

## DIFRACCIÓN DE ELECTRONES EN UNA RED POLICRISTALINA

### 1. OBJETIVOS

- Mostrar el carácter ondulatorio de los electrones y verificar la ecuación de D'Broglie.
- Determinación de la longitud de onda de los electrones.
- Obtener un valor experimental de la constante de Planck.

### 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

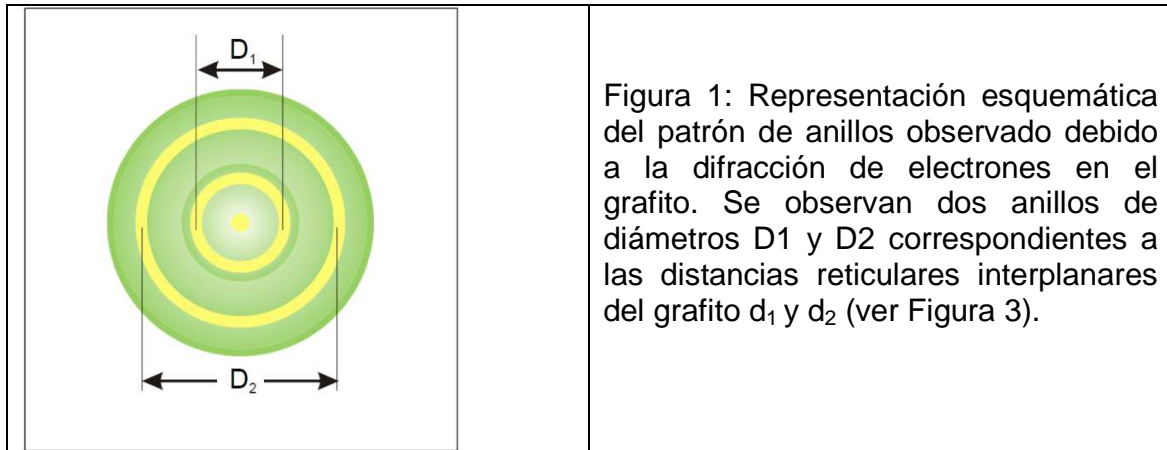
En 1924 Louis de Broglie sugirió que las partículas podrían tener propiedades ondulatorias, además de las propiedades características de las partículas. Presentó la hipótesis de que la longitud de onda de las partículas es inversamente proporcional a su cantidad de movimiento:

$$\lambda = h/p \quad (1)$$

Donde  $\lambda$ : longitud de onda,  $h$ : constante de Planck,  $p$ : cantidad de movimiento.

Sus conjeturas fueron confirmadas por los experimentos de Clinton Davisson y Lester Germer sobre la difracción de electrones en estructuras cristalinas de níquel en 1927. En este experimento se demuestra el carácter ondulatorio de los electrones por su difracción en una red policristalina de grafito (difracción de Debye-Scherrer). En contraposición al experimento de Davisson y Germer, en el que la difracción de los electrones se observa por reflexión, este montaje usa un tipo de difracción por transmisión similar al utilizado por G. P. Thomson en 1928.

De los electrones emitidos por el cátodo caliente, un pequeño haz es separado por medio de un diagrama de pines. Luego de pasar por un sistema de enfoque óptico-electrónico, los electrones inciden en forma de un haz monocromático muy enfocado en una lámina policristalina de grafito. Los átomos del grafito pueden ser considerados como una red espacial que actúa como una rejilla de difracción para los electrones. En la pantalla fluorescente aparece un patrón de difracción de dos anillos concéntricos, cuyo centro es el haz de electrones sin difractar (Fig. 1).



Ahora bien, de la ecuación de energía para los electrones acelerados por la tensión U

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \quad (2)$$

Donde U es el voltaje de aceleración aplicado, e es la carga del electrón, m la masa de la partícula, v su velocidad y p su cantidad de movimiento la cual se puede derivar como

$$p = mv = \sqrt{2meU} \quad (3)$$

Reemplazando la ecuación (3) en la ecuación (1) resulta para la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}} \quad (4)$$

