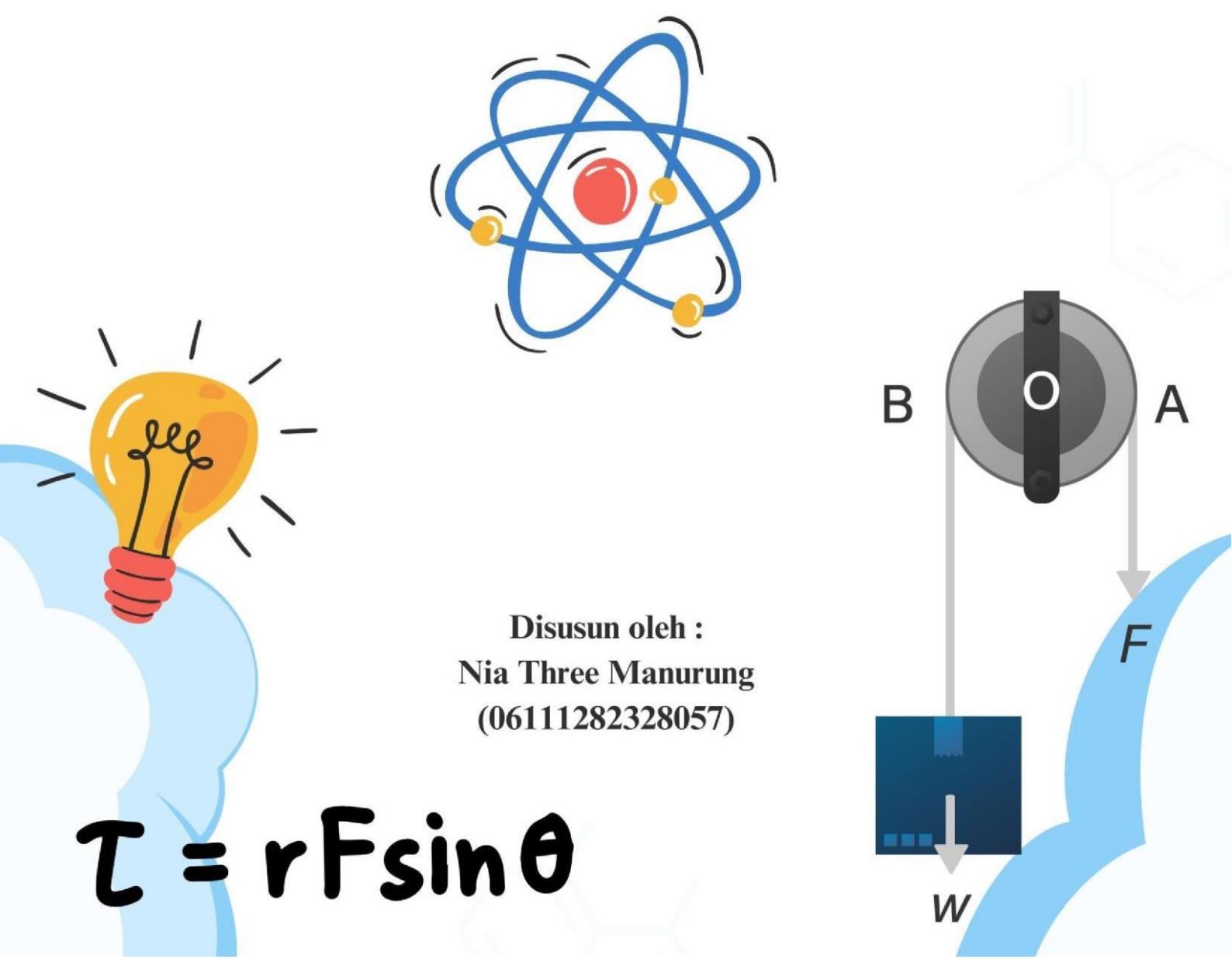


BAHAN AJAR

DINAMIKA ROTASI

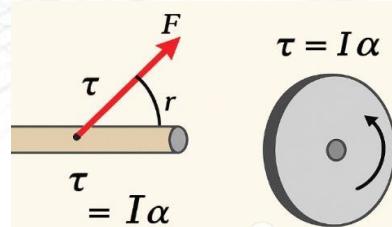


Disusun oleh :
Nia Three Manurung
(06111282328057)

