

**Notice:** This exam consists of **20** questions. The raw score is calculated by subtracting one-fourth of the number of incorrect answers from the number of correct answers. Mobile phones, smart watches, earphones, calculators and other electronic devices must remain turned off and must not be on or near you during the exam. Violation of this will result in cancellation of your exam even if there is no suspicion of cheating. Coats, bags, pencil cases and similar items must not be placed on the desks.

1. Fill in the blank with the best fit:

The slope of the tangent line at a point  $(r, \theta)$  of a differentiable polar curve  $r = f(\theta)$  in the  $xy$ -plane is given by \_\_\_\_\_, provided  $\frac{dx}{d\theta} \neq 0$  at  $(r, \theta)$ .

- (a)  $r'$
- (b)  $\frac{df}{d\theta}$
- (c)  $\frac{dy}{dx}$
- (d)  $\frac{d\theta}{dx}$
- (e)  $\frac{dx}{d\theta}$

2. Which of the following is a polar equation for the circle  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 17$  ?

- (a)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta + 6$
- (b)  $r^2 = 4r \cos \theta + 6r \sin \theta + 4$
- (c)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta - 4$
- (d)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta - 6$
- (e)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta + 4$

3. Which of the following is an equation of the tangent line to the polar curve  $r = 4(1 - \cos \theta)$  at the point  $\theta = 2\pi$  ?

- (a)  $y = -1$
- (b)  $y = 0$
- (c)  $y = 1$
- (d)  $y = x$
- (e)  $y = 4x$

4. What is the area of the region bounded by the circle  $r = 6 \cos \theta$  for  $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$  ?

- (a)  $\frac{3}{2}$
- (b)  $\frac{3\pi}{2}$
- (c)  $\frac{11\pi}{2}$
- (d)  $\frac{9\pi}{2} + 9$
- (e)  $\frac{11\pi}{2} + 7$

5.  $(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{j} = ?$

- (a)  $\mathbf{i}$
- (b)  $-\mathbf{i}$
- (c)  $\mathbf{k}$
- (d)  $-\mathbf{k}$
- (e)  $\mathbf{i} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{j})$

6. Let  $\mathbf{u} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$  and  $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ . Which of the following gives the angle between  $\mathbf{u}$  and  $\text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}$ , the vector projection of  $\mathbf{u}$  onto  $\mathbf{v}$ ?

- (a)  $\cos^{-1} \left( \frac{3}{\sqrt{35}} \right)$
- (b)  $\cos^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{35}} \right)$
- (c)  $\cos^{-1} \left( \frac{1}{2\sqrt{35}} \right)$
- (d)  $\frac{\pi}{2}$
- (e)  $\cos^{-1} \left( -\frac{1}{\sqrt{35}} \right)$

7. If the volume of the parallelepiped determined by the vectors  $\mathbf{u} = \langle b, 1, -1 \rangle$ ,  $\mathbf{v} = \langle -2, 3, b \rangle$ ,  $\mathbf{w} = \langle 0, 4, 0 \rangle$  is 8, which of the following gives all possible values of  $b$ ?

- (a)  $\{-2, 0, 2\}$
- (b)  $\{-2, 2\}$
- (c)  $\{-1, 0, 1\}$
- (d)  $\{0\}$
- (e)  $\{0, 1, 2\}$

8. Let  $\mathbf{u} = \mathbf{i} - \mathbf{k}$  and  $L : x = 1 - 2t, y = 4 + 3t, z = 9 - 4t \quad (-\infty < t < \infty)$ . Which of the following is an equation of the plane that is parallel to the vector  $\mathbf{u}$  and containing the line  $L$ ?

- (a)  $x + 2y + z = 18$
- (b)  $x + 2y + z = 10$
- (c)  $x - 2y + z = 2$
- (d)  $-x + 2y + z = 12$
- (e)  $-x + 2y + 2z = 25$

9. Which of the following is the point on the line  $L : x = 1 + t, y = -2t, z = 2 + 3t \quad (-\infty < t < \infty)$  that is closest to the point  $(1, 1, 2)$ ?

