

Digitaltechnik

Kapitel 7a: Schaltnetze und Schaltwerke

Prof. Jürgen Becker

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)

08.01.2026

Definition (angelehnt an DIN IEC 748)

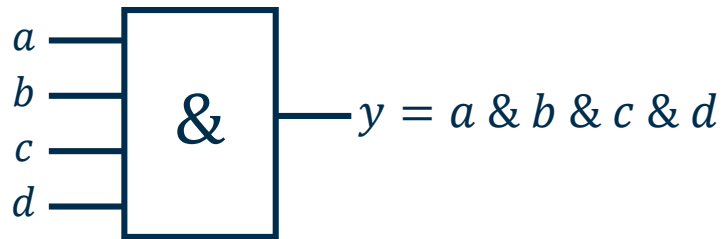
Ein **Schaltnetz** ist eine Digitalschaltung, in der es für jede mögliche Kombination von digitalen Signalen an den Eingängen eine – und nur eine – Kombination von digitalen Signalen gibt.

- Notwendig: für jeden Operatortyp eine **passende technische Realisierung**
- Schaltglieder (**Gatter**) für Konjunktion, Disjunktion und Negation

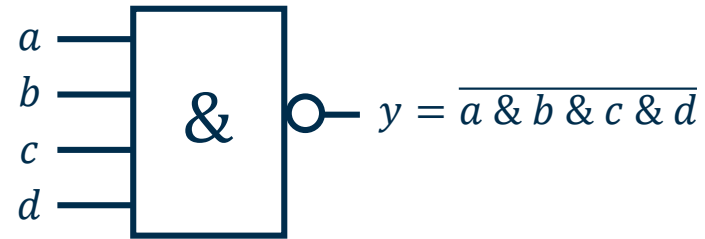
Schaltzeichen nach der Norm DIN 40900



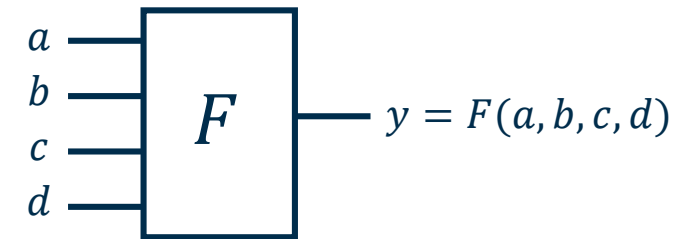
AND-Gatter:



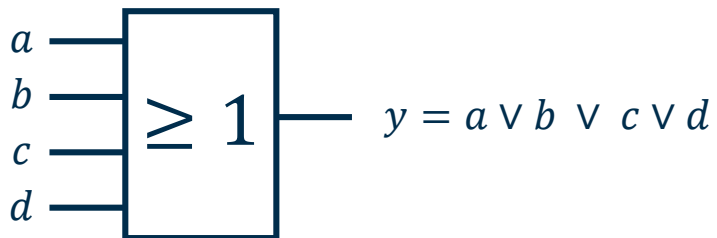
NAND-Gatter:



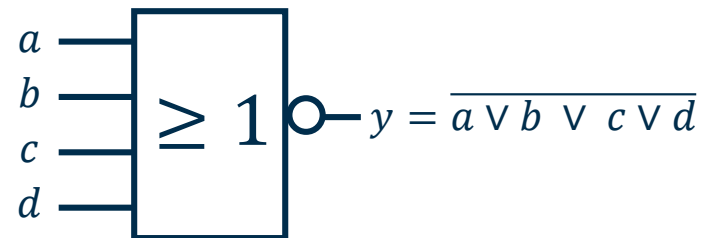
Beliebige Funktion:



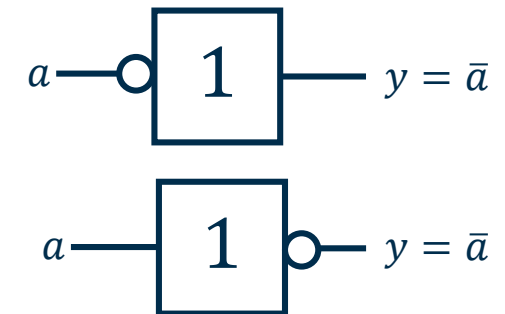
OR-Gatter:



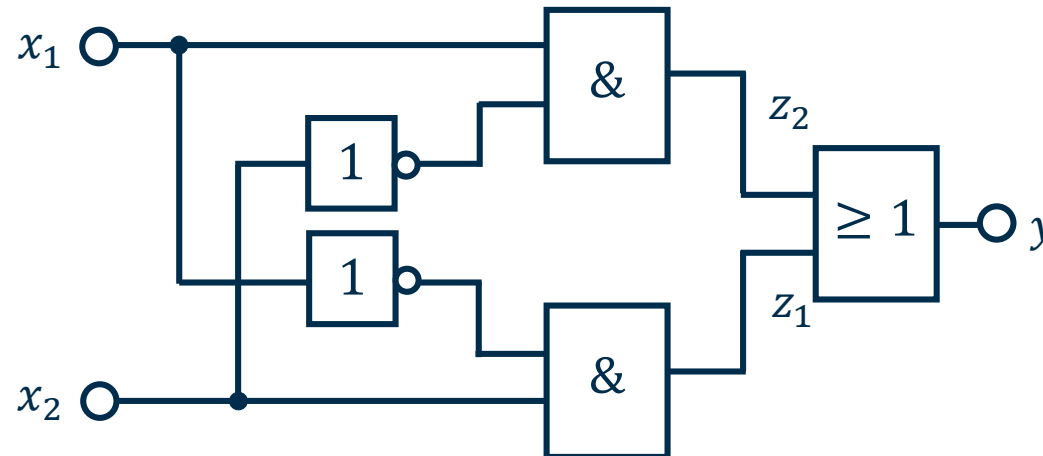
NOR-Gatter:



Negationsgatter:



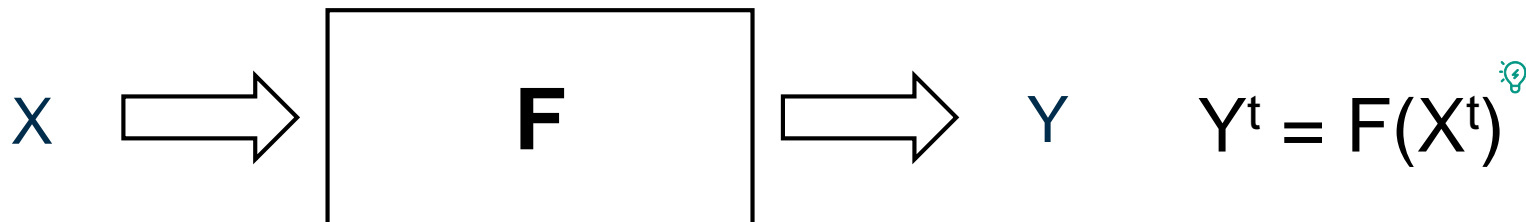
- In der Regel bestehen logische Ausdrücke aus mehr als einem Operator
- Aus den logischen Ausdrücken kann unmittelbar eine **Konstruktionsvorschrift** für Digitalschaltungen erstellt werden
- Die maximale Anzahl von Schaltgliedern von den Eingängen zum Ausgang wird **Stufenzahl** oder **Tiefe** der Schaltung genannt (Inverter werden nicht gezählt)
- **Beispiel:** $y = (x_2 \& \overline{x_1}) \vee (\overline{x_2} \& x_1) = [z_2 \vee z_1]$



Definition (nach DIN IEC 748 Teil 2)

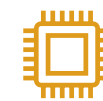
Ein **Schaltnetz** ist eine Digitalschaltung, in der es für jede mögliche Kombination von digitalen Signalen an den Eingängen eine – und nur eine – Kombination von digitalen Signalen an den Ausgängen gibt

- Schaltnetze sind Schaltungen, die unmittelbar einem Strukturausdruck entsprechen
- Die Ausgänge hängen **nur von den Signalen an den Eingängen** ab
 - Hierbei werden Schaltzeiten der Logik-Gatter und Signallaufzeiten zunächst vernachlässigt



^t ist hier ein Hinweis darauf, dass Y zeitlich unmittelbar aus X folgt

1. Umsetzung der **verbalen Aufgabenstellung** in eine formale Form, z.B eine **Funktionstabelle**
2. Bildung einer **Normalform**; Bildung einer vollständigen Blocküberdeckung
3. Bildung einer **Minimalform** (z.B. mit S-Diagramm oder Nelson/Patrick)
4. Umformung in das gewählte **Basissystem**
5. Umformung in den **Strukturausdruck**
6. Umsetzen in das entsprechende **Schaltnetz**
 - (Unter Umständen sind nicht alle Schritte notwendig)



In Challenge 2 wird mit diesem Ablauf die Ansteuerung einer 7-Segment Anzeige entworfen.

Schaltnetzbeispiel: Addiererbaustein

- Digitale Systeme sollen nicht nur **logische** sondern auch **arithmetische Operationen** ausführen können
 - z.B. Addition, Subtraktion, Multiplikation
- Hierfür benötigen wir Grundbausteine, die diese Operationen realisieren
- **Addierer** sind Schaltungen, die uns ermöglichen digital eine Addition durchzuführen
- Es gibt verschiedene **Addiererstrukturen**, die sich in Laufzeit und Kosten (Gatteranzahl) unterscheiden

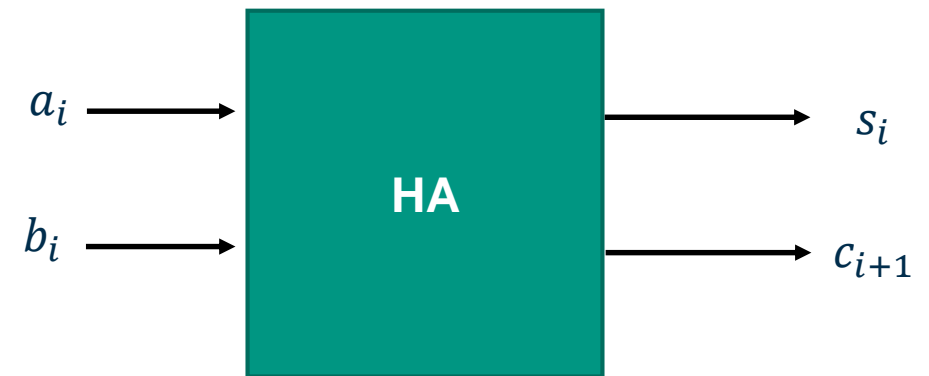
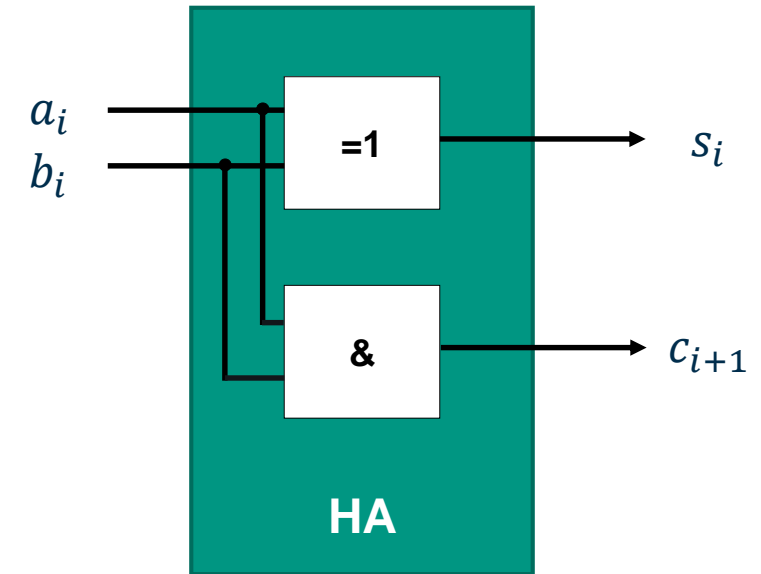
Schaltnetzbeispiel: Halbaddierer

- Summieren die beiden **Eingangsbits** a_i und b_i und legen die **Summe** auf den Ausgang s_i
- Zusätzlich wird ein **Übertragsbit** c_{i+1} erzeugt

- $s_i = a_i \oplus b_i$

- $c_{i+1} = a_i \cdot b_i$

a_i	b_i	s_i	c_{i+1}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



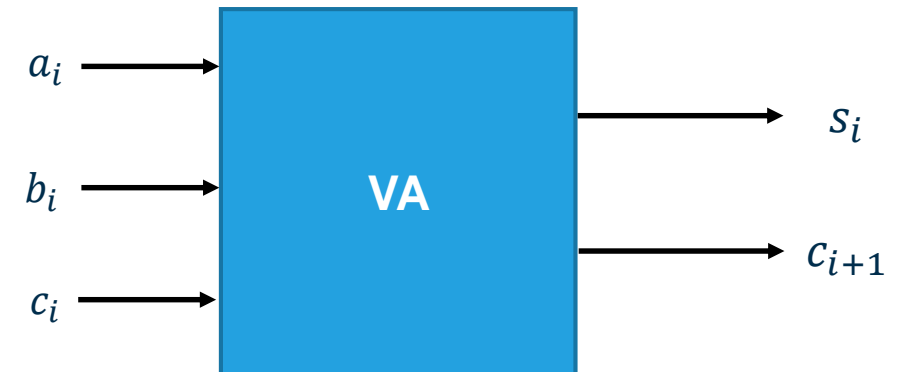
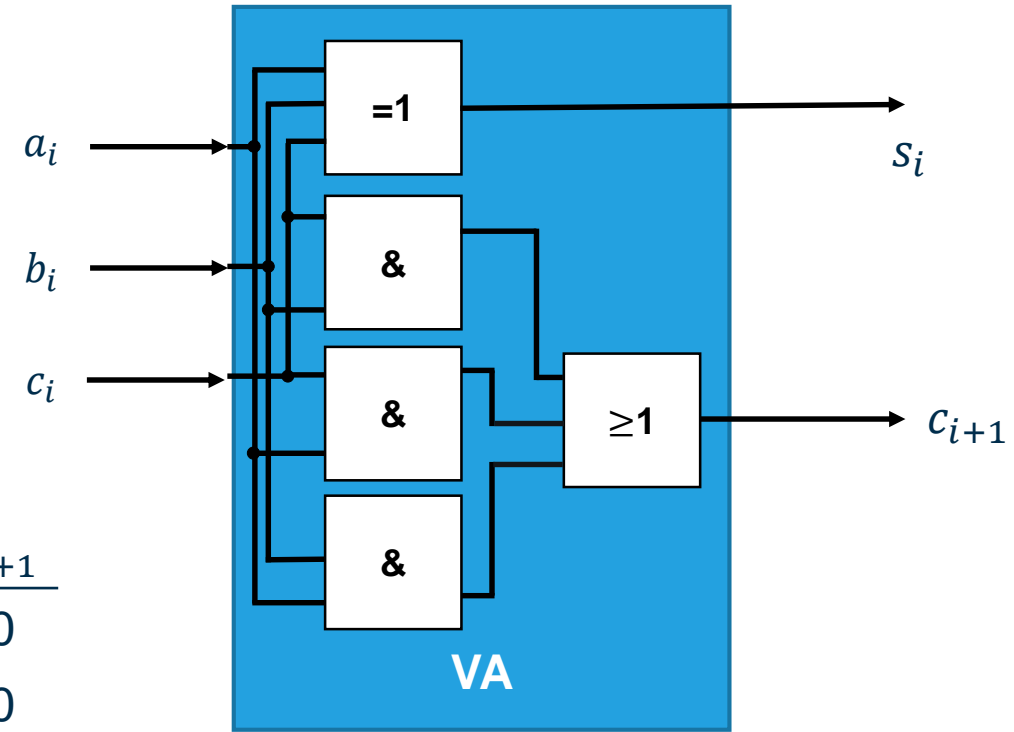
Schaltnetzbeispiel: Volladdierer