$$\tau = rF \sin \theta$$

3. Hubungan Antara Momen Gaya (τ), Momen Inersia (I), dan Percepatan Sudut (α)

Dalam dinamika rotasi, hukum dasar yang mengatur gerak benda berotasi adalah Hukum Kedua Newton untuk Rotasi. Hukum ini menyatakan bahwa resultan momen gaya (torsi) yang bekerja pada suatu benda akan menyebabkan perubahan keadaan rotasi benda tersebut, yang dinyatakan dalam bentuk percepatan sudut.



Gambar 4: Hubungan antara momen gaya, momen inersia dan percepatan sudut

Secara matematis, hubungan antara momen gaya (τ), momen inersia (I), dan percepatan sudut (α) dapat dirumuskan sebagai:

$$\sum \tau = I \cdot \alpha$$

Persamaan ini memiliki analogi yang kuat dengan hukum kedua Newton dalam gerak translasi, yaitu:

$$\sum F = m a$$

yang menyatakan bahwa gaya total yang bekerja pada suatu benda sebanding dengan massa benda dan percepatan linear其实. Karena dalam gerak melingkar percepatan linear (a) berkaitan dengan percepatan sudut (α) melalui hubungan $a = r \alpha$, maka dapat dituliskan:

$$F = m (r \alpha)$$

$$F r = m r (r \alpha)$$

$$F r = m r^2 \alpha \quad \tau = r F$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$

$$\tau = I \alpha$$

Persamaan ini menunjukkan bahwa percepatan sudut yang dihasilkan oleh suatu benda tidak hanya bergantung pada momen gaya yang diberikan, tetapi juga pada momen inersia benda tersebut.

4. Momentum Sudut

Momentum sudut merupakan besaran vektor. Momentum yang dimiliki benda dalam gerak rotasi disebut momentum sudut. Ketika sebuah partikel berputar terhadap sumbunya, momentum sudutnya adalah kali momentum linearinya terhadap jarak partikel ke sumbunya.

Kaidah aturan tangan kanan dapat digunakan untuk mengetahui arah momentum sudut suatu benda yang berotasi. Karena keempat jari menunjukkan arah rotasi, ibu jari menunjukkan arah momentum sudut.

Dalam gerak translasi, benda memiliki momentum linear. Namun, dalam gerak rotasi, benda memiliki momentum sudut. Momentum sudut (L) didefinisikan sebagai perkalian silang antara vektor momentum linear benda p dan vektor posisi r .

$$L = r \times p$$

Secara matematis, penurunan persamaan momentum sudut L dapat berawal dari konsep momentum linier p , dan dapat ditulis:

$$p = m \cdot v$$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis $v = r \cdot \omega$, sehingga diperoleh :

$$p = m \cdot (r \cdot \omega)$$

$$p \cdot r = m \cdot r \cdot (r \cdot \omega)$$

$$L = m \cdot r^2 \cdot \omega$$

Sehingga momentum sudut L persamaannya dapat ditulis :

$$L = I \cdot \omega$$

Dimana :

L : Momentum sudut ($\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$)

I : Momen inersia benda ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)

ω : Kecepatan sudut (rad/s)

Hukum Kekekalan Momentum Sudut

Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang bekerja pada suatu sistem ($\Sigma\tau = 0$) momentum linier sistem kekal (konstan) dan hukum kekekalan momentum linier juga berlaku pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya atau torsi ($\Sigma\tau = 0$). Maka akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat dituliskan :

