통계적 가설검정

통계적 유의성

- 통계적 추론의 가장 기본은 추정과 가설 검정
- 모집단에 대한 가설이 가지는 통계적 의미
- "통계적으로 유의하다"

  → 어떤 실험결과가 확률적으로 봐서 단순한 우연이라고 생각되지 않을 정도로 의미가 있다.

- "통계적으로 유의하지 않다"

  → 실험 결과가 단순한 우연일 수도 있다.

가설 검정이란?

- 모집단의 특성에 대한 통계적 가설을 모집단으로부터 추출한 표본을 사용하여 검토하는 통계적인 추론
- 통계적인 유의성을 검정하는 것으로, 유의성(有意性) 검정(Significance Test)이라고도 함

한 모집단 모수의 가설검정

- 한 모집단 모수의 가설검정에 대한 예
  - ① 어느 과자제품의 겉봉지에 용량이 200g이라 표시되어 있다. 과연 표시된 용량만큼 과자가 들어있을까?
  - ② 어느 전구공장에서 새로 개발한 전구가 과거의 것보다 훨씬 전구 수명이 길다고 선전 한다. 과연 이 선전이 믿을만할까?
  - ③ 금년도 대입 학력고사를 치르고 난 직후 학생들은 영어 성적 평균이 5점정도 작년보다 증가될 것이라고 한다. 이것이 사실인지 어떻게 조사할 수 있나?
- 이와 같은 의문(가설)에 대한 답을 주는 것이 가설검정(hypothesis testing)이다.
- 표본을 이용하여 미지의 모집단 모수에 대한 두 가지 가설을 놓고 어느 가설을 선택할 것인지 통계적으로 의사결정을 하는 것이다.

가설 설정

➢귀무가설 **모집단과 Sample의 평균은 같다.** $H_0 : \mu = \mu_0$

샘플평균

모평균 or 목표값

비교하는 값과 차이가 없다는 것을 기본개념으로 하는 가설.

➢대립가설 **모집단과 Sample의 평균은 다르다.** $H_a : \mu \neq \mu_0$ **양측검정**

뚜렷한 증거가 있을 때 주장하고자 하는 가설로 차이가 있다는 것을 기본개념으로 한다. 대립가설은 양측 가설과 단측 가설로 나눌 수 있다.

$H_a : \mu < \mu_0$ **단측검정**

$H_a : \mu > \mu_0$ **단측검정**

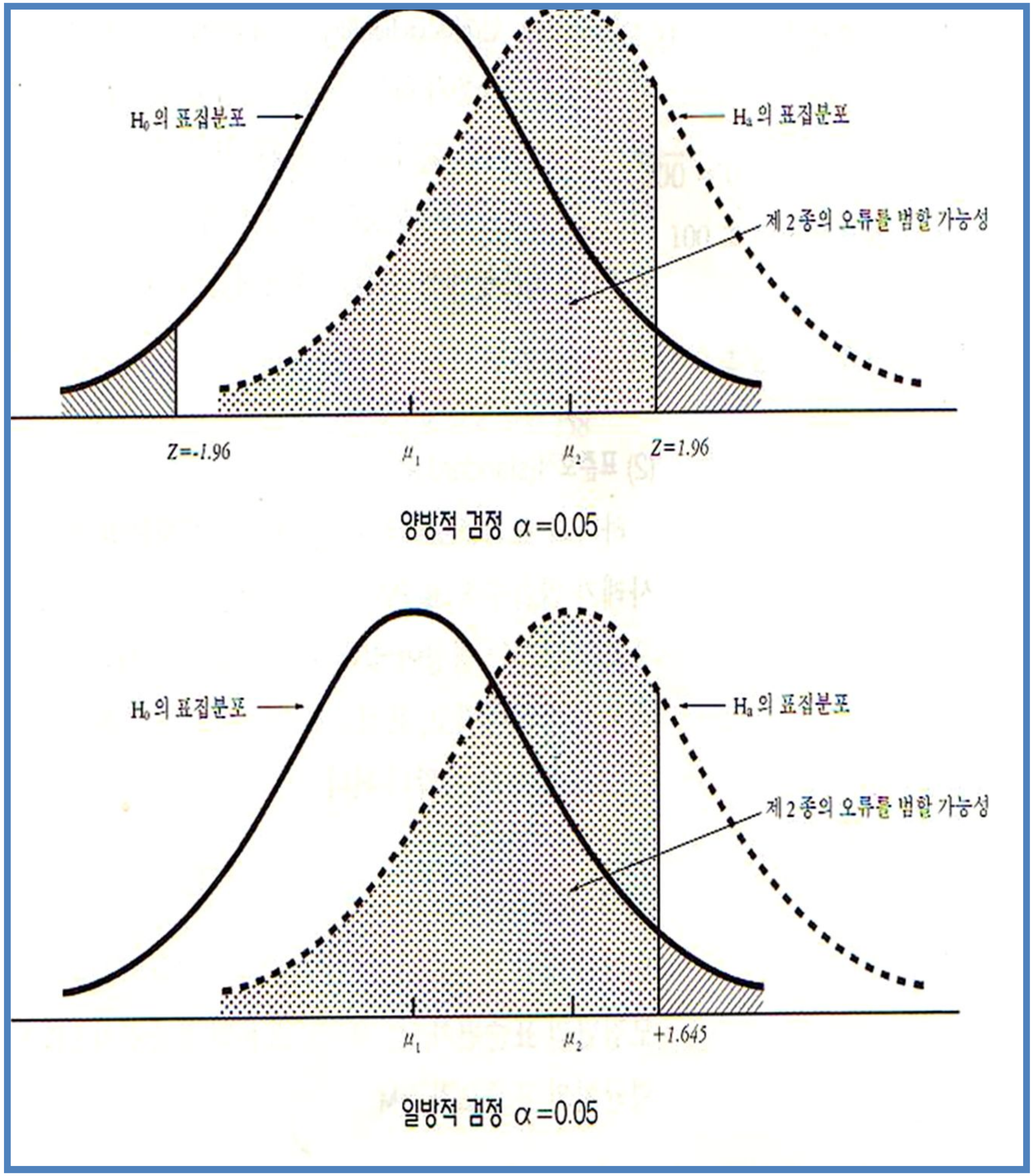
오류의 종류

- 관심대상은 광범위한 모집단인데 그 중 일부인 표본의 분석자료로 모집단에 대한 검정결과를 일반화하는데서 다음과 같은 오류들이 발생

- ① 제 Ⅰ종오류(α error): 귀무가설 Ho가 옳은데도 불구하고 Ho를 기각하게 되는 오류.
- ② 제 Ⅱ종오류(β error): 귀무가설 Ho가 옳지 않은데도 Ho를 채택하는 오류.