- Besitzen zusätzlich einen **Übertragseingang** und sind somit in der Lage, vorhergehende Stellen in die Berechnung einzubeziehen

- $s_i = a_i \oplus b_i \oplus c_i$

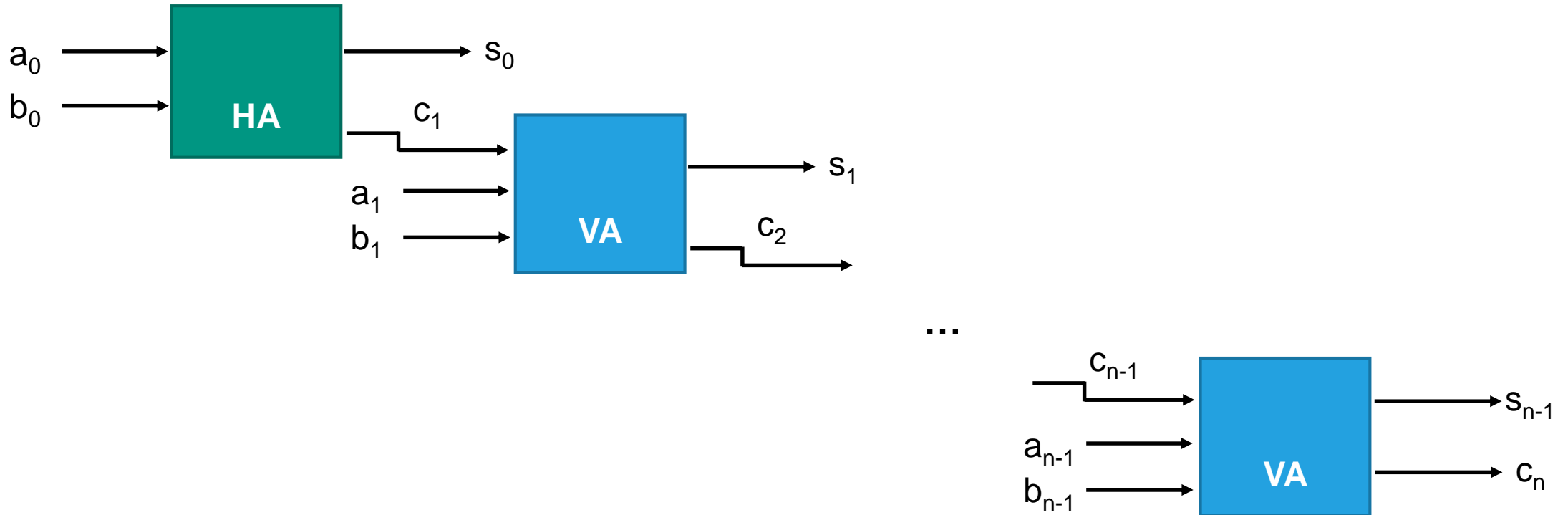
- $c_{i+1} = a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_i + b_i \cdot c_i$

a_i	b_i	c_i	s_i	c_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Schaltnetzbeispiel: n-Bit Ripple-Carry-Addierer

- 1. Baustein ist ein HA, die darauffolgenden sind VAs

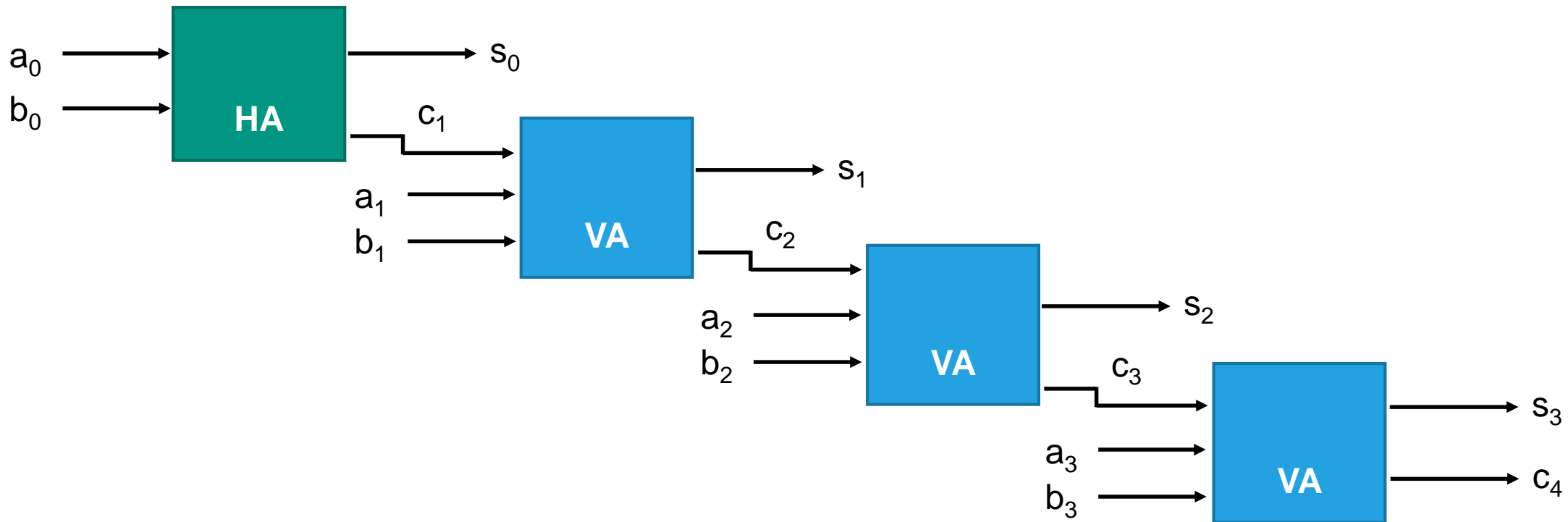


Schaltnetzbeispiel: 4-Bit Ripple-Carry-Addierer

- **Nachteil:** sehr langer kritischer Pfad
- Die Laufzeit beträgt $2n$ Gatter für die Berechnung von c_n



Weitere Ansätze, z. B. der Carry-Look-Ahead Adder, werden in „Mikroelektronische Schaltungen und Systeme“ (MSS) behandelt.

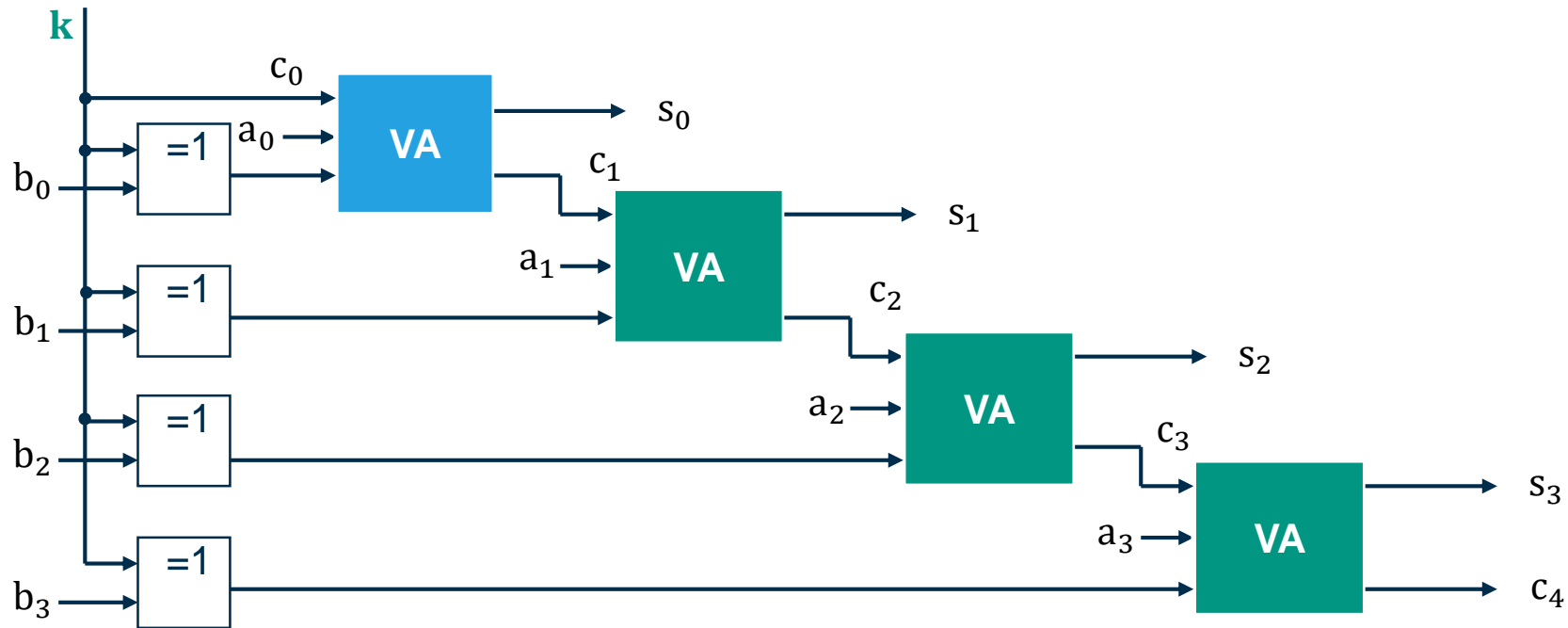


Schaltnetzbeispiel: Subtrahiererbaustein

- Die Subtraktion lässt sich auf die Addition des **K2-Komplements** zurückführen
- Dies bedeutet die **bitweise Negation** und Addition einer 1
- Für einen **kombinierten Addierer/Subtrahierer** lässt sich die bitweise Negation über **XOR** steuern

Schaltnetzbeispiel: Subtrahierbaustein

- Beispiel: 4-Bit Addierer/*Subtrahierer*
- Addierer mit $k=0$, *Subtrahierer* mit $k=1$

