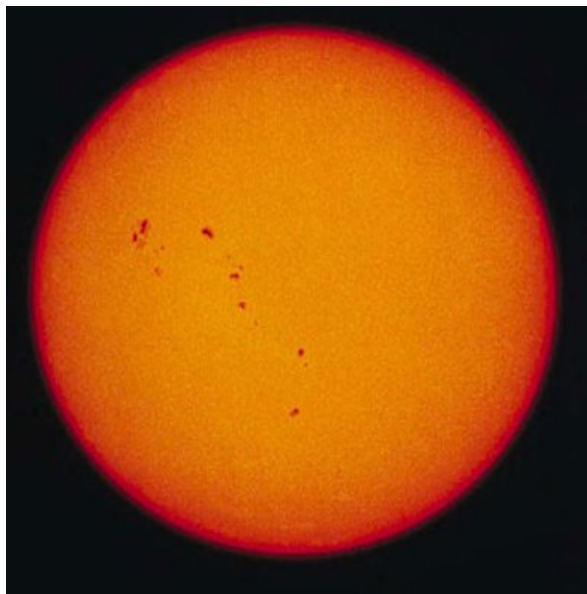


分析太阳黑子活动数据

董峦，胡春华 新疆农业大学 2018

实验背景

太阳黑子是太阳表面由于温度降低形成的区域，如下图所示。



太阳黑子的活动是太阳内部活动的一种表征，与太阳磁场的变化息息相关，其活动周期约为11年。太阳的活动对地球有着深刻的影响，从冰川、沉积岩和树木年轮中可以发现地球的“脉搏”与太阳活动周期高度一致。关于太阳黑子的详细情况可参考百科条目<https://zh.wikipedia.org/wiki/太阳黑子>。

本次实验根据SILSO（Sunspot Index and Long-term Solar Observations）组织提供的从1749年1月到2017年4月的太阳黑子月度观测数据来分析太阳的活动周期。通过本次实验你能够掌握离散傅里叶变换的计算方法，会用该技术分析、解读实际数据。

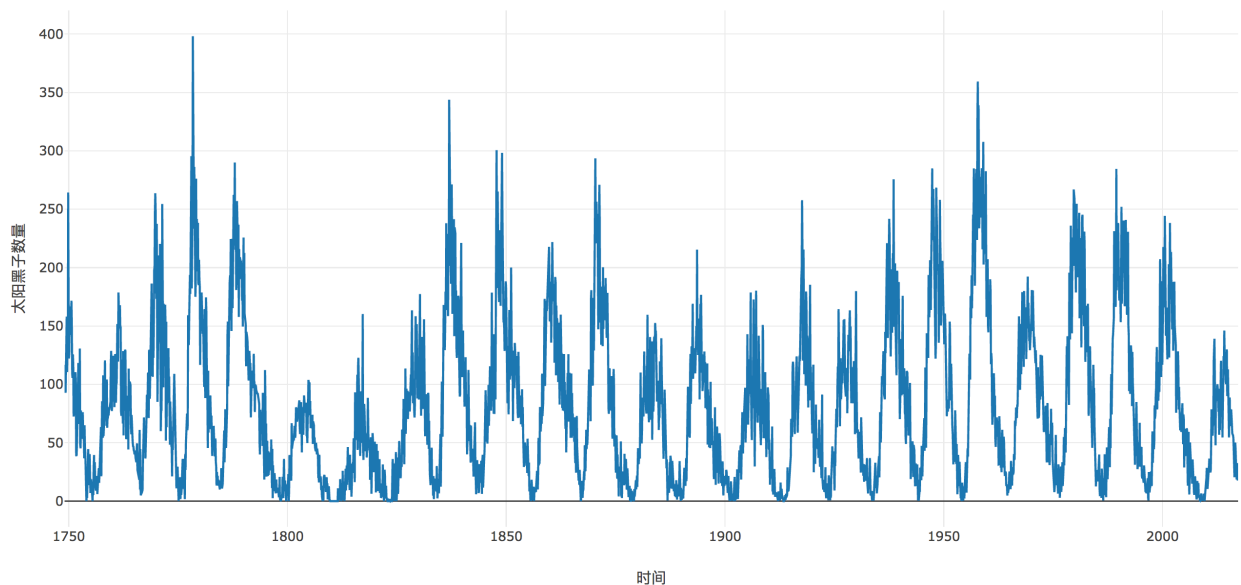
实验内容

在<http://www.sidc.be/silso/infosntotmonthly>页面有SILSO太阳黑子月度观测数据格式的说明，其制作的.csv文件随本次实验材料已提供给你，可以在Matlab中用

```
data = csvread('sunspot.csv');
```

载入到变量`data`中，该矩阵第3列为小数表示的年月（Date in fraction of year for the middle of the corresponding month (~ day 15)），第4列为太阳黑子月度平均数量（Monthly mean total sunspot number）。

太阳黑子月度观测情况



观察该数据（用浏览器打开 `sunspots.html` 文件在交互式图表中查看，其中时间用小数表示，时间跨度是1749年1月到2017年4月）可以看到其中包含明显的周期性，那么该周期到底是多少呢，这是我们接下来要揭示的。我们将利用离散傅里叶变换（DFT，Discrete Fourier transform）计算时域序列的频谱。DFT是最重要的离散变换，在实际应用中用于进行傅里叶分析。DFT可利用快速傅里叶算法高效计算，这里我们从DFT定义式出发，用“笨”办法计算。你需要完成 `my_dft` 函数，按定义式

