

## Esercizi di riepilogo sulla prima parte del corso

### Classificazione dei sistemi

**D1.** Classificare il sistema dinamico descritto dall'equazione

$$y(t+2) + 2y(t+1) + 3y(t+1)u(t) + y(t) = u(t)$$

**D2.** Classificare il sistema dinamico descritto dall'equazione

$$\ddot{y}(t) - \cos(t)y(t) = 0$$

### Risposta asintotica

**D3.** Calcolare, se esiste, il valore asintotico della risposta impulsiva di un sistema LTI con f.d.t.

$$G(s) = \frac{s+4}{2s+s^2}$$

**D4.** Per un sistema LTI con f.d.t.

$$G(s) = \frac{s-1}{s^2+s}$$

e ingresso  $u(t) = [2 + \cos(2t)]1(t)$ , determinare quale tra le seguenti affermazioni è vera

1)  $y_f(t)$  converge a  $5 + \sin(t)1(t)$ ;    2)  $y_f(t)$  diverge;    3)  $y_f(t)$  converge a  $-\sin(t)1(t)$ ;    4)  $y_f(t)$  è limitata;

### Modi naturali

**D5.** Determinare i modi naturali di un sistema LTI descritto da

$$\ddot{y} = -2\dot{y} - 5y + 3\dot{u}$$

**D6.** Determinare i modi naturali di un sistema LTI descritto da

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 4y = 4\dot{u}$$

## Stabilità interna e esterna

**D7.** Studiare la stabilità interna ed esterna del sistema LTI descritto da

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + x_2 - u \\ y &= x_1 + u \end{cases}$$

**D8.** Studiare la stabilità interna ed esterna del sistema LTI descritto da

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - u \\ y &= x_1 + u \end{cases}$$

## Stabilità esterna

**D9.** Per il sistema LTI descritto da

$$-\ddot{y} + 9y = \dot{u} - 3u$$

dire se esistono ingressi limitati tali da far divergere l'uscita e nel caso, esistano, determinarne uno.

**D10.** Per il sistema LTI descritto da

$$\ddot{y} + 10y = \dot{u} + 2u$$

dire se esistono ingressi limitati tali da far divergere l'uscita e nel caso, esistano, determinarne uno.

## Sistemi non lineari

**D11.** Determinare i punti di equilibrio del sistema non lineare descritto da

$$\dot{x} = 2 - ux$$

e studiarne la stabilità.

**D12.** Determinare i punti di equilibrio del sistema non lineare descritto da

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1 \\ \dot{x}_2 &= (x_1 - 2)(1 - x_2) \\ y &= x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

e studiarne la stabilità.

## Risposta libera

**D13.** Per il sistema dinamico lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= 3x_1 - 2x_2 \\ y &= x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

determinare per quali condizioni iniziali la risposta libera  $y_\ell(t)$  è limitata.

**D14.** Per il sistema dinamico lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -10x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - 10x_2 \\ y &= x_1 - x_2 + u \end{cases}$$

determinare per quali condizioni iniziali la risposta libera  $y_\ell(t)$  è convergente a 0.

## Soluzioni

- D1.** tempo discreto, non-lineare, tempo-invariante, non autonomo;
- D2.** tempo-continuo, lineare tempo-variante, autonomo;
- D3.** 2;
- D4.** diverge;
- D5.**  $e^{-t} \sin(2t)$ ,  $e^{-t} \cos(2t)$ ;
- D6.**  $e^{-2t}$ ,  $te^{-2t}$ ;
- D7.** non è internamente stabile ma è esternamente stabile;
- D8.** marginalmente stabile ma esternamente instabile;
- D9.** non esistono;
- D10.** ad esempio  $u(t) = \cos(\sqrt{10}t)$ ;
- D11.**  $x_e = 2/u_e$  con  $u_e \neq 0$ , asintoticamente stabile per  $u_e > 0$ , instabile per  $u_e < 0$ ;
- D12.**  $x_{e,1} = x_{e,2} = 1$  instabile,  $x_{e,1} = x_{e,2} = 2$  asintoticamente stabile;
- D13.**  $x_1(0) = 0$ ;
- D14.**  $\forall x(0)$ .