Farfán_Nícolas - Jupyter Notebook

miércoles, 29 de junio de 2022 8:53

Farfán_Nícolas - Jupyter Notebook

30/30

In [265]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import sympy as sp
```

Pregunta 1

Considere el PVI

$$t^2y' - ty + y^2 = 0 \quad ; \quad y(1) = 1$$

a) Utilice el método RK4 para obtener una aproximación de $y(10)$ considerando $h = 0.01$.

Solución:

Se despeja y' para aplicar poder el método de RK4, definiendo la funcion

In [266]:
```
def f(t,y): return (t*y-(y**2))/(t**2)
```

y' = (t * y - y^2) / t^2

Se definen los parametros de entrada de la función

In [267]:
```
x0 = 1
xn = 10
y0 = 1
h = 0.01
n = int((xn-x0)/h) # 900
```

In [268]:
```
def RK4(f, x0, xn, y0, n): # Se define el metodo RK4
    X = np.linspace(x0,xn,n+1)
    Y = np.linspace(x0,xn,n+1)
    Y[0] = y0
    h = (xn-x0)/n
    for i in range(n):
        K1=f(X[i],Y[i])
        K2=f(X[i]+h/2,Y[i]+(h/2)*K1)
        K3=f(X[i]+h/2,Y[i]+(h/2)*K2)
        K4=f(X[i]+h,Y[i]+h*K3)
        Y[i+1] = Y[i] +(h/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4)
    coord = dict()
    coord['x'] = X
    coord['y'] = Y
    return coord
```

La aproximación obtenida por el método RK4, es 3.0279310655977727 calculada la siguiente forma:

In [269]:
```
solve = RK4(f, 1, 10, 1, 900) # Se reemplazan los parametros
X = solve['x']
Y = solve['y']
Y[-1] # Se obtiene la aproximación por RK[4] de y(10) accediendo al ultimo elemen
```

ok.

Out[269]:
```
3.0279310655977727
```

b) La solución explícita al PVI está dado por

$$y(t) = \frac{1}{1 + \ln t}$$

Calcule el error cometido al aproximar $y(10)$ y justifique si es una buena aproximación.

Solución:

Solución explícita del PVI

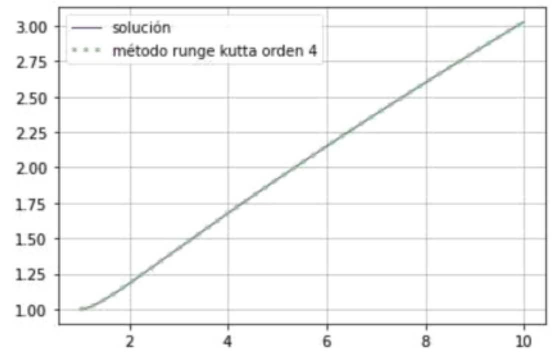
In [270]:
```
def f(t): return t/(1+np.log(t))
t = 10
Error = np.abs(t/(1+np.log(t)) - Y[-1])
Error
```

Out[270]:
```
4.3365755431068465e-11
```

In [271]:
```
# Adicionalmente se puede observar el comportamiento de la solución y la aproxima
x = np.linspace(1,10,100)
plt.plot(x, f(x),linewidth=1, linestyle='-', color=(0.4, 0.2 ,0.5), label='soluci
plt.plot(X, Y,linewidth=3, linestyle=':', color=(0.4, 0.9 ,0.5), label='método ru
plt.grid()
plt.legend()
```

Out[271]:
```
<matplotlib.legend.Legend at 0x1ade0066730>
```

ok.



1,5 pts

Como se puede observar el error es muy pequeño (4.3365755431068465e-11) y como se puede ver además en la grafica se acerca en gran medida al original.

Pregunta 2

Considere la ecuación diferencial

$$y''' - \alpha^2 y' = g(t)$$

donde g es la función continua por partes definida por

$$g(t) = \begin{cases} t & \text{si} \quad 0 < t \leq 2 \\ e^{\alpha t} & \text{si} \quad 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{si} \quad t > 4 \end{cases}$$

a) Defina variables reales t y s y la constante real positiva α.

Solución:

In [272]:
```
t,s = sp.symbols('t,s',real=True)
a = sp.Symbol('alpha',real=True,positive=True)
```

b) Reescriba g en términos de la función de Heaviside (o de salto o salto unitario)

Solución:

In [273]:
```
g = t + (sp.exp(a*t)-t)*sp.Heaviside(t-2)-(sp.exp(a*t))*sp.Heaviside(t-4)
g
```

Out[273]: $t + \left(-t + e^{\alpha t}\right)\theta(t-2) - e^{\alpha t}\theta(t-4)$

c) Resuelva la EDO con las condiciones iniciales $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$

Solución:

Se calcula la tranformada de la funcion de Heaviside

In [274]:
```
transfHev = sp.laplace_transform(g,t,s,noconds=True)
transfHev
```

Out[274]:
$$\frac{\left(s^2\left(-e^{2\alpha-2s} + e^{4\alpha-4s}\right)e^{2s} - (\alpha - s)(2s+1) + (\alpha - s)e^{2s}\right)e^{-2s}}{s^2(\alpha - s)}$$

Despejando L[y] (en fisico) queda de la siguiente forma

In [275]:
```
Ly = transfHev/(s**3-a**2*s)
Ly
```

Out[275]:
$$\frac{\left(s^2\left(-e^{2\alpha-2s} + e^{4\alpha-4s}\right)e^{2s} - (\alpha - s)(2s+1) + (\alpha - s)e^{2s}\right)e^{-2s}}{s^2(\alpha - s)\left(-\alpha^2 s + s^3\right)}$$

Se calcula la tranformada inversa para hallar y

]:
```
y = sp.inverse_laplace_transform(Ly,s,t,noconds=True)
y
```

]:

$$-\frac{t^2\theta(t)}{2\alpha^2}+\frac{t^2\theta(t-2)}{2\alpha^2}-\frac{te^{\alpha t}\theta(t-4)}{2\alpha^2}+\frac{te^{\alpha t}\theta(t-2)}{2\alpha^2}+\frac{2e^{\alpha t}\theta(t-4)}{\alpha^2}-\frac{e^{\alpha t}\theta(t-2)}{\alpha^2}-\frac{2\theta(t-2)}{\alpha^2}-\frac{e^{4\alpha}\theta(t-4)}{\alpha^3}+\frac{e^{2\alpha}\theta(t-2)}{\alpha^3}+\frac{3e^{\alpha t}\theta(t-4)}{4\alpha^3}$$
$$-\frac{3e^{\alpha t}\theta(t-2)}{4\alpha^3}+\frac{e^{-\alpha t+2\alpha}\theta(t-2)}{\alpha^3}-\frac{e^{-\alpha t+4\alpha}\theta(t-2)}{4\alpha^3}+\frac{e^{-\alpha t+8\alpha}\theta(t-4)}{4\alpha^3}-\frac{e^{\alpha t-2\alpha}\theta(t-2)}{\alpha^3}+\frac{e^{\alpha t}\theta(t)}{2\alpha^4}-\frac{e^{-\alpha t+2\alpha}\theta(t-2)}{2\alpha^4}-\frac{e^{\alpha t-2\alpha}\theta(t-2)}{2\alpha^4}$$
$$-\frac{\theta(t)}{\alpha^4}+\frac{\theta(t-2)}{\alpha^4}+\frac{e^{-\alpha t}\theta(t)}{2\alpha^4}$$