10 Energieübertragung von Quelle zum Verbraucher

Definitionen:

- Scheinleistung (S)

  Die gesamte Leistung, die eine Quelle einem Verbraucher zur Verfügung stellen muss

- Blindleistung (Q)

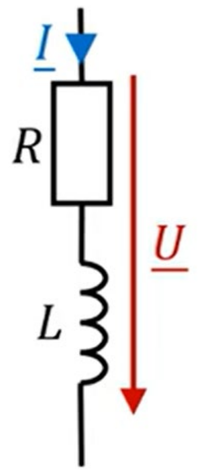
  Die Leistung, die periodisch zwischen Quelle und Last ausgetauscht und nicht im Verbraucher in andere Energieformen umgesetzt werden kann

- Wirkleistung (P)

  Die Leistung, die in der Last verbraucht wird (Wärme, Licht, mechanische oder chemische Energie)

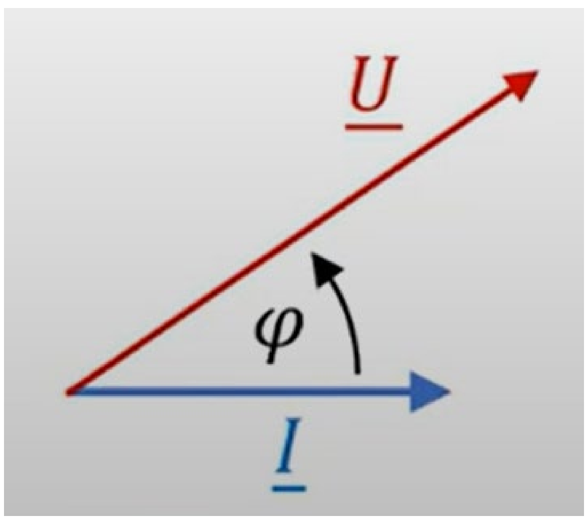
Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

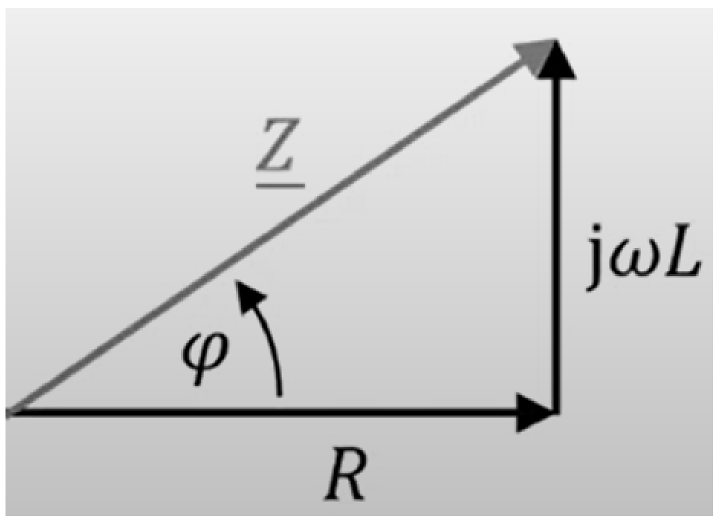
→ Es gibt 3 wichtige Zeigerdiagramme:

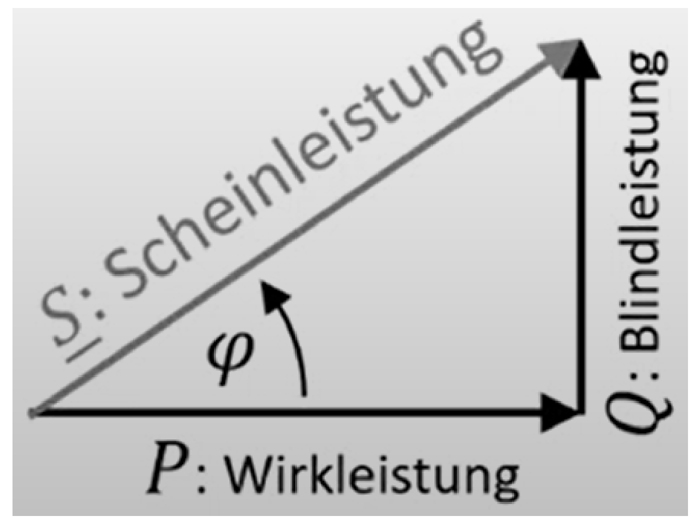


- **Spannung und Strom**
- **Impedanz**
- **Leistung**

→ Der Phasenwinkel φ ist derselbe!