- (a)  $\left(\frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{11}{7}\right)$
- (b)  $\left(\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{11}{7}\right)$
- (c)  $\left(\frac{8}{7}, -\frac{2}{7}, \frac{17}{7}\right)$
- (d)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$
- (e)  $\left(\frac{2}{7}, \frac{10}{7}, -\frac{1}{7}\right)$

10. Identify the surface given by  $z - x^2 - 4y^2 = 0$ .

- (a) Cone
- (b) Ellipsoid
- (c) Elliptical paraboloid
- (d) Hyperbolic paraboloid
- (e) Sphere

11. Fill in the blank with the best fit:

The set of points in the plane where a function  $f(x, y)$  has a constant value  $f(x, y) = c$  is called a \_\_\_\_\_ of  $f$ .

- (a) boundary curve
- (b) contour curve
- (c) domain
- (d) level curve
- (e) range

12. Which of the following statements are true about

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2}{y+2}}?$$

I. Its domain is an unbounded open set.

II.  $y = \alpha x^2 - 2$  are level curves for  $x \neq 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}^+$ .

III. The line  $x = 0, -2 < y < \infty$  is a level curve.

- (a) I only
- (b) II only
- (c) I, II
- (d) I, III
- (e) I, II, III

13. Which of the following statements are true about

$$g(x, y) = \frac{\sin(xy)}{e^x - y^2}?$$

I. It is continuous on its domain.

II.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x, y) = 0$ .

III.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} g(x, y) = 1$ .

- (a) I only
- (b) II only
- (c) I, II
- (d) II, III
- (e) I, II, III

14. If  $f(x, y) = 2x + xy^2 - \sqrt{|3x(y-1)|}$ , then  $f_x(0, 1) = ?$

- (a) 0
- (b)  $3 - \sqrt{3}$
- (c) 2
- (d) 3
- (e) Partial derivative does not exist.

15. If  $f$  is a differentiable function and

$$w(x, y, z) = f(xz, yz), \text{ then } x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} = ?$$

- (a)  $\frac{\partial w}{\partial z}$
- (b)  $xy \frac{\partial w}{\partial z}$
- (c)  $(x + y) \frac{\partial w}{\partial z}$
- (d)  $\frac{(x + y)}{z} \frac{\partial w}{\partial z}$
- (e)  $z \frac{\partial w}{\partial z}$

16. If  $z^5 + xye^z + e^{2x} = 0$  defines  $z$  as a function of the independent variables  $x$  and  $y$ , calculate  $z_x$  at the point  $(0, e, -1)$ .

- (a) -1
- (b)  $-\frac{2+e}{5}$
- (c)  $-\frac{3}{5}$
- (d)  $-\frac{2}{5}$
- (e)  $-\frac{1}{5}$

17. What is the directional derivative of the function  $f(x, y, z) = x^2 e^y - \frac{3}{2} \sqrt[3]{z^4}$  at the point  $(-6, 0, 8)$  in the direction from that point toward the origin?

- (a) -40
- (b) -4
- (c) 0
- (d) 4
- (e) 40

18. In which direction is the derivative of the function  $f(x, y) = x(\log_2 y) - x$  at the point  $(\ln 16, 4)$  equal to zero?

- (a) **i**
- (b) **i + j**
- (c) **i + 2j**
- (d) **i - j**
- (e) **-j**

19. Which of the following is an equation of the tangent plane to the surface  $z = 3x^2 + 2y^2 - 3xy$  at the point  $(1, 1, 2)$  ?

- (a)  $2x + y - z = 1$
- (b)  $3x + y - z = 2$
- (c)  $3x + 2y - z = 3$
- (d)  $4x + y - z = 3$
- (e)  $4x + 2y - 2z = 2$

20. Which of the following make sense if  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  and  $\mathbf{w}$  are vectors in  $\mathbb{R}^3$  ?

- I.  $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w}$
  - II.  $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \cdot \mathbf{w})$
  - III.  $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$
  - IV.  $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \cdot \mathbf{w})$
- (a) I, II
  - (b) I, III
  - (c) II, III
  - (d) I, II, III
  - (e) I, III, IV

## Answers

1. (c)	11. (d)
2. (e)	12. (e)
3. (b)	13. (c)
4. (d)	14. (d)
5. (b)	15. (e)
6. (a)	16. (c)
7. (a)	17. (b)
8. (a)	18. (d)
9. (a)	19. (b)
10. (c)	20. (b)

**Uyarı:** Bu sınav 20 sorudan oluşmaktadır. Ham puan, doğru yanıt sayısından yanlış yanıt sayısının dörtte birinin çıkarılmasıyla hesaplanır. Cep telefonları, akıllı saatler, kulaklıklar, hesap makineleri ve diğer elektronik cihazlar sınav sırasında kapalı kalmalı ve üzerinizde veya yakınızda olmamalıdır. Bunun ihlali, kopya şüphesi olmasa bile sınavınızın iptal edilmesine neden olacaktır. Mont, çanta, kalem kutusu ve benzeri eşyalar sıraların üzerine konulmamalıdır.