$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

Hukum Kekekalan Momentum Sudut berbunyi :

“Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang bekerja pada sistem ($\Sigma\tau = 0$), maka momentum sudut adalah kekal (konstan)”

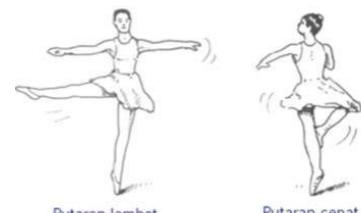
Atau dapat dituliskan

$$\frac{dL}{dt}$$

Jika $\tau = \frac{dL}{dt} = 0$, maka $L = \text{konstan}$

$$\frac{dt}{dt}$$

Saat penari merentangkan tangan atau salah satu kakinya, kecepatan sudut yang diperoleh kecil. Dengan melipat tangan/kakinya, penari itu memperkecil momen inersianya terhadap poros. Karena r mengecil (dengan melipat tangannya), maka I ikut mengecil. Karena momentum sudut konstan, kecepatan sudut membesar. Maka penari berputar lebih cepat.



Gambar
5: Penerapan Hukum Kekekalan Momentum

Sumber: <https://slideplayer.info/slide/12216660/>

Contoh soal 4:

Sebuah roda memiliki massa 40 kg dan diameter 120 cm, berputar dengan kecepatan sudut 5 rad/s. Besar momentum sudutnya adalah....

Penyelesaian:

$$\text{Diketahui: } M = 40 \text{ kg} \quad R = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m} \quad \omega = 5 \text{ rad/s}$$

Ditanya : L....?

$$\text{Jawab: } L = I \cdot \omega$$

$$I = MR^2 = 40 \text{ kg} (0,6 \text{ m})^2 = 14,4 \text{ kg.m}^2$$

$$L = I \cdot \omega = 14,4 \text{ kg.m}^2 \cdot 5 \text{ rad/s} = 72 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$

Contoh soal 5:

Seorang penari balet memiliki momen inersia 4 kgm^2 dan mulai berputar pada kelajuan 1,8 putaran/s ketika kedua lengannya terentang. Kemudian, kedua lengannya merapat ke tubuhnya ternyata momen inersianya $1,2 \text{ kgm}^2$, maka kelajuan sudut saat itu adalah...

Penyelesaian:

$$\text{Diketahui: } I = 4 \text{ kgm}^2$$

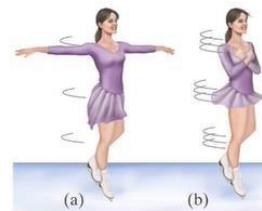
$$I' = 1,2 \text{ kgm}^2 \quad \omega = 1,8 \text{ putaran/s}$$

Ditanya: ω'?

$$\text{Jawab: } L = L'$$

$$I \cdot \omega = I' \cdot \omega'$$

$$4 (1,8) = 1,2 \cdot \omega'$$



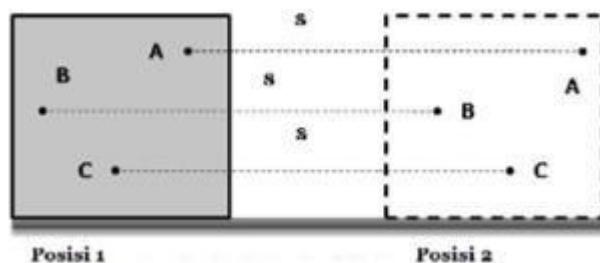
$$\omega' = \frac{4 \times 1,8}{1,2} = \frac{18}{3} = 6 \text{ putaran/s}$$

5. Energi Kinetik Rotasi

Gerak merupakan perubahan posisi atau kedudukan suatu titik atau benda terhadap titik acuan tertentu. Berdasarkan bentuk lintasannya gerak dapat dibedakan menjadi dua yaitu gerak translasi (pergeseran) dan gerak rotasi (melingkar).

a. Energi Gerak Translasi

Kata kinetik berasal dari kata Yunani, *kinetikos*, yang artinya "gerak". Jadi energi kinetik itu energi yang dimiliki benda-benda yang bergerak sedangkan translasi itu bisa diartikan linear atau lurus. Gerak translasi dapat didefinisikan sebagai gerak pergeseran suatu benda dengan bentuk dan lintasan yang sama di setiap titiknya. Jadi sebuah benda dapat dikatakan melakukan gerak translasi (pergeseran) apabila setiap titik pada benda itu menempuh lintasan yang bentuk dan panjangnya sama.