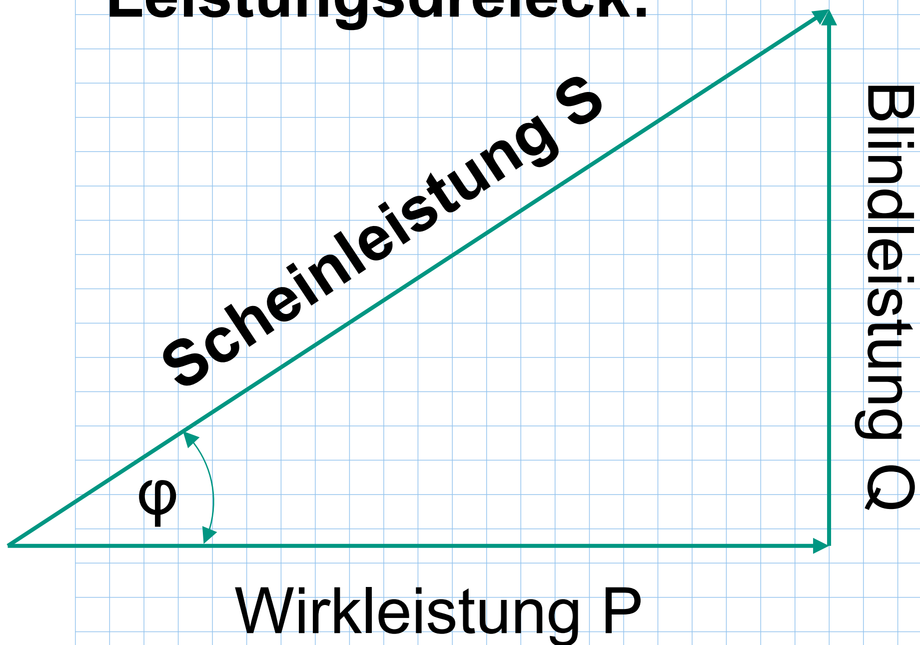




Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

Zusammenhang Schein-, Blind- und Wirkleistung

Leistungsdreieck:



Satz des Pythagoras

$$\left|\underline{S}\right| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Produkt der Effektivwerte von Spannung und Strom:

$$S = \left|\underline{S}\right| = \left|\underline{U} \cdot \underline{I}^*\right|$$

Komplexe Scheinleistung:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \left|\underline{S}\right| \cdot e^{j\varphi}$$

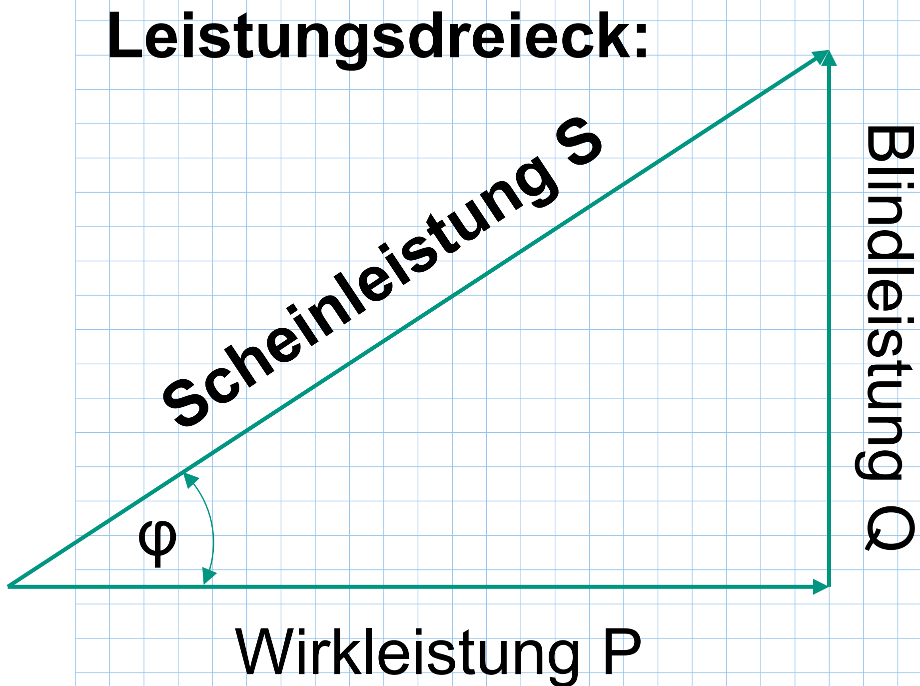
Algebraische Darstellung mit komplexen Variablen:

$$\underline{S} = P + jQ$$

Einheit: VA

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

Zusammenhang Schein-, Blind- und Wirkleistung



Blindleistung Q:

- Nicht bei rein „ohm'schen" Verbrauchern
- Begründet durch kapazitive und induktive Anteile

$$Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$$

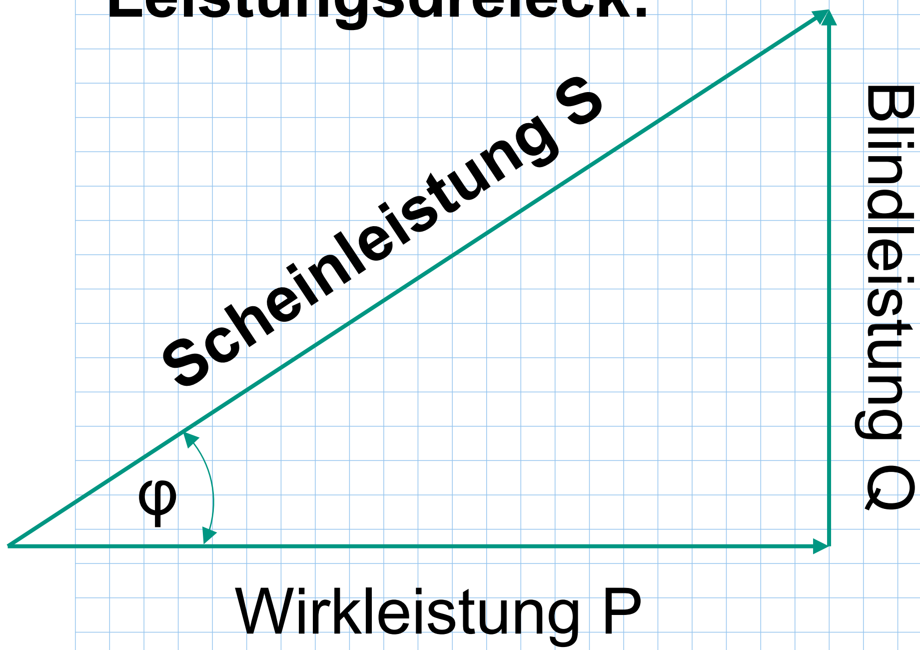
$$Q = S \cdot \sin(\varphi)$$

Einheit: VAr

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

Zusammenhang Schein-, Blind- und Wirkleistung

Leistungsdreieck:



Wirkleistung W:

- Wird in andere Energieformen umgewandelt („verbraucht")

$$P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$$

$$P = S \cdot \cos(\varphi)$$

Einheit: W

Angabe Typenschild:

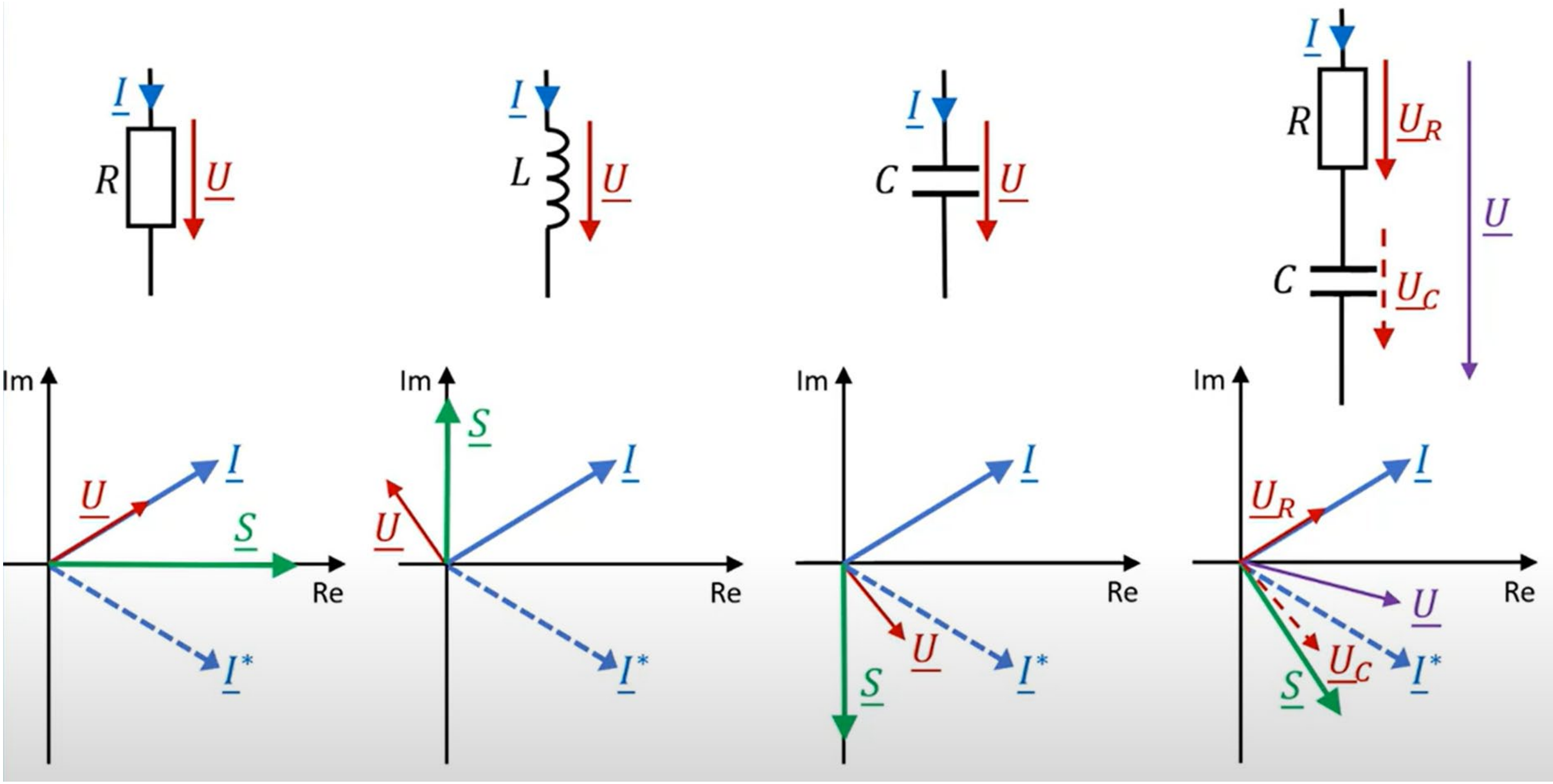
$\cos(\varphi)$: Wirkfaktor
Leistungsfaktor

Verhältnis von Wirkleistung zu Scheinleistung

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

Einschub: Warum gilt $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$?