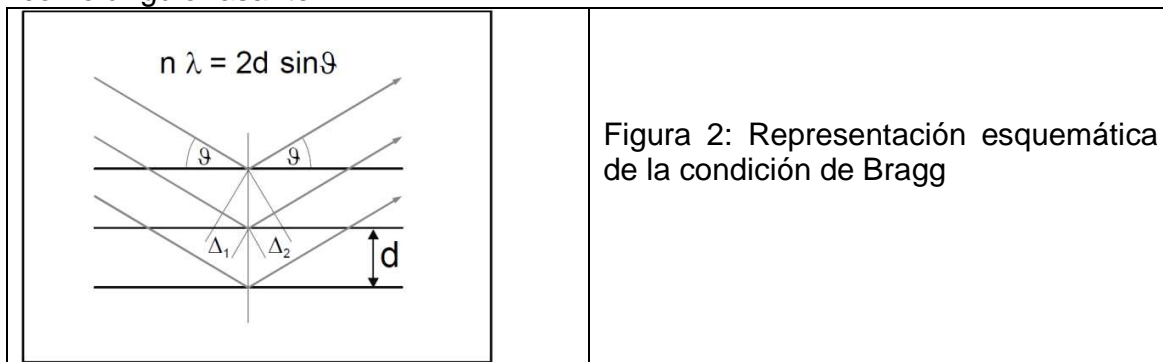
Como se puede ver a partir de la ecuación (4), longitud de onda  $\lambda$  depende del voltaje de aceleración U aplicado a los electrones emitidos por el cátodo caliente.

De otro lado, En 1913, H. W. y W. L. Bragg descubrieron que la disposición regular de los átomos en un cristal simple podría entenderse como una matriz de elementos reticulares en planos reticulares paralelos. Entonces, al exponer esta red cristalina a rayos X monocromáticos o electrones mono energéticos y, además, suponiendo que éstos tienen una naturaleza ondulatoria, cada elemento en un plano reticular actúa como un “punto de dispersión”, en el cual se forma un tren de ondas esféricas. Según el principio de Huygens, estos trenes de ondas esféricas se superponen y crean un frente de ondas “reflejado”. En este modelo, la longitud de onda  $\lambda$  no se modifica respecto del frente de onda “incidente”, y las direcciones de las radiaciones que son perpendiculares a los dos frentes de onda cumplen con la condición “ángulo de incidencia = ángulo de reflexión”.

Los rayos vecinos de longitud de onda  $\lambda$  reflejados en los planos reticulares individuales separados una distancia  $d$  generan interferencia constructiva cuando la diferencia de trayectoria en la dirección  $\vartheta$  cumple con la condición (Fig. 2):

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad \text{para: } n=1,2,3,\dots \quad (5)$$

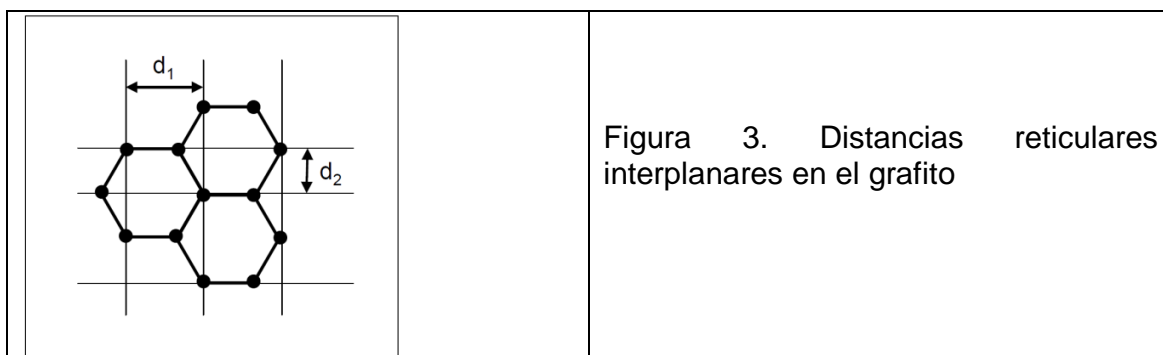
La diferencia de trayectoria que es por lo tanto múltiplo entero de  $\lambda$  es la “condición de Bragg” donde el ángulo de difracción  $\vartheta$  correspondiente es conocido como ángulo rasante.



En este experimento se utiliza un material policristalino como objeto de difracción. Esto equivale a una gran cantidad de pequeños cristalitas individuales que están dispersos en el espacio en forma irregular. Como consecuencia de esto, siempre hay algunos cristales en los que se satisface la condición de Bragg para una dirección de incidencia y longitud de onda dadas. Las reflexiones producidas por estos cristalitas generan conos coaxiales cuyo eje común está dado por la dirección de incidencia. De ahí que aparezcan círculos concéntricos en una pantalla ubicada perpendicular a este eje. Los planos reticulares que son importantes para el patrón de difracción de los electrones obtenido con este montaje tienen las distancias reticulares interplanares (Fig.3):

$$d_1 = 2.13 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2.13 \text{ \AA}$$

$$d_2 = 1.23 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 1.23 \text{ \AA}$$



