Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет
Информационных Технологий, Механики и Оптики

ФКТиУ, кафедра Вычислительной техники

Лабораторная работа №4
по дисциплине
«Вычислительная математика»
Вариант: «Метод интерполяции полиномом Лагранжа»

Выполнил: Студент группы P3233
Сабитов Д.Т.

Преподаватель:
Перл О. В.

Санкт-Петербург
2022 г.

Описание метода

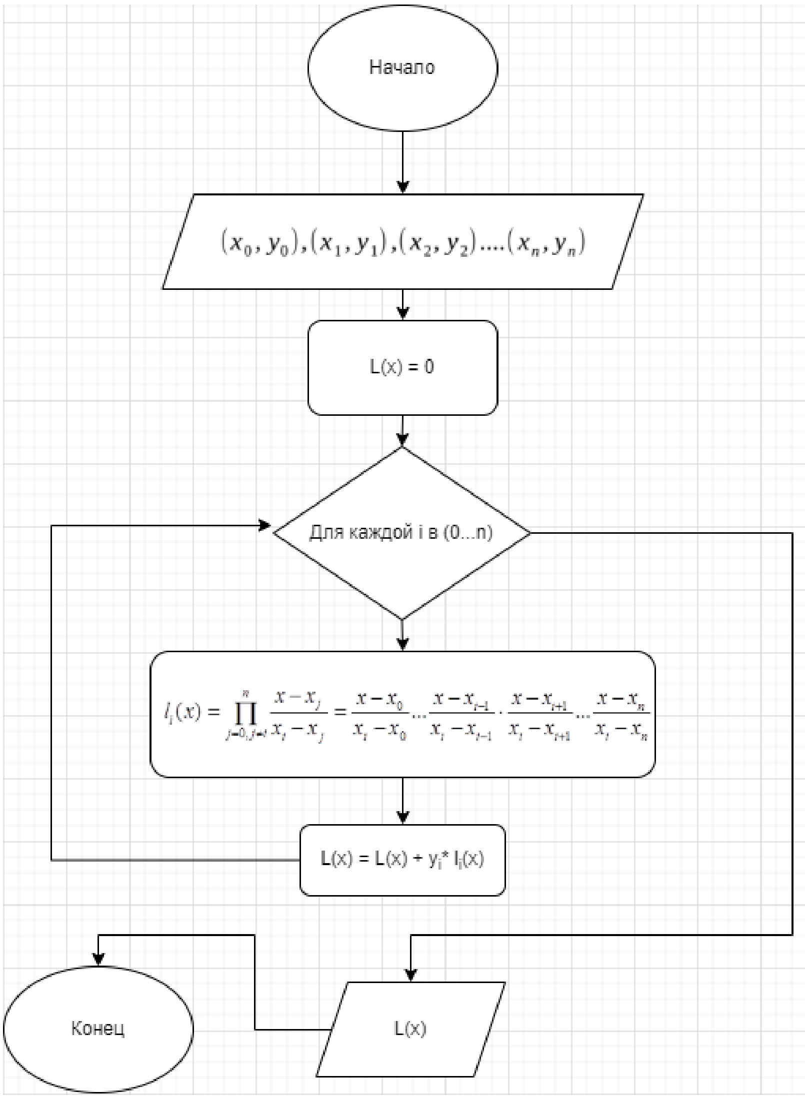
Интерполяционный многочлен Лагранжа — многочлен минимальной степени, принимающий заданные значения в заданном наборе точек, то есть решающий задачу интерполяции.

Интерполяция — в вычислительной математике нахождение неизвестных промежуточных значений некоторой функции, по имеющемуся дискретному набору её известных значений, определенным способом, в моем случае через интерполяционный многочлен Лагранжа.

