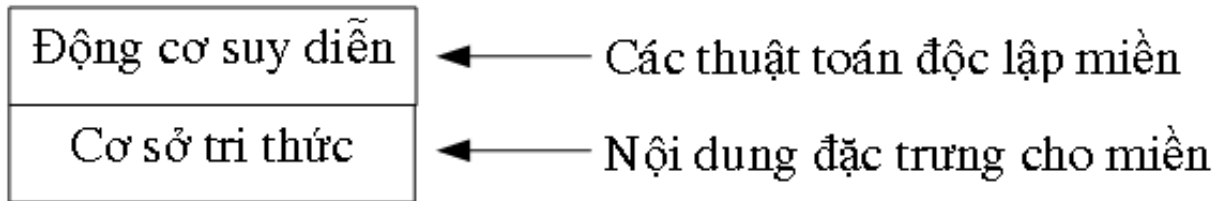


Logic mệnh đề

Logic mệnh đề

- Cơ sở tri thức
- Tổng quan về logic
- Logic mệnh đề
- Các dạng chuẩn
- Các luật suy diễn

Cơ sở tri thức



Cơ sở tri thức = tập các câu trong một ngôn ngữ hình thức

Cho phép một tác tử suy luận về thế giới, tìm ra các tính chất ẩn và xác định các hành động phù hợp

Ví dụ:

KB = {An tới dự bữa tiệc;

Nếu Lan tới dự bữa tiệc thì Trung cũng tới;

Nếu Lan không tới thì An cũng không tới dự bữa tiệc}

Tác tử phải có thể rút ra rằng Trung tới dự bữa tiệc.

Tổng quan về logic

Logic là các ngôn ngữ hình thức dùng để biểu diễn thông tin sao cho từ đó chúng ta có thể rút ra được các kết luận

Các thành phần của logic:

Cú pháp định nghĩa cách chúng ta tạo ra các câu trong ngôn ngữ

Ngữ nghĩa định nghĩa cách các câu phản ánh ngữ nghĩa trong thế giới thực

Các thủ tục suy diễn chỉ ra cách chúng ta có thể nhận được các câu mới từ các câu hiện có

Logic mệnh đề: Cú pháp

Các ký hiệu:

- Các hằng logic: True, False
- Các ký hiệu mệnh đề: $P, Q, R,$
- Các liên kết: \wedge (và), \vee (hoặc), \neg (phủ định),
 \Rightarrow (kéo theo), \Leftrightarrow (tương đương)
- Dấu ngoặc đơn: ()

Cú pháp (tiếp)

Các ký hiệu mệnh đề P, Q, R , vắn vắn, là các câu

Nếu S là một câu, $\neg S$ là một câu

Nếu S_1 và S_2 là một câu, $S_1 \wedge S_2$ là một câu

Nếu S_1 và S_2 là một câu, $S_1 \vee S_2$ là một câu

Nếu S_1 và S_2 là một câu, $S_1 \Rightarrow S_2$ là một câu

Nếu S_1 và S_2 là một câu, $S_1 \Leftrightarrow S_2$ là một câu

Logic mệnh đề: Ngữ nghĩa

Mỗi câu mệnh đề là một sự việc có thể là đúng hoặc sai.

Ví dụ:

- A có nghĩa là “Trời nóng”
- B có nghĩa là “Trời nắng”
- C có nghĩa là “Trời mưa”

Người sử dụng định nghĩa ngữ nghĩa cho các ký hiệu mệnh đề.

Một minh họa là một cách gán các giá trị true/false cho mỗi ký hiệu mệnh đề.