De la Fig. 4 se puede deducir la relación  $\tan 2\vartheta = \frac{D}{2L}$ . Aproximando  $\tan 2\vartheta = \sin 2\vartheta = 2 \sin \vartheta$  para ángulos pequeños se obtiene

$$2\text{sen}\vartheta = \frac{D}{2L} \quad (7)$$

La substitución de la ecuación (7) en (5) lleva la difracción de primer orden ( $n = 1$ ) a

$$\lambda = d \frac{D}{2L} \quad (8)$$

Donde  $D$  es el diámetro del anillo,  $L$  es la distancia entre el grafito y la pantalla y  $d$  es la distancia reticular interplanar.

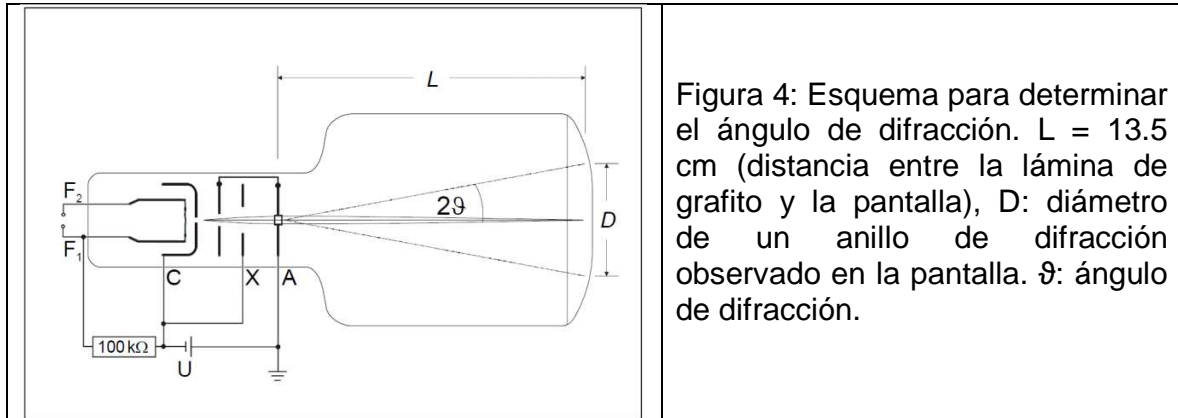
Finalmente, igualando las ecuaciones (4) y (8) se puede ver que los diámetros  $D_1$  y  $D_2$  (Figura 1) de los anillos concéntricos cambian en función de la tensión de aceleración  $U$ , como:

$$D = k \frac{1}{\sqrt{U}} \quad (9)$$

Donde:

$$k = \frac{2Lh}{d\sqrt{2me}}$$

La medición de los diámetros  $D_1$  y  $D_2$  en función de la tensión de aceleración  $U$  permite determinar las distancias reticulares interplanares  $d_1$  y  $d_2$ .

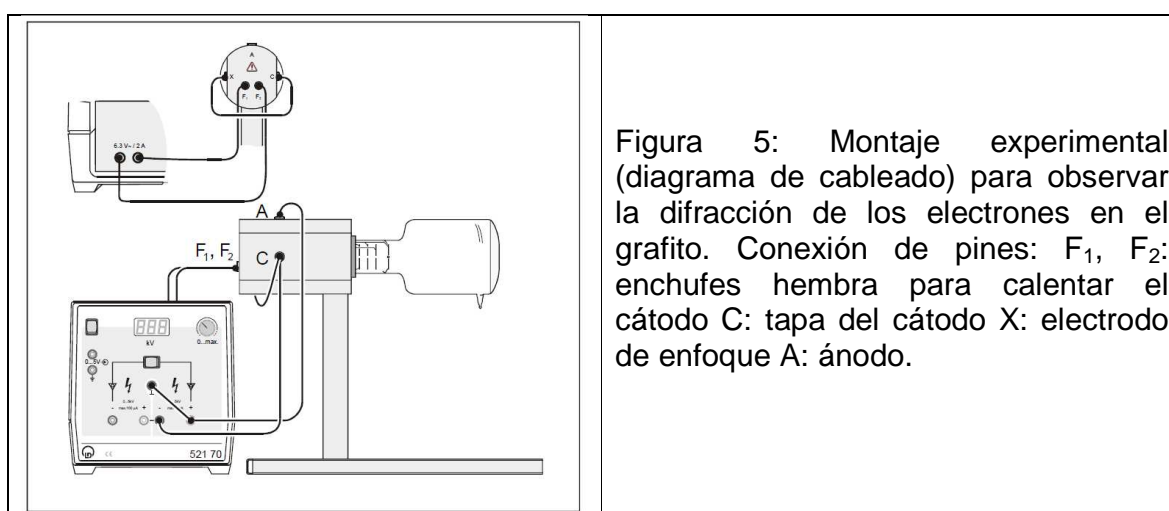


### 3. MATERIALES Y MONTAJE

- 1 tubo de difracción de electrones.
- 1 portatubo.
- 1 fuente de alimentación de alta tensión 10 kV.
- 1 calibrador Vernier de precisión.
- 6 cables conectores de seguridad.