1. Boşluğu en uygun olanla doldurunuz:

Bir  $(r, \theta)$  noktasında  $\frac{dx}{d\theta} \neq 0$  olmak üzere,  $xy$ -düzleminde diferansiyellenebilir bir  $r = f(\theta)$  kutupsal eğrisinin  $(r, \theta)$  noktasındaki teğetinin eğimi \_\_\_\_\_ olarak verilir.

- (a)  $r'$
- (b)  $\frac{df}{d\theta}$
- (c)  $\frac{dy}{dx}$
- (d)  $\frac{d\theta}{dx}$
- (e)  $\frac{dx}{d\theta}$

2. Aşağıdakilerden hangisi  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 17$  çemberi için kutupsal bir denklemdir?

- (a)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta + 6$
- (b)  $r^2 = 4r \cos \theta + 6r \sin \theta + 4$
- (c)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta - 4$
- (d)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta - 6$
- (e)  $r^2 = 4r \cos \theta - 6r \sin \theta + 4$

3. Aşağıdakilerden hangisi  $r = 4(1 - \cos \theta)$  kutupsal eğrisinin  $\theta = 2\pi$  noktasındaki teğet doğrusunun bir denklemdir?

- (a)  $y = -1$
- (b)  $y = 0$
- (c)  $y = 1$
- (d)  $y = x$
- (e)  $y = 4x$

4.  $r = 6 \cos \theta$  çemberi ve  $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$  ile sınırlı bölgenin alanı nedir?

- (a)  $\frac{3}{2}$
- (b)  $\frac{3\pi}{2}$
- (c)  $\frac{11\pi}{2}$
- (d)  $\frac{9\pi}{2} + 9$
- (e)  $\frac{11\pi}{2} + 7$

5.  $(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{j} = ?$

- (a)  $\mathbf{i}$
- (b)  $-\mathbf{i}$
- (c)  $\mathbf{k}$
- (d)  $-\mathbf{k}$
- (e)  $\mathbf{i} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{j})$

6.  $\mathbf{u} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$  ve  $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  olsun. Aşağıdakilerden hangisi  $\mathbf{u}$  ile  $\mathbf{u}$  vektörünün  $\mathbf{v}$  üzerine izdüşüm vektörü  $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u}$  arasındaki açıyı verir?

- (a)  $\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{35}}\right)$
- (b)  $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{35}}\right)$
- (c)  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{35}}\right)$
- (d)  $\frac{\pi}{2}$
- (e)  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{35}}\right)$

7.  $\mathbf{u} = \langle b, 1, -1 \rangle$ ,  $\mathbf{v} = \langle -2, 3, b \rangle$ ,  $\mathbf{w} = \langle 0, 4, 0 \rangle$  vektörleri ile belirlenen bir paralel yüzünün hacmi 8 ise aşağıdakilerden hangisi  $b$ 'nin alabileceği tüm değerleri vermektedir?

- (a)  $\{-2, 0, 2\}$
- (b)  $\{-2, 2\}$
- (c)  $\{-1, 0, 1\}$
- (d)  $\{0\}$
- (e)  $\{0, 1, 2\}$

8.  $\mathbf{u} = \mathbf{i} - \mathbf{k}$  ve  $L: x = 1 - 2t, y = 4 + 3t, z = 9 - 4t$  ( $-\infty < t < \infty$ ) olsun. Aşağıdakilerden hangisi  $\mathbf{u}$  vektörüne paralel ve  $L$  doğrusunu içeren düzlemin bir denklemidir?

- (a)  $x + 2y + z = 18$
- (b)  $x + 2y + z = 10$
- (c)  $x - 2y + z = 2$
- (d)  $-x + 2y + z = 12$
- (e)  $-x + 2y + 2z = 25$

9. Aşağıdakilerden hangisi  $L: x = 1 + t, y = -2t, z = 2 + 3t$  ( $-\infty < t < \infty$ ) doğrusu üzerinde ve  $(1, 1, 2)$  noktasına en yakın noktadır?

