Evaluación 1 | Procesamiento de señales e imágenes 2023-1

Estudiante: Nícolas Farfán Cheneaux

Profesor: Max Chacón

Ayudante: Luis Corral

Pregunta 1

Para calcular la frecuencia alias (fa) usando herramientas del dominio del tiempo, se seguirán los siguientes pasos:

1) Identificar los picos de la señal con la función **findpeaks.**

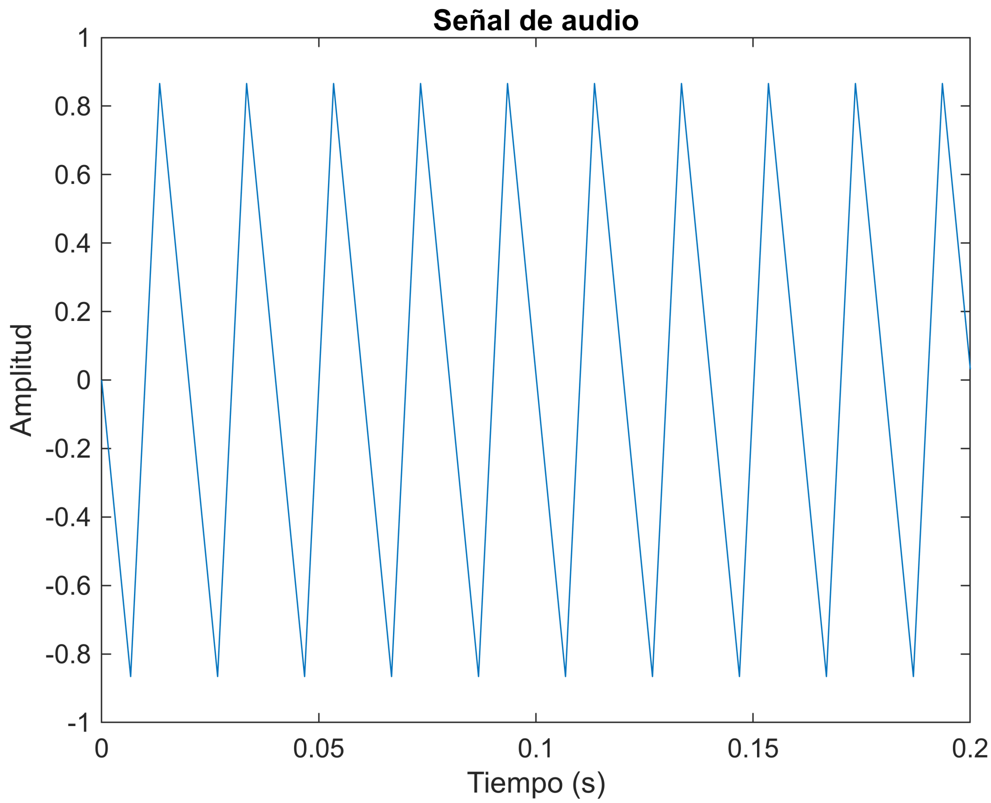
2) Calcular la distancia en tiempo entre los picos de la señal.

3) Se obtiene el **periodo** y a partir de este, la **frecuencia**.

```
% Se lee el archivo de audio de la señal
[x_n,Fs] = audioread('senal_1.wav');

% Visualización de la frecuencia de muestreo (150Hz)
Fs
```

```
Fs = 150
```

```

% Visualizar la señal en el dominio del tiempo
d = length(x_n)/Fs;
t = linspace(0, d,length(x_n));
figure;
plot(t,x_n);
xlim([0 0.2]); % Se acota para visualizar de manera clara
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Amplitud');
title('Señal de audio');
```