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{|\underline{U}|} e^{j\varphi_u} \cdot \underline{|\underline{I}|} e^{-j\varphi_i} = \underline{|\underline{U}||\underline{I}|} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$$



Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

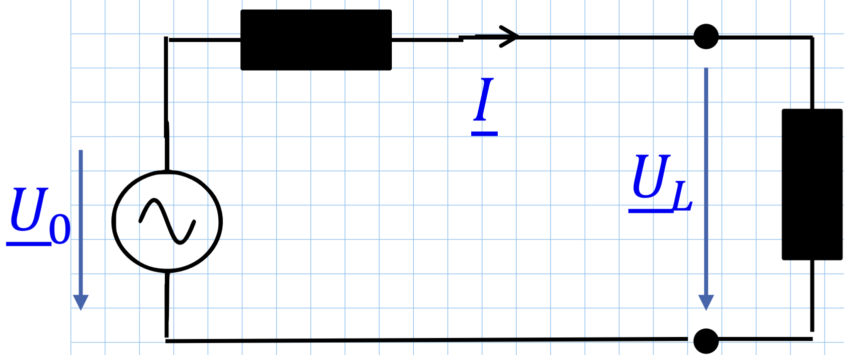
Gegeben sei folgende Schaltung:

S: Scheinleistung: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Q: Blindleistung: $Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$

P: Wirkleistung: $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$

$\underline{Z}_i = R_i + jX_i \rightarrow P_i = \underline{I}^2 \cdot R_i$



$\underline{Z}_L = R_L + jX_L \rightarrow P_L = \underline{I}^2 \cdot R_L$

(Lastimpedanz)

$$P_{ges} = \underline{I}^2 \cdot (R_i + R_L)$$

für den **Wirkungsgrad** gilt:

$$\boxed{\eta := \frac{P_L}{P_{ges}} = \frac{\cancel{\underline{I}^2} \cdot R_L}{\cancel{\underline{I}^2} \cdot (R_i + R_L)}}$$

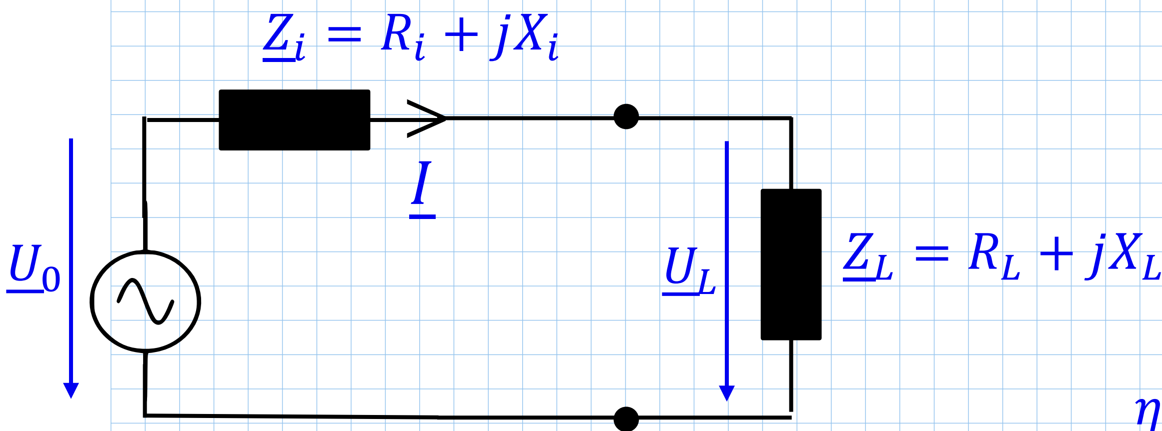
Verhältnis

von in Last umgesetzte Leistung P_L

zu im Generator generierter Leistung P_{ges}

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

10.1 Optimierung des Wirkungsgrads



$$\boxed{\text{Wirkungsgrad } \eta := \frac{P_L}{P_{ges}}}$$

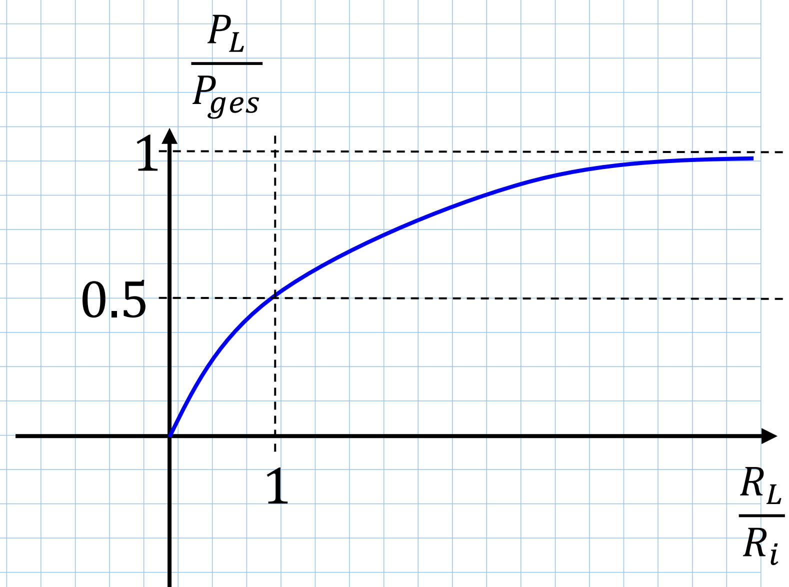
$$\eta := \frac{P_L}{P_{ges}} = \frac{R_L}{(R_i + R_L)} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_L}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_i \ll R_L \curvearrowright \eta \uparrow}$$

$$\frac{P_L}{P_{ges}} = \frac{\frac{R_L}{R_i}}{\frac{R_L}{R_i} + 1} \Rightarrow$$