Расчетные формулы метода

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

Блок-схема



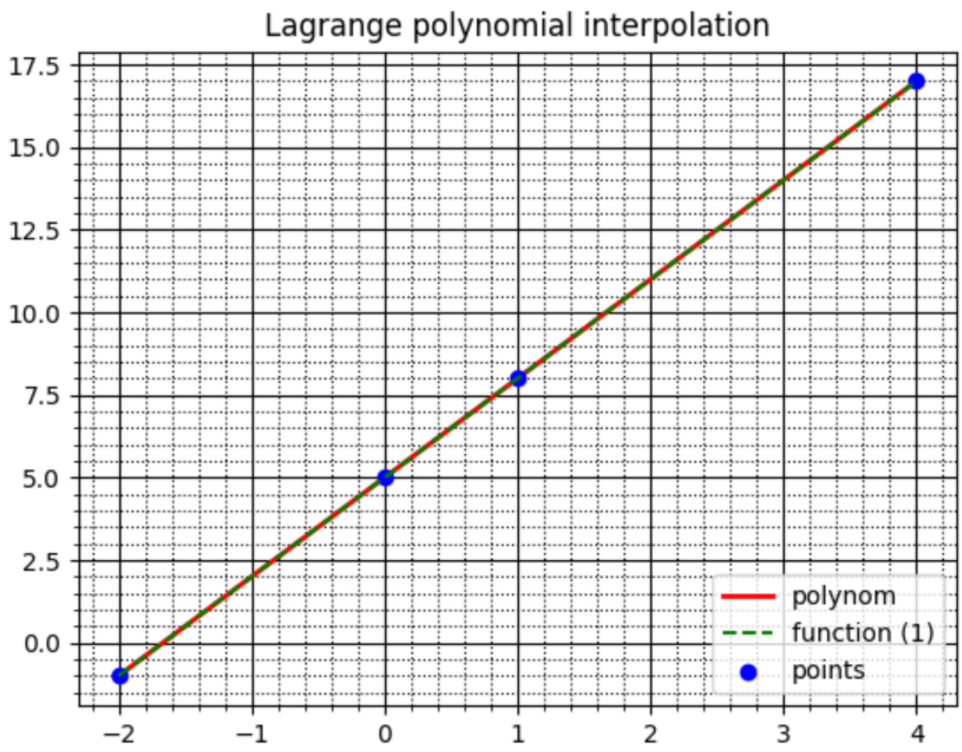
Листинг метода

```
def create_basic_polynomial(x_values, i):
    def basic_polynomial(x):
        divider = 1
        result = 1
        for j in range(len(x_values)):
            if j != i:
                result *= (x-x_values[j])
                divider *= (x_values[i]-x_values[j])
        return result/divider
    return basic_polynomial

def create_Lagrange_polynomial(points):
    basic_polynomials = []
    for i in range(len(points[0])):
        basic_polynomials.append(create_basic_polynomial(points[0], i))

    def lagrange_polynomial(x):
        result = 0
        for i in range(len(points[1])):
            result += points[1][i]*basic_polynomials[i](x)
        return result
    return lagrange_polynomial
```

Результаты работы:

1) f(x) = 3 * x + 5

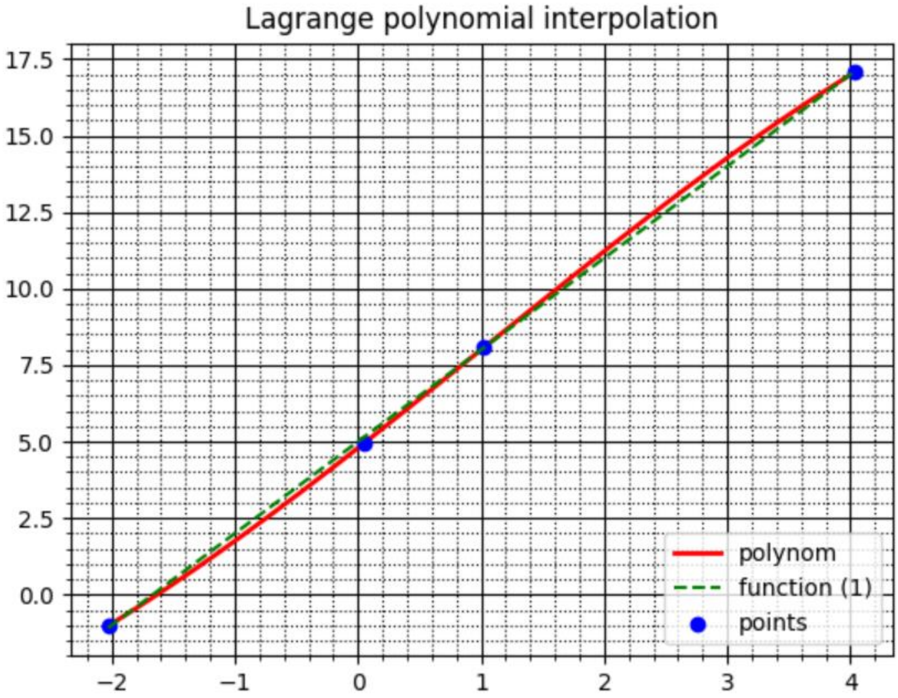
Без шума
x: [0, -2, 1, 4]
y: [5, -1, 8, 17]



С шумом

x: [0.05, -2.03, -1.02, 4.04]

y: [4.95, -1.02, 8.07, 17.09]