- 가설검정에서는 두 가지 오류가 작을 수록 바람직하나 두 가지를 동시에 줄일 수 없기 때문에 제Ⅰ종오류를 범할 확률의 최대허용치를 미리 어떤 특정한 값으로 지정해 놓고 제 Ⅱ종오류의 확률을 가장 작게 해주는 검정 방법을 택하게 된다.

양방적 검정과 일방적 검정에 따른 제2종의 오류



유의수준(a) 결정

- **유의수준(α):** 표본평균이 모평균과 같은데, 표본평균이 모평균과 다르다 라고 선택하는 오류를 범할 허용한계.
- **신뢰도(1- α):** 검정하려는 귀무가설이 참인 경우, 이를 옳다고 판단하는 확률.

- 유의수준(α)으로 0.05나 0.01이 자주 사용됨.
- 이는 컴퓨터가 없던 시절, 몇 개의 임계값에 대한 계산치만 만들었던 시절의 유산임.

➢ 아직도 일반적인 실험에서는 유의수준 5%와 신뢰도 95%, 유의수준 1%와 신뢰도 99%를 많이 채택함.

검정통계량과 기각역

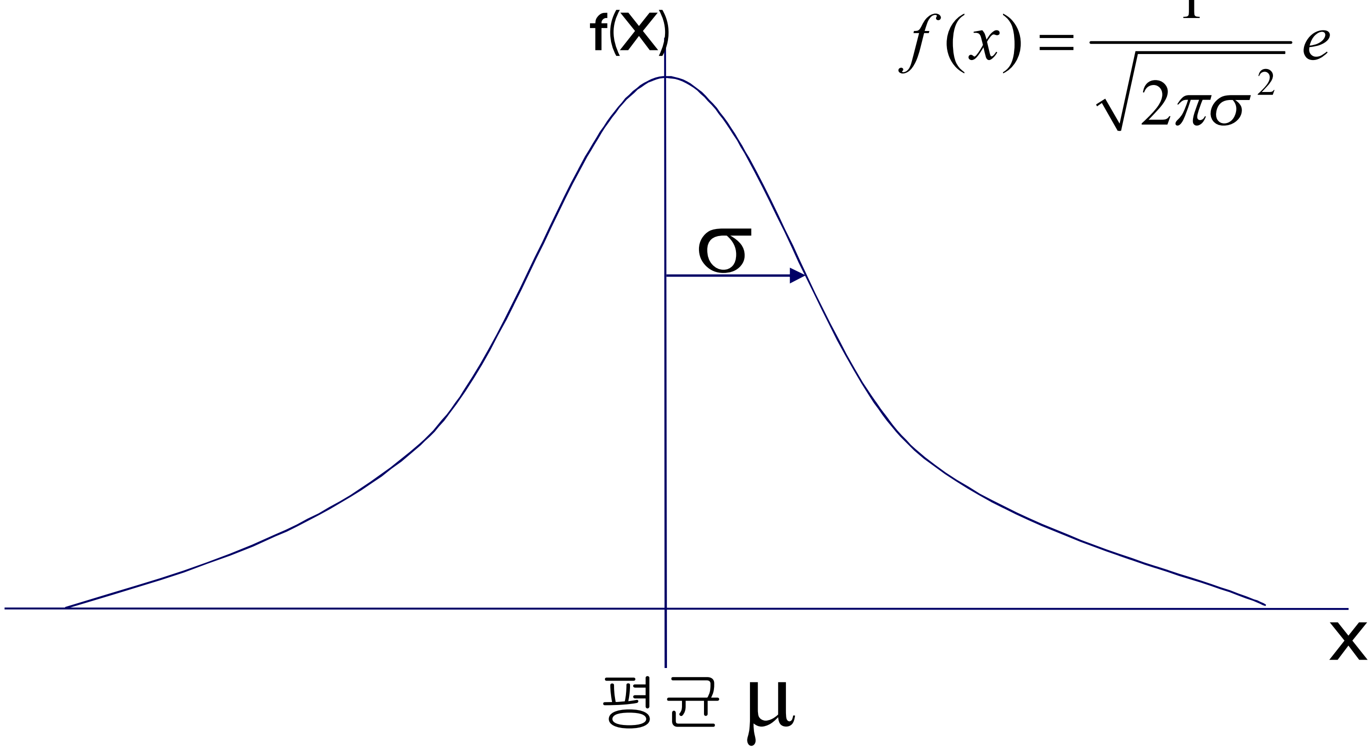
- ① 검정통계량(test statstics) : 관찰된 표본으로부터 구하는 통계량으로 분포가 가설에서 주어지는 모수에 의존한다. 검정시 가설의 진위를 판단하는 수단이 된다.

- ② 기각역(critical region) : 검정통계량의 분포에서 유의수준 α의 크기에 해당하는 영역으로 계산된 검정통계량의 유의성을 판정하는 기준이 된다.

가설검정의 결과해석

정규분포란?