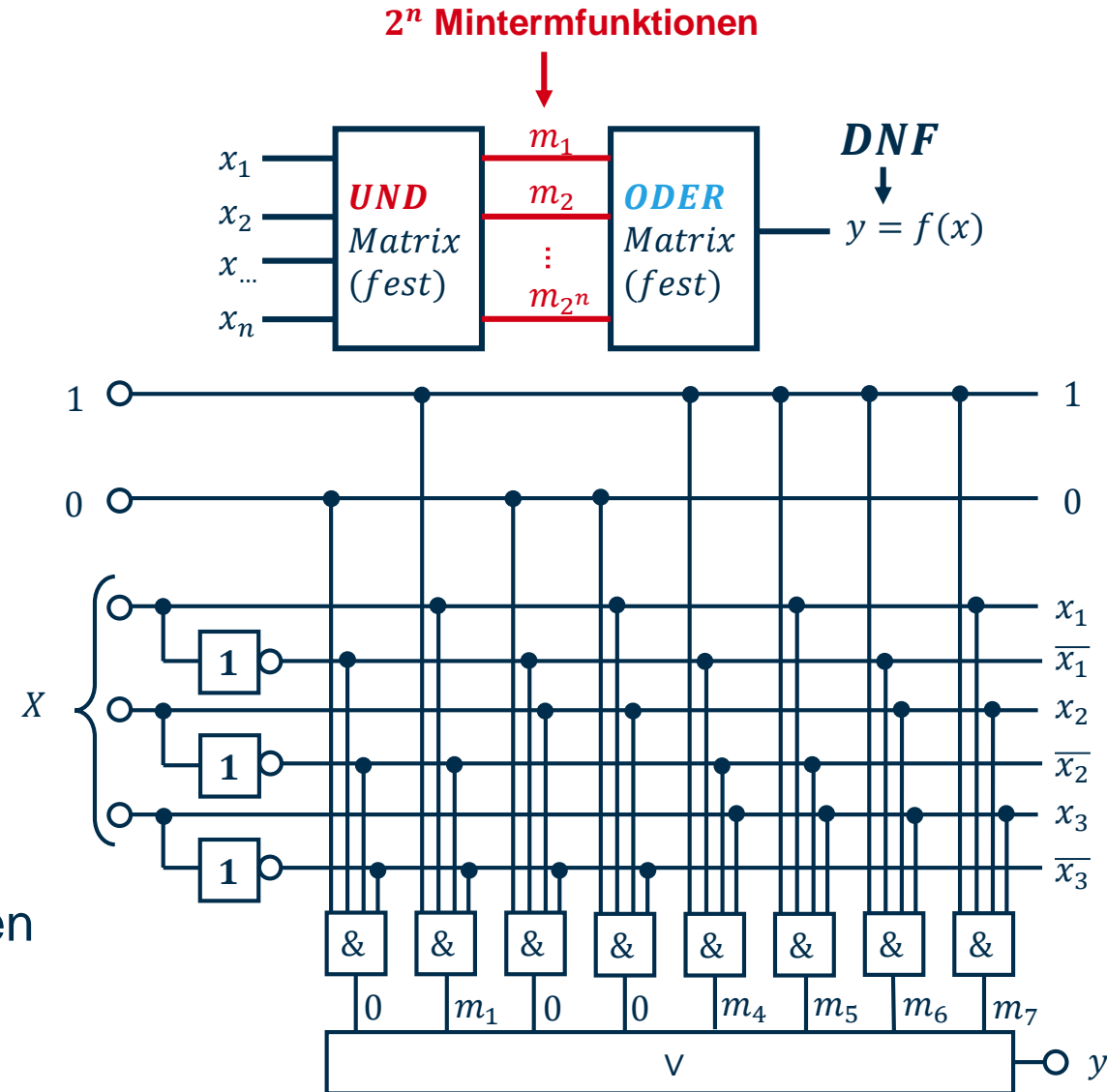


- Anwendung schaltalgebraischer Regeln auf logische Ausdrücke erlaubt **vielfältige Formen für Schaltnetze**
 - Im Allgemeinen ist dann kein durchgängiges Ordnungsprinzip erkennbar („*krause Logik*“)
 - Bei **komplexen Schaltnetzen**: unübersichtliche und teilweise schwierige Verhältnisse
- Wir benötigen eine übersichtliche Methode zur **schnellen** und **kostengünstigen** Realisierung von Schaltnetzen in Form integrierter Schaltungen (ICs)
- **Grundprinzip**: Weglassen/Hinzufügen von Signalverbindungen in universell nutzbaren Hardwarestrukturen (Matrizen)
 - Minterm bzw. Maxtermorientiert (DNF/KNF)
 - Blockorientiert (DMF/KMF)

Normalformorientierte Struktur von Schaltnetzen



- **Normalformorientierte Struktur (DNF):**
 - 2^n UND-Glieder in der ersten Stufe und ein bzw. mehrere ODER-Glieder in der zweiten Stufe
 - **Möglichkeiten zur Programmierung:**
 1. Einfluss: **Bilden** der **Minterme** (1. Stufe)
 2. Einfluss: **Einkoppeln** der **Minterme** (2. Stufe)
- **Beispiel 1: ULA (Universal Logic Array)**
 - $y = m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$
 - **Programmierung über die 1. Stufe:**
 - **Konjunktive Verknüpfung** der **Minterme** m_j mit **0** oder **1**, um Wirkung ein- bzw. auszuschalten



Blockorientierte Struktur von Schaltnetzen

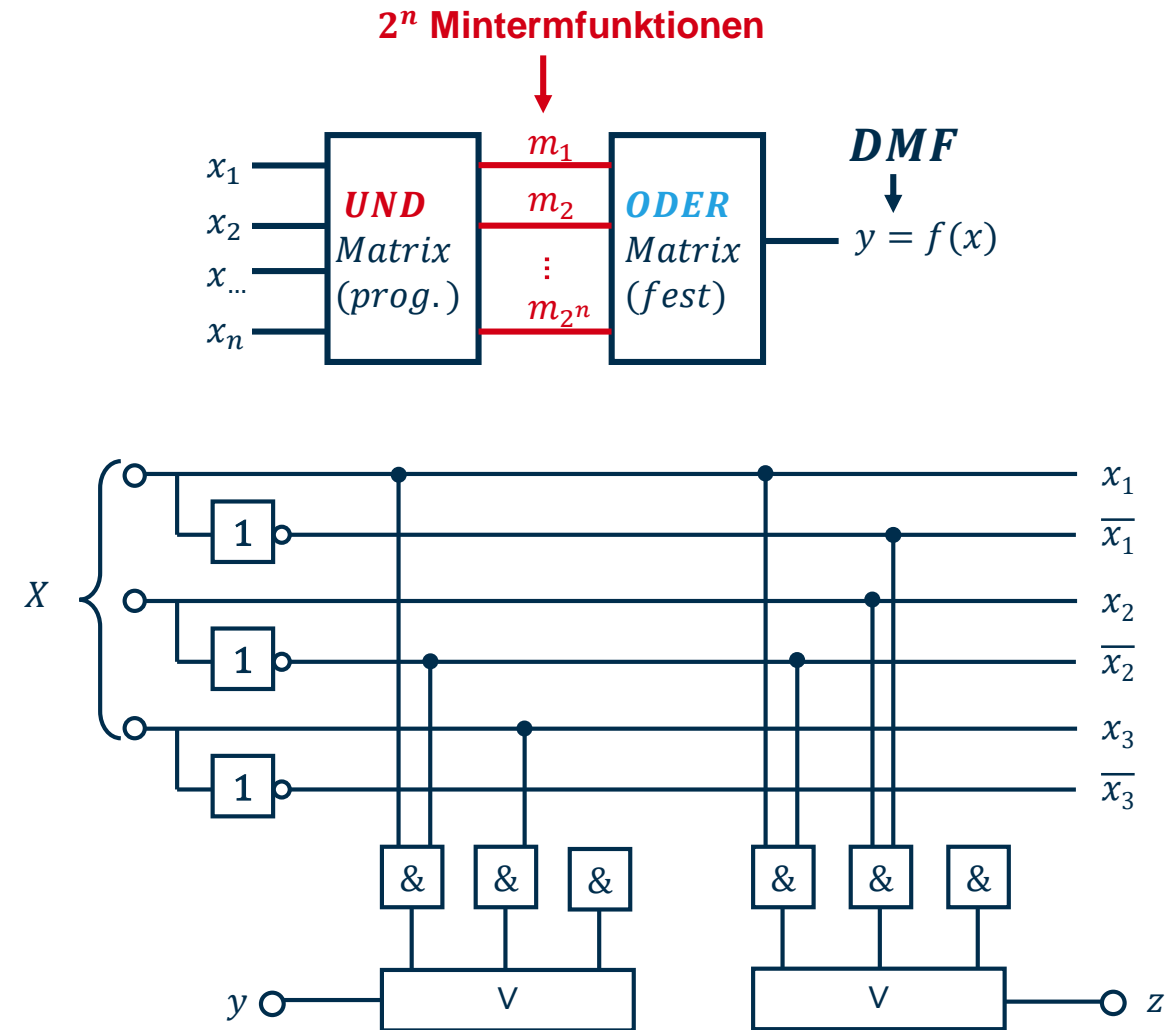


■ Blockorientierte Struktur (DMF):

- $< 2^n$ UND-Glieder in der ersten Stufe und ein bzw. mehrere ODER-Glieder in der zweiten Stufe
- **Möglichkeiten zur Programmierung:**
 1. Nur über die UND-Matrix (PAL-Baustein)
 2. UND- und ODER-Matrix (PLA-Baustein)

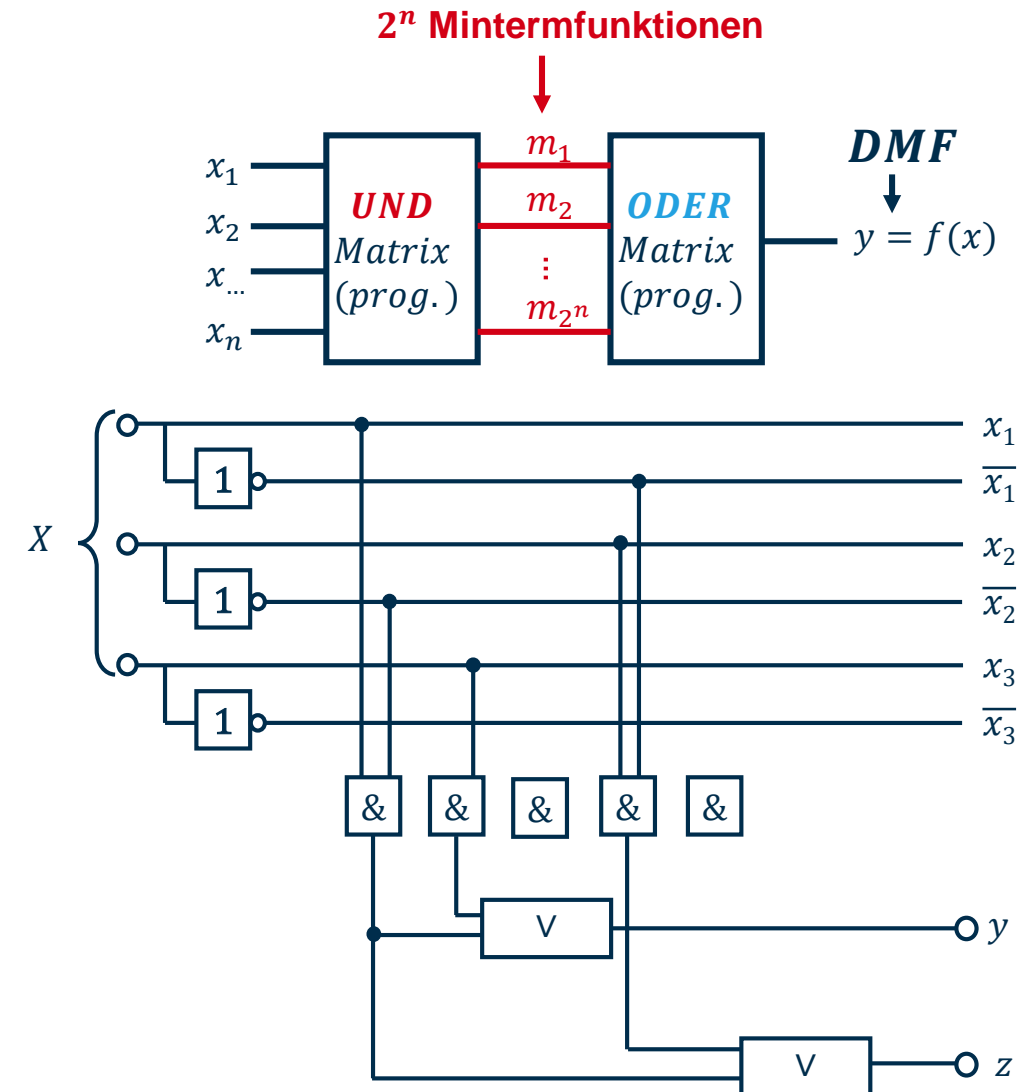
■ Beispiel 2: PAL (Programmable Array Logic)

- $y = (\overline{x_2} \& x_1) \vee (x_3)$
- $z = (\overline{x_2} \& x_1) \vee (x_2 \& \overline{x_1})$
- → Da die Gruppierung der UND-Verknüpfungen fest vorgegeben ist, muss der identische Term $(\overline{x_2} \& x_1)$ doppelt realisiert werden



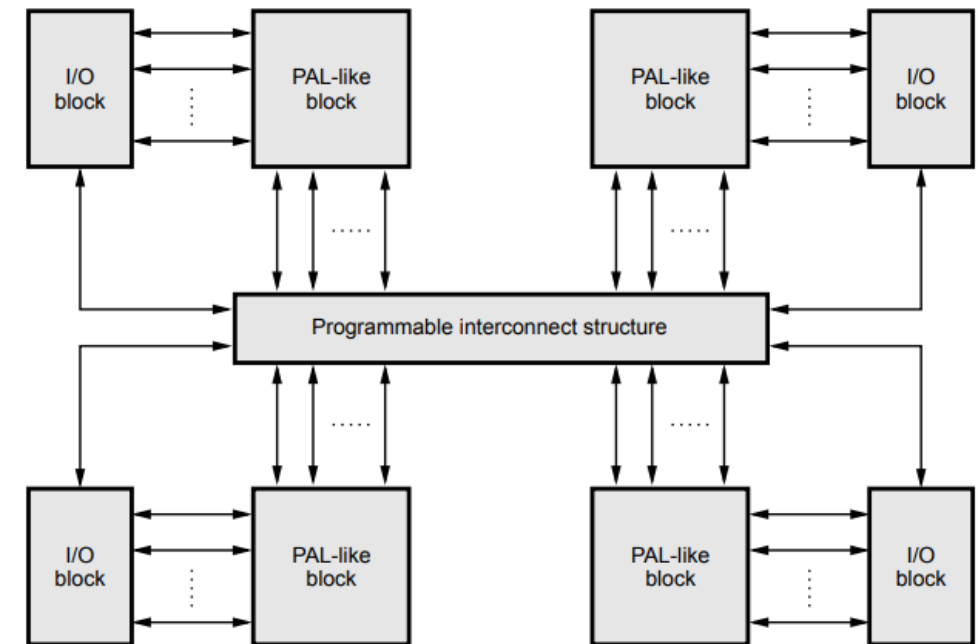
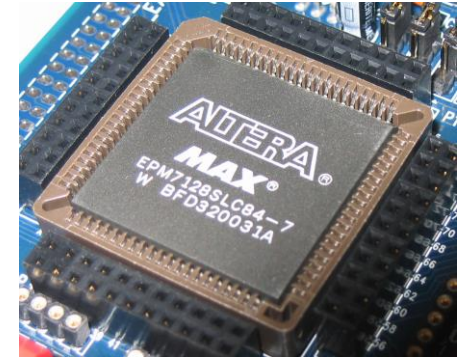
■ Beispiel 3: PLA (Programmable Logic Array)

- $y = (\overline{x_2} \& x_1) \vee (x_3)$
- $z = (\overline{x_2} \& x_1) \vee (x_2 \& \overline{x_1})$
- → Da hier **beide** Matrizen beeinflussbar sind, kann der Term $(\overline{x_2} \& x_1)$ in beiden ODER-Matrizen verwendet werden



CPLD (Complex Programmable Logic Device)

- Enthält mehrere Function Blocks (FBs)
 - PAL-ähnliche Bauteile
 - Jeder FB besitzt mehrere Macrocells
 - Zentrale Interconnect-Matrix verbindet FBs und I/Os
-
- Eigenschaften:
 - Deterministische Signaldurchlaufzeit
 - „Instant-On“ Verhalten
 - Geringer Stromverbrauch



Entwicklung programmierbarer Logik

- **PLA/PAL**, ab den 1970er Jahren
 - Erste Realisierungen programmierbare Hardware
 - Sind inzwischen durch CPLDs und FPGAs ersetzt worden
- **CPLD** (Complex Programmable Logic Device), 1988
 - Technologischer Nachfolger von PAL/PLA
 - Heutzutage verwendet für einfache, deterministische Steuer- und Glue-Logic
- **FPGA** (Field Programmable Gate Array), 1985 
 - Array aus Configurable Logic Blocks (CLBs)
 - Heutzutage verwendet für hochgradig parallele, flexible Hardwarebeschleunigung



FPGAs werden z. B. in **MSS** behandelt und in diversen Mastervorlesungen bzw. Praktika vertieft.