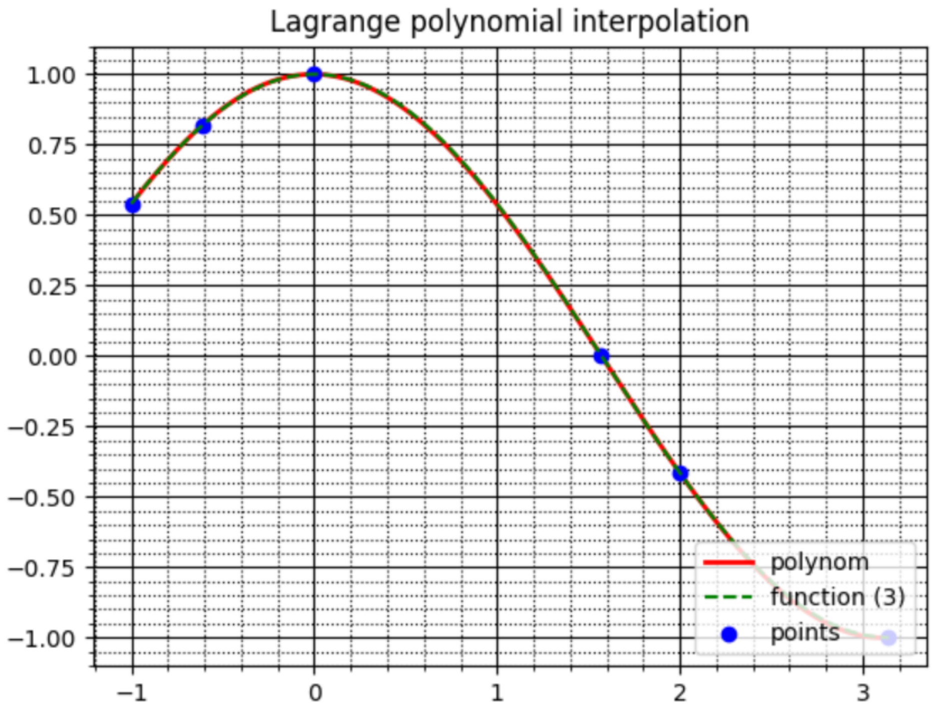


2) f(x) = cos(x)

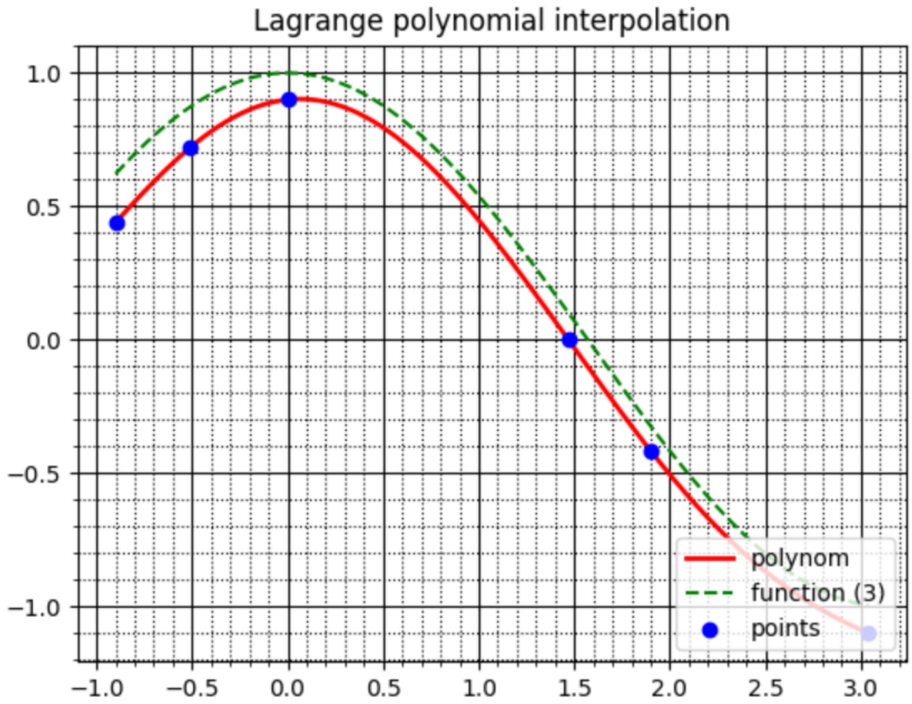
Без шума:

x: [0, 1.570796, 3.141592, -1, -0.61, 2]

y: [1, 0, -1, 0.54, 0.82, -0.416]



С шумом:
x: [0, 1.47, 3.04, -0.9, -0.51, 1.9]
y: [0.9, 0, -1.1, 0.44, 0.72, -0.416]



Вывод

В результате проделанной лабораторной работы я реализовал метод интерполяции полиномом Лагранжа.

Метод Лагранжа выгоднее всего применять при малом количестве точек в случае с функциями типа параболы, без необходимости добавления новых точек, так как у метода есть недостаток, заключающийся в том, что при добавлении или удалении точек необходимо производить перерасчет полинома. При этом не стоит забывать, что этот метод сам по себе достаточно затратный по вычислениям. Метод также достаточно сильно страдает от добавления шума, отклонения от искомого графика заметны.

При постоянном добавлении новых точек лучше всего использовать полином Ньютона. Если известно, что во входных данных есть шум, а при этом нужна высокая точность, то стоит использовать метод Сплайнов, так как он лучше справляется с шумом.