Gambar 6: Contoh Gerak Translasi

Sumber: <https://mafia.mafiaol.com/2014/01/pengertian-gerak-translasi-dan-rotasi.html>

Pada gambar diatas menunjukkan bahwa balok bergerak di atas permukaan datar dari posisi 1 ke posisi 2, menempuh jarak yang sama sebesar s . Gerakan ini menunjukkan bahwa setiap titik pada balok menempuh lintasan yang sejajar dan sama panjang tanpa bagian yang berputar atau mengguling.

Gerakan di mana seluruh bagian benda berpindah secara bersamaan dan sejajar tanpa berputar disebut gerak translasi. Gerakan translasi dapat kita lihat dalam kehidupan sehari-hari, seperti saat meja digeser di lantai atau mobil bergerak lurus di jalan.

Massa (m) dan kecepatan (v) adalah dua komponen penting dari setiap benda yang bergerak. Energi kinetik dihasilkan oleh kombinasi keduanya.

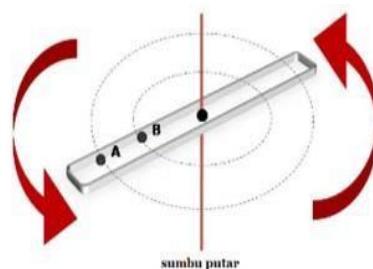
Energi kinetik pada gerak translasi dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$Ek = \frac{1}{2} mv^2$$

yang menunjukkan bahwa energi kinetik berbanding lurus dengan massa dan kuadrat dari kecepatan suatu benda. Dengan kata lain, energi kinetik suatu benda akan meningkat secara eksponensial seiring dengan peningkatan massa dan kecepatan benda tersebut. Energi ini menunjukkan kapasitas benda untuk melakukan fungsi tertentu, seperti mendorong, menabrak, atau menggerakkan benda lain. Akibatnya, memahami gerak translasi dan energi kinetik sangat penting untuk memahami berbagai fenomena fisika yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari.

b. Energi Gerak Rotasi

Energi kinetik rotasi (EK_{rot}) adalah jenis energi yang dihasilkan oleh benda saat berputar pada porosnya. Jika setiap titik pada benda (kecuali titik pada sumbu putar) menempuh lintasan berbentuk lingkaran, benda itu disebut melakukan gerak rotasi. Sumbu putar adalah garis lurus yang tegak lurus pada bidang lingkaran dan melalui pusat lingkaran.



Gambar: Gerak Rotasi

Sumber: <https://mafia.mafiaol.com/2014/01/pengertian-gerak-translasi-dan-rotasi.html>

Gerak rotasi ditampilkan dalam gambar di atas, di mana setiap titik benda yang bergerak melingkar mengelilingi sumbu putarnya. Massa (m) setiap partikel yang tersebar di seluruh bagian suatu benda berotasi, dan setiap partikel bergerak dengan kecepatan (v) tertentu ketika benda tegar berotasi. Jarak sebuah partikel dari sumbu rotasi menentukan kecepatan gerak partikel, yang disebut kecepatan kecil, karena semakin jauh sebuah partikel dari sumbu rotasi, semakin cepat partikel bergerak.

Persamaan gerak rotasi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$EK_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Keterangan:

EK_{rot} = Energi gerak rotasi

I = Momen inersia

ω = Kecepatan sudut