

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Ngày thi: **02/12/2022**

Thời gian làm bài: **180 phút, không kể thời gian giao đề**

(Đề thi này có 04 trang)

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

Bài	Tên bài	Tệp chương trình	Tệp dữ liệu	Tệp kết quả	Bộ nhớ	Thời gian / test	Điểm
1	Loại bỏ một phần tử	remo.*	remo.inp	remo.out	1024 MB	1 giây	6
2	Nhà hàng	rest.*	rest.inp	rest.out	1024 MB	1 giây	6
3	Độ rộng tối đa	maxi.*	maxi.inp	maxi.out	1024 MB	1 giây	5
4	Lát nền	tili.*	tili.inp	tili.out	1024 MB	1 giây	3

Dấu \* được thay thế bởi pas hoặc cpp hoặc py của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++ hoặc Python.

**Hãy lập trình giải các bài toán sau:**

**Bài 1. Loại bỏ một phần tử (6 điểm)**

An có một mảng  $a$  gồm  $n$  số nguyên **phân biệt**. Bình lấy đúng  $n - 1$  phần tử từ mảng  $a$  và cộng thêm cho mỗi phần tử này một số nguyên **đương**  $x$ , sau đó xáo trộn chúng để tạo thành một mảng mới  $b$  có  $n - 1$  phần tử.

Cho hai mảng  $a$  và  $b$ , bạn hãy xác định giá trị  $x$  mà Bình đã chọn. Nếu có nhiều giá trị  $x$  thỏa mãn, thì hãy đưa ra giá trị **nhỏ nhất** trong số chúng.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `remo.inp`. Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $t$  ( $1 \leq t \leq 5$ ) là số test. Các dòng tiếp theo mô tả  $t$  test, mỗi test mô tả trên 3 dòng:

- Dòng đầu tiên của mỗi test chứa số nguyên  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ) là số phần tử của mảng  $a$ ;
- Dòng thứ hai của mỗi test chứa  $n$  số nguyên phân biệt  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ) là các phần tử của mảng  $a$ ;
- Dòng thứ ba của mỗi test chứa  $n - 1$  số nguyên phân biệt  $b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$  ( $1 \leq b_i \leq 2 \times 10^9$ ) là các phần tử của mảng  $b$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `remo.out`. Với mỗi test, in ra giá trị  $x$  mà Bình đã chọn. Trường hợp có nhiều giá trị  $x$  thỏa mãn, hãy in giá trị nhỏ nhất trong số chúng. Dữ liệu cho đảm bảo rằng luôn tồn tại ít nhất một giá trị  $x$ .

**Ví dụ:**

<code>remo.inp</code>	<code>remo.out</code>
3	7
4	2
1 4 3 8	1
15 8 11	
2	
4 8	
10	
2	
2 4	
3	

Trong test thứ nhất, Bình lấy các phần tử 1, 4, 8 và cộng thêm 7 vào mỗi phần tử này được mảng 8, 11, 15, sau đó anh ta xáo trộn chúng để có được mảng  $b$  mới là 15, 8, 11. Không có giá trị  $x$  nào khác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trong test thứ hai có 2 lựa chọn với Bình để xem xét: một là lấy phần tử 4 và cộng thêm 6 vào nó để được mảng  $b$ ; hai là lấy phần tử 8 và cộng thêm 2 vào nó để được mảng  $b$ . Nhưng giá trị 2 là nhỏ nhất trong số các giá trị  $x$  thỏa mãn, do đó câu trả lời là 2.

Trong test thứ ba chỉ có một lựa chọn với Bình để xem xét là lấy phần tử 2 và cộng thêm 1 vào nó để được mảng  $b$ . Nếu anh ta lấy phần tử 4 thì anh ta sẽ phải cộng thêm  $-1$  vào phần tử này, nhưng giá trị cộng thêm này không dương nên việc cộng này là không hợp lệ.

#### Ràng buộc:

- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $t = 1$  và  $2 \leq n \leq 10$ ;
- 25% số test khác ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $2 \leq n \leq 10^2$ ;  $1 \leq a_i \leq 10^4$  và  $1 \leq b_i \leq 2 \times 10^4$ ;
- 25% số test khác ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $2 \leq n \leq 10^3$ ;
- 25% số test còn lại ứng với 25% số điểm của bài không có thêm ràng buộc nào.

