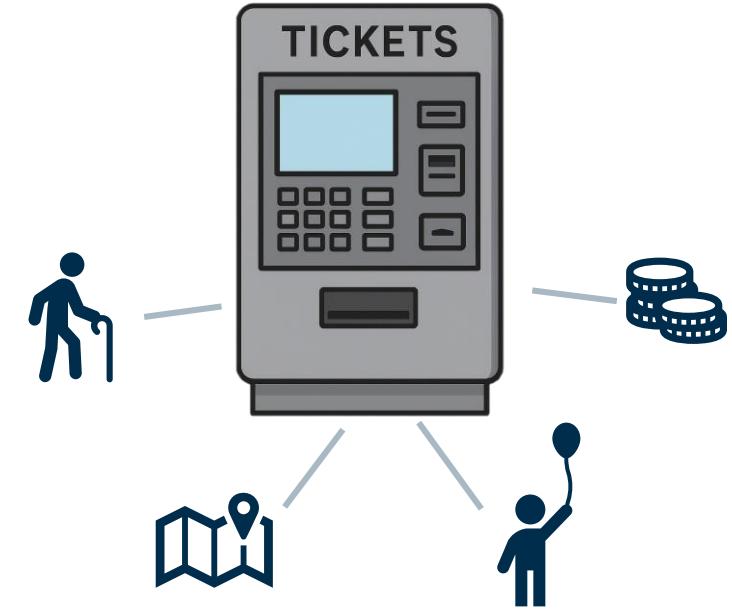
**Wabenanzahl**  $W = \{1,2,3,4,5\}$

**Ermäßigung**  $E = \{\text{ja, nein}\}$

**Kind**  $K = \{\text{ja, nein}\}$

# Automaten: Motivation

- **Reales Verhalten eines Fahrkartautomaten:**
  - Die **Eingabe** einzelner Parameter erfolgt **nacheinander**
- → Dies entspricht einem **neuen Verarbeitungskonzept**, bei dem die Mächtigkeit des Eingabealphabets reduziert und die Komplexität der Ausgabegröße in eine andere Dimension verlagert wird
- Es werden vorherige **Eingaben gespeichert** und **Zustände** verwendet



**Geldeinwurf**  $G = \{0,5 \text{ €} \cdot k \mid k \in \mathbb{N}, k < 100\}$

**Wabenanzahl**  $W = \{1,2,3,4,5\}$

**Ermäßigung**  $E = \{\text{ja, nein}\}$

**Kind**  $K = \{\text{ja, nein}\}$

# Automaten: Allgemein

## ■ Verallgemeinerung des Problems:

- Endliches **Eingabealphabet**:  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_g, \dots, E_u\}$
- Endliches **Ausgabealphabet**:  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_h, \dots, A_v\}$
- **Einheit AT**, die die **zeitliche Folge** von Elementen des **Eingabealphabets  $F_E$**  in eine **zeitliche Folge** von Elementen des **Ausgabealphabets  $F_A$**  abbildet



## ■ **Einführung eines Ordnungsindizes $v$** zur Unterscheidung **zeitlicher** Reihung:

$$F_E = E_g^v E_g^{v-1} E_g^{v-2} \dots \quad F_A = A_h^v A_h^{v-1} A_h^{v-2} \dots$$

## ■ Für die **Einheit AT** gilt: $A_h^v = f(E_g^v, E_g^{v-1}, E_g^{v-2}, \dots, E_g^{v-\alpha})$

- Insgesamt werden  **$\alpha + 1$  Elemente** des Eingabealphabets beobachtet
- $\alpha$  ist die **zeitliche Tiefe** der Verarbeitung



  $\alpha \geq 1$ ,  $\alpha = 0$  wäre der Sonderfall eines Schaltnetzes

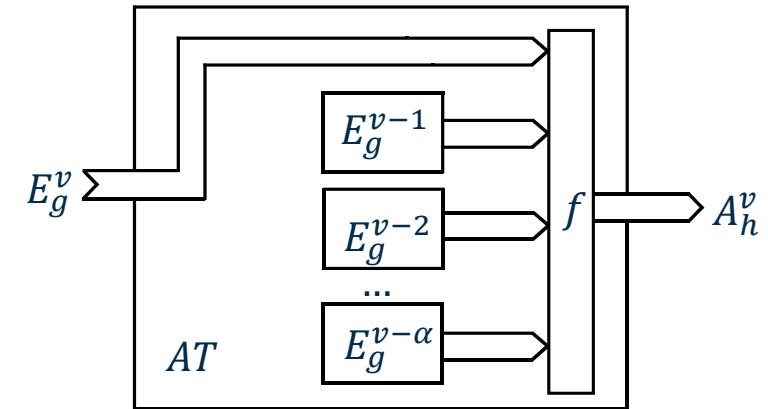
# Automaten: Allgemein

- **Nachteil des Konzepts:** Um  $A_h^v$  berechnen zu können, müssen  $\alpha$  **Eingabeelemente gespeichert werden**

- **Bei Erhalten eines neuen Elementes:**

- **Ältestes Element  $E_g^{v-\alpha}$**  entfällt aus Folge mit Länge  $(\alpha + 1)$
- Bei Normierung der Indizes dem Alter nach erhält man:

- $v$ :  $E_g^v E_g^{v-1} E_g^{v-2} \dots E_g^{v-(\alpha+1)} E_g^{v-\alpha}$
- $v + 1$ :  $E_g^{v+1} E_g^v E_g^{v-1} E_g^{v-2} \dots E_g^{v-(\alpha+1)} E_g^{v-\alpha}$
- $v + 1$ :  $E_g^{v+1} E_g^v E_g^{v-1} E_g^{v-2} \dots E_g^{v-(\alpha+1)} \cancel{E_g^{v-\alpha}}$  **reduziert**
- $v + 1 \Rightarrow v$ :  $E_g^v E_g^{v-1} \dots E_g^{v-2} E_g^{v-(\alpha+1)} E_g^{v-\alpha}$  **normiert**



# Automaten: Allgemein



- **Abbildung der Folge:**  $E_g^{v-1} \dots E_g^{v-\alpha}$  auf ein **neues Alphabet**  $S = \{S_1, \dots, S_k, \dots S_w\}$  mit **geringerer Mächtigkeit**:
  - $(E_g^{v-1} \dots E_g^{v-\alpha}) \rightarrow S$ , mit  $|E|^{\alpha} \geq |S|$
  - Elemente  $S_k \in S$  werden **Zustände** von  $AT$  genannt
- Die **Ausgabe** hängt nun von den **Eingabeelementen** und den **Zuständen** ab:
  - $A_h^v = \lambda(E_g^v, S_k^v)$  mit  $\lambda$  als **Ausgabefunktion** von  $AT$
- Die **Zustände** müssen in Abhängigkeit des bisherigen Zustands und der Eingabe aktualisiert werden:
  - $S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$  mit  $\delta$  als **Überführungsfunktion** der **Zustände**

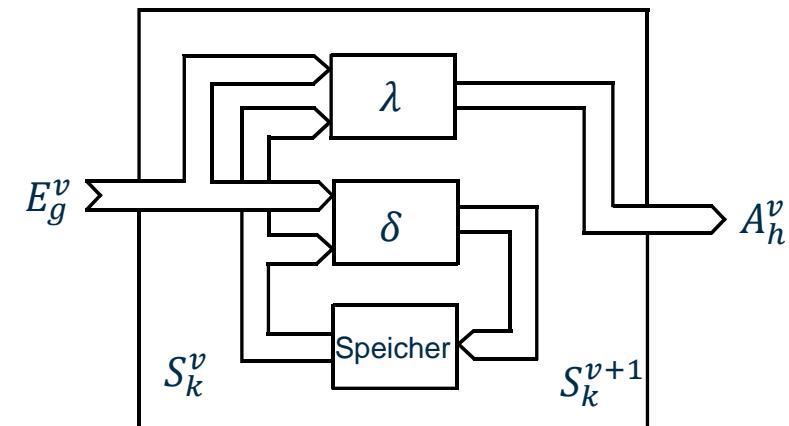
## Definition

Ein endlicher **Automat  $AT$**  wird durch ein **Quintupel** aus drei endlichen Mengen und zwei Abbildungen zwischen diesen Mengen beschrieben:

$$AT = (E, A, S, \delta, \lambda)$$

mit:  $E$ : Eingabealphabet,  $A$ : Ausgabealphabet,  $S$ : Zustandsalphabet,  
 $\delta$ : Überführungsfunktion,  $\lambda$ : Ausgabefunktion

- **Darstellung des Automaten durch folgende Struktur:**
  - **Rekursive Anordnung** zur Bestimmung des neuen Zustands
  - Der **Speicher** nimmt den momentanen Zustand  $S_k^v$  auf
  - Der neue **Zustand  $S_k^{v+1}$**  muss zum **richtigen Zeitpunkt** übernommen werden



- Wichtige **Typklassen** von Automaten im Zusammenhang mit Digitalschaltungen:

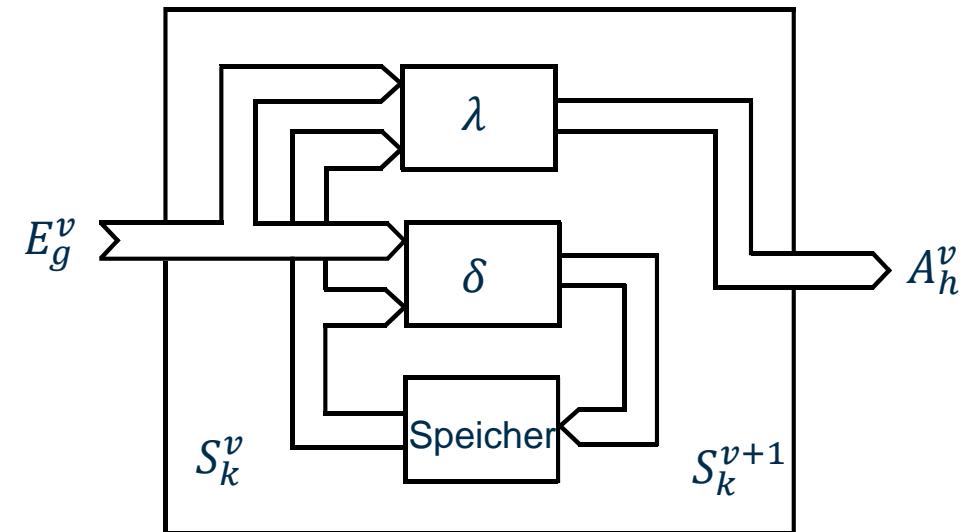
## Generell: Endliche, diskrete und deterministische Automaten:

- Endlich: erreicht einen definierten Endzustand, d. h.  $E$ ,  $A$ ,  $S$  sind **endliche Mengen**
  - Diskret: es werden „gültige“ Eingaben an **diskreten Zeitpunkten** verarbeitet
  - Deterministisch: Automat ist „**eindeutig**“ in der **Berechnungssequenz** der Eingaben, d. h. wann der Automat welchen **Zustand + Ausgabe** einnimmt ist immer **eindeutig**
- 
- Anhand **Abhängigkeiten** der **Ausgabefunktion** von  $E_g^\nu$  und  $S_k^\nu$  unterscheidet man drei Typen von Automaten:
    - Mealy-Automat**
    - Moore-Automat**
    - Medwedew-Automat**

# Automaten: Typen

## ▪ Mealy-Automat

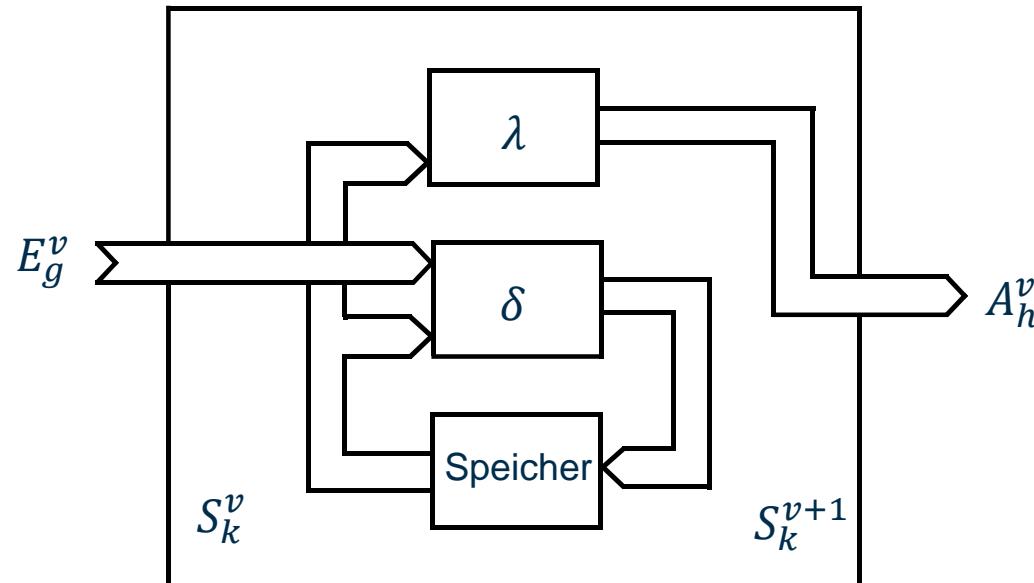
- $A_h^v = \lambda(E_g^v, S_k^v)$  als **allgemeinster Fall**
- **Ausgabe** hängt sowohl von der **Eingabe** als auch vom **aktuellen Zustand** ab



# Automaten: Typen

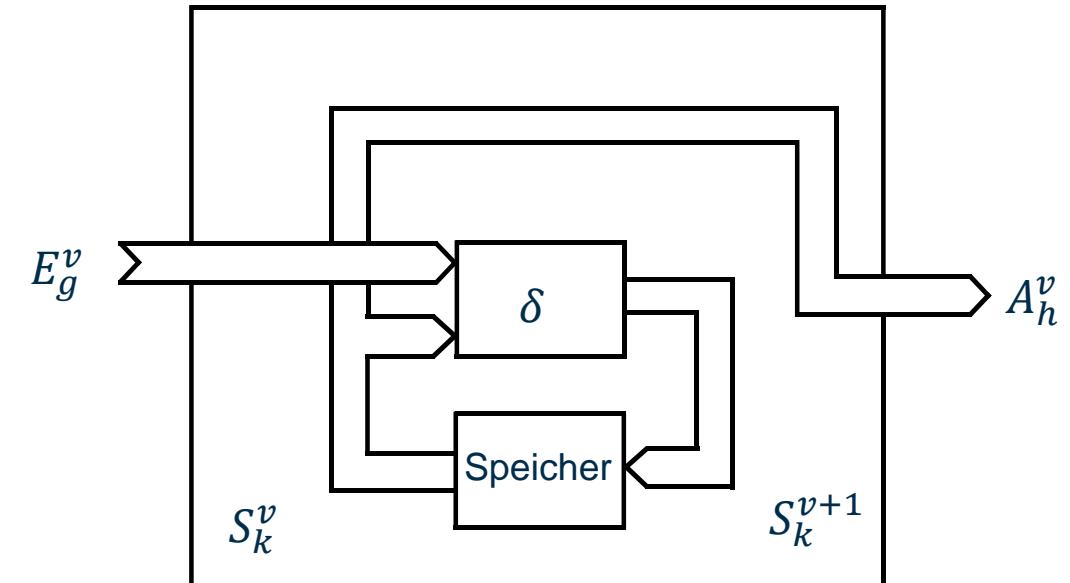
## ■ Moore-Automat

- $A_h^v = \lambda (S_k^v)$  als ein Spezialfall, bei dem die **Ausgabe alleine** vom **Zustand** abhängt



## ■ Medwedew-Automat

- $A_h^v = S_k^v$  als Spezialfall eines Moore-Automaten, bei dem der **Zustand selbst** als **Ausgabewert** dient

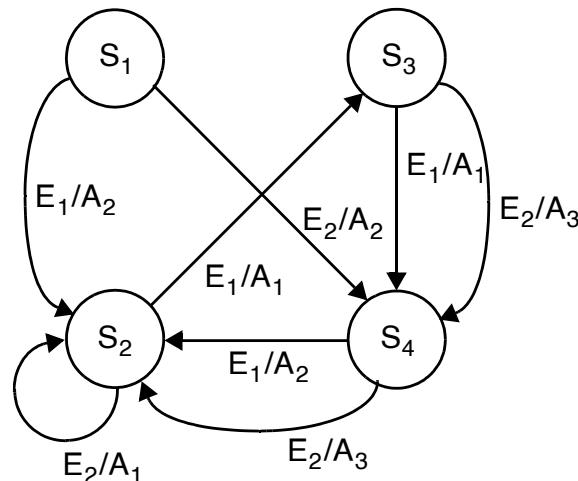


# Automaten: Beschreiben des Verhaltens

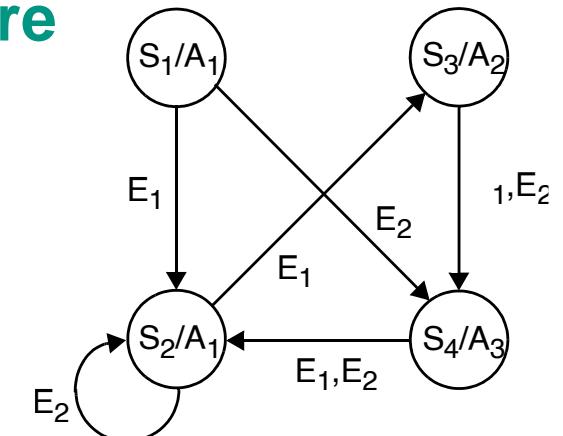
## ▪ Automatengraphen

- Knoten repräsentieren **Zustände**, Kanten als **Zustandsübergänge**
- Beide **Elemente** des Graphen werden mit **Attributen** versehen, die sich auf **Eingangs-** und **Ausgangselemente** beziehen

## ▪ Beispiel: Mealy



## ▪ Beispiel: Moore



# Automaten: Beschreiben des Verhaltens



## ▪ Automatentafel

- Bilden des **kartesischen Produktes** aus **Eingabe-** und **Zustandsmenge**
- An **Kreuzungsstellen** werden beim **Mealy-Automaten** der jeweilige **Folgezustand** und die **Ausgabe**, beim **Moore-Automaten** nur der **Folgezustand** eingetragen

**Mealy**

		$S^{v+1} / A^v$			
$S^v$	$E_1^v$	$E_2^v$	$E_{\dots}^v$	$E_n^v$	
$S_1^v$	...	$S_k^{v+1}/A_h^v$	...	$S_k^{v+1}/A_h^v$	
$S_2^v$	...	$S_k^{v+1}/A_h^v$	...	...	
$S_{\dots}^v$	...	...	$S_k^{v+1}/A_h^v$	...	
$S_n^v$	$S_k^{v+1}/A_h^v$	...	...	...	

