Nombres y apellidos del estudiante

Prueba de evaluación continuada 2. Vectores, aplicaciones y formas cuadráticas

Presentación y objetivos

Presentación de la prueba

Esta prueba corresponde a los conceptos incluidos en el módulo 2, “Vectores, aplicaciones y formas cuadráticas" de la asignatura Fundamentos de Matemáticas.

Tenéis que responder las cuatro preguntas cortas dando una pequeña explicación y desarrollar los dos ejercicios dando también las correspondientes explicaciones. Procurad ser breves en la respuesta a las preguntas y aclarar suficientemente los pasos seguidos y los cálculos efectuados en los ejercicios.

Objetivos

Evaluar el grado de logro por parte de los estudiantes de los conceptos siguientes:

- Vectores.
- Dependencia e independencia lineal. Bases.
- Aplicaciones lineales. Matriz de una aplicación lineal.
- Cambios de base en endomorfismos.
- Valores y vectores propios.
- Diagonalización de matrices.

Competencias de ADE

- Capacidad para generar conocimiento económico relevante a partir de datos, aplicando los instrumentos técnicos pertinentes.
- Capacidad para utilizar y aplicar las tecnologías de la información y la comunicación en el ámbito académico y profesional.

Competencias de Economía

- Analizar, organizar y planificar la actividad profesional de manera óptima.
- Aprender de manera autónoma a investigar e innovar.
- Identificar y seleccionar la información cuantitativa y cualitativa de carácter relevante para el análisis y la práctica económica.
- Interpretar y utilizar la información económica cuantitativa y cualitativa de carácter relevante para la toma de decisiones.
- Aplicar las principales técnicas instrumentales propias del análisis económico.
- Manejar los principales conceptos, modelos, técnicas de representación y análisis de la realidad económica.

Criterios de evaluación

Las preguntas cortas cuentan un 12.5% cada una y los problemas un 25% cada uno. Se valorará la claridad en las respuestas y su correcto desarrollo.

Formato y fecha de entrega

Las pruebas de evaluación continuada se han de entregar en el buzón específico de Entrega de actividades que se encuentra en el apartado Evaluación del aula.
Las pruebas se tienen que entregar en formato pdf o doc. Las pruebas se pueden enviar resueltas a mano y escaneadas siempre y cuando se envíen en un **único documento pdf**.
El último día para entregar esta actividad es el día **31 de octubre de 2021**.

Enunciado

PREGUNTAS CORTAS

1. Las componentes en la base canónica del vector $v \in \Re^3$ son $(1,-2,2)$. ¿Cuáles son las componentes del vector en la base $\{(1,0,1),(0,-1,1),(1,1,1)\}$?

2. Dado el conjunto de vectores $\{(2,1,1),(0,1,a),(a,1,0)\}$, determinad el valor de a para que formen una base de $\Re^3$. Justificad la respuesta.

3. 1) Calculad la expresión de la aplicación lineal $f: \Re^3 \to \Re^3$que tiene por matriz asociada en la base canónica de $\Re^3$ la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. ¿Cuál es la imagen del vector $(2,-1,1)$?
   2) La expresión de la aplicación lineal $f: \Re^3 \to \Re^3$ es ahora $f(x,y,z) = (2x+y, z, x-z)$. ¿Cuál es la matriz asociada a la aplicación lineal en la base canónica?

4. Sea $C = \{(1,0),(0,1)\}$ la base canónica de $\Re^2$. Considerad ahora la base $B = \{(1,1),(1,0)\}$.
   a) ¿Cuál es la matriz de cambio de base de B a C? Utilizad esta matriz para expresar en la base canónica las componentes del vector $(2,-1)$ que está expresado en la base B.
   b) ¿Cuál es la matriz de cambio de base de C a B? Utilizad esta matriz para expresar en la base B, el vector (1,-1) que está expresado en la base C.

EJERCICIOS

Ejercicio 1

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$:

- **a)** Calculad su polinomio característico. *(0.5 puntos)*
- **b)** Obtened sus valores propios. *(0.5 puntos)*
- **c)** Calculad los vectores propios asociados. ¿Son linealmente independientes? *(1 punto)*
- **d)** Razonad el por qué la matriz A es diagonalizable. *(0.5 puntos)*

Ejercicio 2

El Ayuntamiento de una gran ciudad está analizando la viabilidad de los mercados municipales de la ciudad con relación al comercio alternativo en supermercados. Por eso, se ha realizado una encuesta sobre los hábitos de su población. Los habitantes de la ciudad se pueden dividir entre los que habitualmente compran en los mercados municipales y los que no. En la encuesta se observa que en el último año el 90% de los usuarios habituales de los mercados municipales lo continúan siendo, y que sólo el 10% ha dejado de comprar en estos mercados. Por otra parte, se observa que el 20% de los que no compraban habitualmente en estos mercados ahora sí que lo hacen, mientras que el 80% de los no usuarios de los mercados no han cambiado su hábito de compra. Estas estimaciones se pueden expresar mediante una matriz de transición T dada por:

$$T = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Denotamos por (E_t, NE_t) el vector que representa los porcentajes, expresados en tanto por uno, de población usuaria habitual de los mercados y de la población no usuaria, respectivamente, en el año t. Si se mantiene esta tendencia a lo largo del tiempo, esta matriz nos permite encontrar, a partir de la población que utiliza los mercados y la que no los utiliza en el año t, la distribución de usuarios y no usuarios para el año $t+1$, haciendo la operación siguiente:

$$\begin{pmatrix} E_{t+1} \\ NE_{t+1} \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} E_t \\ NE_t \end{pmatrix}.$$

Supongamos que este año, año $t = 0$, el porcentaje de población usuaria habitual de los mercados ha sido del 5%, mientras que el de la no usuaria ha sido del 95%:

$$\begin{pmatrix} E_0 \\ NE_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.05 \\ 0.95 \end{pmatrix}.$$

Con estos datos, se pide:

a) En caso de que la matriz de transición no cambie en los próximos años. ¿Cuál será el porcentaje de población usuaria y el de no usuaria de mercados para el año que viene, año $t = 1$? ¿Y de aquí a 2 años, $t = 2$? *(0.5 puntos)*

b) ¿Cuáles son los valores propios de la matriz de transición T ? *(0.5 puntos)*

c) ¿Cuáles son los vectores propios de la matriz de transición T ? *(0.75 puntos)*

d) ¿Cuál será el porcentaje de usuarios y no usuarios de mercados a largo plazo, si la matriz de transición es constante en el tiempo? (Indicación: si D y P son las matrices diagonal y de cambio de base, respectivamente, de la matriz T, y sabiendo que $T = P \cdot D \cdot P^{-1}$, debes calcular $\lim_{t \to \infty} T^t$ y después $\lim_{t \to \infty} \begin{pmatrix} E_t \\ NE_t \end{pmatrix}$) *(0.75 puntos)*