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

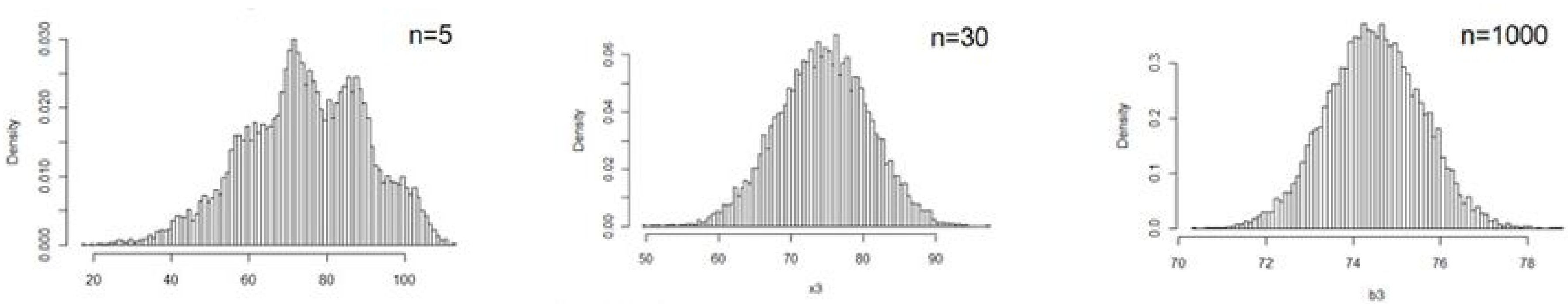


- 도수분포곡선이 평균값을 중심으로 하여 좌우대칭인 종 모양을 이루는 연속 확률 분포로서 가우스 함수로 표현됨

가설검정의 결과해석

중심극한정리
(Central Limit Theorem)

표본의 크기가 충분히 크다면(n>30) 표본평균들의 분포는 정규분포를 따른다

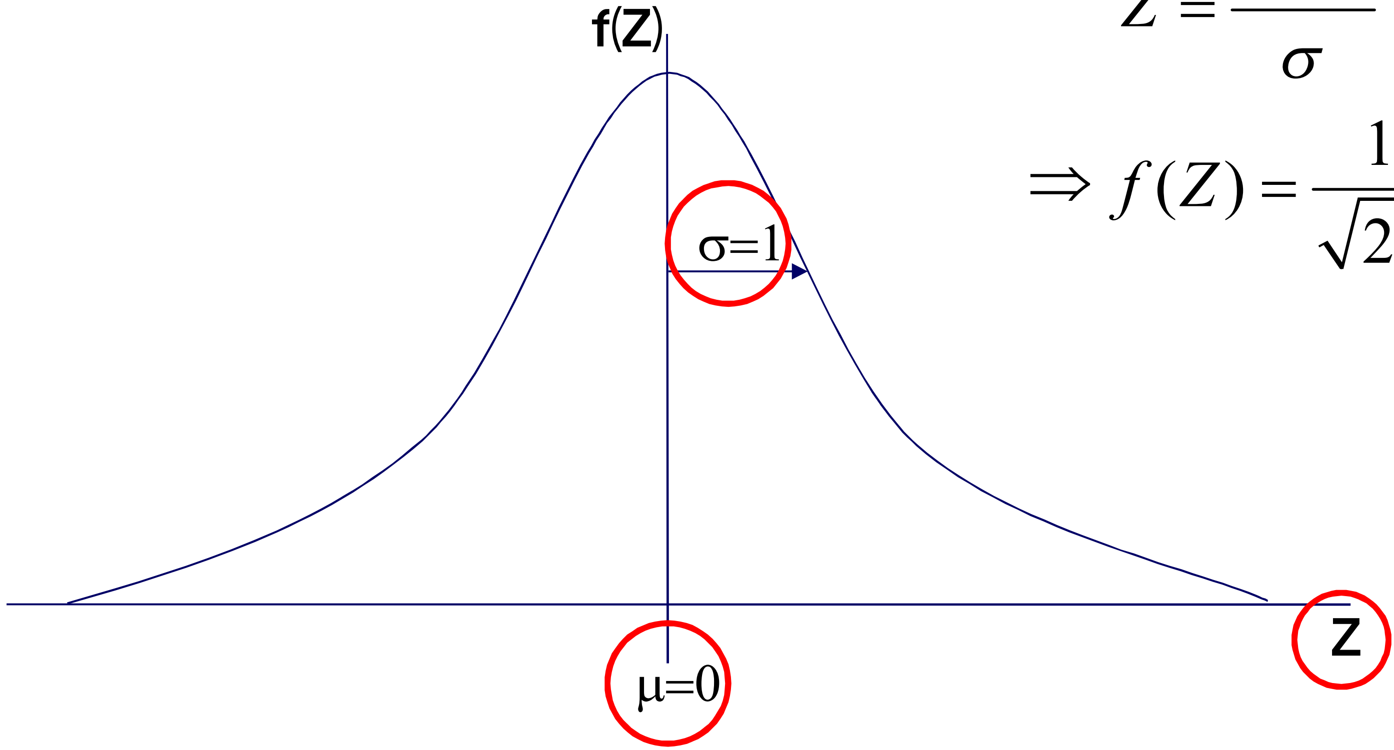


가설검정의 결과해석

표준정규분포란?