**Moore**

		$S^{v+1}$			
$S^v$	$E_1^v$	$E_2^v$	$E_{\dots}^v$	$E_n^v$	
$S_1^v$	...	$S_k^{v+1}$	...	$S_k^{v+1}$	$A^v$
$S_2^v$	...	$S_k^{v+1}$	...	...	...
$S_{\dots}^v$	...	...	$S_k^{v+1}$	...	...
$S_n^v$	$S_k^{v+1}$	...	...	...	$A^v$

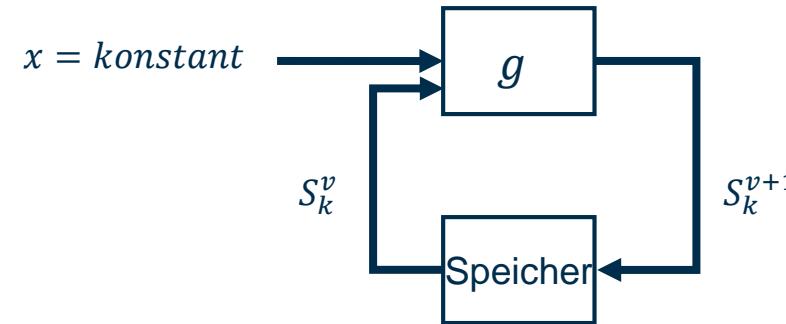
## Definition

Die **technische Realisierung** eines endlichen, diskreten und deterministischen Automaten wird **Schaltwerk** genannt (im Gegensatz zum „gedächtnislosen“ Schaltnetz).

- **Unterscheidung:** zwischen **Mealy-**, **Moore-** und **Medwedew-Schaltwerken**
- Beim Übergang von **Automaten** zum **Schaltwerk** ist eine **eineindeutige Abbildung der Automatenelemente** in binäre Größen (Bit-Leitung) erforderlich:
  - $E \leftrightarrow \{X_j\}$  mit:  $|E| \leq 2^n$  bei  $X = \{x_n, \dots, x_1\}$
  - $A \leftrightarrow \{Y_i\}$  mit:  $|A| \leq 2^m$  bei  $Y = \{y_m, \dots, y_1\}$
  - **Zustandskodierung:**  $S \leftrightarrow \{Q_k\}$  mit:  $|S| \leq 2^r$  bei  $Q = \{q_r, \dots, q_1\}$
  - **Ausgabefunktion**  $\lambda$  und **Zustandsüberführungsfunktion**  $\delta$  können als **Schaltnetze** abgebildet werden

# Schaltwerke: asynchrone Schaltwerke

- Formal eingeführte Indizierung  $\nu$  der **zeitlichen Ordnung** muss nun in **technische Realisierung** überführt werden:
  - Rückführung der Zustände über einen Speicher:



- Schaltwerke**, bei denen **Rückführungen direkt wirksam** werden heißen **asynchron**
  - Diese sind schwieriger zu entwerfen bzw. zu betreiben und daher nur für spezielle Anwendungen vorgesehen

# Schaltwerke: Synchrone Schaltwerke

- Stattdessen wird ein **Speicher** benötigt, der **nur zu bestimmten Zeitpunkten** die am Speicher anliegenden Werte übernimmt
- **Schaltwerke** mit taktgesteuerten Speichern werden **getaktet betrieben** genannt
  - Sind die Takte an allen Schaltungsteilen gleichzeitig aktiv, ist es ein **synchrones Schaltwerk**
- Als zusätzliches „**informationsfreies Binärsignal**“ wird der sogenannte **Takt c** benötigt:
  - **c = 0:** angeschlossene Elemente sind **nicht aktiviert**
  - **c = 1:** angeschlossene Elemente sind **aktiviert**

# Schaltwerke: Synchrone Schaltwerke

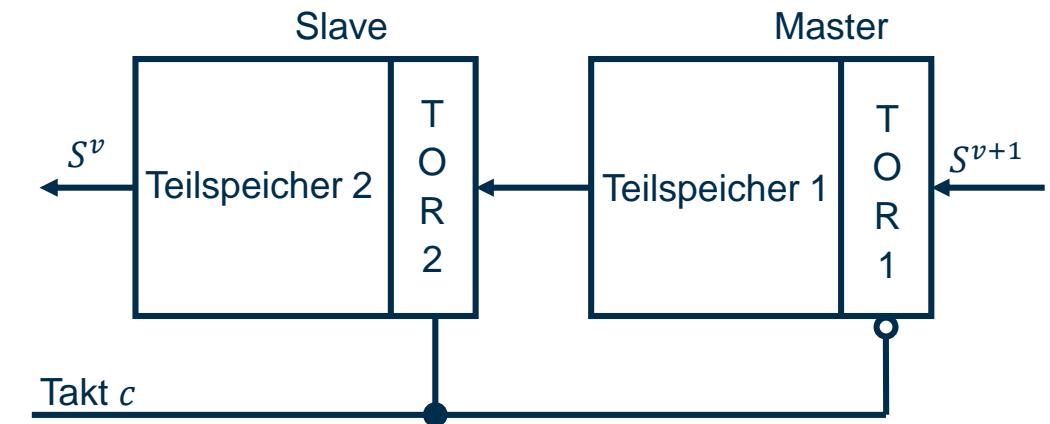
- Auftrennung und partielle Weiterleitung des Zustandes bzw. Folgezustandes:

- $c = 0$ :

- Durch Negation an **TOR 1** ist es **aktiv**
  - $S^{v+1}$  wird in Teilspeicher 1 geladen

- $c = 1$ :

- **TOR 2** ist **aktiv**
  - Teilspeicher 2 speichert Inhalt von Teilspeicher 1
  - nächster Zustand wird zum aktuellen Zustand  $S^{v+1} \rightarrow S^v$

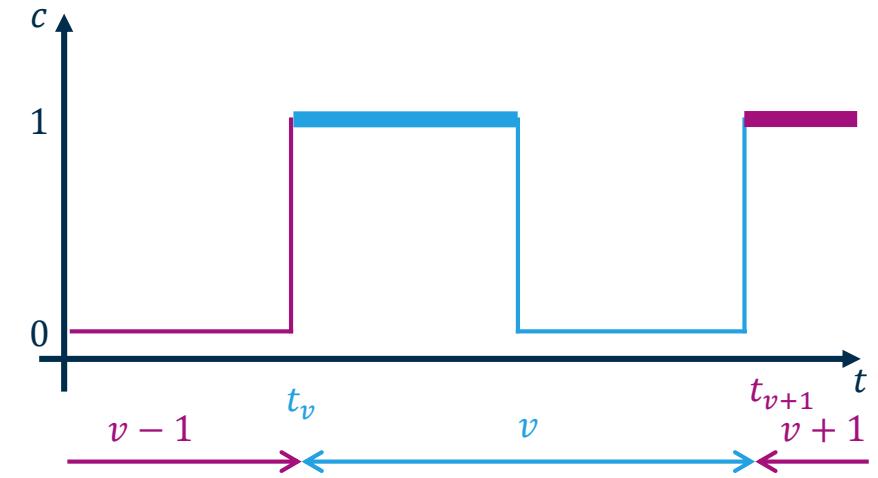


- **Tor 1 und Tor 2 sind nie gleichzeitig aktiv!**

# Schaltwerke: Steuerarten des Taktes

## ■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
  - Die **Zählung des Indexes  $v$**  muss aus dem **Taktsignal** abgeleitet werden