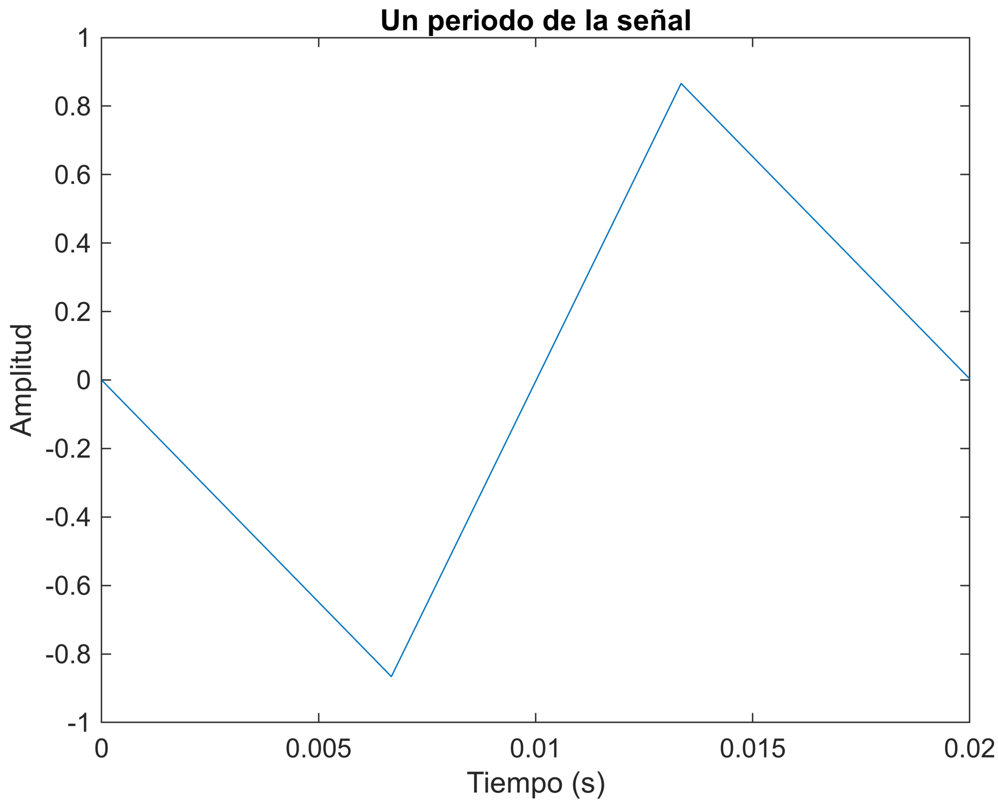

```
% Calculo de la frecuencia alias usando herramientas del domino del tiempo (fa)

% Se indentifican los picos de la señal
[pks, locs] = findpeaks(x_n);

% Se calcula la distancia en el tiempo entre los picos de la señal
time_diff = diff(locs)/Fs;
periodo = mean(time_diff)
```

```
periodo = 0.0200
```

```
% Se obtiene la frecuencia de la señal
fa = 1/periodo;
disp(['La frecuencia alias de la señal es ', num2str(fa), ' Hz']);
```

```
La frecuencia alias de la señal es 50 Hz
```

```
% Gráficamente podemos comprobar viendo un periodo de la señal
plot(t,x_n);
xlim([0 periodo]);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Amplitud');
title('Un periodo de la señal');
```




```
% Calculo de la frecuencia muestreada originalmente (f)
% f = |fa - Fs [fa / Fss]|
f = abs(fa - Fs*ceil(fa/Fs))
```

```
f = 100.0000
```

```
disp(f)
```

```
   100.0000
```

```
disp(['La frecuencia original es ', num2str(f), ' Hz']);
```

```
La frecuencia original es 100 Hz
```

Cómo se puede observar la frecuencia muestrada originalmente, efectivamente se encuentra en el intervalo:

$$\frac{\mathrm{Fs}}{2} \leq f \leq \mathrm{Fs}$$

$$\frac{75}{2} \leq 100 \leq 150$$

$$35 \leq 100 \leq 150$$

Se satisface la desigualdad, por lo que la frecuencia original f es **100Hz.**

Pregunta 2

El filtro de tipo Butterworth posee la siguiente transformada z de su ecuación de diferencia, la cual es la función Transferencia del sistema H(z):

$$H[z] = \frac{\sum_{k=0}^{N} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

Dado que se tiene N = 2.

Se desarrolla la sumatoria y se obtienen los siguientes coeficientes:

$$H(z) = \frac{b_0 z^0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{b_0 z^2 + b_1 z^1 + b_2 z^0}{z^2 + a_1 z^1 + a_2 z^0}$$

```
clearvars
[x_n,Fs] = audioread('1kHz_44100Hz_16bit_05sec.wav'); % Lectura del archivo de la señal

% Frecuencia de muestreo
Fs
```

```
Fs = 44100
```

```
% Frecuencia de corte del filtro
fc = 800
```

```
fc = 800
```

```
% Fr
Fr = Fs / fc
```

```
Fr = 55.1250
```

```
% Función de transferencia
% Dado que H[z] = Y[z] / X[z]

% Cálculo de los coeficientes numerador
a1 = (2*(tan(pi/Fr)^2-1)) / (1 + (2*cos(pi/4)*tan(pi/Fr)+tan(pi/Fr)^2))
```

```
a1 = -1.8391
```

```
a2 = (1-2*cos(pi/4)*tan(pi/Fr)+tan(pi/Fr)^2)/(1+2*cos(pi/4)*tan(pi/Fr)+tan(pi/Fr)^2)
```

```
a2 = 0.8511
```

```
% Cálculo de los coeficientes denominador
b2 = (tan(pi/Fr)^2)/(1+2*cos(pi/4)*tan(pi/Fr)+tan(pi/Fr)^2)
```

```
b2 = 0.0030
```

```
b0 = b2
```

```
b0 = 0.0030
```

```
b1 = 2*b0
```

```
b1 = 0.0060
```

```
% Vector de coeficientes numerador
b = [b0 b1 b2]
```

```
b = 1×3
    0.0030    0.0060    0.0030
```

```
% Vector de coeficientes denominador
a = [1 a1 a2]
```

```
a = 1×3
    1.0000   -1.8391    0.8511
```

```
% Visualización de la entrada del sistema x[n]
x_n
```

```
x_n = 220500×1
         0
    0.0982
    0.1945
    0.2867
    0.3733
    0.4522
    0.5219
    0.5811
    0.6286
    0.6632
      ⋮
```

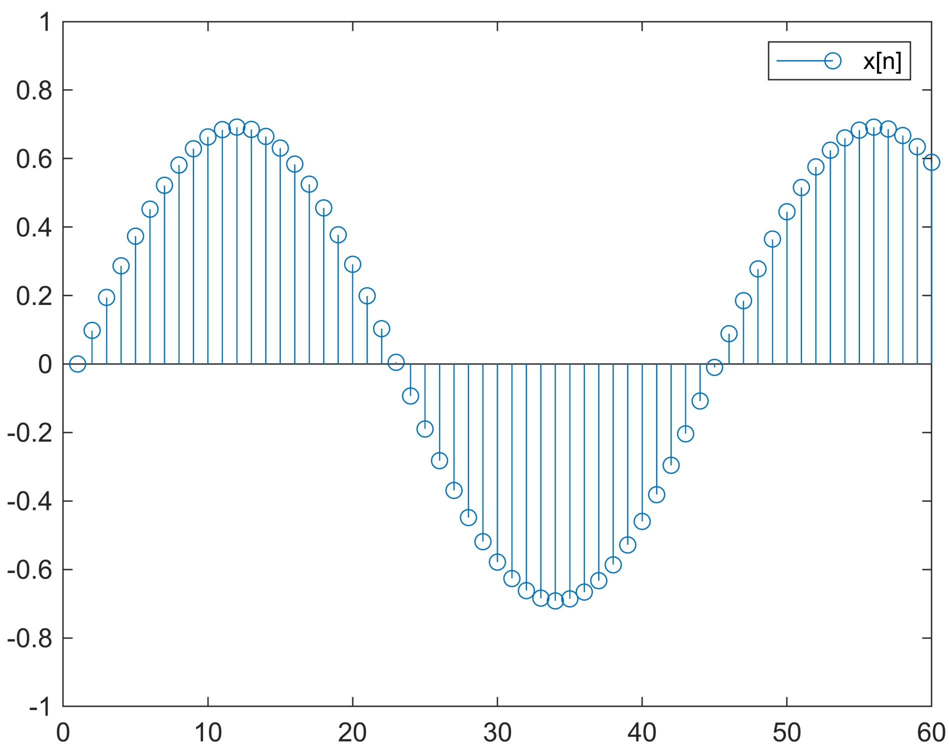
```
% Obtención de la respuesta al impulso h[n]
h_n = impz(b, a)
```

```
h_n = 122×1
    0.0030
    0.0115
    0.0216
    0.0300
    0.0368
    0.0421
    0.0461
    0.0489
    0.0508
    0.0517
      ⋮
```

```
% Obtención de la salida del sistema y[n]
y_n = conv(x_n, h_n, "same")
```

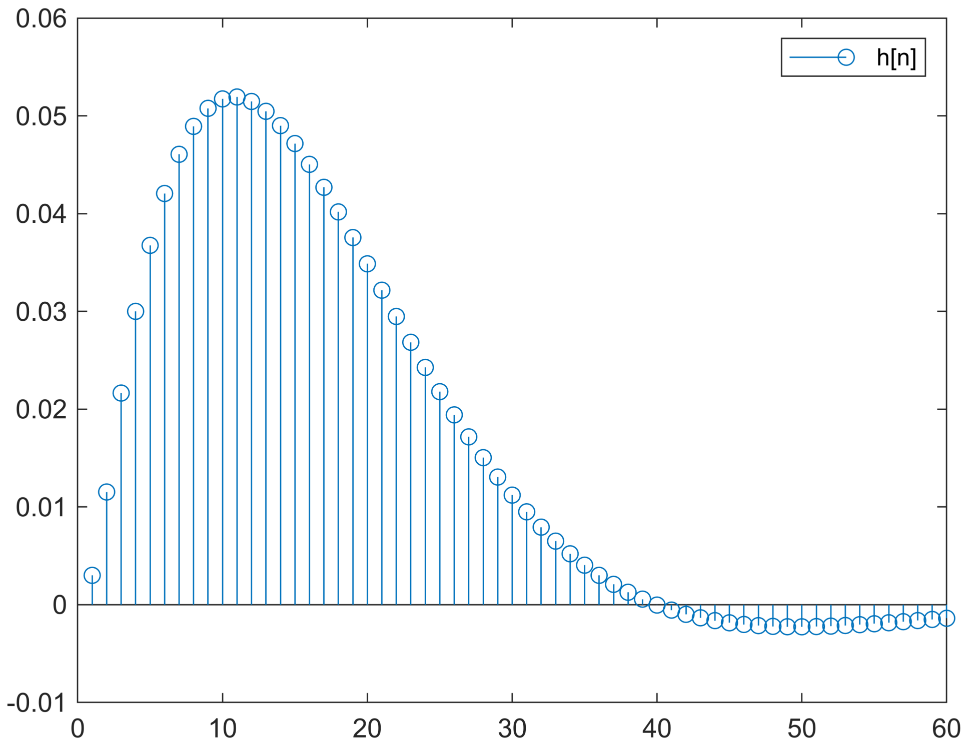
```
y_n = 220500×1
    0.1843
    0.2287
    0.2683
    0.3023
    0.3302
    0.3513
    0.3652
    0.3716
    0.3705
    0.3618
      ⋮
```

```
% Gráfico entrada del sistema x[n]
stem(x_n)
legend('x[n]')
xlim([0 60]);
ylim([-1 1]);
```

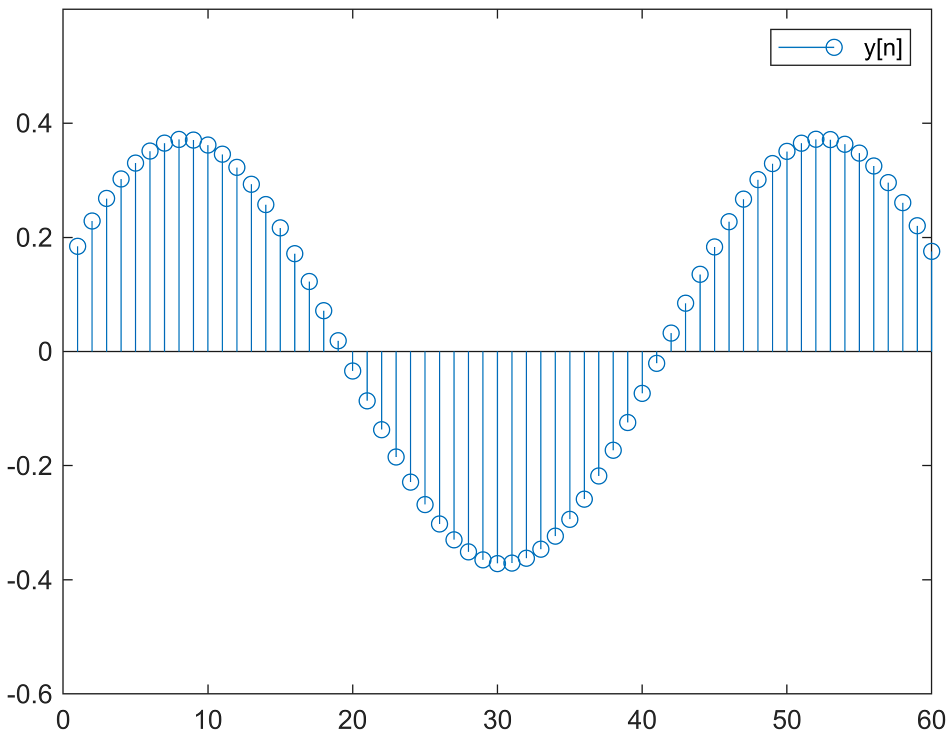



```
% Gráfico respuesta al impulso h[n]
stem(h_n)
legend('h[n]')
xlim([0 60]);
```

```
ylim([-0.01 0.06]);
```




```
% Gráfico salida del sistema y[n]
stem(y_n)
legend('y[n]')
xlim([0 60]);
ylim([-0.6 0.6]);
```



Pregunta 3

Se aplica la transformada Z a la ecuación de diferencias y se obtiene:

$$y[n] = x[n] + \alpha y[n-1]$$
$$Y(z) = X(z) + \alpha\, Y(z)\, z^{-1}$$
$$Y(z)\,(1 - \alpha z^{-1}) = X(z)$$

Función Transferencia del sistema H(z)

H(z) = $\dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}} = \dfrac{z}{z-\alpha} = \dfrac{z}{z-0.6}$

```
clearvars
% Valor de alpha definido
alpha = 0.6
```

```
alpha = 0.6000
```

```

% Coeficiente del numerador
b = 1
```

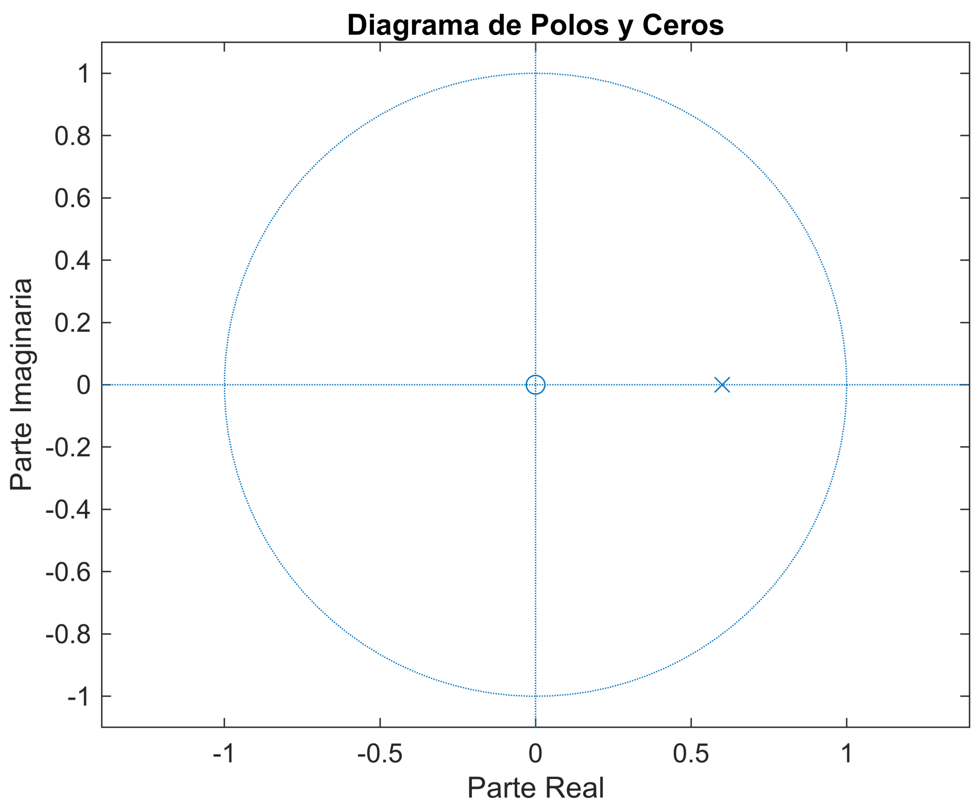
```
b = 1
```

```

% Vector de coeficientes denominador
```

```
a = [1 -alpha]
```

```
a = 1×2
    1.0000   -0.6000
```

```
% Diagrama de Polos y Ceros
figure
zplane(b, a)
xlabel('Parte Real');
ylabel('Parte Imaginaria');
title('Diagrama de Polos y Ceros');
```



Análisis del diagrama de polos y ceros

Como se puede apreciar en el diagrama de polos y ceros, tenemos un cero en el origen y un polo con **parte real positiva dentro del círculo**, por lo tanto el sistema es **estable**.