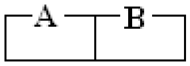
Задача 1.

Предположим, что имеется некоторый кусок ленты, разделенный на кадры. Кадры занумерованы с двух сторон. Полоска ленты склеена в лист Мебиуса. Необходимо составить алгоритм упорядочения этой последовательности, предположив, что соседние кадры можно переставлять, (естественно, в упорядоченной последовательности будет один "скачок" от минимального элемента к максимальному). Следует учесть, что при перестановки кадров переставляются числа с обеих сторон кадров. Пример:

Есть 2 кадра 

A_1, B_1 - одна сторона кадров,

A_2, B_2 - другая.

Пусть A_1=1, A_2=2, B_1=7, B_2=3. Тогда после перестановки содержащего A↔ B будет A_1=7, A_2=3, B_1=1, B_2=2).

Всегда ли такое упорядочение возможно?

Задача 2.

Имеется N камней веса A_1,A_2,...,A_N.

Необходимо разбить их на две кучи таким образом, чтобы веса куч отличались не более чем в 2 раза. Если этого сделать нельзя, то указать это.

Задача 3.

Условие задачи 2, только веса куч отличаются не более, чем в 1,5 раза.

Задача 4.

Имеется N человек и целые числа A_1, ..., A_N; человека i необходимо познакомить с A_i людьми. Можно ли это сделать?

Задача 5.

Условие задачи 4. Кого с кем знакомить, чтобы это сделать?

Задача 6.

Даны две целочисленных таблицы A [1:10] и B[1:15]. Разработать алгоритм и написать программу, которая проверяет, являются ли эти таблицы похожими. Две таблицы называются похожими, если совпадают множества чисел, встречающихся в этих таблицах.

Задача 7.

Задается словарь. Найти в нем все анаграммы (слова, составленные из одних и тех же букв).

Задача 8.

Задано семейство множеств букв. Найти такое k, для которого можно построить множество, состоящее из k букв, причем каждая из них принадлежит ровно k множествам заданного семейства.

Задача 9.

На прямой окрасили N отрезков.Известны координата L[I] левого конца отрезка и координата R[I] правого конца I-го отрезка для I=1, ..., N. Найти сумму длин всех окрашенных частей прямой.

Примечание. Число N столь велико, что на выполнение N*N даже простейших операций не хватит времени.

МОДИФИКАЦИЯ. На окружности окрасили N дуг. Известны угловая координата L[I] начала и R[I] конца I-ой дуги (от начала к концу двигались, закрашивая дугу, против часовой стрелки). Какая доля окружности окрашена?

Задача 10.

Имеется 2*N чисел. Известно что их можно разбить на пары таким образом, что произведения чисел в парах равны. Сделать разбиение, если числа

а) натуральные;

б) целые.

Задача 11.

Имеются числа $A_1,A_2,...,A_N$ и $B_1,B_2,...,B_N$. Составить из них N пар (A_i, B_j) таким образом, чтобы сумма произведений пар была максимальна (минимальна). Каждое A_i и B_j в парах встречаются ровно по одному разу.

Задача 12.

В музее регистрируется в течение дня время прихода и ухода каждого посетителя. Таким образом за день получены N пар значений, где первое значение в паре показывает время прихода посетителя и второе значения - время его ухода. Найти промежуток времени, в течение которого в музее одновременно находилось максимальное число посетителей.

Задача 13.

Упорядочить по невозрастанию 5 чисел за 7 операций сравнения.

Задача 14.

Задаются число n>1 - размерность пространства и размеры M n-мерных параллелепипедов (a_{i1} , ..., a_{in}), i=1,...,M.

Параллелепипед может располагаться в пространстве любым из способов, при которых его ребра параллельны осям координат. Найти максимальную последовательность вкладываемых друг в друге параллелепипедов.

Задача 15.

Пусть A - множество из N натуральных чисел. Ваша программа должна определить, существует ли по крайней мере одно подмножество B множества A, имеющие следующее свойство (*) для любых X,Y,Z из B, X<>Y<>Z<>X,

X+Y+Z <=∑ {t: t из B\{X,Y,Z}},

тут B\{X,Y,Z} означает 'множество B без элементов X,Y и Z'.

В случае положительного ответа программа должна найти подмножество B, удовлетворяющее условию (*) и состоящее из максимально возможного числа элементов.

Задача 16.

Дано положительное целое число K и K целых чисел A(1),...,A(K). Вычислить

a) наибольшее,

b) наименьшее,

c) наиболее близкое к нулю,

d) наиболее близкое к заданному числу P возможное значение суммы

S(M,N)=A(M)+A(M+1)+...+A(N-1)+A(N),

где 1<=M<=N<=K.

Примечание. Число К столь велико, что числа A(1),A(2), ..., A(K) занимают примерно одну пятую памяти, отводимой для хранения данных, а на выполнение K^2 даже простейших операций не хватает времени.

Задача 17.

Даны целые M и N и вектор действительных чисел X[1..N]. Найти целое число i (1<=i<=N-M), для которого сумма x[i]+...+x[i+M] ближе всего к нулю.

Задача 18.

Есть два отсортированных в порядке неубывания массива A[1,N] и B[1,M]. Получить отсортированный по неубыванию массив C[1,N+M], состоящий из элементов массивов A и B ("слить" вместе массивы A и B).

Задача 19.

Дан массив X[1..N]. Необходимо циклически сдвинуть его на k элементов вправо (т.е. элемент X[i] после сдвига должен стоять на месте X[i+k]; тут мы считаем что за X[N] следует X[1]). Разрешается использовать только несколько дополнительных слов памяти (Дополнительного массива заводить нельзя!).

Задача 20.

Построить максимальное множество, состоящее из попарно не сравнимых векторов v. Векторы v определяются парами чисел, выбираемые из данной последовательности чисел a_1, ...a_n , n>=1. Два вектора v=(a,в) и v'=(a',в') называются сравнимыми, если a<=a' и в<=в' или a>=a' и в>= в', в противном случае не сравнимыми.