## ■ Steuerungsarten des Taktes:

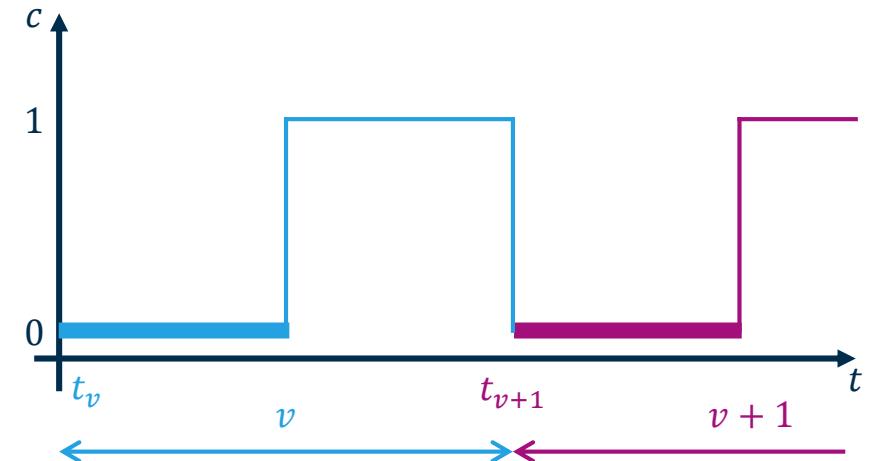
- **Pegelgesteuerter Takt auf 1**



# Schaltwerke: Steuerarten des Taktes

## ■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
  - Die **Zählung des Indexes  $v$**  muss aus dem **Taktsignal** abgeleitet werden



## ■ Steuerungsarten des Taktes:

- Pegelgesteuerter Takt auf 1
- **Pegelgesteuerter Takt auf 0**



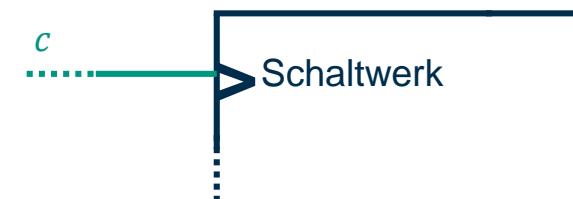
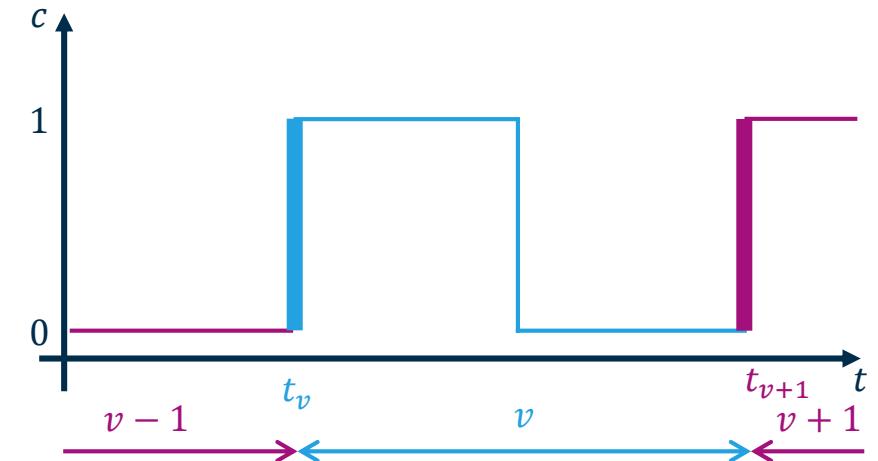
# Schaltwerke: Steuerarten des Taktes

## ■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
  - Die **Zählung des Indexes  $v$**  muss aus dem **Taktsignal** abgeleitet werden

## ■ Steuerungsarten des Taktes:

- Pegelgesteuerter Takt auf 1
- Pegelgesteuerter Takt auf 0
- **Flankengesteuerter Takt auf 0 → 1**



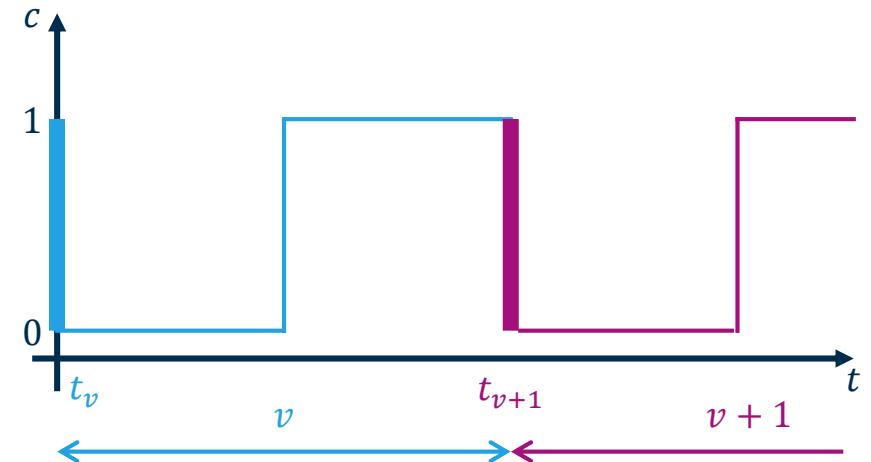
# Schaltwerke: Steuerarten des Taktes

## ■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
  - Die **Zählung des Indexes  $v$**  muss aus dem **Taktsignal abgeleitet** werden

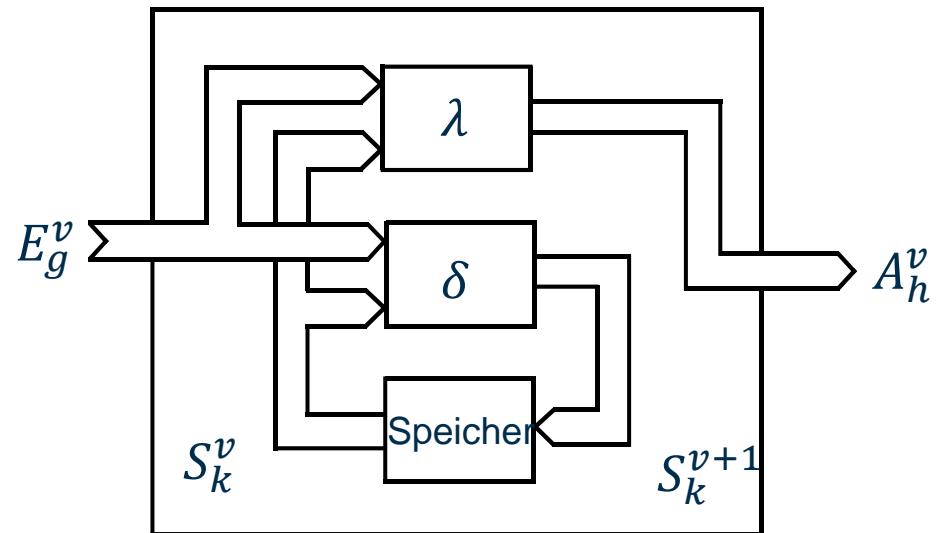
## ■ Steuerungsarten des Taktes:

- Pegelgesteuerter Takt auf 1
- Pegelgesteuerter Takt auf 0
- Flankengesteuerter Takt auf  $0 \rightarrow 1$
- **Flankengesteuerter Takt auf  $1 \rightarrow 0$**



# Schaltwerke: Speichern der Zustände

- Die Zustände eines Schaltwerks müssen gespeichert werden
- Ist  $|S|$  die **Zahl der Zustände**, berechnet sich die **Größe des Binärvektors  $Q$**  zu:
  - $r = \lceil \log |S| \rceil$  mit  $Q = (q_r, \dots, q_k, \dots, q_1)$
  - mit  $q_k$  einer beliebigen Zustandsvariable des Zustandsvektors
- Einzelne Zustandsvariablen  $q_k$  werden **rekursiv** mit  $\delta$  berechnet



## Definition

Eine **Einheit**, die zwei Werte speichert, wird als **Binärspeicher** bzw. **FlipFlop** bezeichnet.

Ein **Speicher** mit  $r$  **FlipFlops** kann  $2^r$  unterschiedliche Zustände speichern.

- Die grundsätzlichen Funktionen eines **Binärspeichers** sind:
  - Er muss **wahlweise** eine 0 oder 1 einspeichern können (**schreiben**)
  - Der **Wert** im **Speicher** muss extern **abrufbar** sein (**lesen**)
  - Beim **Vorhandensein** eines **Taktes** muss die **Rekursion**  $v + 1 \rightarrow v$  vom **Binärspeicher** unter Einwirkung des Taktes verwirklicht werden
- Es sind verschiedene **Varianten** der **Binärspeicher** möglich
  - Werden im Folgenden diskutiert

# RS-FlipFlop: Funktionsweise



## ■ RS-FlipFlop

### ■ Lesesignal $\hat{=}$ Zustandswert

- $q_k \in \{0, 1\}$

### ■ Schreiben einer 0: Rücksetzen (R-Bit)

- $R \in \{0, 1\}$ ,    0  $\hat{=}$  inaktiv  
                      1  $\hat{=}$  Schreiben 0

### ■ Schreiben einer 1: Setzen (S-Bit)

- $S \in \{0, 1\}$ ,    0  $\hat{=}$  inaktiv  
                      1  $\hat{=}$  Schreiben 1

### ■ Das **gleichzeitige Schreiben** von 0 und 1 ( $R = 1, S = 1$ ) ist **unzulässig**

## ■ Funktionstabelle RS-FlipFlop:

$q_k^{alt}$	$R$	$S$	$q_k^{neu}$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	-