## Bài 2. Nhà hàng (6 điểm)

An là một đầu bếp và anh ấy vừa khai trương một nhà hàng. Nhà hàng mở cửa trong  $n$  khoảng thời gian  $[l_1, r_1), [l_2, r_2), \dots, [l_n, r_n)$ . Không có hai khoảng thời gian nào giao nhau, tức là với mọi  $i, j$  sao cho  $i \neq j$  thì  $r_i < l_j$  hoặc  $r_j < l_i$ . Có  $m$  người (được đánh số từ 1 tới  $m$ ) lên kế hoạch ăn ở nhà hàng. Gọi thời gian người  $i$  đến nhà hàng là  $p_i$ . Nếu nhà hàng mở cửa vào thời gian đó, tức là tồn tại chỉ số  $j$  ( $1 \leq j \leq n$ ) sao cho  $l_j \leq p_i < r_j$ , thì người này không phải đợi, nhưng nếu nhà hàng đang đóng cửa thì người này phải chờ cho tới khi nhà hàng mở cửa hoặc phải chờ mãi mãi.

Với mỗi người, hãy tính thời gian họ phải chờ đợi (nếu người đó không phải đợi thì thời gian chờ đợi bằng 0), hoặc xác định người đó sẽ phải chờ mãi mãi.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `rest.inp`. Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^2$ ) là số test. Các dòng tiếp theo mô tả  $t$  test, mỗi test mô tả như sau:

- Dòng đầu tiên của mỗi test chứa hai số nguyên  $n$  và  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 10^5$ );
- $n$  dòng tiếp theo của mỗi test, mỗi dòng chứa hai số nguyên  $l_i$  và  $r_i$  ( $1 \leq l_i < r_i \leq 10^9$ ). Không có hai khoảng thời gian nào giao nhau;
- $m$  dòng tiếp theo của mỗi test, mỗi dòng chứa một số nguyên  $p_i$  ( $1 \leq p_i \leq 10^9$ ).

Tổng các giá trị  $n$  của tất cả các test không vượt quá  $3 \times 10^5$  và tổng các giá trị  $m$  của tất cả các test không vượt quá  $3 \times 10^5$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `rest.out`. Với mỗi test, in ra  $n$  dòng: dòng thứ  $i$  chứa một số nguyên là thời gian người thứ  $i$  phải chờ đợi hoặc in ra  $-1$  nếu người đó phải chờ mãi mãi.

#### Ví dụ:

<code>rest.inp</code>	<code>rest.out</code>
1	0
4 5	0
5 7	2
9 10	-1
2 3	1
20 30	
5	
6	
7	
35	
1	

### Ràng buộc:

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài thỏa mãn:  $t = 1; n \leq 10^3$  và  $m \leq 10^3$ ;
- 50% số test còn lại ứng với 50% số điểm của bài không có thêm ràng buộc nào.

### Bài 3. Độ rộng tối đa (5 điểm)

Cho hai xâu: xâu  $s$  độ dài  $n$  và xâu  $t$  độ dài  $m$ .

Một dãy  $p_1, p_2, \dots, p_m$ , trong đó  $1 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_m \leq n$ , được gọi là **đẹp** nếu  $s_{p_i} = t_i$  với mọi  $i = 1, 2, \dots, m$ . **Độ rộng** của dãy được định nghĩa là  $\max_{1 \leq i < m} (p_{i+1} - p_i)$ .

Bạn hãy xác định độ rộng tối đa của một dãy đẹp. Giả thiết rằng luôn tồn tại ít nhất một dãy đẹp với hai xâu  $s$  và  $t$  cho trước.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `maxi.inp`. Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $m$  ( $2 \leq m \leq n \leq 2 \times 10^5$ ) tương ứng là độ dài xâu  $s$  và  $t$ . Dòng thứ hai chứa xâu  $s$  độ dài  $n$ . Dòng thứ ba chứa xâu  $t$  độ dài  $m$ . Xâu  $s$  và  $t$  chỉ gồm các chữ cái viết thường của bảng chữ cái Latinh. Dữ liệu đảm bảo luôn tồn tại ít nhất một dãy đẹp với hai xâu  $s$  và  $t$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `maxi.out` một số nguyên là độ rộng tối đa của một dãy đẹp.

### Ví dụ:

<code>maxi.inp</code>	<code>maxi.out</code>
5 3 abbbc abc	3
5 2 aaaaa aa	4
5 5 abcdf abcdf	1

Trong ví dụ đầu tiên, chúng ta có 3 dãy đẹp: dãy đẹp 1, 2, 5 có độ rộng bằng 3; dãy đẹp 1, 3, 5 có độ rộng bằng 2 và dãy đẹp 1, 4, 5 có độ rộng bằng 3. Độ rộng tối đa của một dãy đẹp là 3.

Trong ví dụ thứ hai, dãy đẹp 1, 5 là dãy đẹp có độ rộng tối đa là 4.

Trong ví dụ thứ ba có đúng một dãy đẹp là 1, 2, 3, 4, 5 với độ rộng là 1.

### Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài thỏa mãn:  $2 \leq m \leq n \leq 20$ ;
- 40% số test khác ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn:  $2 \leq m \leq n \leq 2 \times 10^3$ ;
- 30% số test còn lại ứng với 30% số điểm của bài không có thêm ràng buộc nào.