Thí dụ.	A	B	C	thế giới
	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	Trời nắng và nóng nhưng không mưa
	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	Trời mưa và không nắng hoặc nóng

Logic mệnh đề: Ngữ nghĩa

Các luật dùng để xác định giá trị chân lý cho một mệnh đề m:

$\neg S$ đúng nếu S sai

$S_1 \wedge S_2$ đúng nếu S_1 đúng và S_2 đúng

$S_1 \vee S_2$ đúng nếu S_1 đúng hoặc S_2 đúng

$S_1 \Rightarrow S_2$ đúng nếu S_1 sai hoặc S_2 đúng

tức là, sai nếu S_1 đúng và S_2 sai

$S_1 \Leftrightarrow S_2$ đúng nếu $S_1 \Rightarrow S_2$ đúng và $S_2 \Rightarrow S_1$ đúng

Thứ tự của các toán tử: \neg , \wedge , \vee , \Rightarrow , \Leftrightarrow

Bảng chân lý

Chúng ta có thể định nghĩa ngữ nghĩa của các kết nối logic rõ ràng hơn trong một bảng chân lý:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F
T	F	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T	T

Ngữ nghĩa của phép kéo theo

$P \Rightarrow Q$ nghĩa là gì ?

Nếu P đúng thì có thể khẳng định rằng Q đúng. Nếu P sai thì không khẳng định gì.

Còn được biết đến như là các luật if-then

Ví dụ: **if** trời mưa **then** tôi sẽ bị ướt

$$R \Rightarrow W$$

Quan trọng: $P \Rightarrow Q$ tương đương với $\neg P \vee Q$

Biểu diễn tri thức trong logic mệnh đề

Ví dụ:

$KB = \{A \text{ tới dự bữa tiệc};$

Nếu Lan tới dự bữa tiệc thì Trung cũng tới;

Nếu Lan không tới thì An cũng không tới dự bữa tiệc}

Giả dụ:

A biểu diễn An tới dự bữa tiệc.

L biểu diễn Lan tới dự bữa tiệc.

T biểu diễn Trung tới dự bữa tiệc.

$$KB = \{A, L \Rightarrow T, \neg L \Rightarrow \neg A\}$$

Sự rút ra

$$KB \models \alpha$$

Cơ sở tri thức KB rút ra câu α
nếu và chỉ nếu

α là đúng khi tất cả các câu trong KB đúng.

Nói cách khác: Nếu KB đúng thì α cũng phải đúng.

Thí dụ, KB bao gồm “Lan là sinh viên” và “An là sinh viên” rút ra
“Hoặc Lan là sinh viên hoặc An là sinh viên”

Thí dụ, cơ sở tri thức của chúng ta $KB = \{A, L \Rightarrow T, \neg L \Rightarrow \neg A\}$
rút ra T

Tại sao?

Mô hình

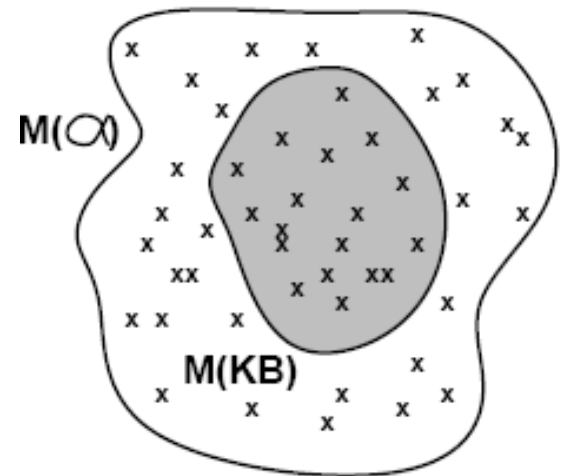
Trong logic mệnh đề các mô hình có thể được hiểu là một cách gán giá trị chân lý cho các chữ để tạo ra các câu đúng, thí dụ, hãy tìm các mô hình của câu $L \Rightarrow T$?

Giả sử $M(\alpha)$ là tập tất cả các mô hình của α

Khi đó $KB \models \alpha$ nếu và chỉ nếu $M(KB) \subseteq M(\alpha)$

Thí dụ,

$KB = \text{Lan là sinh viên}$
và An là sinh viên
 $\alpha = \text{Lan là sinh viên}$



Suy diễn

$KB \vdash_i \alpha$ = câu α có thể được suy ra từ KB bởi thủ tục i

Tính tin cậy: i là tin cậy nếu

mỗi khi có $KB \vdash_i \alpha$, thì ta cũng có $KB \models \alpha$

Tính đầy đủ: i là đầy đủ nếu

mỗi khi có $KB \models \alpha$, thì ta cũng có $KB \vdash_i \alpha$

Trong các bài học sau chúng ta sẽ định nghĩa cho một logic (logic vị từ), logic này đủ khả năng diễn đạt hầu hết những vấn đề được quan tâm đồng thời có một thủ tục suy diễn tin cậy và đầy đủ.