# D-FlipFlop: Funktionsweise



## ■ D-FlipFlop

- **Lesesignal**  $\hat{=}$  Zustandswert
  - $q_k \in \{0, 1\}$
- **Datensignal**  $\hat{=}$  Zustandswert neu
  - $D \in \{0, 1\}$
- **Schreiben** des Wertes von **D**:  
 $W \in \{0, 1\}$ ,  $0 \hat{=}$  inaktiv  
 $1 \hat{=}$  Schreiben

## ■ Funktionstabelle D-FlipFlop

$q_k^{alt}$	$D$	$W$	$q_k^{neu}$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

# FlipFlops: Charakteristische Gleichungen

- Übertragung der **zeitlichen Indizes**  $v$  und  $v + 1$  auf die **Schaltnetzgrößen**:

- $q_k^{alt} = q_k^v, \quad q_k^{neu} = q_k^{v+1}, R^v, S^v, D^v, W^v$

- Überführungsfunktion** zur Bildung von  $q_k^{v+1}$  für beide Fälle:

		$S^v$			
		$R^v$			
		$q_k^v$			
0	0	1	1	1	1
0	1	1	5	4	4
0	2	—	3	—	0
0	2	3	7	6	6

		$W^v$			
		$D^v$			
		$q_k^v$			
0	0	0	0	1	1
0	1	1	5	4	4
0	2	1	3	7	6
0	2	3	7	6	6

RS-FlipFlop				D-FlipFlop			
$q_k^{alt}$	$R$	$S$	$q_k^{neu}$	$q_k^{alt}$	$D$	$W$	$q_k^{neu}$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	-	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	-	1	1	1	1

- Die **charakteristischen Gleichungen** lauten:

- $q_k^{v+1} = S^v \vee (q_k^v \& \overline{R^v})$ , mit  $S^v \& R^v = 0$   $q_k^{v+1} = (D^v \& W^v) \vee (q_k^v \& \overline{W^v})$

# FlipFlops: Ansteuerfunktionen

- **Zusammenhang** für einen bestimmten Werteübergang:  $q_k^\nu \rightarrow q_k^{\nu+1}$ 
  - Gibt die sogenannte **Ansteuerfunktion** an

- **Beispiele:**

$q^\nu$	$q^{\nu+1}$	$R^\nu$	$S^\nu$	$q^\nu$	$q^{\nu+1}$	$D^\nu$	$W^\nu$
0	0	-	0	0	0	-	0
0	1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	-	1	1	-	0

- Daraus ergibt sich:
  - $R^\nu = \overline{q_k^{\nu+1}}$ ,  $S^\nu = q_k^{\nu+1}$
  - $D^\nu = q_k^{\nu+1}$  oder  $D^\nu = \overline{q_k^\nu}$ ,  $W^\nu = q_k^{\nu+1} \not\equiv q_k^\nu$
- neben der formalen Behandlung des Binärspeicherverhaltens ist die **technische Realisierung** solcher Elemente von Bedeutung

# FlipFlops: Zusammenfassung

## Symbole:



## Charakteristische Gleichungen:

### RS-FlipFlop

$$q^{v+1} = S \vee (q^v \& \bar{R})$$

### D-FlipFlop

$$q^{v+1} = D$$

## Ansteuerfunktionen:

$q^v$	$q^{v+1}$	$R^v$	$S^v$
0	0	-	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	-

$q^v$	$q^{v+1}$	$D^v$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Binärspeicher: FlipFlop Zusammenfassung



Symbole:



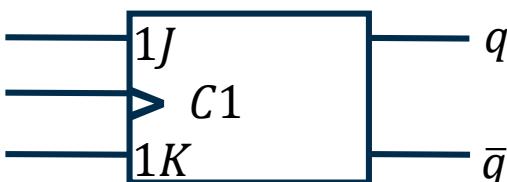
Charakteristische Gleichungen:

**T-FlipFlop**

$$q^{v+1} = (T \& \bar{q}^v) \vee (\bar{T} \& q^v)$$

Ansteuerfunktionen:

$q^v$	$q^{v+1}$	$T$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



**JK-FlipFlop**

$$q^{v+1} = (\bar{K} \& q^v) \vee (J \& \bar{q}^v)$$

$q^v$	$q^{v+1}$	$K$	$J$
0	0	-	0
0	1	-	1
1	0	1	-
1	1	0	-

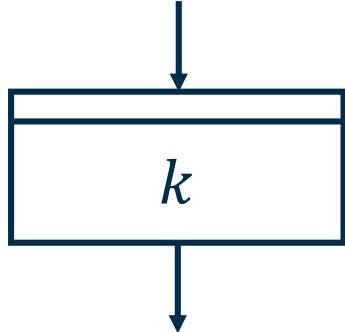
# Ablaufdiagramm und Ablauftabelle



- Nicht alle Komponenten des Eingabevektors beim Übergang zum Folgezustand sind relevant und müssen berücksichtigt werden
- Schaltwerkstafel bzw. Schaltwerksgraph ist als **Beschreibungsmittel oftmals ungünstig**
- Daher: Einführung des Ablaufdiagramms und der Ablauftabelle
  - **Platzsparende** und **effizientere** Beschreibungsform

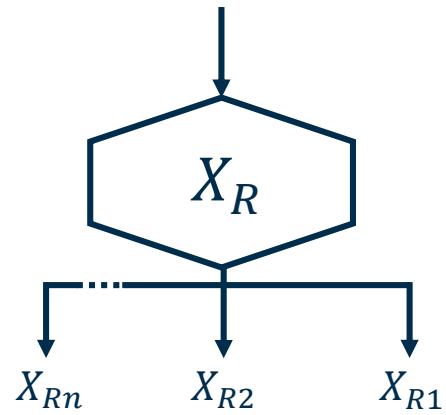
# Ablaufdiagramm

- Zustandsübergang



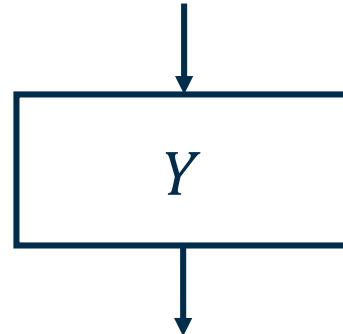
Übergang in den Zustand  $k$ ,  
Ausgelöst durch das Taktsignal

- Abfrage  
(Verzweigung)



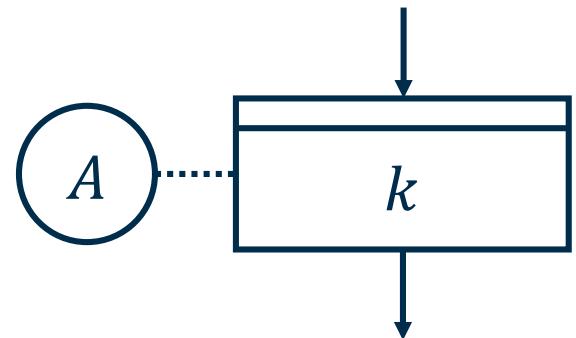
Abfrage der im aktuellen  
Zustand  $k$  relevanten  
Eingangsvariablen auf ihre  
Werte  $X_R = (x_{Rn}, \dots, x_{R2}, x_{R1})$

- Ausgabe



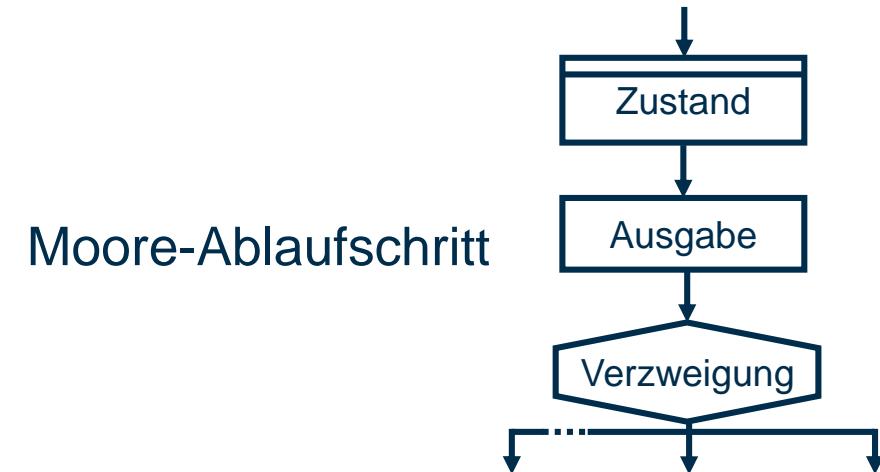
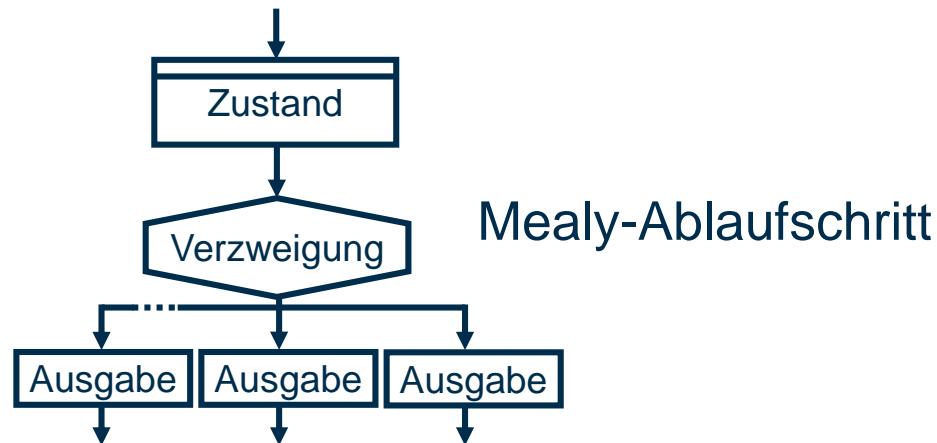
Wert des Ausgangsvektors  
 $Y = (y_m, \dots, y_1)$  im aktuellen  
Zustand