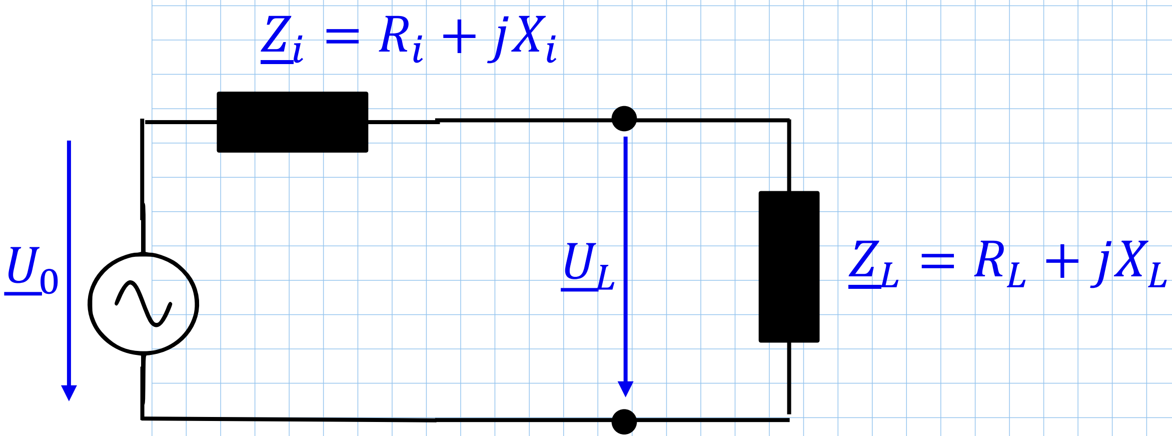
$$R_L = 0 \curvearrowright \frac{P_L}{P_{ges}} = 0$$

$$R_L = \infty \curvearrowright \frac{P_L}{P_{ges}} \to 1$$



Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

10.2 Optimierung η am Verbraucher



$$\text{Def.: } \underline{S}_L := \underline{U}_L \cdot \underline{I}^* = \underbrace{\frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L+\underline{Z}_i} \cdot \underline{U}_0}_{\text{Spannung an } \underline{Z}_L} \cdot \left[\frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_L+\underline{Z}_i}\right]^*$$

$$= \underline{U}_0 \cdot \underline{U}_0^* \cdot \frac{\underline{Z}_L}{(\underline{Z}_L+\underline{Z}_i)\cdot(\underline{Z}_L+\underline{Z}_i)^*}$$

$$\boxed{\underline{S}_L = |\underline{U}_0|^2 \cdot \frac{R_L + jX_L}{|\underline{Z}_L + \underline{Z}_i|^2} = |\underline{U}_0|^2 \cdot \frac{R_L + jX_L}{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2}}$$

$$P_L = \left|\underline{U}_0\right|^2 \cdot \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2}$$

2 Stellgrößen für P_L: R_L und X_L

Aufgabe: P_L soll maximiert werden!

Bildung der partiellen Ableitung für $R_L \& X_L$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} \stackrel{!}{=} 0 \;;\; \frac{\partial P_L}{\partial X_L} \stackrel{!}{=} 0$$

jeweils entweder nur R_L oder X_L als Variable!

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

$$\mathcal{N} := |Z_i + Z_L|^2 = (R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{\partial}{\partial R_L}\left[\,|U_0|^2 \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2}\right]$$

- Mit Quotientenregel für die Ableitung

$$\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$f(x) = R_L \Longrightarrow f'(x) = 1$$

$$g(x) = (R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2 \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot (R_i + R_L) \cdot 1$$

Kettenregel

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

$$\Longrightarrow \quad \frac{\partial P_L}{\partial \mathrm{R}} = \frac{N - R_L \cdot 2 \cdot (R_i + R_L)}{N^2}$$

$$\curvearrowright N - 2 \cdot R_L \cdot (R_i + R_L) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2 - 2R_L(R_i + R_L) = 0$$

$$\overbrace{R_i^2 + \cancel{2R_iR_L} + \cancel{R_L^2}} + (X_i + X_L)^2 - \cancel{2R_iR_L} - \cancel{2}R_L^2 = 0$$