- (a)  $\left(\frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{11}{7}\right)$
- (b)  $\left(\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{11}{7}\right)$
- (c)  $\left(\frac{8}{7}, -\frac{2}{7}, \frac{17}{7}\right)$
- (d)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$
- (e)  $\left(\frac{2}{7}, \frac{10}{7}, -\frac{1}{7}\right)$

10.  $z - x^2 - 4y^2 = 0$  olarak verilen yüzeyi tanımlayınız.

- (a) Koni
- (b) Elipsoid
- (c) Eliptik paraboloid
- (d) Hiperbolik paraboloid
- (e) Küre

11. Boşluğu en uygun olanla doldurunuz:

Düzlemde  $f(x, y)$  fonksiyonun  $f(x, y) = c$  şeklinde sabit değerler aldığı noktaların kümesine  $f$  fonksiyonunun bir \_\_\_\_\_ denir.

- (a) sınır eğrisi
- (b) kontur eğrisi
- (c) tanım kümesi
- (d) seviye eğrisi
- (e) görüntü kümesi

12.  $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2}{y+2}}$  hakkında aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- I. Tanım kümesi sınırsız, açık bir kümedir.
- II.  $x \neq 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}^+$  için  $y = \alpha x^2 - 2$ , seviye eğrileridir.
- III.  $x = 0, -2 < y < \infty$  doğrusu bir seviye eğrisidir.

- (a) Yalnız I
- (b) Yalnız II
- (c) I, II
- (d) I, III
- (e) I, II, III

13.  $g(x, y) = \frac{\sin(xy)}{e^x - y^2}$  hakkında aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- I. Tanım kümesinde süreklidir.
- II.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x, y) = 0$ .
- III.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} g(x, y) = 1$ .

- (a) Yalnız I
- (b) Yalnız II
- (c) I, II
- (d) II, III
- (e) I, II, III

14.  $f(x, y) = 2x + xy^2 - \sqrt{|3x(y-1)|}$  ise  $f_x(0, 1) = ?$

- (a) 0
- (b)  $3 - \sqrt{3}$
- (c) 2
- (d) 3
- (e) Kısmi türev mevcut değildir.

15.  $f$  diferansiyellenebilir bir fonksiyon ve  $w(x, y, z) = f(xz, yz)$  ise  $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} = ?$

- (a)  $\frac{\partial w}{\partial z}$
- (b)  $xy \frac{\partial w}{\partial z}$
- (c)  $(x + y) \frac{\partial w}{\partial z}$
- (d)  $\frac{(x + y)}{z} \frac{\partial w}{\partial z}$
- (e)  $z \frac{\partial w}{\partial z}$

16.  $z^5 + xye^z + e^{2x} = 0$  denklemi  $z$  'yi  $x$  ve  $y$  bağımsız değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak tanımlıyorsa  $(0, e, -1)$  noktasında  $z_x$  'i hesaplayınız.

- (a) -1
- (b)  $-\frac{2+e}{5}$
- (c)  $-\frac{3}{5}$
- (d)  $-\frac{2}{5}$
- (e)  $-\frac{1}{5}$

17.  $f(x, y, z) = x^2 e^y - \frac{3}{2} \sqrt[3]{z^4}$  fonksiyonunun  $(-6, 0, 8)$  noktasında, bu noktadan orijine olan doğrultudaki türevi nedir?

- (a) -40
- (b) -4
- (c) 0
- (d) 4
- (e) 40

18.  $f(x, y) = x(\log_2 y) - x$  fonksiyonunun  $(\ln 16, 4)$  noktasında hangi doğrultudaki türevi sıfıra eşittir?

- (a) **i**
- (b) **i + j**
- (c) **i + 2j**
- (d) **i - j**
- (e) **-j**

19. Aşağıdakilerden hangisi  $z = 3x^2 + 2y^2 - 3xy$  yüzeyine  $(1, 1, 2)$  noktasından çizilen teğet düzlemin bir denklemidir?

- (a)  $2x + y - z = 1$
- (b)  $3x + y - z = 2$
- (c)  $3x + 2y - z = 3$
- (d)  $4x + y - z = 3$
- (e)  $4x + 2y - 2z = 2$

20. **u**, **v** ve **w**,  $\mathbb{R}^3$ 'te vektörler olmak üzere aşağıdakilerden hangileri anlamlıdır?

- I. **(u × v) · w**
- II. **u × (v · w)**
- III. **u × (v × w)**
- IV. **u · (v · w)**
- (a) I, II
- (b) I, III
- (c) II, III
- (d) I, II, III
- (e) I, III, IV