- Markierung des  
Anfangszustandes



# Ablaufdiagramm

- Mealy- und Moore-Schaltwerke werden entsprechend der Abhängigkeiten  $Y^v = \lambda(Q^v, X^v)$  bzw.  $Y^v = \lambda(Q^v)$  durch die Reihenfolge der Symbole für Verzweigungen und Ausgabe berücksichtigt
- **Definition des Ablaufschrittes**
  - Tripel aus **Zustandsübergang, Ausgabe und Verzweigung**, das jeweils zu einem Wert des Index  $v$  gehört



# Ablauftabelle



- **Komplexere Schaltwerksbeschreibungen:**
  - Größere Zustandsanzahl
  - Es eignet sich eine tabellenorientierte Darstellung besser
- **Ablauftabellen** setzen sich aus Teiltabellen für jeden Ablaufschritt zusammen
  - Teiltabellen bestehen aus je vier Spalten
    - Für den **momentanen Zustand**  $Q^v$
    - Für die Eingabeblocks der jeweils **relevanten Eingabeveriablen**  $X_R(k)$
    - Für den **Folgezustand**  $Q^{v+1}$
    - Für die **Ausgabeblocks**  $Y(k)$
- **Zustände** sind in **Ablauftabellen** i. A. nicht kodiert

$Q^v$	$X_R(k)$	$Q^{v+1}$	$Y(k)$
$k$			

# Ablauftabelle



## ■ Beispiel:

- $I_1, I_2, I_3, I_4$  seien Folgezustände zum Zustand  $I_1$
- $Y_1$  sei die Ausgabe gemäß Schaltwerkstyp (hier Moore)

$Q^v$	$X_R(3)$				$Q^{v+1}$	$Y(3)$
	$x_6$	$x_4$	$x_3$	$x_1$		
$I_1$	0	–	0	1	$I_1$	$Y_1$
	0	1	0	0	$I_2$	
	0	1	1	1	$I_2$	
	1	1	0	1	$I_2$	
	1	0	–	–	$I_3$	
	–	0	1	1	$I_3$	
	1	1	1	0	$I_4$	

- Der **Schaltwerksentwurf** gliedert sich in **folgende Schritte**:

1. **Definition** der **Ein- und Ausgangsgrößen**
2. Wahl des **Schaltwerktyps** und Erstellen des **Ablaufdiagramms** bzw. der **Ablauftabelle** gemäß **Aufgabenstellung**
3. **Zustandskodierung**
4. Wahl des **FlipFlop-Typs** und Aufstellen der **Ansteuerfunktionen**
5. Entwurf des **Schaltnetzes** für die **Überführungsfunktion** auf Basis der Ansteuerfunktion
6. Entwurf des **Schaltnetzes** für die **Ausgabefunktion**
7. Eventuelle **Umformung** der **logischen Ausdrücke** in geeignete **Strukturausdrücke**
8. **Umsetzung** in das **Schaltbild** des Schaltwerks

## ■ Beispiel: Verbale Aufgabenstellung

- Eine Schaltung für einen sehr einfachen Anrufbeantworter soll zunächst ein Klingelzeichen des Telefons abwarten.
- Wenn bis zum Beginn des zweiten Klingelzeichens der Hörer nicht abgenommen wurde, soll der Anrufbeantworter eingeschaltet werden.
- Dieser spielt dann seine Mitteilung ab, egal wie lange der Anrufer tatsächlich zuhört.
- Erst wenn das Band vollständig abgespielt ist, wird der Anrufbeantworter wieder ausgeschaltet.
- Der Ausschaltvorgang beinhaltet ein automatisches Rückspulen des Bandes

## 1. Variablen

### ■ Eingangsvariablen:

- Klingelzeichen:  $K = 1$
- Klingelpause:  $K = 0$
- Timeout:   $T = 1$
- Kein Timeout:  $T = 0$
- Bandende:  $B = 1$
- Sonst:  $B = 0$

### ■ Ausgangsvariablen:

- Anrufbeantworter eingeschaltet  $A = 1$
- Anrufbeantworter ausgeschaltet  $A = 0$

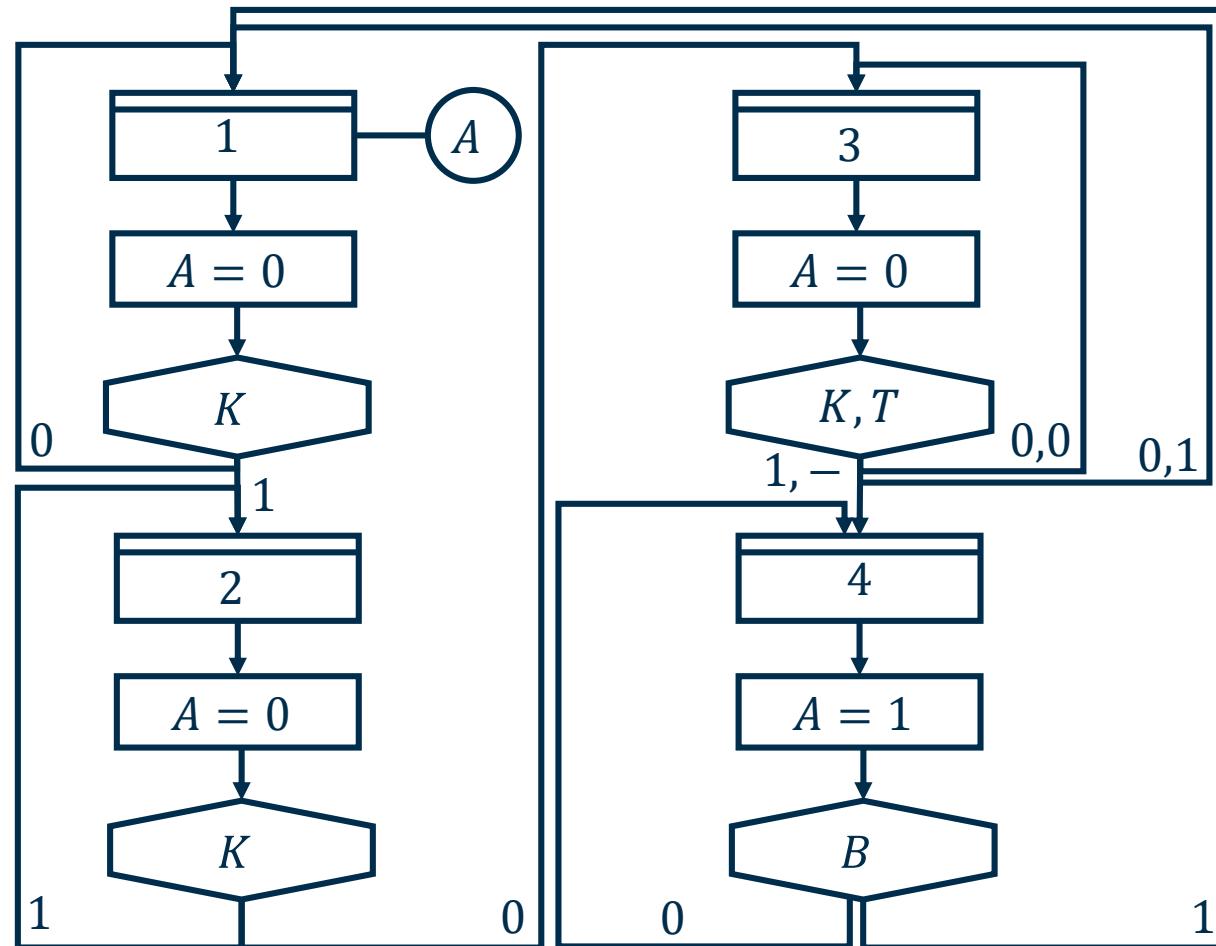


*Timeout.* Klingelpause dauert zu lange, Anrufer hat nach dem ersten Klingeln aufgelegt

# Entwurf von Schaltwerken

## 2. Ablaufdiagramm

- Schaltwerkstyp: Moore



## 3. Zustandskodierung

- Für **4 Zustände** werden **2 Zustandsvariablen** ( $q_2, q_1$ ) benötigt.
- Die Kodierung wird willkürlich, z.B. als Zählerkodierung ausgeführt

