

ĐA THỨC NỘI SUY LAGRANGE

Hà Thị Ngọc Yến

Hà nội, 9/2020

ĐA THỨC NỘI SUY

- Cho bộ điểm

$$\{x_i, y_i = f(x_i)\}_{i=\overline{0,n}}, x_i \neq x_j \forall i \neq j, x_i \in [a, b]$$

- Đa thức bậc không quá n , $P_n(x)$ đi qua bộ điểm trên được gọi là đa thức nội suy với các mốc nội suy $\{x_i\}_{i=\overline{0,n}}$

- Khi đó

$$f(x) \approx P_n(x)$$

ĐA THỨC NỘI SUY

$$P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

[illegible]

Nội suy Lagrange

- Đa thức Lagrange cơ bản

$$L_i(x_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad \deg L_i \leq n$$

- Đa thức nội suy Lagrange

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x)$$

ĐA THỨC NỘI SUY LAGRANGE

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x)$$

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)}.$$

$$|R_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |w_{n+1}(x)|$$

$$w_{n+1}(x) = \prod_{i=0}^n (x-x_i)$$

ĐT NỘI SUY NEWTON

- Ví dụ: xét hàm số $y = 3^x$

x	-1	0	1
y	1/3	1	3

ĐT NỘI SUY LAGRANGE

$$L_1(x) = \frac{x(x-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$$

$$L_2(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{(0+1)(0-1)} = -x^2 + 1$$

$$L_3(x) = \frac{(x+1)x}{(1+1)(1-0)} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$$

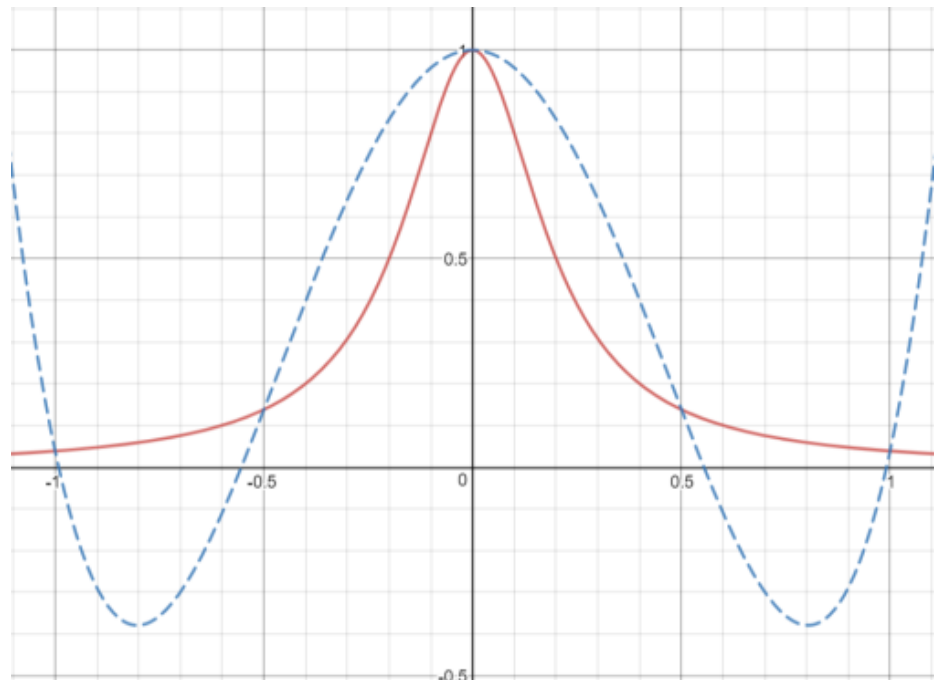
$$L(x) = \frac{1}{3}L_1(x) + L_2(x) + 3L_3(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

ĐT NỘI SUY LAGRANGE

$$f\left(\frac{1}{10}\right) = \sqrt[10]{3} \approx L\left(\frac{1}{10}\right) = 1.14$$

Ví dụ

- Xấp xỉ hàm $f(x) = \frac{1}{25x^2 + 1}$
- Với 5 mốc nội suy



Ví dụ

- Với 10 và 17 mốc nội suy