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

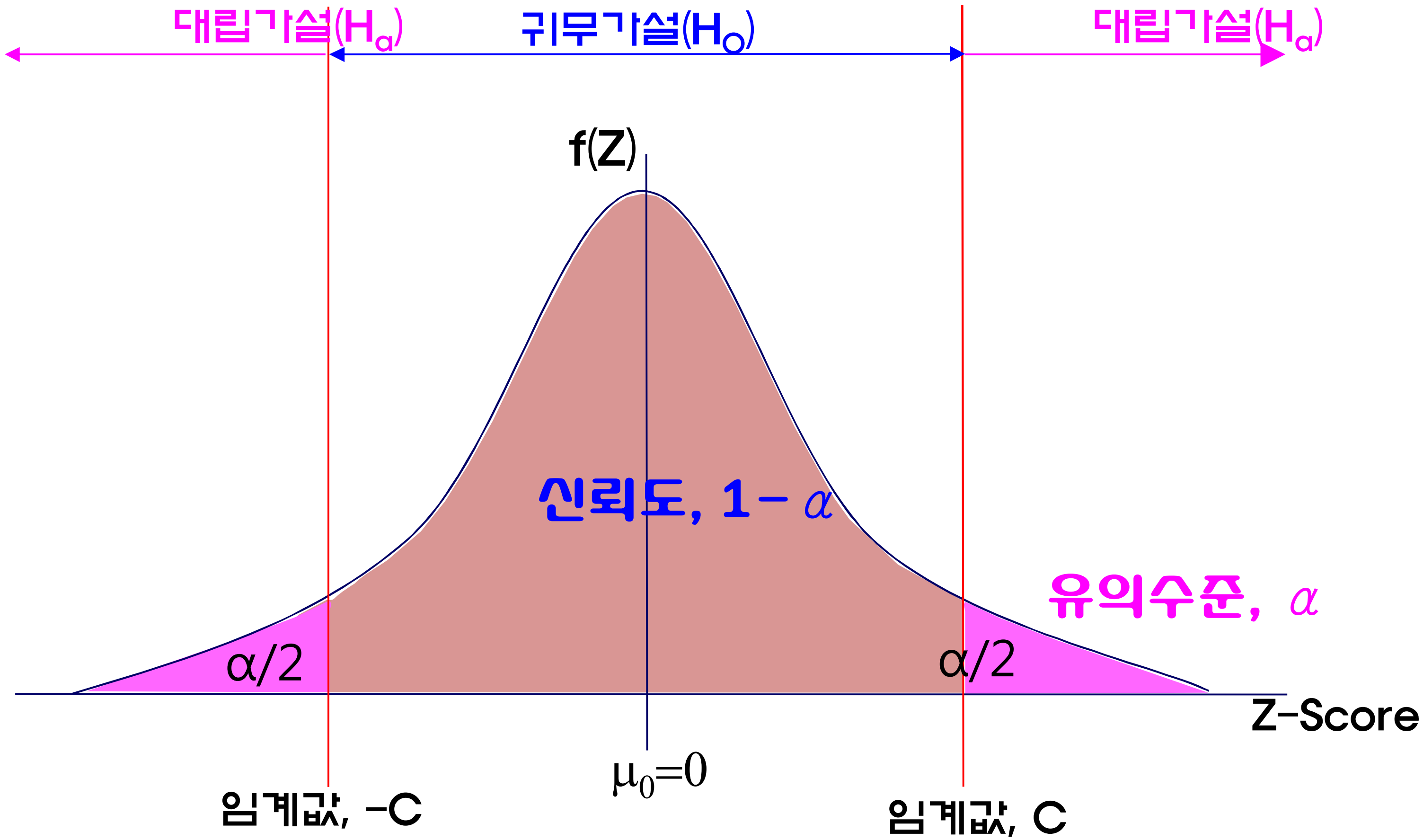
$$\Rightarrow f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}}$$