	$q_2$	$q_1$
Zustand 1	0	0
Zustand 2	0	1
Zustand 3	1	0
Zustand 4	1	1

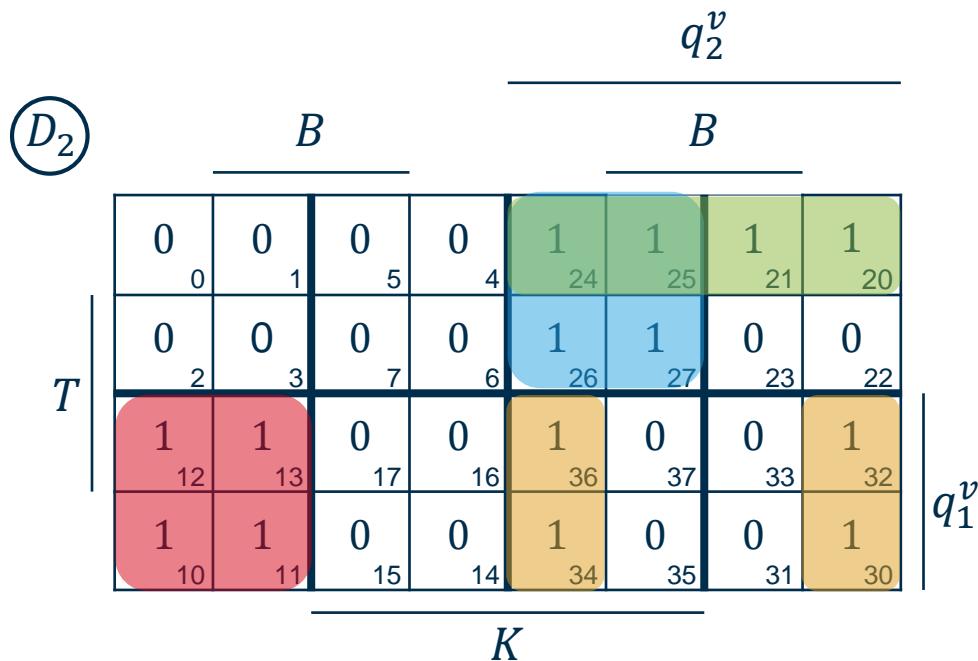
## 4. Ablauftabelle

- Es sollen **D-FlipFlops** verwendet werden, d.h.  $q_2 \hat{=} D_2$  und  $q_1 \hat{=} D_1$

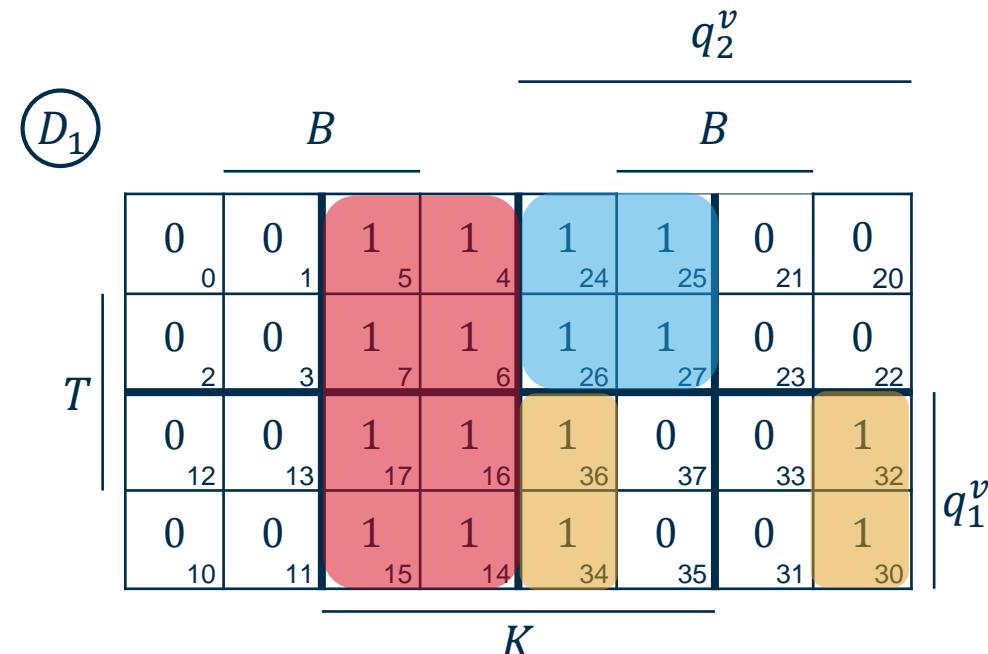
$Q^v$				$Q^{v+1}$		$Y$
$q_2^v$	$q_1^v$			$q_2^{v+1}$	$q_1^{v+1}$	$A$
0	1	$x_R(1): K$		1	0	0
		0		0	1	
	1	$x_R(2): K$		1	0	0
		0		0	1	
1	0	$x_R(3): K, T$		1	0	0
		0	0	1	1	
		1	-	1	1	
	0	1		0	0	
1	1	$x_R(4): B$		1	1	1
		0		0	0	
	1	1				

# Entwurf von Schaltwerken

## 5. Symmetriediagramme für die Ansteuerfunktion



$$D_2 = \overline{q_2^v} q_1^v \overline{K} \vee q_2^v \overline{q_1^v} \overline{T} \vee q_2^v \overline{q_1^v} K \vee q_2^v q_1^v \overline{B}$$



$$D_1 = \overline{q_2^v} K \vee q_2^v \overline{q_1^v} K \vee q_2^v q_1^v \overline{B}$$

## 6. Ausgabefunktion

- Aus der Ablauftabelle folgt sofort  $A = q_2^v q_1^v$

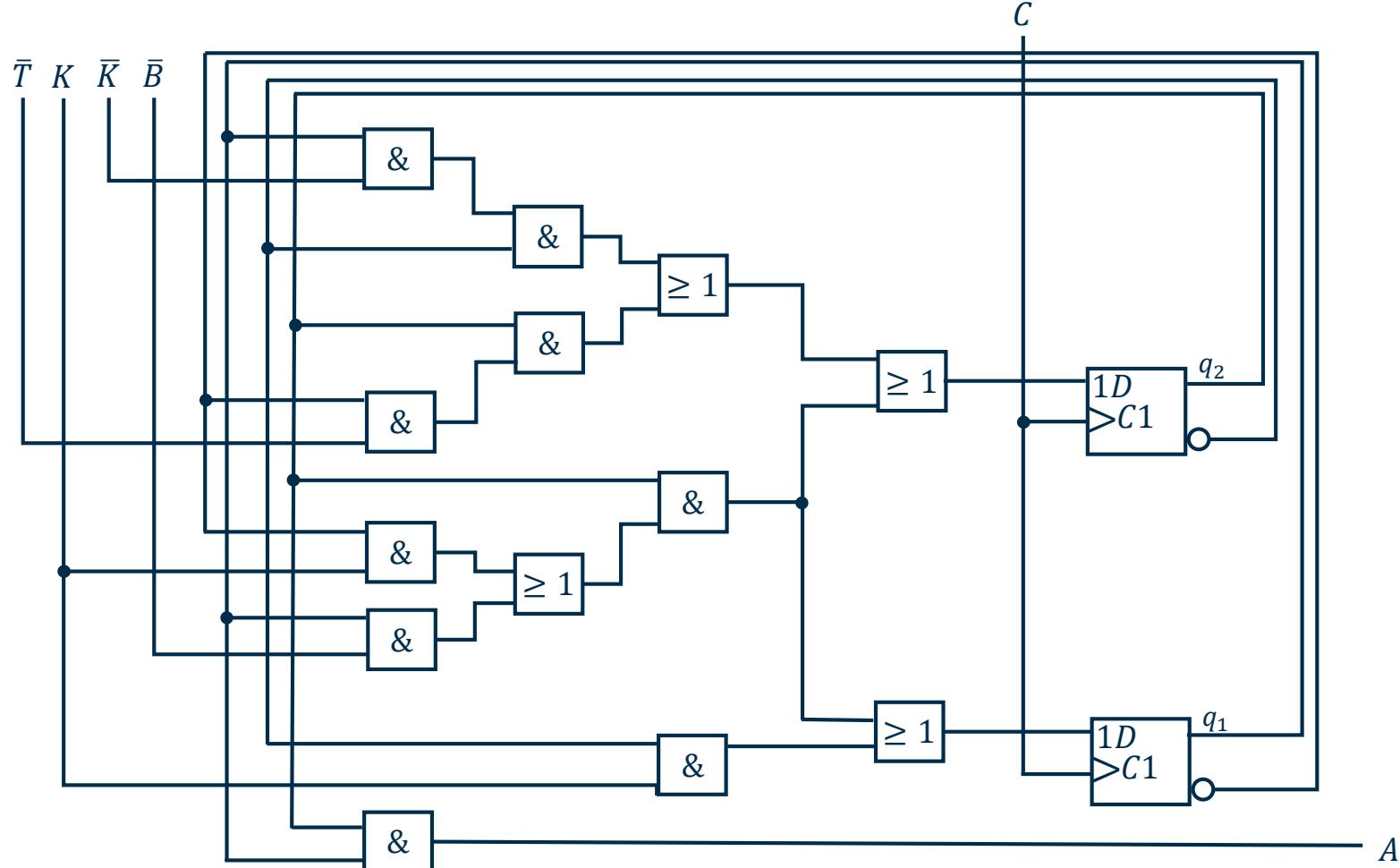
## 7. Umformungen

- Wenn zum Beispiel ausschließlich Gatter mit 2 Eingängen zur Verfügung stehen, müssen entsprechende Umformungen vorgenommen werden:

- $D_2 = [q_2^v ( q_1^v \bar{K} ) \vee q_2^v ( \overline{q_1^v} \bar{T} )] \vee q_2^v ( \overline{q_1^v} K \vee q_1^v \bar{B} )$
- $D_1 = \overline{q_2^v} K \vee q_2^v ( \overline{q_1^v} K \vee q_1^v \bar{B} )$
- $A = q_2^v q_1^v$

# Entwurf von Schaltwerken

## 8. Blockschema (Schaltbild) des Schaltwerkes



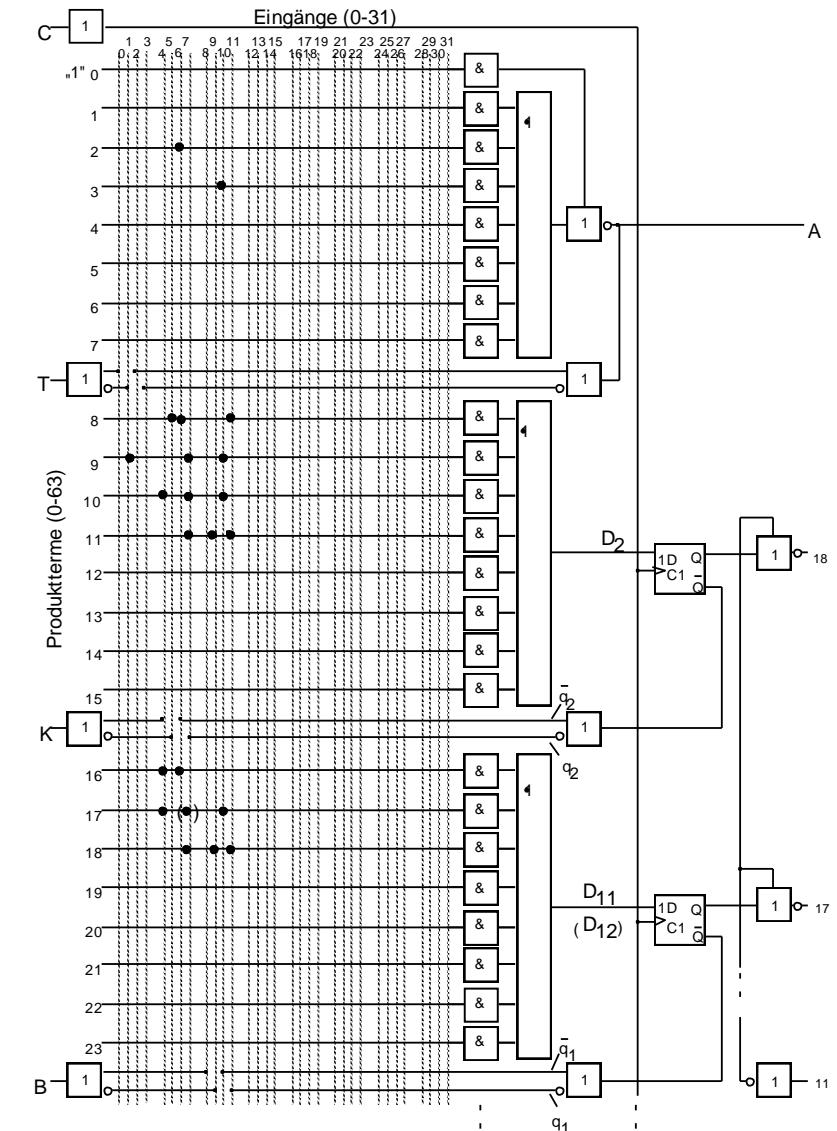
## 8. Blockschema (Schaltbild) des Schaltwerkes

- Es besteht die Möglichkeit, zweistufige Logik in programmierbare **integrierte Schaltungen** einzubetten:
  - Kann ebenso bei Schaltwerken geschehen
  - Anhand des Bausteins AmPAL16R6 soll dies für das Beispiel gezeigt werden
  - Wegen negierter Ausgänge des Bausteins muss unsere Lösung umgeformt werden:
    - $A = q_2^v q_1^v = \overline{\overline{q_2^v} \overline{q_1^v}} = \overline{\overline{q_2^v}} \vee \overline{\overline{q_1^v}}$
  - Ansteuerfunktionen für  $D_1$  und  $D_2$  können Schritt 5 entnommen werden

# Entwurf von Schaltwerken

## 8. Blockschema (Schaltbild) des Schaltwerkes

- Einbettung in einen AmPAL16R6



# Poster „Automaten“

## ■ Zusammenfassung des Kapitels als Poster



## ■ Verfügbar auf Ilias:

## Digitaltechnik Automaten

### Grundlagen

Ein Automat ist ein mathematisches Modell, das Eingabewerte verarbeitet und entsprechende Ausgabewerte liefert. Er wird durch das Tupel

$$AT = (E, A, S, \lambda, \delta)$$

definiert, wobei:

- $E$  das **Eingabealphabet** ist, also die Menge der möglichen Eingabewerte, z.B.  $\{0, 1\}$  für binäre Eingaben.
- $A$  das **Ausgabealphabet** ist, also die Menge der möglichen Ausgabewerte, z.B.  $\{0, 1\}$ .
- $S$  die **Zustände** des Automaten umfasst, also die verschiedenen, in denen sich der Automat befinden kann.
- $\lambda$  eine **Ausgabefunktion** ist, die für jeden Eingabewert und Zustand den entsprechenden Ausgabewert liefert.
- $\delta$  die **Überführungsfunktion** ist, die angibt, in welchen Zustand der Automat nach der Eingabe eines Wertes übergeht.



Ein Automat verarbeitet eine Eingabefolge  $F_E = (E_1, \dots, E_n)$  und erzeugt daraus eine Ausgabefolge  $F_A = (A_1, \dots, A_n)$ . Die Ausgabe zum Zeitpunkt  $v$  hängt vom aktuellen Eingabewert  $E^v$  und Zustand  $S^v$  ab:

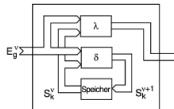
$$A^v = \lambda(E^v, S^v)$$

Der nächste Zustand ergibt sich über die Überführungsfunktion:

$$S^{v+1} = \delta(E^v, S^v)$$

### Mealy-Automat

Beim Mealy-Automaten hängt die Ausgabe nicht nur vom Zustand, sondern auch direkt von der Eingabe ab. Die Ausgabefunktion ist definiert als:



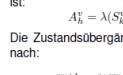
Die Zustandsübergänge erfolgen nach:

$$S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$$

Dadurch kann ein Mealy-Automat schneller auf Eingaben reagieren als ein Moore-Automat, da Änderungen direkt mit der Eingabe erfolgen.

### Moore-Automat

Beim Moore-Automaten hängt die Ausgabe nur vom aktuellen Zustand ab, nicht direkt von der Eingabe. Die Ausgabefunktion ist:



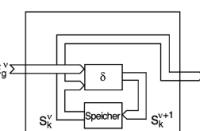
Die Zustandsübergänge erfolgen nach:

$$S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$$

Da die Ausgabe nur vom Zustand abhängt, sind Moore-Automaten oft stabiler, aber reagieren langsamer auf Eingaben als Mealy-Automaten.

### Medwedew-Automat

Beim Medwedew-Automaten hängt die Ausgabe ausschließlich vom Zustand ab – ähnlich wie beim Moore-Automaten. Allerdings werden die Zustände so gewählt, dass sie direkt als Ausgabe interpretiert werden können. Die Ausgabefunktion ist:



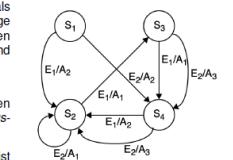
Die Zustandsübergänge erfolgen wie gewohnt durch:

$$S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$$

Da keine separate Ausgabefunktion  $\lambda$  benötigt wird, ist der Medwedew-Automat eine vereinfachte Form des Moore-Automaten.

### Automatograph

Ein Automatograph stellt die Zustände eines Automaten als Knoten und die Zustandsübergänge als gerichtete Kanten dar. Diese Kanten sind mit den zugehörigen Eingaben und ggf. Ausgaben beschriftet. Beschriftung:



- Mealy-Automat: Kanten tragen die Beschriftung Eingabe / Ausgabe.
- Moore-Automat: Die Ausgabe ist im Zustand selbst vermerkt.

Die gezeigte Grafik stellt einen Mealy-Automaten dar.

Mehr zu diesem Thema auf Seite 194