$$\curvearrowright \boxed{(R_i - R_L)^2 + (X_i + X_L)^2 = 0}$$

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

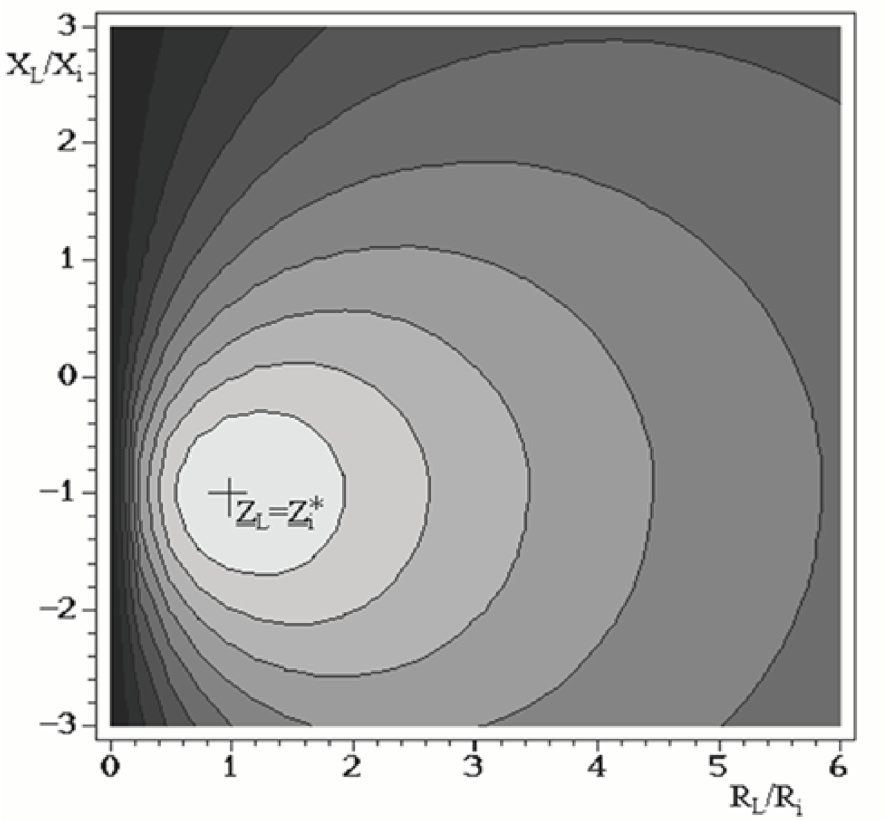
$$\frac{\partial R_L}{\partial X_L} = |U_0|^2 \cdot \frac{(-1)R_L \cdot 2(X_i + X_L)}{N^2}$$

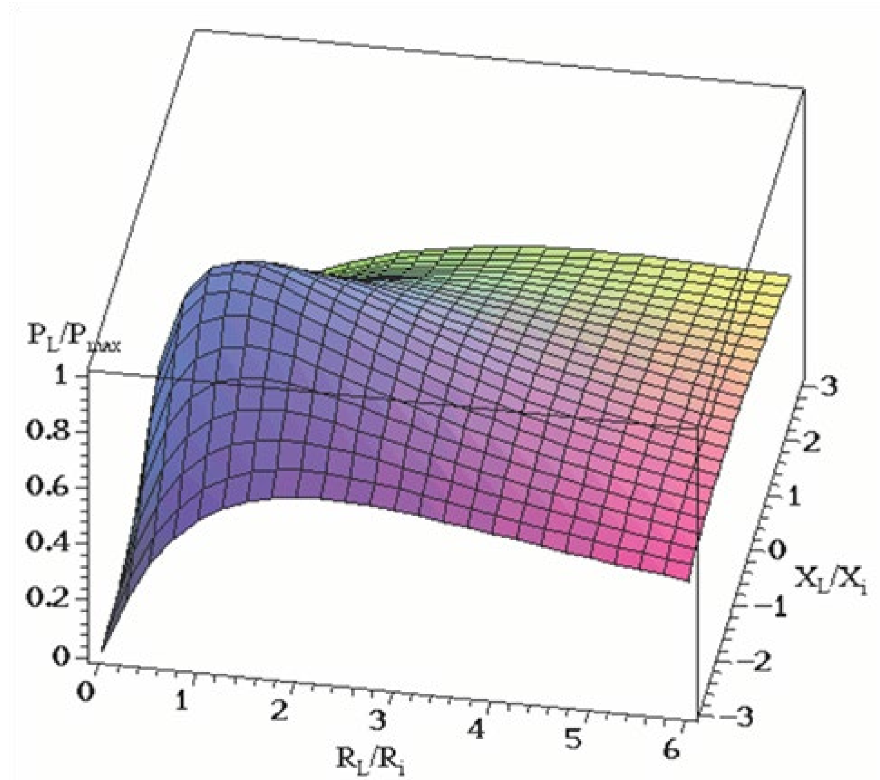
$$\Rightarrow X_i + X_L \stackrel{!}{=} 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} R_i \stackrel{!}{=} R_L \quad \text{und} \quad X_i \stackrel{!}{=} -X_L \\ \underline{Z}_i \stackrel{!}{=} Z_L^* \end{gathered}}$$

Konjugiert komplexe Anpassung !

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik


X_L/X_i
3
2
1
0
−1
−2
−3
$Z_L=Z_i^*$
0
1
2
3
4
5
6
R_L/R_i


P_L/P_{max}
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
1
2
3
4
5
6
R_L/R_i
X_L/X_i
3
2
1
0
−1
−2
−3

10.3 Optimierung der Wirkleistung unter Randbedingungen

- <u>Annahme:</u> X_i und X_L haben das gleiche Vorzeichen
  z.B. X_i und X_L induktiv oder kapazitiv

- Transformation R_L und X_L von <u>kartesischer</u> in <u>Polar</u> Schreibweise

$$\underline{Z}_L = R_L + jX_L \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} R_L &= |Z_L| \cdot \cos(\varphi_{ui}) \\ X_L &= |Z_L| \cdot \sin(\varphi_{ui}) \end{aligned} \qquad \underline{Z}_L = |Z_L| \cdot e^{j\varphi_{ui}}$$

Einsetzen in die Gleichung für P_L:

$$P_L = \left|\underline{U}_0\right|^2 \cdot \frac{\left|\underline{Z}_L\right| cos(\varphi_{ui})}{\left(R_i + \left|\underline{Z}_L\right| cos(\varphi_{ui})\right)^2 + \left(X_i + \left|\underline{Z}_L\right| sin(\varphi_{ui})\right)^2}$$