- 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포

가설검정의 결과해석

신뢰도와 유의수준

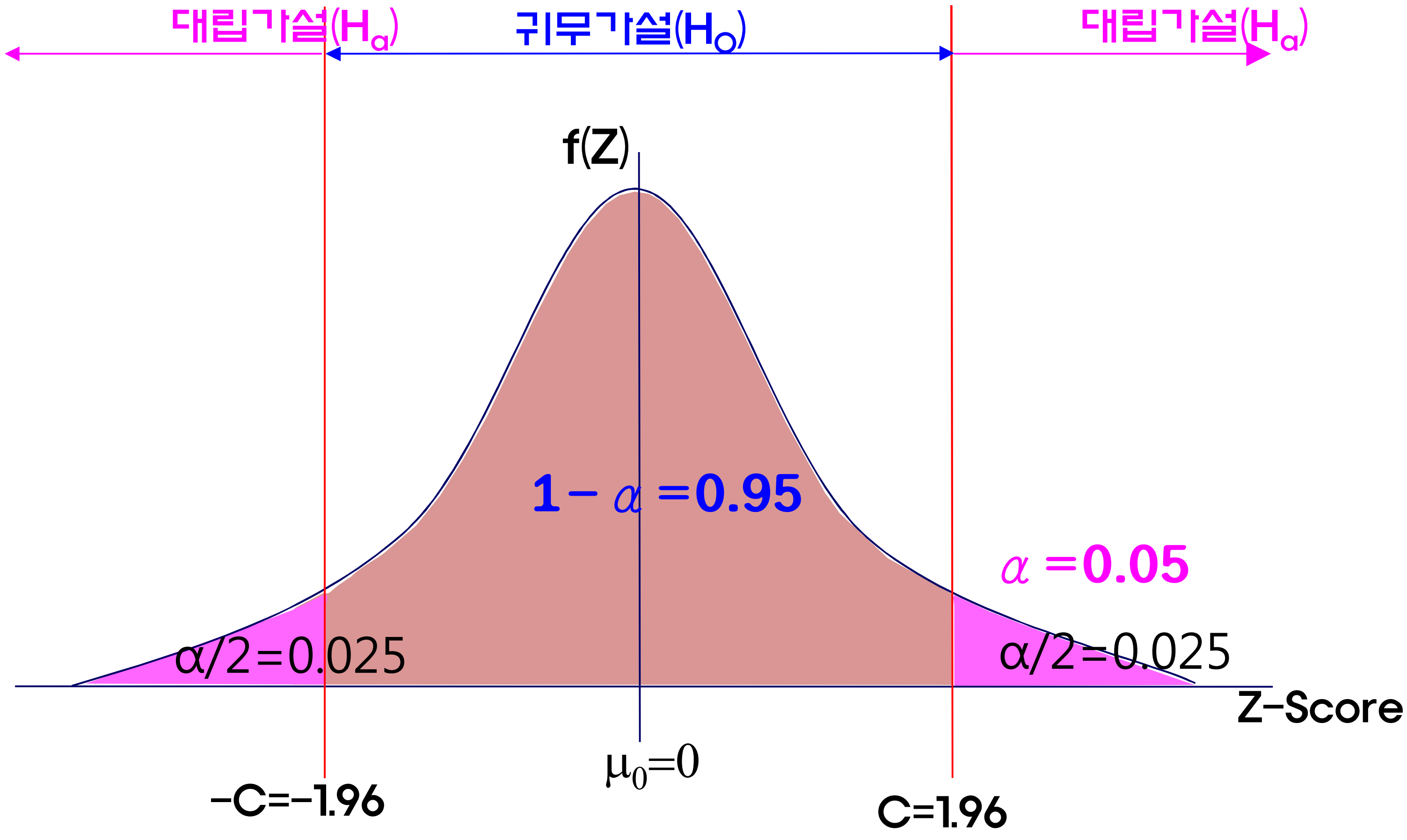


- 귀무가설의 영역에 해당하는 함수의 넓이가 신뢰도이고, 대립가설의 영역에 해당하는 함수의 넓이가 유의수준임.

가설검정의 결과해석

신뢰도와 유의수준

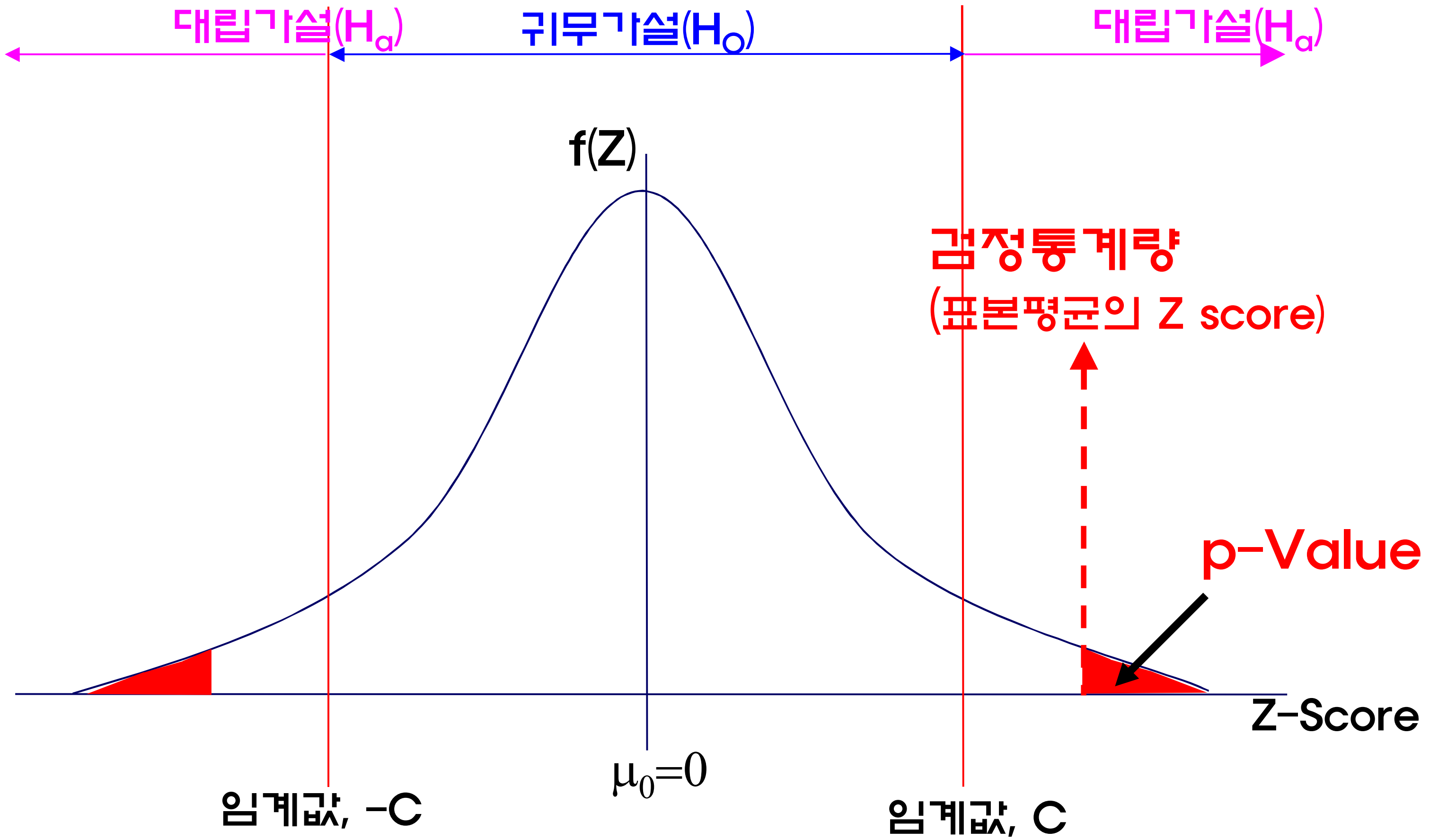
유의수준이 0.05일 경우
(양측검정)



- 표본평균의 Z-score(혹은 검정통계량)가 1.96이상이거나 -1.96이하이면 대립가설을 채택함.