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad (1)$$

计算输入序列的离散傅里叶变换。请利用下列代码检验函数实现的正确性，

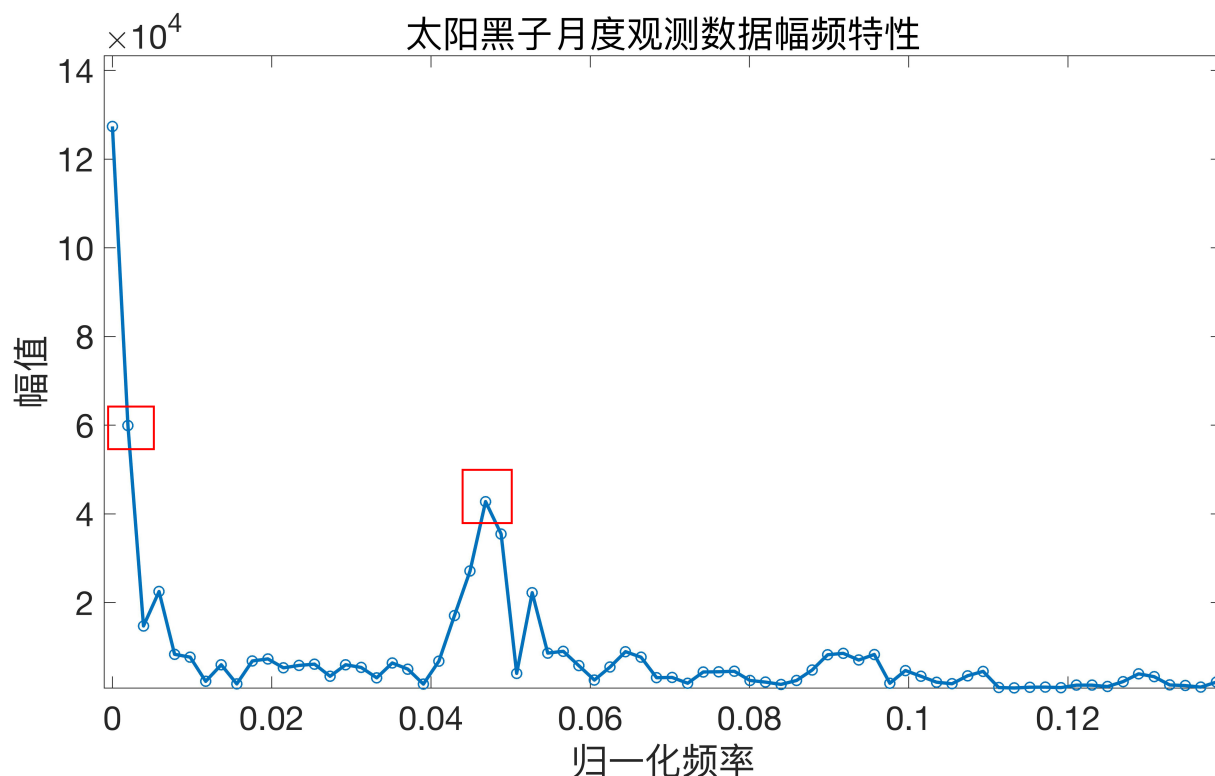
```
test_x = 0:7;
assert(sum(abs(my_dft(test_x) - fft(test_x))) < 0.001, 'DFT函数实现有误');
```

如果提示函数实现有误，你需要查找错误原因，在通过该检测后再进行下面的实验环节。

用 `my_dft` 函数计算信号频谱。在这之前需对信号做加窗操作，这里用汉宁窗。

```
N = 1024; % 样点数。大约近100年的数据
sunspot_w = hann(N) .* sunspot(length(sunspot)-N+1 : end); # hann 函数已提前编写好
spectrum = my_dft(sunspot_w);
```

观察该频谱的幅频特性（经局部放大）



可以看到其频谱上有两个明显的峰值，其中一个代表直流频率即信号的均值，不是本次实验关心的；而另一个峰值对应的频率是我们想知道的（右侧红框标出的频点。左侧与直流频率接近的频点其值也较大，但不是本次试验关心的频点）。对DFT频点的幅值进行降序排序后

```
[sorted_spectrum, idx] = sort(abs(spectrum(1 : N/2)), 'descend');
```

我们可以知道幅值第3大的频点对应的归一化频率为 0.0468 弧度，那么该归一化频率对应的实际频率是多少呢？这需要我们理解数字系统中“归一化频率”的概念。让我们以一个正弦信号为例， $\sin(2\pi ft)$ 离散化后（即以固定周期 T_s 采样）变成 $\sin(2\pi fnT_s)$ ，其中 n 代表样点的序号，整理一下变成 $\sin(2\pi \frac{f}{f_s} n)$ ，其中 $f_s = \frac{1}{T_s}$ 。我们将 $2\pi \frac{f}{f_s}$ 称为归一化频率 Ω 。

由于计算机并不知道数据实际是以怎样的速率产生的，它只是根据算法处理一个个样点，因此当我们要解读结果，特别是涉及到频率时，就需要根据领域知识（在这里指每个样点是每隔一个月产生的，即信号采样频率是 $f_s = 1$ 个/月）将归一化频率对应到实际频率。

经计算当 $\Omega = 2\pi \frac{f}{f_s} = 0.0468$ 时， $f = 0.0075$ ，即太阳活动的周期 $T = 1/f = 133$ （月），约为 11.1（年）。

实验要求：

1. 根据 DFT 的定义式实现 `my_dft` 函数。
2. 理解归一化频率与实际频率的关系，能够计算特定归一化频率对应的实际频率。

小结

从本次实验我们可以发现，DFT 是分析离散信号的重要手段，利用它我们可以了解信号中包含的频率信息，该频率信息对我们掌握事物发展变化的规律十分重要。试问，我们现在处在一个太阳活动周期的什么位置，你能预测下一次太阳活动高峰是在哪年吗？