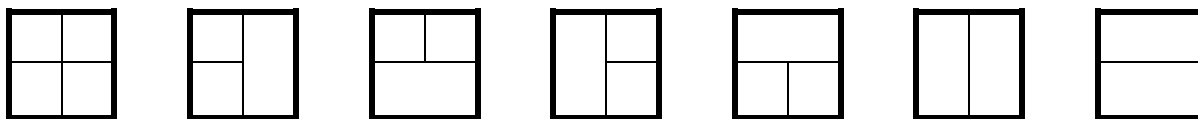
### Bài 4. Lát nền (3 điểm)

Viện Công nghệ thông tin đang được tu sửa và nâng cấp. Một trong những hạng mục công việc là lát lại hành lang nối từ phòng làm việc sang phòng đặt máy chủ. Hành lang có độ rộng 2 và độ dài  $n$  được biểu thị như một lưới ô vuông gồm 2 hàng và  $n$  cột. Để lát người ta dùng các viên gạch men loại kích thước  $1 \times 1$  và kích thước  $1 \times 2$  với số lượng dự trữ không hạn chế. Các viên gạch  $1 \times 2$  có thể lát dọc hoặc xoay ngang. Trước đây hành lang được lát bằng các viên gạch kích thước  $1 \times 1$  và có  $k$  viên gạch bên dưới lắp các thiết bị điện tử, trong đó viên thứ  $i$  ở hàng  $r_i$  và cột  $c_i$ . Ban Giám đốc viện không muốn lắp lại hệ thống điện tử vốn đang hoạt động rất tốt, nên yêu cầu đánh dấu những viên này và không được bóc chúng lên trong quá trình lát nền.

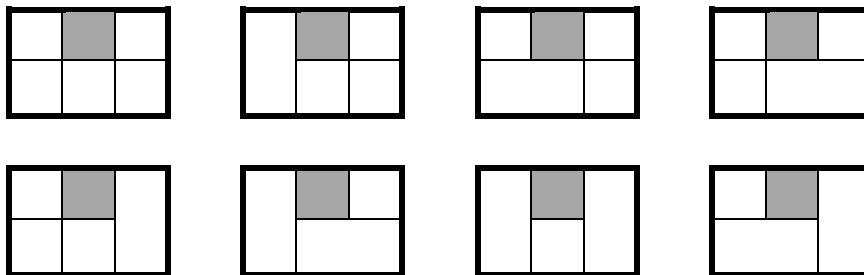
Bộ phận thi công phàn nàn về yêu cầu trên, vì như thế sẽ hạn chế khả năng lát. Điều này làm Trưởng phòng vật tư đề nghị bộ phận lập trình tính số phương án lát nền khác nhau mà vẫn đảm bảo yêu cầu đã nêu, để bên thi công thấy có nhiều cách làm khác nhau.

Bạn hãy tính và đưa ra số phương án lát nền theo mô-đun  $10^9 + 7$  (tức là đưa ra số dư của số phương án lát nền chia cho  $10^9 + 7$ ). Hai phương án gọi là khác nhau nếu tồn tại hai ô kề cạnh trong phương án này được phủ bằng một viên gạch  $1 \times 2$ , còn phương án kia thì không được phủ bằng một viên gạch  $1 \times 2$ .

Ví dụ với  $n = 2$  và  $k = 0$  (không có viên gạch kích thước  $1 \times 1$  nào được đánh dấu), ta có 7 phương án lát nền như minh họa trong hình dưới đây:



Ví dụ khác với  $n = 3$  và  $k = 1$  viên gạch kích thước  $1 \times 1$  được đánh dấu ở vị trí  $(1, 2)$  (ô được tô kín trong hình vẽ), ta có 8 phương án lát nền như minh họa trong hình dưới đây:



**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản `tili.inp`. Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$  và  $k$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ;  $0 \leq k < 2n$ ). Dòng thứ  $i$  trong  $k$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên  $r_i$  và  $c_i$  ( $1 \leq r_i \leq 2$ ;  $1 \leq c_i \leq n$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản `tili.out` một số nguyên là số phương án lát nền theo mô-đun  $10^9 + 7$ .

**Ví dụ:**

<code>tili.inp</code>	<code>tili.out</code>
2 0	7
3 1	8
1 2	

**Ràng buộc:**

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $1 \leq n \leq 8$ ;  $k = 0$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $1 \leq n \leq 10^3$ ;  $k = 0$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $1 \leq n \leq 10^5$ ;  $k = 0$ ;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn:  $1 \leq n \leq 10^5$ ;  $k = 1$ ;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có thêm ràng buộc nào.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

Chữ kí của Giám thị 1:..... Chữ kí của Giám thị 2:.....