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

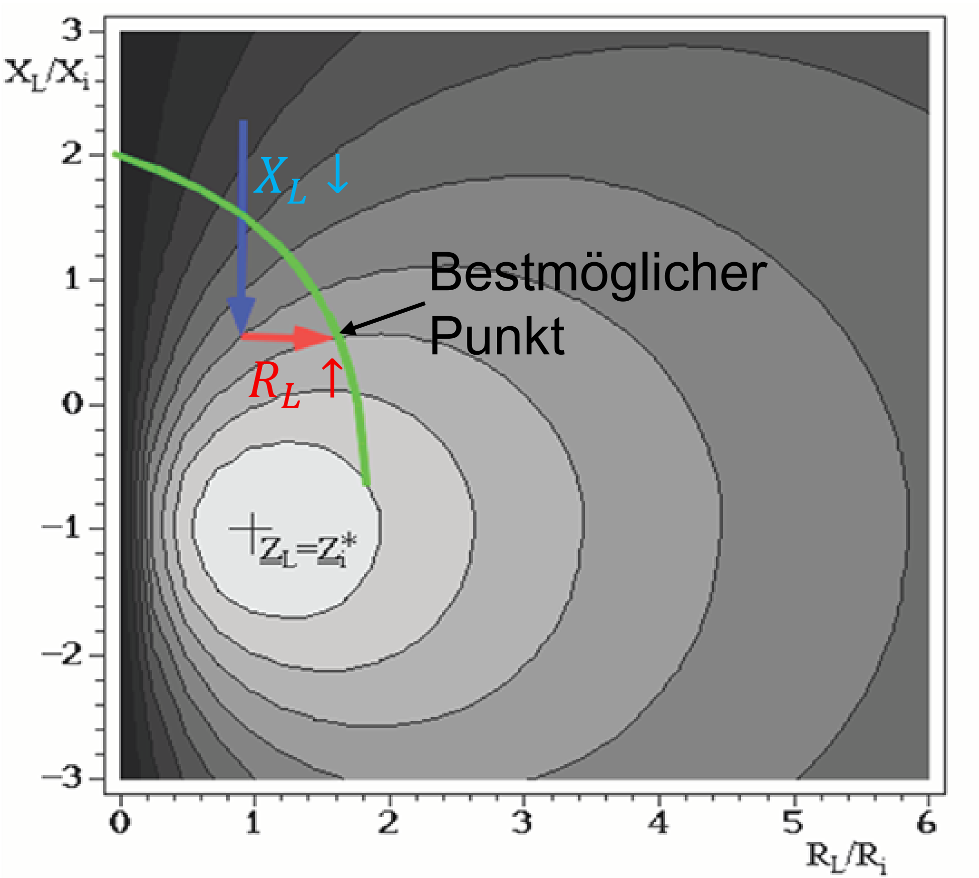
- Differenzieren nach $|\underline{Z}_L|$

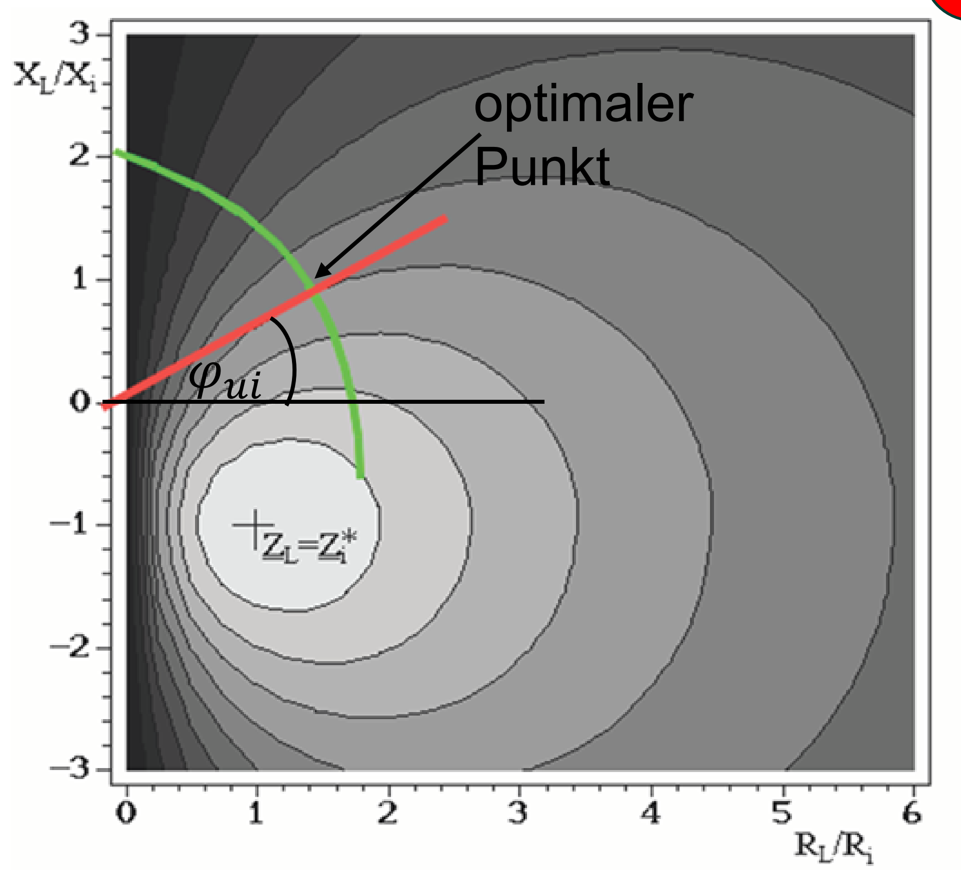
$$\frac{\partial P_L}{\partial |\underline{Z}_L|} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Longrightarrow R_i^2 + X_i^2 = |\underline{Z}_L|^2 \quad \text{bzw.} \qquad |\underline{Z}_i| = |\underline{Z}_L|$$

⟶ Absolutbeträge der Impedanzen sollen gleich sein!