가설검정의 결과해석

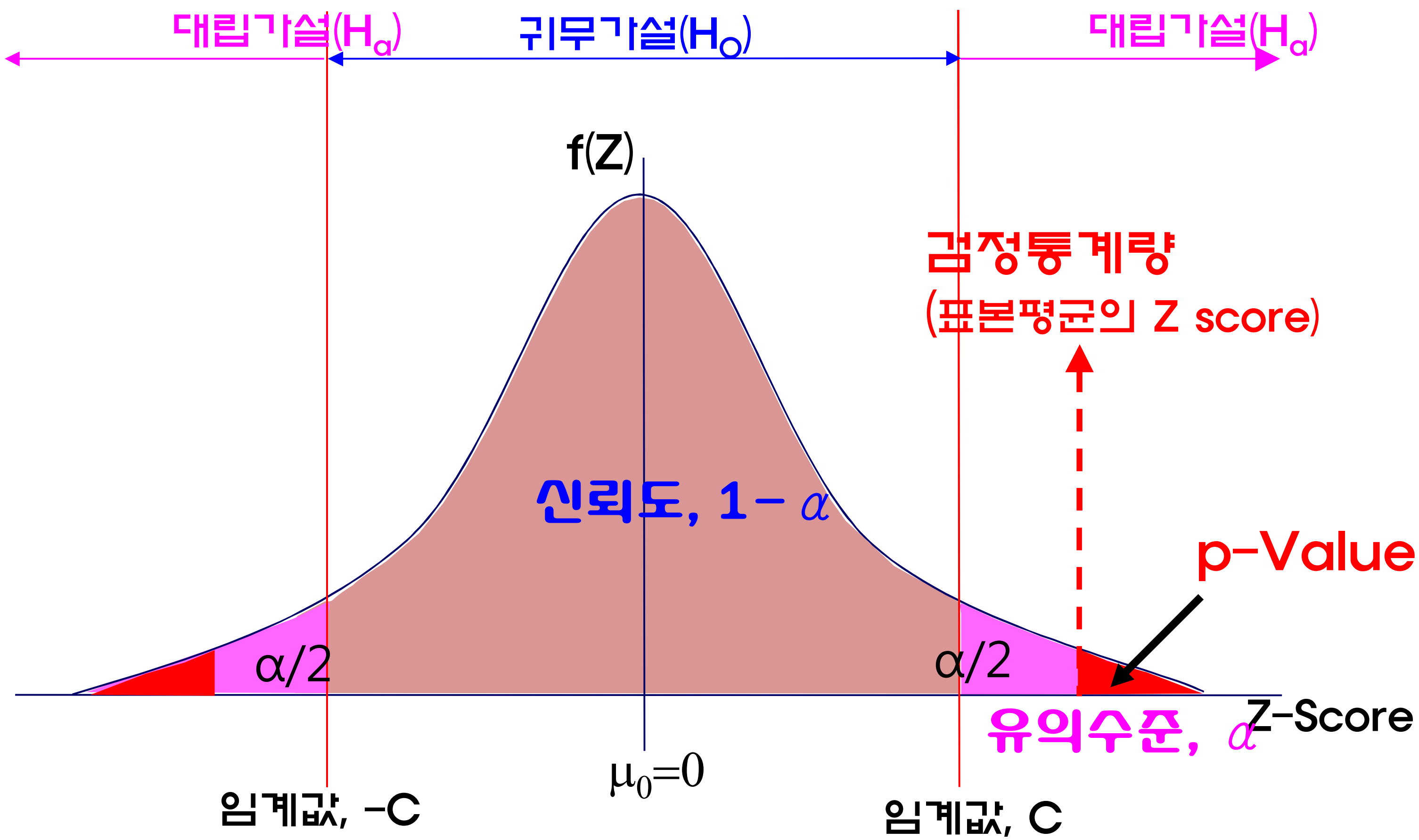
p-Value와 검정통계량의 의미



➢ p-Value(유의확률) : 검정통계량(표본평균의 Z score)보다 큰 값이 나올 확률

가설검정의 결과해석

p-Value와 검정통계량의 판단

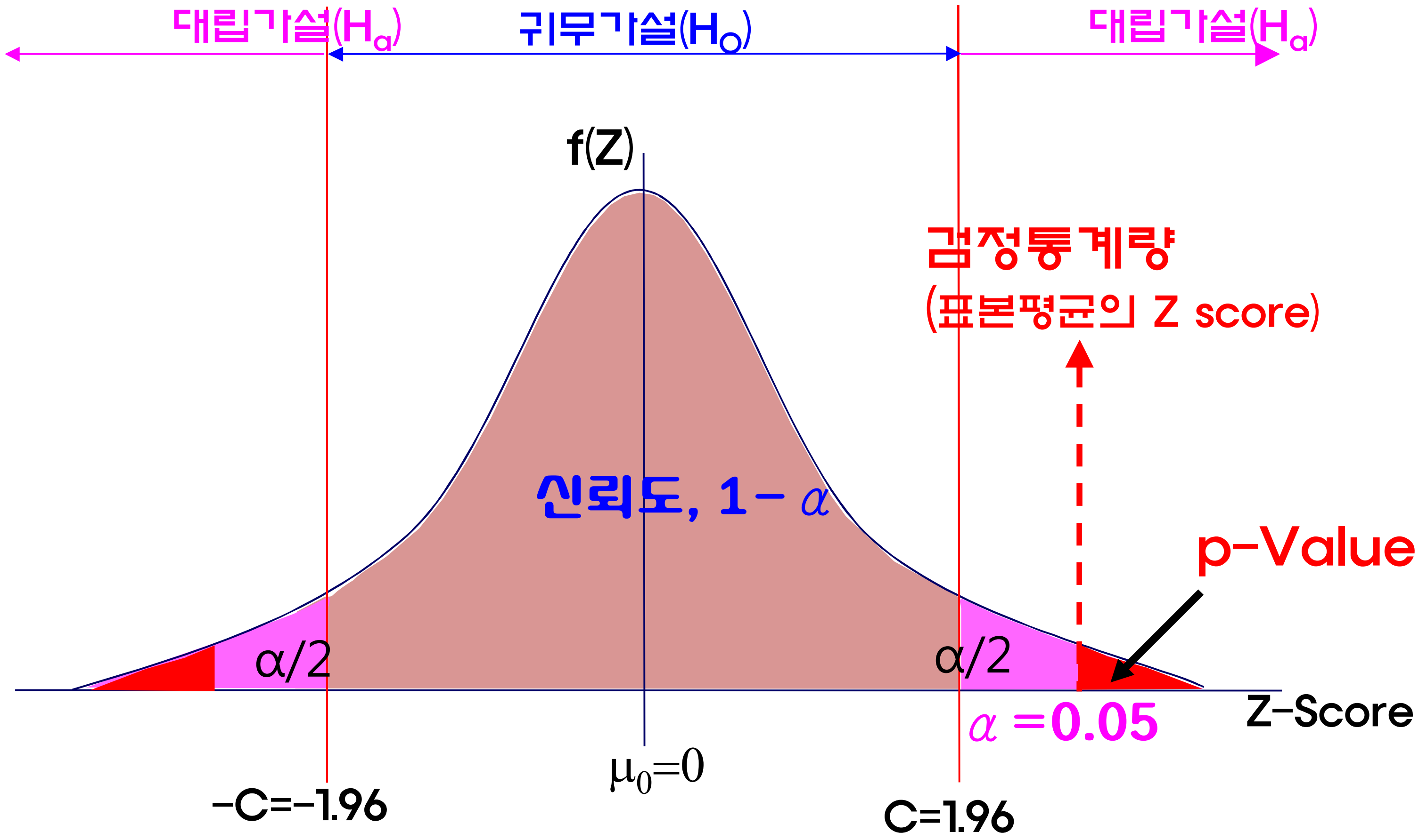


- 검정통계량이 임계값 밖에 있으면 대립가설 채택
- p-Value가 유의수준보다 작으면 대립가설 채택

가설검정의 결과해석

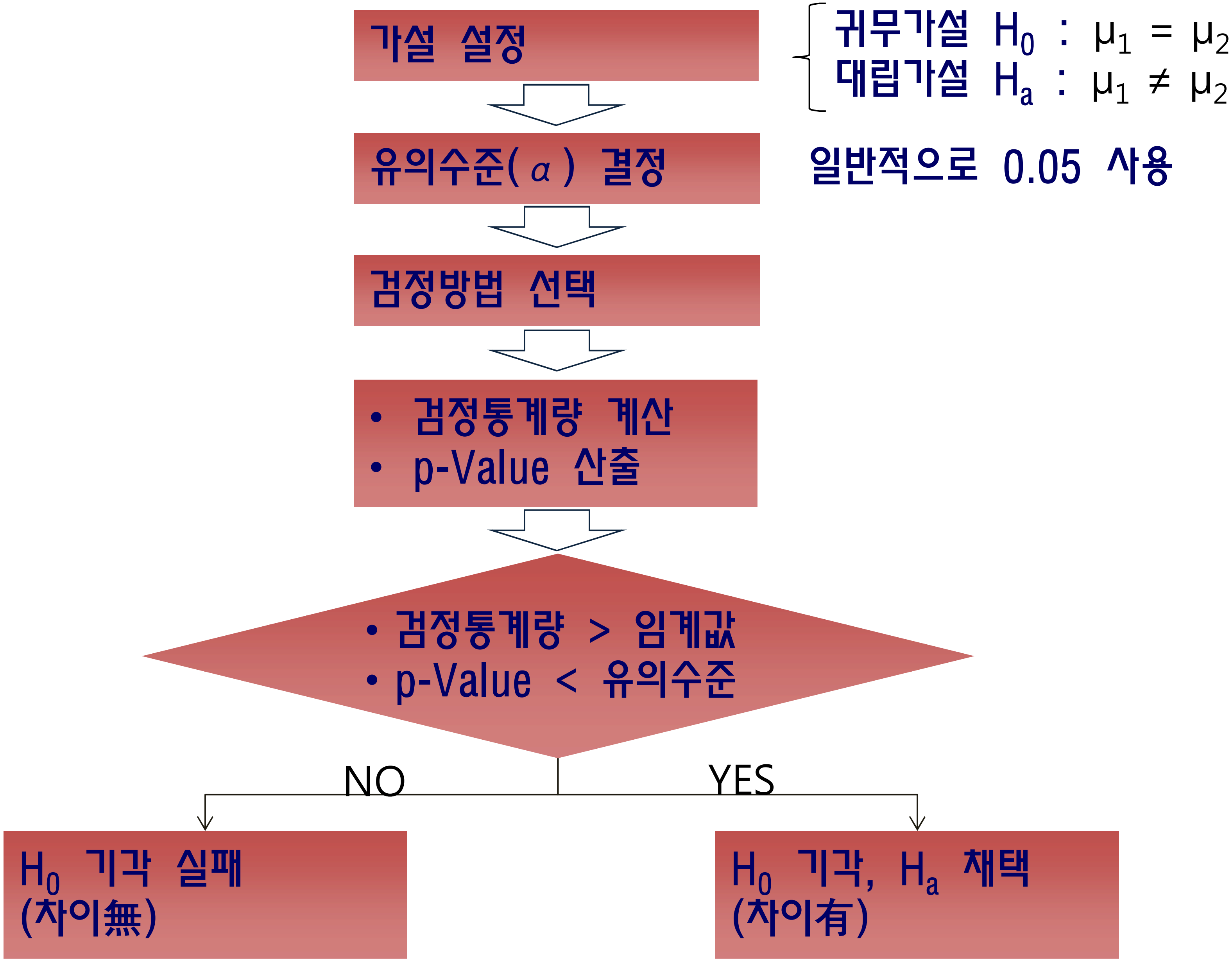
p-Value와 검정통계량의 판단

유의수준이 0.05일 경우
(양측검정)