Tức là, thủ tục này sẽ trả lời bất cứ câu hỏi nào mà câu trả lời của nó được sinh ra từ những điều đã biết trong KB.

Suy diễn tin cậy và không tin cậy

Modus Ponens (tin cậy)

$$\frac{A \Rightarrow B, \quad A}{B}$$

Nếu trời mưa thì Lan mang theo ô khi đi ra phố.

Trời mưa.

Do vậy Lan mang theo ô khi đi ra phố.

Abduction (không tin cậy)

$$\frac{A \Rightarrow B, \quad B}{A}$$

Nếu trời mưa thì Lan mang theo ô khi đi ra phố.

Lan mang theo ô khi đi ra phố.

Do vậy trời mưa.

Suy diễn mệnh đề: Phương pháp liệt kê

Giả sử $\alpha = A \vee B$ và $KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$

Liệu có phải là $KB \models \alpha$

Kiểm tra tất cả các mệnh đề có thể - α phải đúng bất cứ khi nào KB đúng

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>				
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>				
<i>False</i>	<i>True</i>	<i>False</i>				
<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>				
<i>True</i>	<i>False</i>	<i>False</i>				
<i>True</i>	<i>False</i>	<i>True</i>				
<i>True</i>	<i>True</i>	<i>False</i>				
<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>				

Suy diễn mệnh đề: Luật phân giải

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	<i>False</i>
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>
<i>False</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	<i>True</i>
<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>
<i>True</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>
<i>True</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>
<i>True</i>	<i>True</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>
<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>

Chúng ta vừa chứng tỏ rằng một luật suy diễn gọi là luật phân giải là tin cậy.

(Xem chi tiết ở phần sau.)

Ghi nhớ: Suy diễn dựa vào bảng chân lý phải trả giá rất đắt. Với n ký hiệu mệnh đề chúng ta cần xem xét 2^n mục!

Các dạng chuẩn

Các tiếp cận suy diễn khác sử dụng các phép toán cú pháp trên các câu, thường được biểu diễn ở các dạng chuẩn hóa

Dạng chuẩn tắc hội (CNF - phổ quát)

hội các tuyển của các chữ (hội của các câu tuyển)

thí dụ: $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

Dạng Horn (hạn chế)

hội của các câu Horn (các câu có số chữ dương ≤ 1)

thí dụ: $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

Thường được viết dưới dạng một tập các phép kéo theo:

$B \Rightarrow A$ và $(C \wedge D) \Rightarrow B$

Chuyển các câu về CNF

1. Loại bỏ các phép kéo theo:
nhắc lại rằng $P \Rightarrow Q$ tương đương với $\neg P \vee Q$
2. Chuyển \neg vào trong:
 $\neg(P \vee Q)$ trở thành $\neg P \wedge \neg Q$
 $\neg(P \wedge Q)$ trở thành $\neg P \vee \neg Q$
 $\neg\neg P$ trở thành P
3. Phân phối \wedge đối với \vee :
 $(a \wedge b) \vee c$ trở thành $(a \vee c) \wedge (b \vee c)$
4. Biến đổi để không còn các liên kết xếp lồng:
 $(a \vee b) \vee c$ trở thành $a \vee b \vee c$
 $(a \wedge b) \wedge c$ trở thành $a \wedge b \wedge c$

Nhắc lại: luật de Morgan phát biểu rằng

$$\neg(P \vee Q) = (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$\neg(P \wedge Q) = (\neg P \vee \neg Q)$$

Chuyển các câu về CNF

Ví dụ: $(A \vee B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$

1. Loại bỏ phép kéo theo

$$\neg(A \vee B) \vee (\neg C \vee D)$$

2. Chuyển \neg vào trong:

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \vee D)$$

3. Phân phối \wedge đối với \vee :

$$(\neg A \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee D)$$

Tính vững chắc và tính thỏa được

Một câu là vững chắc nếu nó đúng trong mọi minh họa

thí dụ, $A \vee \neg A$, $A \Rightarrow A$, $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Tính vững chắc được vận dụng để suy diễn theo Định lý diễn dịch:

$KB \models \alpha$ nếu và chỉ nếu $(KB \Rightarrow \alpha)$ là vững chắc

Một câu là thỏa được nếu nó đúng trong một số minh họa

thí dụ, $A \vee B$, C

Một câu là không thỏa được nếu nó không đúng trong minh họa nào

thí dụ, $A \wedge \neg A$

Tính thỏa được được vận dụng để suy diễn theo cách sau đây:

$KB \models \alpha$ nếu và chỉ nếu $(KB \wedge \neg \alpha)$ là không thỏa được

tức là: Chứng minh α bằng phản chứng

Các phương pháp chứng minh

Các phương pháp chứng minh được chia thành hai loại:

Kiểm tra mô hình

liệt kê bảng chân lý (tin cậy và đầy đủ với mệnh đề)

Áp dụng các luật suy diễn

Sinh ra các câu mới tuân theo luật (tin cậy) từ những câu cũ

Chứng minh = một chuỗi các áp dụng luật suy diễn

Ghi nhớ: Chúng ta có thể sử dụng các luật suy diễn như là các toán tử trong một thuật toán tìm kiếm chuẩn.

Các luật suy diễn trong logic mệnh đề

Luật phân giải (với CNF): đầy đủ với logic mệnh đề

$$\frac{\alpha \vee \beta, \quad \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$$

Trực giác: β không thể vừa đúng vừa sai, do vậy một trong các tuyển sơ cấp khác phải đúng ở một trong các giả thuyết

Modus Ponens (với dạng Horn): đầy đủ với các KB Horn

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

Còn có nhiều luật suy diễn khác, thí dụ: đưa vào hội, loại bỏ hội, vân vân, chúng dễ hiểu hơn, nói chung là không đầy đủ nhưng tin cậy.

Các luật suy diễn trong logic mệnh đề

$$1) \frac{\alpha \Rightarrow \beta}{\alpha} \frac{\alpha}{\beta}$$

Modus Ponens

$$2) \frac{\alpha \Rightarrow \beta}{\neg \beta} \frac{\neg \beta}{\neg \alpha}$$

Modus Tolens

$$3) \frac{\alpha \Rightarrow \beta}{\beta \Rightarrow \gamma} \frac{\beta \Rightarrow \gamma}{\alpha \Rightarrow \gamma}$$

Luật bắc cầu

$$4) \frac{\alpha}{\beta} \frac{\beta}{\alpha \wedge \beta} \text{ and } \frac{\alpha}{\beta} \frac{\beta}{\alpha \vee \beta}$$

Đưa vào hội, đưa vào tuyển

$$5) \frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha (or \beta)}$$

Loại bỏ hội

$$6) \frac{\alpha \vee \beta}{\neg \beta \vee \gamma} \frac{\neg \beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$$

Luật phân giải

Chứng minh bằng các luật suy diễn

- Ví dụ: KB gồm các câu:

1. $Q \wedge S \Rightarrow G \wedge H$

2. $P \Rightarrow Q$

3. $R \Rightarrow S$

4. P

5. R

hãy chứng minh G

Giải:

(2)(4) $\Rightarrow Q$ (6) (Áp dụng luật MP)

(3)(5) $\Rightarrow S$ (7) (Áp dụng luật MP)

(6)(7) $\Rightarrow Q \wedge S$ (8) (Áp dụng luật đưa vào hội)

(1)(8) $\Rightarrow G \wedge H$ (9) (Áp dụng luật MP)

(9) $\Rightarrow G$ (Áp dụng luật loại bỏ hội)

Bài tập: Chứng minh luật Modus Ponens là tin cậy

Chứng minh luật:

$$\frac{P \Rightarrow Q, P}{Q} \text{ hoặc dưới dạng CNF } \frac{\neg P \vee Q, P}{Q}$$

là tin cậy bằng cách sử dụng bảng chân lý.

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	KB
F	F			
F	T			
T	F			
T	T			

Q có đúng bất cứ khi nào KB đúng?

Bài toán bữa tiệc

Ví dụ:

KB = {An tới dự bữa tiệc;
Nếu Lan tới dự bữa tiệc thì Trung cũng tới;
Nếu Lan không tới thì An cũng không tới dự bữa tiệc}

Giả dụ:

A biểu diễn An tới dự bữa tiệc.
L biểu diễn Lan tới dự bữa tiệc.
T biểu diễn Trung tới dự bữa tiệc.

$$KB = \{A, L \Rightarrow T, \neg L \Rightarrow \neg A\}$$

Ghi nhớ: Các câu trong KB ngầm định được kết nối bởi \wedge

Bài toán bữa tiệc

$$KB = \{A, L \Rightarrow T, \neg L \Rightarrow \neg A\}$$

Chuyển về CNF

1. A
2. $\neg L \vee T$
3. $L \vee \neg A$

Sử dụng luật phân giải để kết hợp 3 và 2.

$$\frac{L \vee \neg A, \quad \neg L \vee T}{\neg A \vee T}$$

Thêm kết quả vào KB

4. $\neg A \vee T$

Bài toán bữa tiệc

Sử dụng luật phân giải đơn để kết hợp 1 và 4.

$$\frac{\neg A \vee T, \quad A}{T}$$

Vì chúng ta đã nhận được T bằng một thủ tục chứng minh tin cậy chúng ta có thể suy ra rằng $KB \models T$ hoặc Trung tới dự bữa tiệc.

Những hạn chế của logic mệnh đề

Logic mệnh đề khá đơn giản, và có khả năng diễn đạt hạn chế do đó khó có thể diễn tả các phát biểu liên quan tới các đối tượng và các mối quan hệ.

Ví dụ: Làm thế nào sử dụng logic mệnh đề để diễn tả {Tất cả mọi người đều yêu thích hoa hồng}

Để làm được như vậy cần có một mệnh đề riêng biệt cho mỗi người trên trái đất để khẳng định rằng chị ta hoặc anh ta đều yêu thích hoa hồng.

{Lan yêu thích hoa hồng, An yêu thích hoa hồng, Mai yêu thích hoa hồng, vân vân}

Điều này dẫn đến một số lượng khổng lồ các mệnh đề và sẽ gây ra nhiều vấn đề cho việc suy diễn.

Chúng ta sẽ xem xét một logic diễn cảm hơn: logic vị từ hoặc logic cấp một. Logic này cho phép suy luận về các đối tượng, các tính chất và các mối quan hệ của chúng.

Tổng kết

Các tác tử logic áp dụng suy diễn với một cơ sở tri thức để rút ra các thông tin mới và tạo ra các quyết định

Các khái niệm cơ bản của logic:

- cú pháp: cấu trúc chuẩn của các câu
- ngữ nghĩa: tính đúng đắn của các câu trong các mô hình
- sự rút ra: tính đúng đắn tất yếu của một câu có được từ một câu khác
- suy diễn: nhận được các câu từ những câu khác
- tính tin cậy: sự suy diễn chỉ tạo ra các câu rút ra được
- tính đầy đủ: sự suy diễn có thể tạo ra tất cả các câu rút ra được

Logic mệnh đề đáp ứng được một số công việc

Phương pháp bảng chân lý là tin cậy và đầy đủ với logic mệnh đề

Luật phân giải (với CNF) là tin cậy và đầy đủ với logic mệnh đề.

Luật Modus Ponens là tin cậy và đầy đủ với cơ sở tri thức Horn.