

Zadanie 6

Rozwiązać równanie struny:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$$

Gdzie $y(x, t)$ określa kształt struny w chwili t

Na potrzeby rozwiązania przyjmujemy $c=1$ (c prędkość propagacji fali)

Prawą stronę

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$$

Przybliżamy:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{y(x_{i-1}, t) - 2 * y(x_i, t) + y(x_{i+1}, t))}{\Delta x^2} = a(x_i, t)$$

L – długość struny (π)

N – na ile części dzielimy ($np=10$)

$$\Delta x = \frac{L}{N}$$

Dla każdego punktu struny rozwiązujemy równanie ruchu metodą MidPoint:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = a \end{cases}$$

Struna jest zamocowana na końcach.

Wyznaczyć energię potencjalną, kinetyczną oraz całkowitą struny:

E_k, E_p suma energii poszczególnych punktów

$$E_k = \sum_{i=0}^N \frac{dx * V^2(x_i)}{2}$$
$$E_p = \sum_{i=0}^N \frac{(y(x_{i+1}) - y(x_i))^2}{2\Delta x}$$

Przedstawić E_p, E_k, E_c na wykresie