- 검정통계량이 임계값인 1.96보다 크거나 -1.96보다 작으면 대립가설 채택
- p-Value가 유의수준인 0.05보다 작으면 대립가설 채택

가설 검정 절차



가설 설정
귀무가설 H_0 : $\mu_1 = \mu_2$
대립가설 H_a : $\mu_1 \neq \mu_2$
유의수준(α) 결정
일반적으로 0.05 사용
검정방법 선택
• 검정통계량 계산
• p-Value 산출
• 검정통계량 > 임계값
• p-Value < 유의수준
NO
YES
H_0 기각 실패
(차이無)
H_0 기각, H_a 채택
(차이有)

일방적 검정과 양방적 검정

어떤 종류의 상대적 가설을 세우느냐에 따라

제 2종의 오류를 범할 가능성은 달라짐

일방적 검정이 전집에 차이가 있을 때

(대립가설, 상대적 가설, 연구가설이 참일 때),

H_0를 올바르게 부정할 가능성은 더 커짐

연구문제의 성격이 차의 방향을 분명히 밝혀야 하는 경우에는

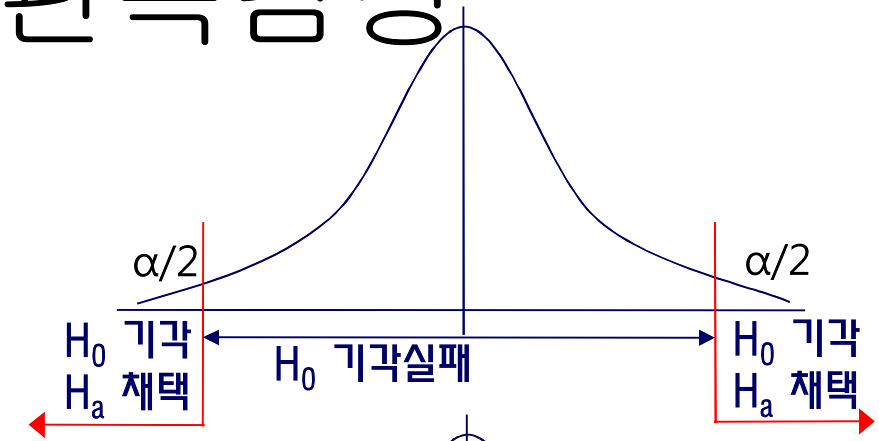
일방적 검정을 적용하는 것이 타당함

양측검정과 편측검정

➢ 양측검정

$H_0 \ : \ \mu = \mu_0$

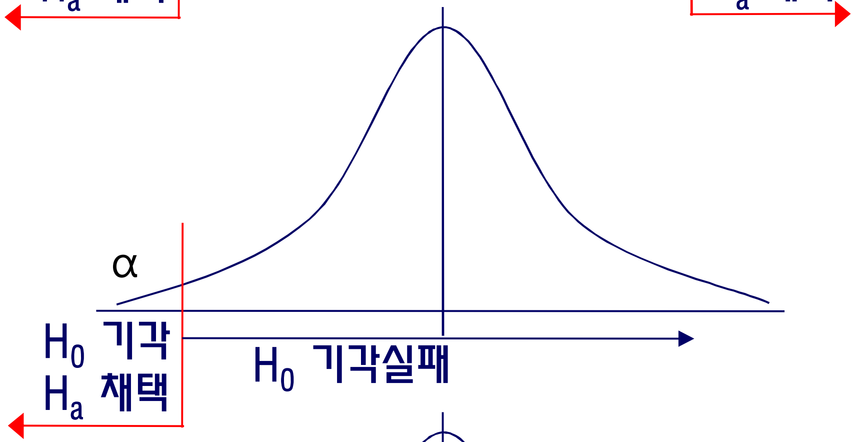
$H_a \ : \ \mu \neq \mu_0$



➢ 편측검정

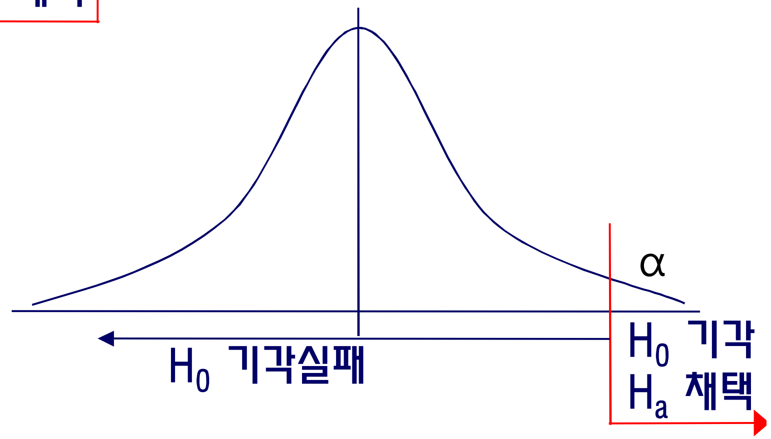
$H_0 \ : \ \mu = \mu_0$

$H_a \ : \ \mu < \mu_0$



$H_0 \ : \ \mu = \mu_0$

$H_a \ : \ \mu > \mu_0$



모수치 추정방법

모집단 평균치

μ(mu)

표본의 평균치

M, $\bar{X}$

모집단의 표준편차 σ

표본의 표준편차

S.D, S

평균치의 표준오차 σM

평균치의 표집분포		표준편차의 표집분포	
분포의 범위	사례수	분포의 범위	사례수
M±1.00σM	68.26%	σ±1.00σσ	68.26%
M±2.00σM	95.44%	σ±2.00σσ	95.44%
M±3.00σM	99.74%	σ±3.00σσ	99.74%

신뢰도 수준별 평균치와 표준편차의 신뢰한계		
신뢰도 수준	평균치의 신뢰한계	표준편차의 신뢰한계
90%	M±1.65σM	σ±1.65σσ
95%	M±1.96σM	σ±1.96σσ
99%	M±2.58σM	σ±2.58σσ