Beispiele





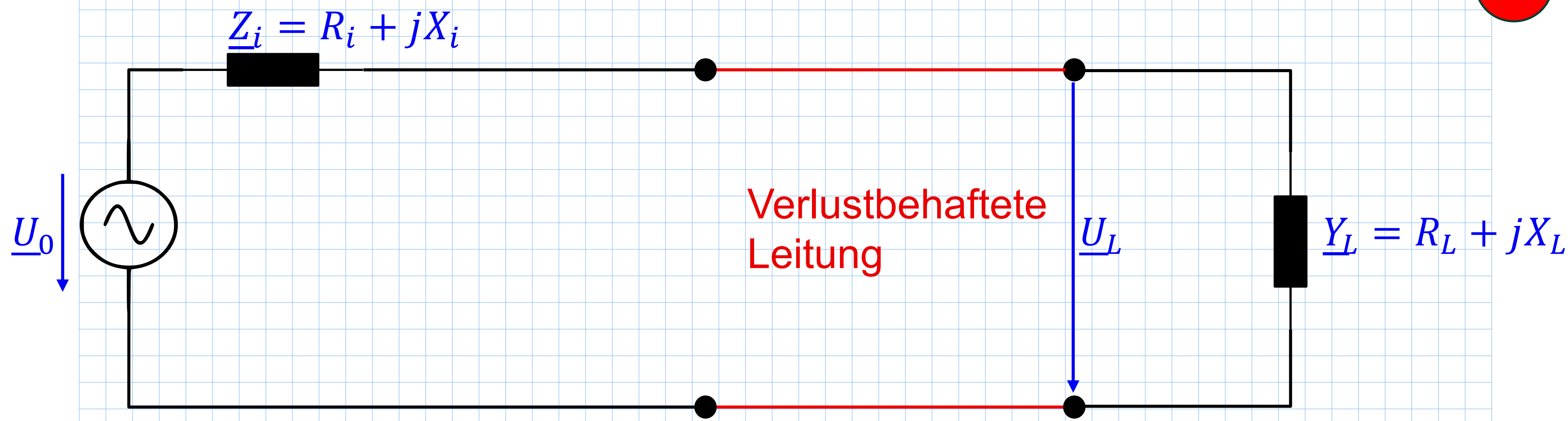
X_L und $X_i > 0$

- Minimiere X_L
- Vergrößere R_L

φ_{ui} vorgegeben

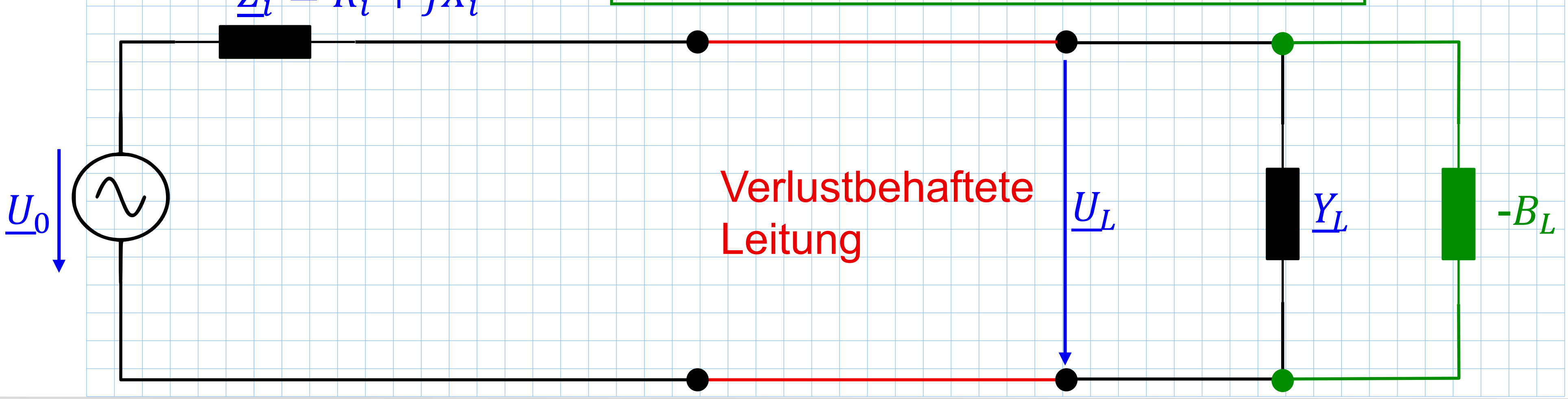
Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

10.4 Minimierung des Stromes auf der Leitung



Resonanzfrequenz soll weit weg sein, damit Ströme nicht maximal werden

$\Longrightarrow$ Kompensation des Blindleitwerts B_L



Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik