IV. PROPAGACIÓN DE ENFERMEDADES.

Para analizar la propagación de enfermedades considere tres grupos de individuos. $S(t)$ el cual es el número de individuos susceptibles a ser infectados, $I(t)$ el cual es el número de individuos infectados y $R(t)$ el cual es el número de individuos recuperados. Sea la población inicial de $N = 7,900,000$ individuos, considere las fracciones de susceptibles $s(t) = S(t)/N$, de infectados $i(t) = I(t)/N$ y de recuperados $r(t) = R(t)/N$. Debido a que no consideramos que individuos ingresen o dejen la población inicial, la única manera que la población susceptible varíe es porque se infecta. Por otro lado, consideramos que la población infectada tiene un número b de contactos que pueden propagar la enfermedad, aún cuando no todos son con población susceptible. También se considera que una fracción k de infectados puede recuperse en una ventana temporal, esto es, si en promedio la duración de la infección son tres días entonces en promedio un tercio de la población infectada se recupera cada día. El modelo completo está dado por [1],

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= -bs(t)i(t), \\
\frac{di}{dt} &= bs(t)i(t) - ki(t), \\
\frac{dr}{dt} &= ki(t).
\end{aligned} \tag{7}$$

Las poblaciones iniciales están dadas por

$$\begin{array}{ll}
S(0) = 7,900,000, & s(s) = 1 \\
I(0) = 10, & i(0) = 1,27 \times 10^{-6} \\
R(0) = 0, & r(0) = 0
\end{array}$$

1. Solucione el sistema acoplado de ecuaciones mediante el método de **Runge-Kutta** o **Verlet-velocidad** para 4 parejas de parámetros (b, k) donde uno de ellos sea la pareja $(1/2, 1/3)$, variando $k \in [0.1, 0.6]$ y $b \in [0.5, 2]$
2. Grafique las fracciones $s(t), i(t)$ y $r(t)$ como función del tiempo para las 4 parejas de parámetros.
3. Encuentre el pico de infección para cada conjunto tomado. Para casos de picos de infección pequeños, discuta las variaciones en las fracciones de la población infectada $i(t)$ y recuperada $r(t)$.
4. ¿Qué sucedería en el caso en que $i(0) = 0$?.
5. Grafique para cada conjunto de parámetros el diagrama de fase, esto es, grafique la población en el eje horizontal y su variación en el tiempo en el eje vertical.
6. Realice la animación de su sistema con 4 paneles, el de la esquina superior izquierda contiene el diagrama de fase, y los otros tres paneles contienen la población en función del tiempo para cada una de las poblaciones involucradas.

Referencias

[1] D. Smith and L. Moore, *The SIR Model for Spread of Disease - Relating Model Parameters to Data*, Loci/JOMA, Convergence (2004).