La Figura 5 muestra el montaje experimental (diagrama de cableado).

- Conecte los enchufes hembra para calentar el cátodo  $F_1$  y  $F_2$  del portatubo a la salida en la parte trasera de la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV.
- Conecte los enchufes hembra C (tapa del cátodo) y X (electrodo de enfoque) del portatubo al polo negativo.
- Conecte el enchufe hembra A (ánodo) al polo positivo de la salida de 5 kV/2 mA de la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV.
- Realice la conexión a tierra del polo positivo de la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV.



### **NOTAS DE SEGURIDAD**

- Cuando el tubo de difracción de electrones es operado a altas tensiones superiores a 5 kV se generan rayos X. Por lo tanto, no opere el tubo de difracción de electrones a tensiones superiores a los 5 keV.
- Use solo la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV (52170) suministrada para la alimentación de alto voltaje del tubo de difracción de electrones.
- El tubo de difracción de electrones es un tubo de alto vacío con paredes de vidrio muy delgadas y por lo tanto puede romperse si se le suministran voltajes o corrientes demasiado altas o se lo somete a esfuerzos mecánicos. Por lo anterior conéctelo únicamente si está montado en el portatubo, manipule con cuidado las clavijas conectoras del casquillo, no las doble y colóquelas con cuidado en el portatubo y atégase a los parámetros de operación indicados arriba en los datos técnicos.

#### 4. PROCEDIMIENTO

- 4.1 Aplique una tensión de aceleración  $U \leq 5$  kV y observe el patrón de difracción. Varíe la tensión de aceleración entre 3 kV y 5 kV en pasos de 0.5 kV y mida el diámetro  $D_1$  y  $D_2$  de los anillos de difracción en la pantalla haciendo uso del calibrador Vernier de precisión (Figura 1). Consigne estos resultados en una tabla.

$U \pm \delta U$ (kV)	$D_1 \pm \delta D_1$ (cm)	$D_2 \pm \delta D_2$ (cm)
3.0		
3.5		
4.0		
4.5		
5.0		

#### 5. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 5.1 A partir de los valores medidos para  $D_1$  y  $D_2$  y dando como conocidas las distancias reticulares interplanares  $d_1$  y  $d_2$ , la longitud de onda de los electrones se puede determinar a partir de la ecuación (8). Compare estos valores obtenidos con los valores teóricos para la longitud de onda de los electrones ( $\lambda_{\text{teórico}}$ ) predichos por de Broglie, usando la ecuación (4). Haga una tabla donde consigne los resultados con sus respectivas incertidumbres.

$U$ (kV)	$D_1 \pm \delta D_1$ (cm)	$\lambda_1 \pm \delta \lambda_1$ (pm)	$\lambda_{1, \text{teórica}} \pm \delta \lambda_1$ (pm)
3.0			
3.5			
4.0			
4.5			
5.0			

- 5.2 Construya una gráfica de  $D_1$  y  $D_2$  como función del  $\frac{1}{\sqrt{U}}$
- 5.3 Tomando como referencia la ecuación (9) y a partir de la pendiente de la gráfica anterior, determine un valor experimental de la constante de Planck. Indique la incertidumbre y el error relativo de su cálculo

Para los cálculos anteriores asuma:

$L = (13.5 \pm 0.1) \text{ cm}$  (distancia entre la lámina de grafito y la pantalla)  
 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  (carga del electrón)  
 $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  (masa del electrón)  
 $d_1 = 2.13 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2.13 \text{ \AA}$        $d_2 = 1.23 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 1.23 \text{ \AA}$   
(Distancias reticulares interplanares en el grafito)

## REFERENCIAS

1. LD Hojas de Física, "Difracción de electrones en una red cristalina", P6.1.5.1.
2. Sears-Zemansky-Young- Freedman "Física Universitaria con Física Moderna" capítulos 36 y 39, undécima edición (2005).
3. Kittel, Ch., Introduction to Solid State Theory, Wiley and Sons, NY, 8th Edition, 2005