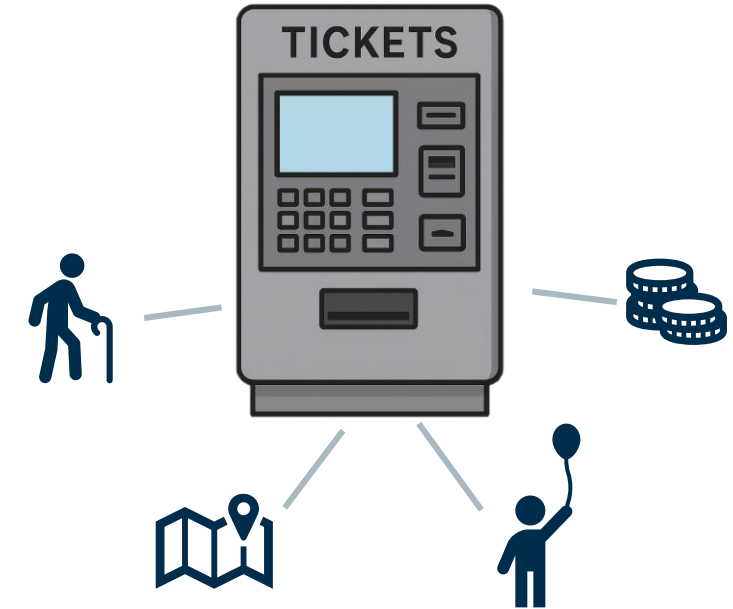


Wenn Sie den Hardwaretest der Challenges 1-3 auf dem Zedboard durchführen, programmieren Sie durch den generierten Bitstream einen **FPGA**

Automaten: Motivation



- Bisher wurden **Schaltnetze** behandelt:
 - Ermöglichen die Bildung von Ausgangsgrößen unmittelbar aus Eingangsgrößen
 - **Maximal sinnvolle Größe** der Schaltnetze ist jedoch aus wirtschaftlichen und technischen Gründen beschränkt
- Beispiel: **Fahrkartenautomat**
 - **Eingangswerte:** Münzgröße/Scheine, Entfernung, Sondertarif, Kind/Erwachsene
 - Realisierung als **Schaltnetz**:
 - Es müssten entweder alle vier Eingaben **zeitgleich** betätigt werden oder ein Tastensatz verfügbar sein, dessen Mächtigkeit gleich der des **kartesischen Produktes aller Mengen** ist, um alle Kombinationen abzubilden



Geldeinwurf $G = \{0,5 \text{ €} \cdot k \mid k \in \mathbb{N}, k < 100\}$

Wabenanzahl $W = \{1,2,3,4,5\}$

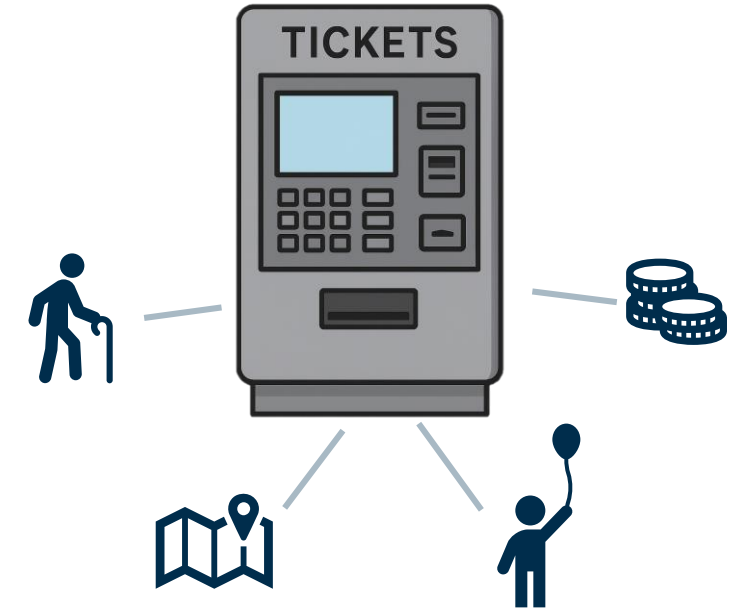
Ermäßigung $E = \{ja, nein\}$

Kind $K = \{ja, nein\}$

Automaten: Motivation



- **Reales Verhalten eines Fahrkartenautomaten:**
 - Die **Eingabe** einzelner Parameter erfolgt **nacheinander**
- → Dies entspricht einem **neuen Verarbeitungskonzept**, bei dem die Mächtigkeit des Eingabealphabets reduziert und die Komplexität der Ausgabegröße in eine andere Dimension verlagert wird
- Es werden vorherige **Eingaben gespeichert** und **Zustände** verwendet



Geldeinwurf $G = \{0,5 \text{ €} \cdot k \mid k \in \mathbb{N}, k < 100\}$

Wabenanzahl $W = \{1,2,3,4,5\}$

Ermäßigung $E = \{ja, nein\}$

Kind $K = \{ja, nein\}$

- Verallgemeinerung des Problems:

- Endliches **Eingabealphabet**: $E = \{E_1, E_2, \dots, E_g, \dots, E_u\}$
- Endliches **Ausgabealphabet**: $A = \{A_1, A_2, \dots, A_h, \dots, A_v\}$
- **Einheit AT**, die die **zeitliche Folge** von Elementen des **Eingabealphabets** F_E in eine **zeitliche Folge** von Elementen des **Ausgabealphabets** F_A abbildet



- **Einführung** eines **Ordnungsindex** v zur Unterscheidung **zeitlicher** Reihung:

- $F_E = E_g^v E_g^{v-1} E_g^{v-2} \dots$ $F_A = A_h^v A_h^{v-1} A_h^{v-2} \dots$

- Für die **Einheit AT** gilt: $A_h^v = f(E_g^v, E_g^{v-1}, E_g^{v-2}, \dots, E_g^{v-\alpha})$

- Insgesamt werden $\alpha + 1$ **Elemente** des Eingabealphabets beobachtet
 - α ist die **zeitliche Tiefe** der Verarbeitung 💡



$\alpha \geq 1$, $\alpha = 0$ wäre
der Sonderfall
eines Schaltnetzes

- Nachteil des Konzepts: Um A_h^v berechnen zu können, müssen α Eingabeelemente gespeichert werden

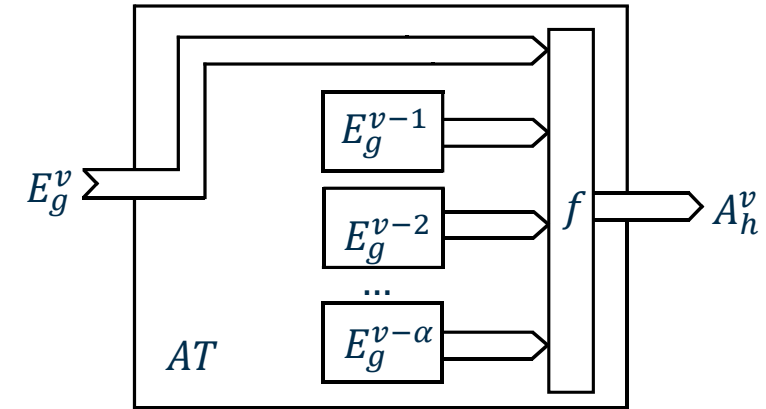
- Bei Erhalten eines neuen Elementes:

- Ältestes Element $E_g^{v-\alpha}$ entfällt aus Folge mit Länge $(\alpha + 1)$
- Bei Normierung der Indizes dem Alter nach erhält man:

- v : $E_g^v \ E_g^{v-1} \ E_g^{v-2} \ \dots \ E_g^{v-(\alpha+1)} \ E_g^{v-\alpha}$
- $v + 1$: $E_g^{v+1} \ E_g^v \ E_g^{v-1} \ E_g^{v-2} \ \dots \ E_g^{v-(\alpha+1)} \ E_g^{v-\alpha}$
- $v + 1$: $E_g^{v+1} \ E_g^v \ E_g^{v-1} \ E_g^{v-2} \ \dots \ E_g^{v-(\alpha+1)} \ E_g^{v-\alpha}$
- $v + 1 \Rightarrow v$: $E_g^v \ E_g^{v-1} \ \dots \ E_g^{v-2} \ E_g^{v-(\alpha+1)} \ E_g^{v-\alpha}$

reduziert

normiert



- **Abbildung der Folge:** $E_g^{v-1} \dots E_g^{v-\alpha}$ auf ein **neues Alphabet** $S = \{S_1, \dots, S_k, \dots S_w\}$ mit **geringerer Mächtigkeit:**
 - $(E_g^{v-1} \dots E_g^{v-\alpha}) \rightarrow S$, mit $|E|^\alpha \geq |S|$
 - Elemente $S_k \in S$ werden **Zustände** von AT genannt
- Die **Ausgabe** hängt nun von den **Eingabeelementen** und den **Zuständen** ab:
 - $A_h^v = \lambda(E_g^v, S_k^v)$ mit λ als **Ausgabefunktion** von AT
- Die **Zustände** müssen in Abhängigkeit des bisherigen Zustands und der Eingabe aktualisiert werden:
 - $S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$ mit δ als **Überföhrungsfunktion** der **Zustände**

Definition

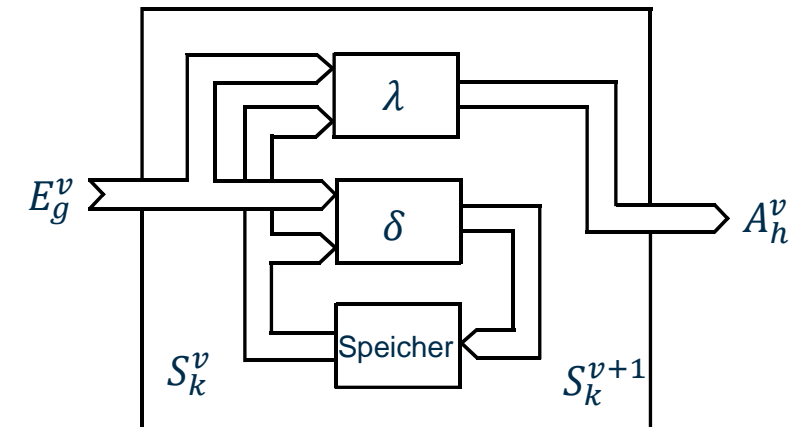
Ein endlicher **Automat** AT wird durch ein **Quintupel** aus drei endlichen Mengen und zwei Abbildungen zwischen diesen Mengen beschrieben:

$$AT = (E, A, S, \delta, \lambda)$$

mit: E : Eingabealphabet, A : Ausgabealphabet, S : Zustandsalphabet,
 δ : Überföhrungsfunktion, λ : Ausgabefunktion

■ Darstellung des Automaten durch folgende Struktur:

- **Rekursive Anordnung** zur Bestimmung des neuen Zustands
- Der **Speicher** nimmt den momentanen Zustand S_k^v auf
- Der neue **Zustand** S_k^{v+1} muss zum **richtigen Zeitpunkt** übernommen werden



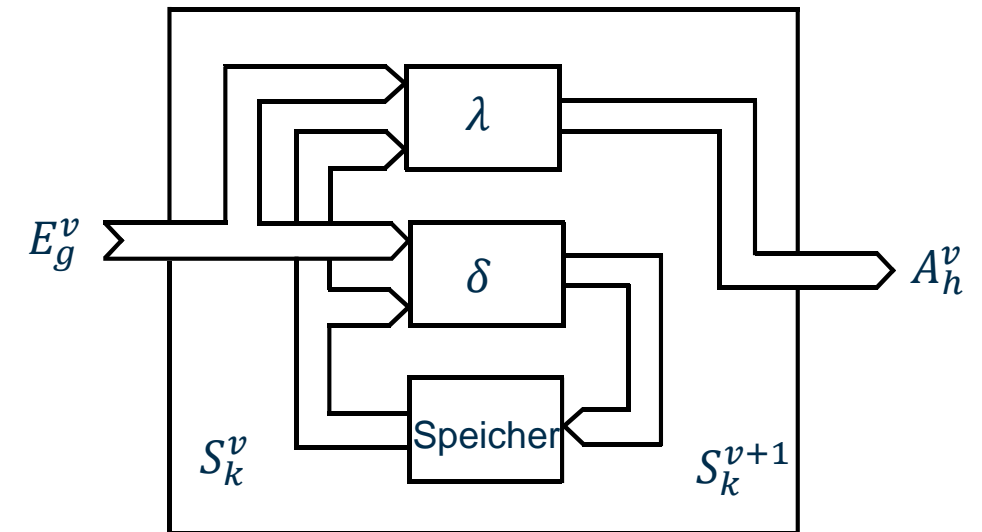
- Wichtige **Typklassen** von Automaten im Zusammenhang mit Digitalschaltungen:

Generell: **Endliche**, **diskrete** und **deterministische** Automaten:

- **Endlich**: erreicht einen definierten Endzustand, d. h. **E**, **A**, **S** sind **endliche Mengen**
- **Diskret**: es werden „gültige“ Eingaben an **diskreten Zeitpunkten** verarbeitet
- **Deterministisch**: Automat ist „**eindeutig**“ in der **Berechnungssequenz** der Eingaben, d. h. wann der Automat welchen **Zustand** + **Ausgabe** einnimmt ist immer **eindeutig**
- Anhand **Abhängigkeiten** der **Ausgabefunktion** von E_g^v und S_k^v unterscheidet man drei Typen von Automaten:
 - **Mealy**-Automat
 - **Moore**-Automat
 - **Medwedew**-Automat

■ Mealy-Automat

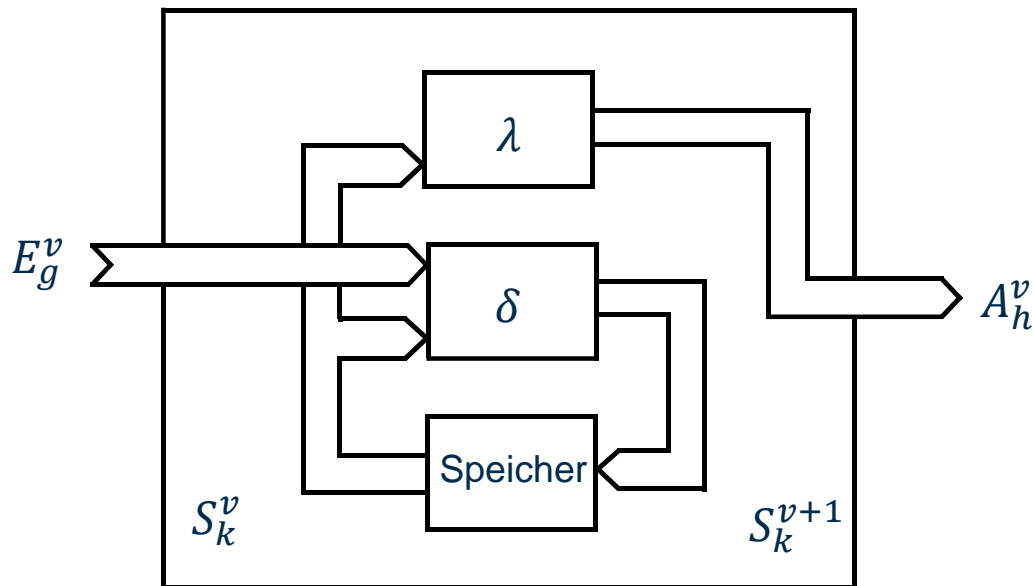
- $A_h^v = \lambda(E_g^v, S_k^v)$ als **allgemeinster** Fall
- **Ausgabe** hängt sowohl von der **Eingabe** als auch vom **aktuellen Zustand** ab



Automaten: Typen

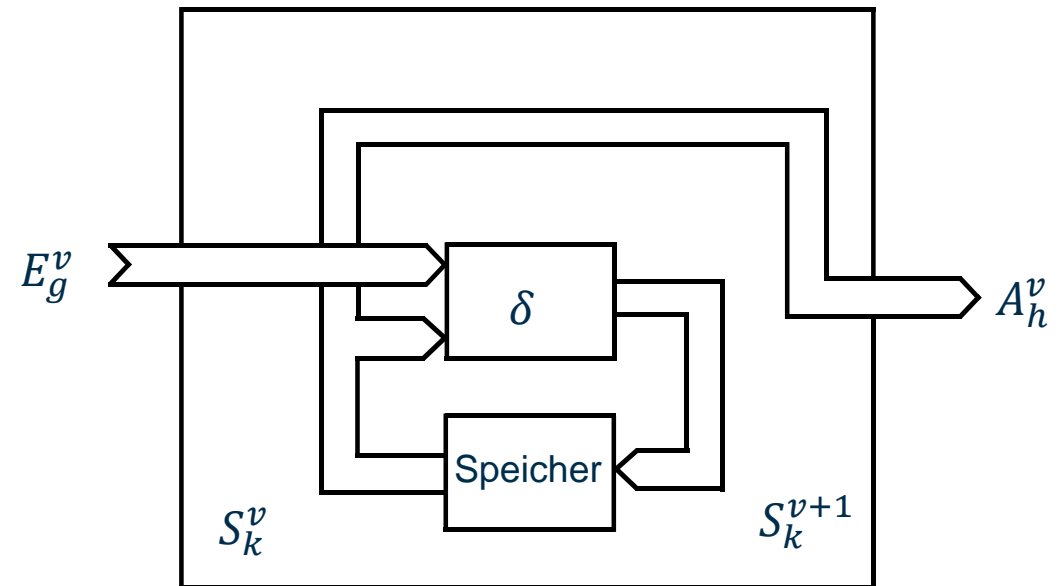
■ Moore-Automat

- $A_h^v = \lambda(S_k^v)$ als ein Spezialfall, bei dem die **Ausgabe alleine** vom **Zustand** abhängt



■ Medwedew-Automat

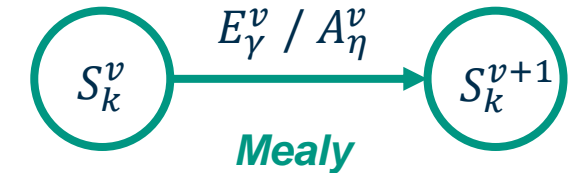
- $A_h^v = S_k^v$ als Spezialfall eines Moore-Automaten, bei dem der **Zustand selbst** als **Ausgabewert** dient



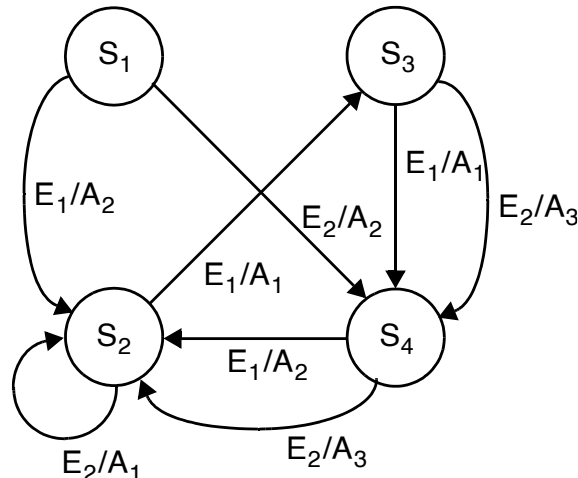
Automaten: Beschreiben des Verhaltens

■ Automatengraphen

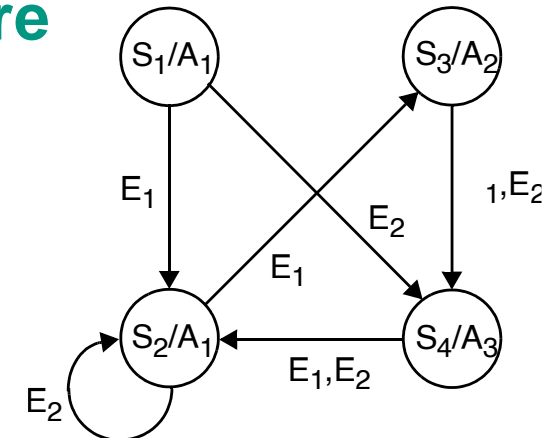
- **Knoten** repräsentieren **Zustände**, Kanten als **Zustandsübergänge**
- **Beide Elemente** des Graphen werden mit **Attributen** versehen, die sich auf **Eingangs-** und **Ausgangselemente** beziehen



■ Beispiel: Mealy



■ Beispiel: Moore



Automaten: Beschreiben des Verhaltens



■ Automatentafel

- Bilden des **kartesischen Produktes** aus **Eingabe-** und **Zustandsmenge**
- An **Kreuzungsstellen** werden beim **Mealy-Automaten** der jeweilige **Folgezustand** und die **Ausgabe**, beim **Moore-Automaten** nur der **Folgezustand** eingetragen

Mealy

S^v	S^{v+1} / A^v			
	E_1^v	E_2^v	E_{\dots}^v	E_n^v
S_1^v	...	S_k^{v+1} / A_h^v	...	S_k^{v+1} / A_h^v
S_2^v	...	S_k^{v+1} / A_h^v
S_{\dots}^v	S_k^{v+1} / A_h^v	...
S_n^v	S_k^{v+1} / A_h^v

Moore

S^v	S^{v+1}				
	E_1^v	E_2^v	E_{\dots}^v	E_n^v	
S_1^v	...	S_k^{v+1}	...	S_k^{v+1}	A^v
S_2^v	...	S_k^{v+1}
S_{\dots}^v	S_k^{v+1}
S_n^v	S_k^{v+1}	A^v

Definition

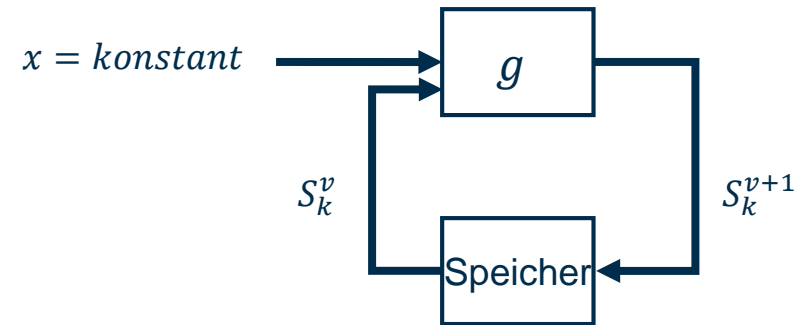
Die **technische Realisierung** eines endlichen, diskreten und deterministischen Automaten wird **Schaltwerk** genannt (im Gegensatz zum „gedächtnislosen“ Schaltnetz).

- **Unterscheidung:** zwischen **Mealy-**, **Moore-** und **Medwedew-Schaltwerken**
- Beim Übergang von **Automaten** zum **Schaltwerk** ist eine **eindeutige Abbildung der Automatenelemente** in binäre Größen (Bit-Leitung) erforderlich:
 - $E \leftrightarrow \{X_j\}$ mit: $|E| \leq 2^n$ bei $X = \{x_n, \dots, x_1\}$
 - $A \leftrightarrow \{Y_i\}$ mit: $|A| \leq 2^m$ bei $Y = \{y_m, \dots, y_1\}$
 - **Zustandskodierung:** $S \leftrightarrow \{Q_k\}$ mit: $|S| \leq 2^r$ bei $Q = \{q_r, \dots, q_1\}$
 - **Ausgabefunktion** λ und **Zustandsüberföhrungsfunktion** δ können als **Schaltnetze** abgebildet werden

Schaltwerke: asynchrone Schaltwerke



- Formal eingeführte Indizierung v der **zeitlichen Ordnung** muss nun in **technische Realisierung** überführt werden:
 - Rückführung der Zustände über einen **Speicher**:



- Schaltwerke**, bei denen **Rückführungen direkt wirksam** werden heißen **asynchron**
 - Diese sind schwieriger zu entwerfen bzw. zu betreiben und daher nur für spezielle Anwendungen vorgesehen

Schaltwerke: Synchrone Schaltwerke

- Stattdessen wird ein **Speicher** benötigt, der **nur zu bestimmten Zeitpunkten** die am Speicher anliegenden Werte übernimmt
- **Schaltwerke** mit taktgesteuerten Speichern werden **getaktet betrieben** genannt
 - Sind die Takte an allen Schaltungsteilen gleichzeitig aktiv, ist es ein **synchrones Schaltwerk**
- Als zusätzliches „**informationsfreies Binärsignal**“ wird der sogenannte **Takt c** benötigt:
 - $c = 0$: angeschlossene Elemente sind **nicht aktiviert**
 - $c = 1$: angeschlossene Elemente sind **aktiviert**

Schaltwerke: Synchrone Schaltwerke



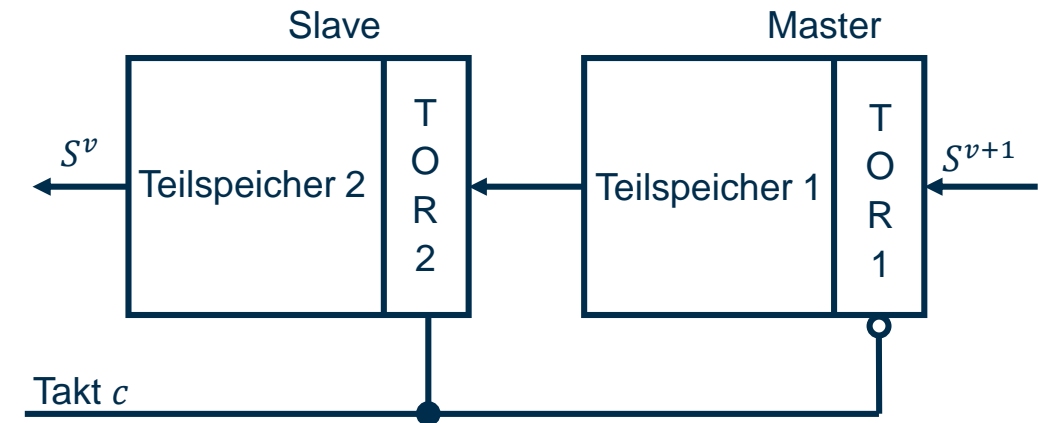
- Auftrennung und partielle Weiterleitung des Zustandes bzw. Folgezustandes:

- $c = 0$:

- Durch Negation an **TOR 1** ist es **aktiv**
- S^{v+1} wird in Teilspeicher 1 geladen

- $c = 1$:

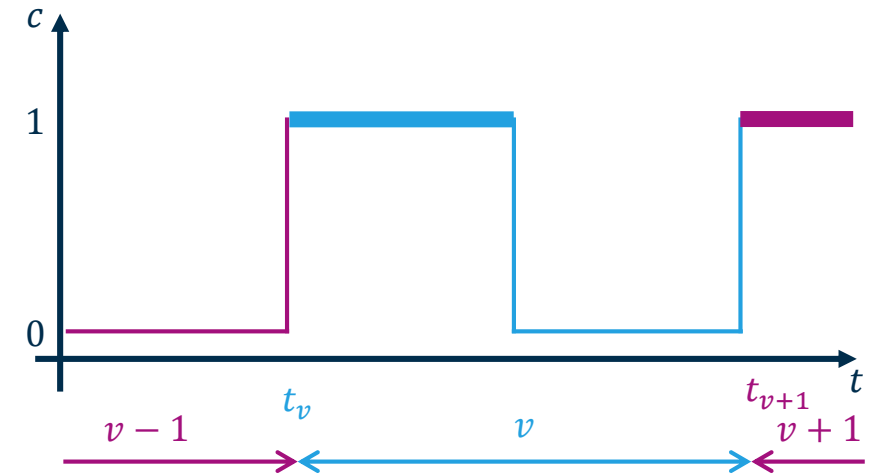
- **TOR 2** ist **aktiv**
- Teilspeicher 2 speichert Inhalt von Teilspeicher 1
- nächster Zustand wird zum aktuellen Zustand $S^{v+1} \rightarrow S^v$



- **Tor 1 und Tor 2 sind nie gleichzeitig aktiv!**

■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
 - Die **Zählung** des **Indexes** v muss aus dem **Taktsignal abgeleitet** werden



■ Steuerungsarten des Taktes:

- **Pegelgesteuerter Takt auf 1**

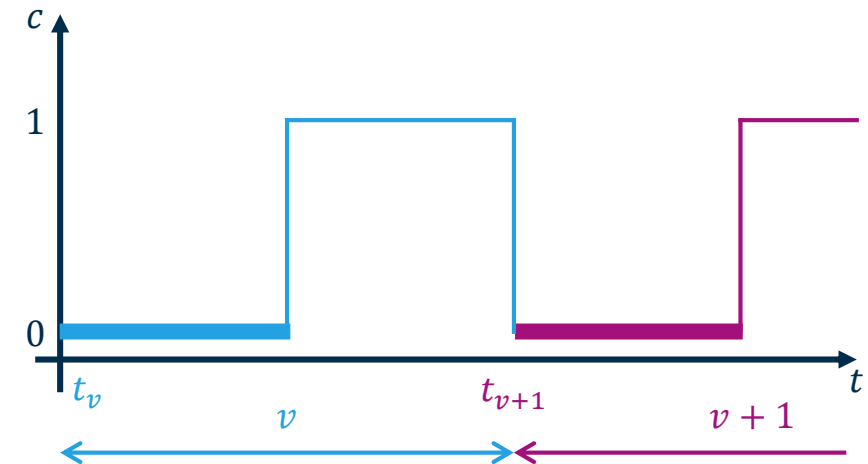


■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
 - Die **Zählung** des **Indexes** v muss aus dem **Taktsignal abgeleitet** werden

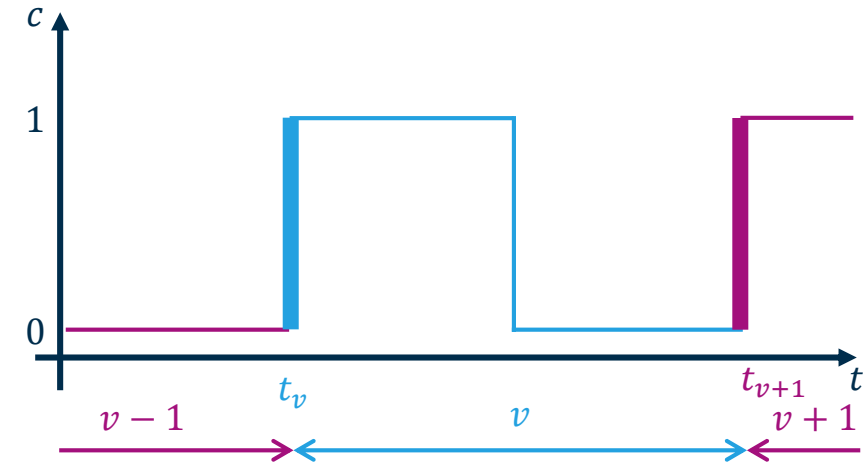
■ Steuerungsarten des Taktes:

- Pegelgesteuerter Takt auf 1
- **Pegelgesteuerter Takt auf 0**



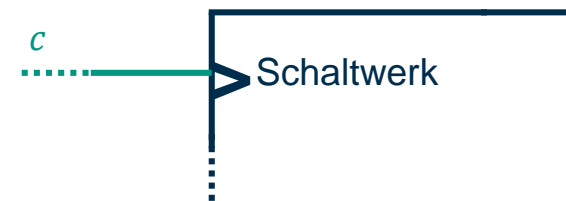
■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
 - Die **Zählung** des **Indexes** v muss aus dem **Taktsignal abgeleitet** werden



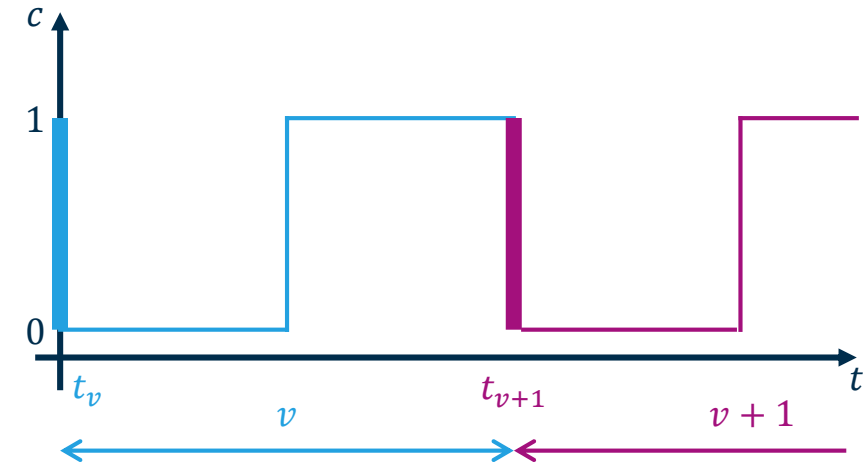
■ Steuerungsarten des Taktes:

- Pegelgesteuerter Takt auf 1
- Pegelgesteuerter Takt auf 0
- **Flankengesteuerter Takt auf 0 → 1**



■ Mealy-Automat:

- Änderung der **Eingabe** bewirkt asynchrone **Ausgabenberechnung**
- **Zustandsübergänge** werden ausschließlich vom Takt bestimmt
 - Die **Zählung** des **Indexes** v muss aus dem **Taktsignal abgeleitet** werden



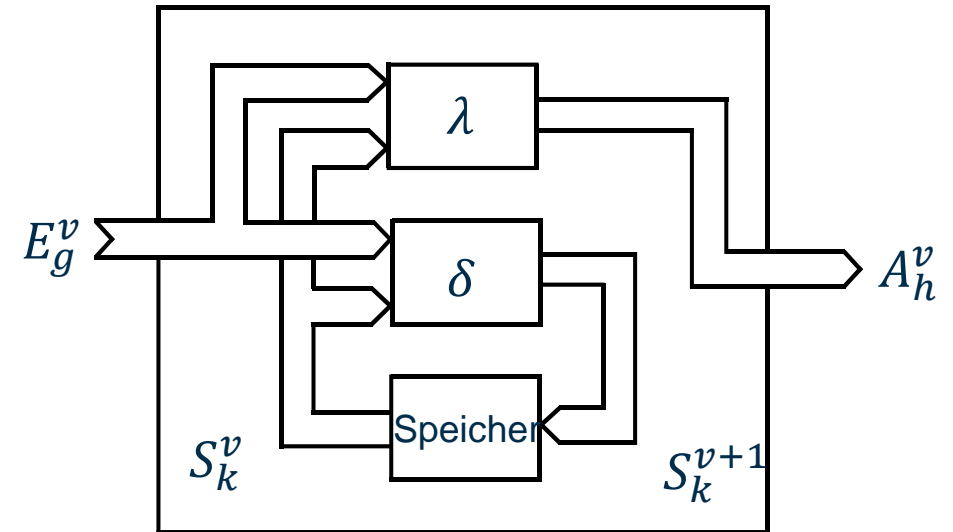
■ Steuerungsarten des Taktes:

- Pegelgesteuerter Takt auf 1
- Pegelgesteuerter Takt auf 0
- Flankengesteuerter Takt auf $0 \rightarrow 1$
- **Flankengesteuerter Takt auf $1 \rightarrow 0$**



Schaltwerke: Speichern der Zustände

- Die Zustände eines Schaltwerks müssen gespeichert werden
- Ist $|S|$ die **Zahl der Zustände**, berechnet sich die **Größe des Binärvektors Q** zu:
 - $r = \lceil \lg |S| \rceil$ mit $Q = (q_r, \dots, q_k, \dots, q_1)$
 - mit q_k einer beliebigen Zustandsvariable des Zustandsvektors
- Einzelne Zustandsvariablen q_k werden **rekursiv** mit δ berechnet



Binärspeicher (FlipFlops)



Definition

Eine **Einheit**, die zwei Werte speichert, wird als **Binärspeicher** bzw. **FlipFlop** bezeichnet.

Ein **Speicher** mit r **FlipFlops** kann 2^r unterschiedliche Zustände speichern.

- Die grundsätzlichen Funktionen eines **Binärspeichers** sind:
 - Er muss **wahlweise** eine 0 oder 1 einspeichern können (**schreiben**)
 - Der **Wert** im **Speicher** muss extern **abrufbar** sein (**lesen**)
 - Beim **Vorhandensein** eines **Taktes** muss die **Rekursion** $v + 1 \rightarrow v$ vom **Binärspeicher** unter Einwirkung des Taktes verwirklicht werden
- Es sind verschiedene **Varianten** der **Binärspeicher** möglich
 - Werden im Folgenden diskutiert

RS-FlipFlop: Funktionsweise



■ RS-FlipFlop

- Lesesignal $\hat{=}$ Zustandswert
 - $q_k \in \{0, 1\}$
- Schreiben einer 0: **Rücksetzen (R-Bit)**
 - $R \in \{0, 1\}$, $0 \hat{=}$ inaktiv
 $1 \hat{=}$ Schreiben 0
- Schreiben einer 1: **Setzen (S-Bit)**
 - $S \in \{0, 1\}$, $0 \hat{=}$ inaktiv
 $1 \hat{=}$ Schreiben 1
- Das **gleichzeitige Schreiben** von 0 und 1 ($R = 1, S = 1$) ist **unzulässig**

■ Funktionstabelle RS-FlipFlop:

q_k^{alt}	R	S	q_k^{neu}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	-

D-FlipFlop: Funktionsweise



■ D-FlipFlop

- **Lesesignal** $\hat{=}$ Zustandswert
 - $q_k \in \{0, 1\}$
- **Datensignal** $\hat{=}$ Zustandswert neu
 - $D \in \{0, 1\}$
- **Schreiben** des Wertes von **D**:
 $W \in \{0, 1\}$, $0 \hat{=}$ inaktiv
 $1 \hat{=}$ Schreiben

■ Funktionstabelle D-FlipFlop

q_k^{alt}	D	W	q_k^{neu}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

FlipFlops: Charakteristische Gleichungen



- Übertragung der **zeitlichen** Indizes v und $v + 1$ auf die **Schaltnetzgrößen**:

- $q_k^{alt} = q_k^v, \quad q_k^{neu} = q_k^{v+1}, R^v, S^v, D^v, W^v$

- Überföhrungsfunktion** zur Bildung von q_k^{v+1} für beide Fälle:

		S^v			
		0	1	1	1
		0	1	5	4
R^v		0	—	—	0
		2	3	7	6
		q_k^v			

		W^v			
		0	0	0	1
		0	1	5	4
D^v		0	1	1	1
		2	3	7	6
		q_k^v			

RS-FlipFlop			
q_k^{alt}	R	S	q_k^{neu}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	-

D-FlipFlop			
q_k^{alt}	D	W	q_k^{neu}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

- Die **charakteristischen Gleichungen** lauten:

- $q_k^{v+1} = S^v \vee (q_k^v \& \overline{R^v}), \text{ mit } S^v \& R^v = 0$

$$q_k^{v+1} = (D^v \& W^v) \vee (q_k^v \& \overline{W^v})$$

FlipFlops: Ansteuerfunktionen



- **Zusammenhang** für einen bestimmten Werteübergang: $q_k^v \rightarrow q_k^{v+1}$
 - Gibt die sogenannte **Ansteuerfunktion** an

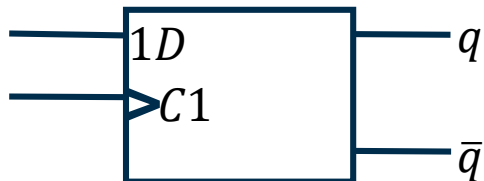
- **Beispiele:**

q^v	q^{v+1}	R^v	S^v	q^v	q^{v+1}	D^v	W^v
0	0	-	0	0	0	-	0
0	1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	-	1	1	-	0

- **Daraus ergibt sich:**
 - $R^v = \overline{q_k^{v+1}}, S^v = q_k^{v+1}$ $D^v = q_k^{v+1}$ oder $D^v = \overline{q_k^v}, W^v = q_k^{v+1} \neq q_k^v$
- neben der formalen Behandlung des Binärspeicherverhaltens ist die **technische Realisierung** solcher Elemente von Bedeutung

FlipFlops: Zusammenfassung

Symbole:



Charakteristische Gleichungen:

RS-FlipFlop

$$q^{v+1} = S \vee (q^v \& \bar{R})$$

D-FlipFlop

$$q^{v+1} = D$$

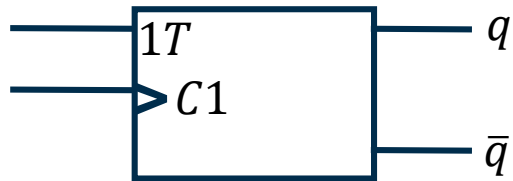
Ansteuerfunktionen:

q^v	q^{v+1}	R^v	S^v
0	0	-	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	-

q^v	q^{v+1}	D^v
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Binärspeicher: FlipFlop Zusammenfassung

Symbole:



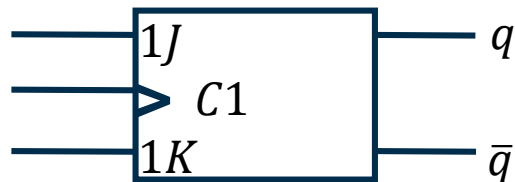
Charakteristische Gleichungen:

T-FlipFlop

$$q^{v+1} = (T \& \overline{q^v}) \vee (\overline{T} \& q^v)$$

Ansteuerfunktionen:

q^v	q^{v+1}	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



JK-FlipFlop

$$q^{v+1} = (\overline{K} \& q^v) \vee (J \& \overline{q^v})$$

q^v	q^{v+1}	K	J
0	0	-	0
0	1	-	1
1	0	1	-
1	1	0	-

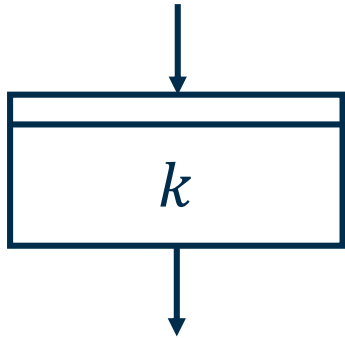
Ablaufdiagramm und Ablaftabelle



- Nicht alle Komponenten des Eingabevektors beim Übergang zum Folgezustand sind relevant und müssen berücksichtigt werden
- Schaltwerkstafel bzw. Schaltwerksgraph ist als **Beschreibungsmittel oftmals ungünstig**
- Daher: Einführung des Ablaufdiagramms und der Ablaftabelle
 - **Platzsparende** und **effizientere** Beschreibungsform

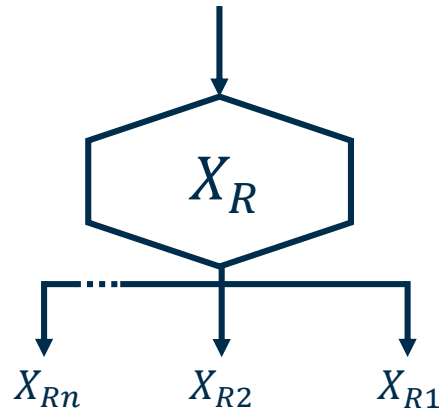
Ablaufdiagramm

- Zustandsübergang



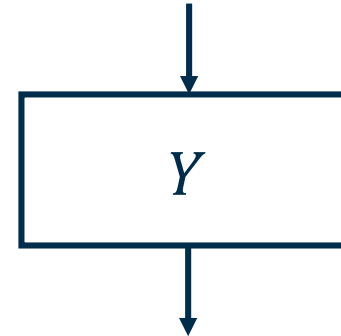
Übergang in den Zustand k ,
Ausgelöst durch das Taktsignal

- Abfrage
(Verzweigung)



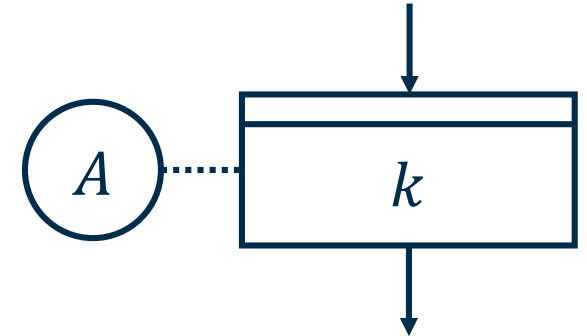
Abfrage der im aktuellen
Zustand k relevanten
Eingangsvariablen auf ihre
Werte $X_R = (x_{Rn}, \dots, x_{R2}, x_{R1})$

- Ausgabe

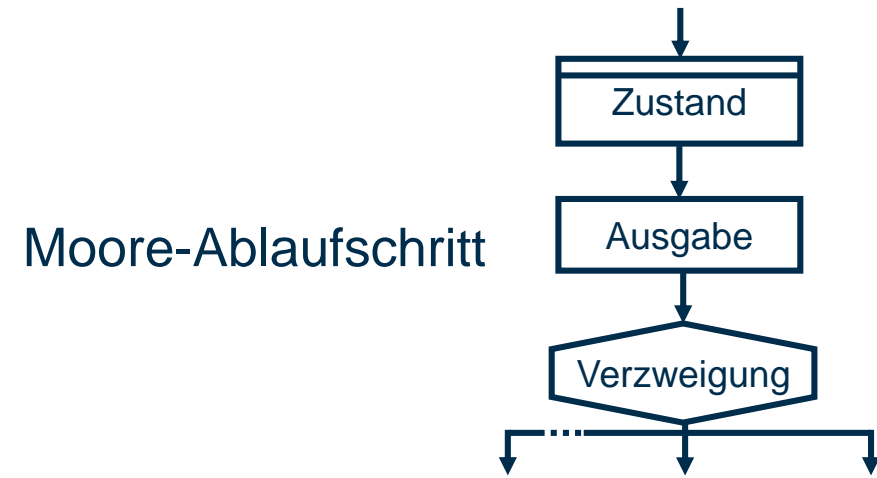
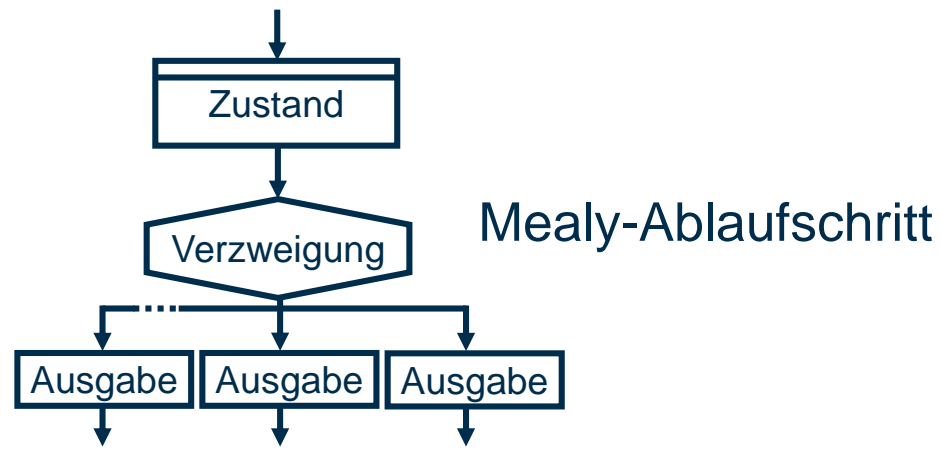


Wert des Ausgangsvektors
 $Y = (y_m, \dots, y_1)$ im aktuellen
Zustand

- Markierung des
Anfangszustandes



- Mealy- und Moore-Schaltwerke werden entsprechend der Abhängigkeiten $Y^v = \lambda(Q^v, X^v)$ bzw. $Y^v = \lambda(Q^v)$ durch die Reihenfolge der Symbole für Verzweigungen und Ausgabe berücksichtigt
- **Definition des Ablaufschrittes**
 - Tripel aus **Zustandsübergang, Ausgabe und Verzweigung**, das jeweils zu einem Wert des Index v gehört



- **Komplexere Schaltwerksbeschreibungen:**
 - Größere Zustandsanzahl
 - Es eignet sich eine tabellenorientierte Darstellung besser
- **Ablauftabellen** setzen sich aus Teiltabellen für jeden Ablaufschritt zusammen
 - Teiltabellen bestehen aus je vier Spalten
 - Für den **momentanen Zustand** Q^v
 - Für die Eingabeblocks der jeweils **relevanten Eingabevariablen** $X_R(k)$
 - Für den **Folgezustand** Q^{v+1}
 - Für die **Ausgabeblocks** $Y(k)$
- **Zustände** sind in **Ablauftabellen** i. A. nicht kodiert

Q^v	$X_R(k)$	Q^{v+1}	$Y(k)$
k			

■ Beispiel:

- I_1, I_2, I_3, I_4 seien Folgezustände zum Zustand I_1
- Y_1 sei die Ausgabe gemäß Schaltwerkstyp (hier Moore)

Q^v	$X_R(3)$				Q^{v+1}	$Y(3)$
	x_6	x_4	x_3	x_1		
I_1	0	—	0	1	I_1	Y_1
	0	1	0	0	I_2	
	0	1	1	1	I_2	
	1	1	0	1	I_2	
	1	0	—	—	I_3	
	—	0	1	1	I_3	
	1	1	1	0	I_4	

- Der **Schaltwerksentwurf** gliedert sich in folgende Schritte:
 1. **Definition** der **Ein- und Ausgangsgrößen**
 2. Wahl des **Schaltwerktyps** und Erstellen des **Ablaufdiagramms** bzw. der **Ablauftabelle** gemäß **Aufgabenstellung**
 3. **Zustandskodierung**
 4. **Wahl** des **FlipFlop-Typs** und Aufstellen der **Ansteuerfunktionen**
 5. **Entwurf** des **Schaltnetzes** für die **Überföhrungsfunktion** auf Basis der Ansteuerfunktion
 6. **Entwurf** des **Schaltnetzes** für die **Ausgabefunktion**
 7. Eventuelle **Umformung** der **logischen Ausdröcke** in geeignete **Strukturausdröcke**
 8. **Umsetzung** in das **Schaltbild** des Schaltwerks

■ Beispiel: Verbale Aufgabenstellung

- Eine Schaltung für einen sehr einfachen Anrufbeantworter soll zunächst ein Klingelzeichen des Telefons abwarten.
- Wenn bis zum Beginn des zweiten Klingelzeichens der Hörer nicht abgenommen wurde, soll der Anrufbeantworter eingeschaltet werden.
- Dieser spielt dann seine Mitteilung ab, egal wie lange der Anrufer tatsächlich zuhört.
- Erst wenn das Band vollständig abgespielt ist, wird der Anrufbeantworter wieder ausgeschaltet.
- Der Ausschaltvorgang beinhaltet ein automatisches Rückspulen des Bandes

1. Variablen

■ Eingangsvariablen:

- Klingelzeichen: $K = 1$
- Klingelpause: $K = 0$
- Timeout: $T = 1$
- Kein Timeout: $T = 0$
- Bandende: $B = 1$
- Sonst: $B = 0$

■ Ausgangsvariablen:

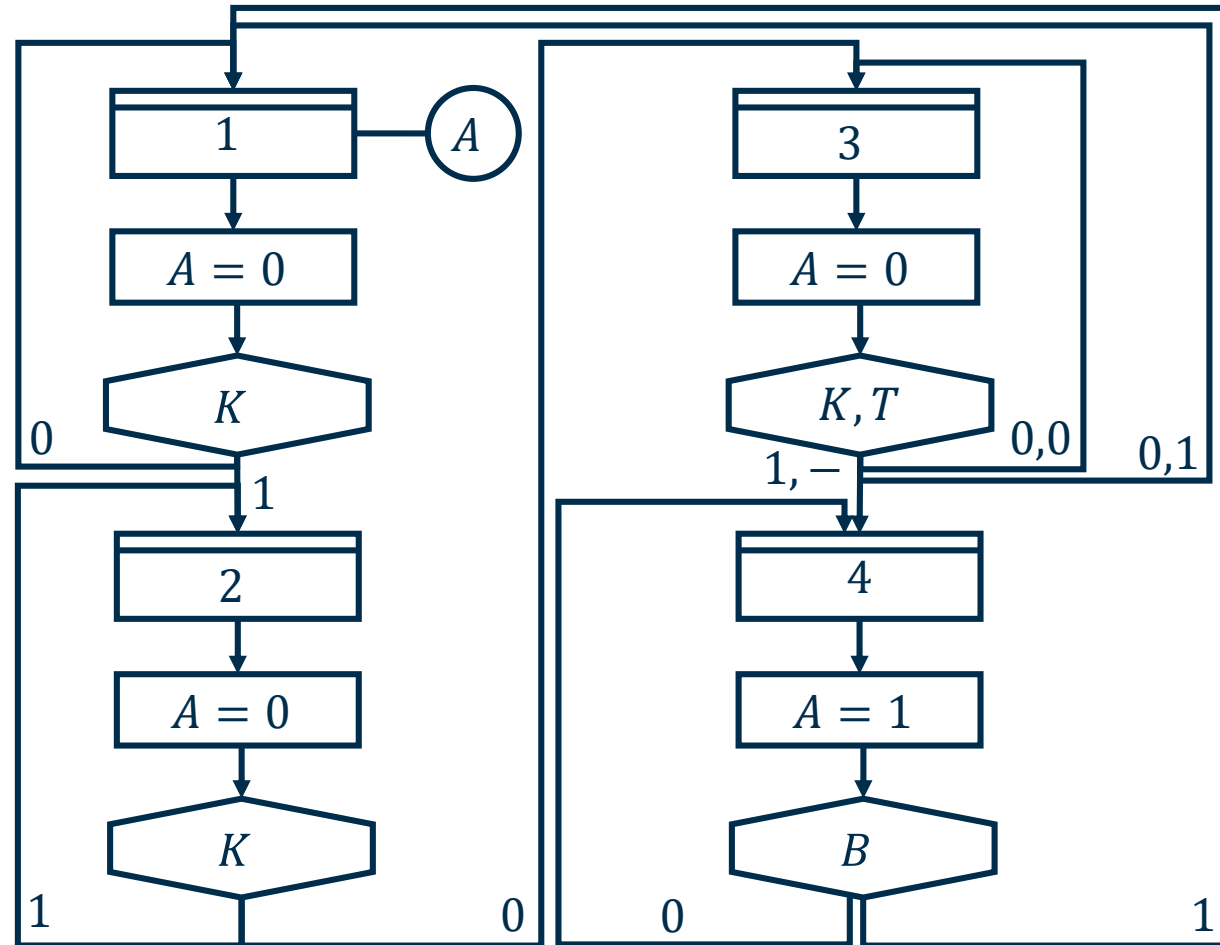
- Anrufbeantworter eingeschaltet $A = 1$
- Anrufbeantworter ausgeschaltet $A = 0$



Timeout: Klingelpause dauert zu lange, Anrufer hat nach dem ersten Klingeln aufgelegt

2. Ablaufdiagramm

- Schaltwerkstyp: **Moore**



3. Zustandskodierung

- Für **4 Zustände** werden **2 Zustandsvariablen** (q_2, q_1) benötigt.
- Die Kodierung wird willkürlich, z.B. als Zählerkodierung ausgeführt

	q_2	q_1
Zustand 1	0	0
Zustand 2	0	1
Zustand 3	1	0
Zustand 4	1	1

4. Ablauftabelle

- Es sollen **D-FlipFlops** verwendet werden, d.h.
 $q_2 \hat{=} D_2$ und $q_1 \hat{=} D_1$

Q^v		Q^{v+1}		Y
q_2^v	q_1^v	q_2^{v+1}	q_1^{v+1}	A
0	1	$x_R(1): K$		0
		0	0	
		1	1	
		0	0	
0	1	$x_R(2): K$		0
		0	0	
		1	1	
		0	0	
1	0	$x_R(3): K, T$		0
		0	0	
		1	1	
		0	0	
		1	1	
1	1	$x_R(4): B$		1
		0	0	
		1	1	
		0	0	

5. Symmetriediagramme für die Ansteuerfunktion

(D₂)

B				B			
				q_2^v			
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1
				q_1^v			
K							

$$D_2 = \overline{q_2^v} q_1^v \overline{K} \vee q_2^v \overline{q_1^v} \overline{T} \vee q_2^v q_1^v K \vee q_2^v q_1^v \overline{B}$$

(D₁)

B				B			
				q_2^v			
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1
				q_1^v			
K							

$$D_1 = \overline{q_2^v} K \vee q_2^v \overline{q_1^v} K \vee q_2^v q_1^v \overline{B}$$

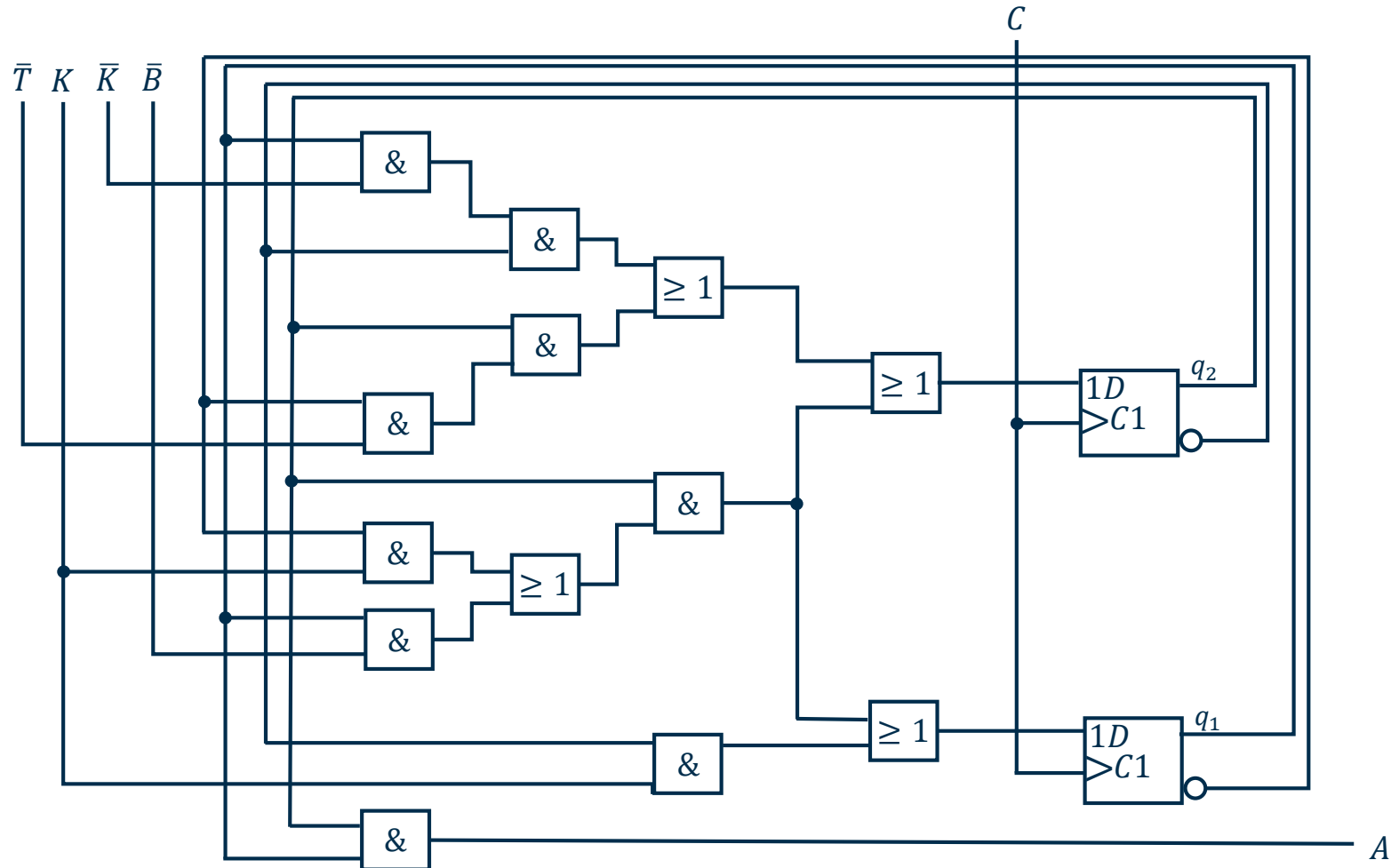
6. Ausgabefunktion

- Aus der Ablaftabelle folgt sofort $A = q_2^v q_1^v$

7. Umformungen

- Wenn zum Beispiel ausschließlich Gatter mit 2 Eingängen zur Verfügung stehen, müssen entsprechende Umformungen vorgenommen werden:
 - $D_2 = [\overline{q_2^v} (q_1^v \overline{K}) \vee q_2^v (\overline{q_1^v} \overline{T})] \vee q_2^v (\overline{q_1^v} K \vee q_1^v \overline{B})$
 - $D_1 = \overline{q_2^v} K \vee q_2^v (\overline{q_1^v} K \vee q_1^v \overline{B})$
 - $A = q_2^v q_1^v$

8. Blockschema (Schaltbild) des Schaltwerkes

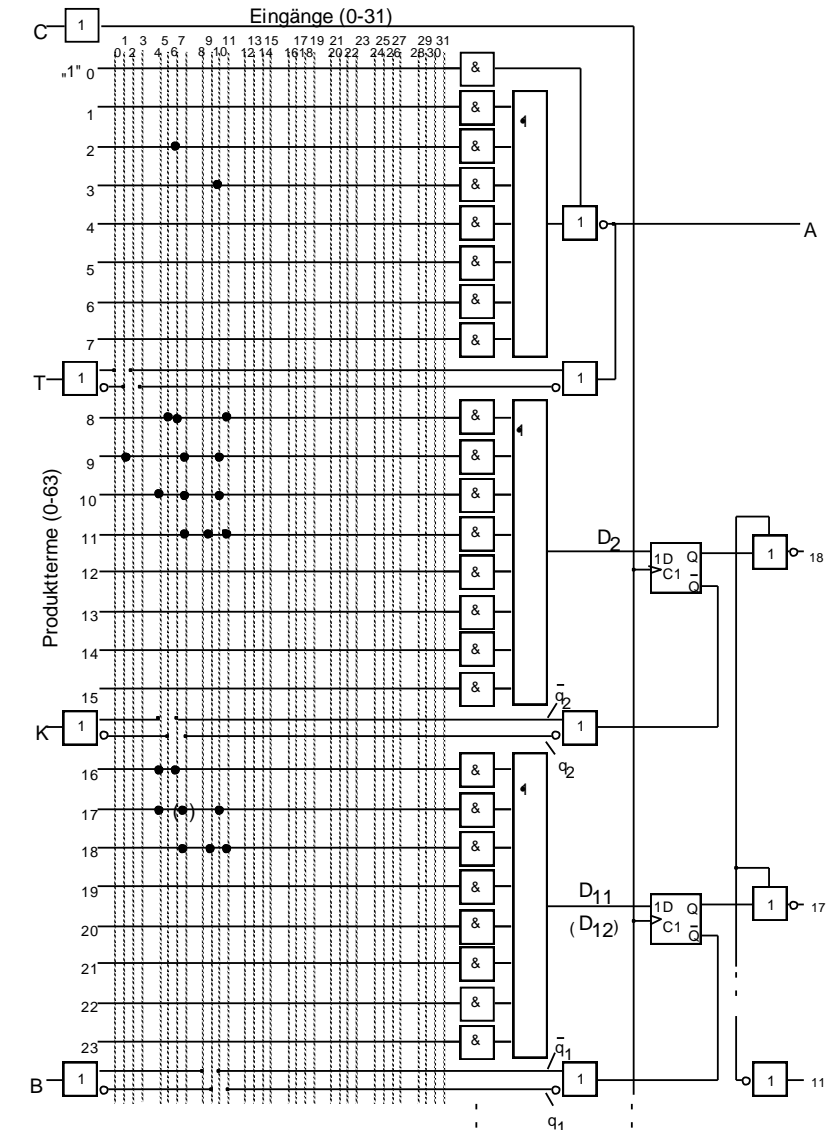


8. Blockschema (Schaltbild) des Schaltwerkes

- Es besteht die Möglichkeit, zweistufige Logik in programmierbare **integrierte Schaltungen** einzubetten:
 - Kann ebenso bei Schaltwerken geschehen
 - Anhand des Bausteins AmPAL16R6 soll dies für das Beispiel gezeigt werden
 - Wegen negierter Ausgänge des Bausteins muss unsere Lösung umgeformt werden:
 - $A = q_2^v q_1^v = \overline{\overline{q_2^v q_1^v}} = \overline{q_2^v} \vee \overline{q_1^v}$
 - Ansteuerfunktionen für D_1 und D_2 können Schritt 5 entnommen werden

8. Blockschema (Schaltbild) des Schaltwerkes

- Einbettung in einen AmPAL16R6



Poster „Automaten“

■ Zusammenfassung des Kapitels als Poster

■ Verfügbar auf Ilias:



Digitaltechnik Automaten

Grundlagen

Ein **Automat** ist ein mathematisches Modell, das Eingabewerte verarbeitet und entsprechende Ausgabewerte liefert. Er wird durch das Tupel

$$AT = (E, A, S, \lambda, \delta)$$

definiert, wobei:

- E das **Eingabealphabet** ist, also die Menge der möglichen Eingabewerte, z.B. $\{0, 1\}$ für binäre Eingaben.
- A das **Ausgabealphabet** ist, also die Menge der möglichen Ausgabewerte, z.B. $\{0, 1\}$.
- S die **Zustände** des Automaten umfasst, also die verschiedenen, in denen sich der Automat befinden kann.
- λ eine **Ausgabefunktion** ist, die für jeden Eingabewert und Zustand den entsprechenden Ausgabewert liefert.
- δ die **Überföhrungsfunktion** ist, die angibt, in welchen Zustand der Automat nach der Eingabe eines Wertes übergeht.



Ein Automat verarbeitet eine Eingabefolge $F_E = (E_1, \dots, E_n)$ und erzeugt daraus eine Ausgabefolge $F_A = (A_1, \dots, A_n)$. Die Ausgabe zum Zeitpunkt v hängt vom aktuellen Eingabewert E^v und Zustand S^v ab:

$$A^v = \lambda(E^v, S^v)$$

Der nächste Zustand ergibt sich über die Überföhrungsfunktion:

$$S^{v+1} = \delta(E^v, S^v)$$

Mealy-Automat

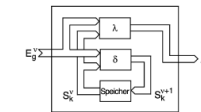
Beim **Mealy-Automaten** hängt die **Ausgabe** nicht nur vom Zustand, sondern auch direkt von der **Eingabe** ab. Die Ausgabefunktion ist definiert als:

$$A_k^v = \lambda(E_g^v, S_k^v)$$

Die Zustandsübergänge erfolgen nach:

$$S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$$

Dadurch kann ein Mealy-Automat schneller auf Eingaben reagieren als ein Moore-Automat, da Änderungen direkt mit der Eingabe erfolgen.



Moore-Automat

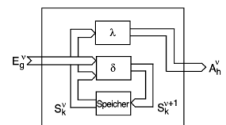
Beim **Moore-Automaten** hängt die **Ausgabe** nur vom **aktuellen Zustand** ab, nicht direkt von der Eingabe. Die Ausgabefunktion ist:

$$A_k^v = \lambda(S_k^v)$$

Die Zustandsübergänge erfolgen nach:

$$S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$$

Da die Ausgabe nur vom Zustand abhängt, sind Moore-Automaten oft stabiler, aber reagieren langsamer auf Eingaben als Mealy-Automaten.



Medwedew-Automat

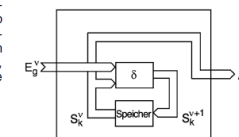
Beim **Medwedew-Automaten** hängt die **Ausgabe** ausschließlich vom **Zustand** ab – ähnlich wie beim Moore-Automaten. Allerdings werden die Zustände so gewählt, dass sie direkt als Ausgabe interpretiert werden können. Die Ausgabefunktion ist:

$$A_k^v = S_k^v$$

Die Zustandsübergänge erfolgen wie gewohnt durch:

$$S_k^{v+1} = \delta(E_g^v, S_k^v)$$

Da keine separate Ausgabefunktion λ benötigt wird, ist der Medwedew-Automat eine vereinfachte Form des Moore-Automaten.



Automatengraph

Ein **Automatengraph** stellt die Zustände eines Automaten als Knoten und die Zustandsübergänge als gerichtete Kanten dar. Diese Kanten sind mit den zugehörigen Eingaben und ggf. Ausgaben beschriftet.

Beschriftung:

- **Mealy-Automat:** Kanten tragen die Beschriftung **Eingabe / Ausgabe**.
- **Moore-Automat:** Die Ausgabe ist im Zustand selbst vermerkt.

Die gezeigte Grafik stellt einen **Mealy-Automaten** dar.

■ Mehr zu diesem Thema auf Seite 194

