

NOIP2022 模拟赛

JKLover

2022 年 10 月 4 日

题目名称	数组	矩阵	图论	排序
输入文件名	gcd.in	mat.in	graph.in	sort.in
输出文件名	gcd.out	mat.out	graph.out	sort.out
每个测试点时限	1s	1s	1s	3s
内存限制	512MB	512MB	512MB/128MB	512MB
测试点数目	20	20	20	20
每个测试点分值	5	5	5	5

编译时开启 C++11 以及 O2 优化，答案对比时忽略行末空格及多余换行。

1 数组

1.1 题目描述

小 A 有一个长度为 n 的正整数数组 a ，每次操作他可以选择其中相邻的两个数 x, y ，并选出其中一个数将其替换为 $\gcd(x, y)$ 。请问他至少需要进行多少次操作才能使整个数组只包含 1？如果无法实现，请输出 -1。

1.2 输入格式

输入文件 gcd.in 包含 2 行。

第 1 行输入一个正整数表示数组长度 n 。

第 2 行输入 n 个正整数依次表示该数组的 n 个元素 a_1, a_2, \dots, a_n 。

1.3 输出格式

输出文件 gcd.out 包含一行，仅一个整数表示答案。

1.4 样例输入

3
4 6 9

1.5 样例输出

4

1.6 数据范围及约定

测试点编号	n	a_i
1 ~ 6	≤ 500	$\leq 10^3$
7 ~ 10	$\leq 5 \times 10^3$	$\leq 10^6$
11 ~ 20	$\leq 10^5$	$\leq 10^9$

对于 100% 的数据，满足 $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

2 矩阵

2.1 题目描述

小 A 有一个 $n \times m$ 的矩阵，矩阵中的每个元素都是非负整数。

现在小 A 告诉你每一行元素的最大值和每一列元素的最大值，请问有多少种可能的矩阵？答案对 $10^9 + 9$ 取模。

2.2 输入格式

输入文件 `mat.in` 包含 4 行。第 1 行输入一个正整数表示 n ，第 2 行输入 n 个正整数依次表示每一行的最大值。第 3 行输入一个正整数表示 m ，第 4 行输入 m 个正整数依次表示每一列的最大值。

2.3 输出格式

输出文件 `mat.out` 包含一行，仅一个非负整数，表示答案。

2.4 样例输入

```
2
1 1
2
1 1
```

2.5 样例输出

```
7
```

2.6 数据范围及约定

测试点编号	n, m
1 ~ 4	≤ 10
5 ~ 10	≤ 300
11 ~ 20	≤ 2000

对于 100% 的数据, $1 \leq n, m \leq 2000$ ，矩阵中的最大值不超过 10000。

3 图论

3.1 题目描述

小 A 有一张 n 个点 m 条边的有向无环图，每个点有一个点权，初始均为 0。

你需要帮他进行 q 次操作，每次操作可能是以下三种操作中的一种：

1. 给出 u, x ，表示将 u 点能到达的点的点权全部改成 x 。
2. 给出 u, x ，表示将 u 点能到达的点的点权全部和 x 取 \min 。
3. 给出 u ，询问 u 点当前的点权。

3.2 输入格式

输入文件 `graph.in` 包含 $1 + m + q$ 行。

第 1 行输入 3 个正整数依次表示 n, m, q 。

接下来 m 行每行输入两个正整数 u, v ，表示一条 u 到 v 的有向边。

接下来 q 行，每行先输入一个编号表示操作种类，再输入相应的 u, x 或者相应的 u 。

3.3 输出格式

输出文件 `graph.out` 包含若干行，对于每个编号为 3 的操作，输出一行一个非负整数表示答案。

3.4 样例输入

见下发文件 `graph0.in`。

3.5 样例输出

见下发文件 `graph0.out`。

3.6 数据范围及约定

测试点编号	n, m, q	特殊性质	空间限制
1 ~ 4	$\leq 5 \times 10^3$	无	512MB
5 ~ 6	$\leq 5 \times 10^4$	没有操作 1	512MB
7 ~ 12	$\leq 5 \times 10^4$	没有操作 2	512MB
13 ~ 16	$\leq 5 \times 10^4$	无	512MB
17 ~ 20	$\leq 5 \times 10^4$	无	128MB

对于 100% 的数据， $1 \leq n, m, q \leq 5 \times 10^4$ ，保证输入会形成一张有向无环图。

4 排序

4.1 题目描述

小 A 有一个长度为 n 的正整数数组 a ,他想进行若干次冒泡操作使得这个数组变成不下降的。具体地,每次冒泡操作小 A 会依次检查 a_1, a_2, \dots, a_{n-1} , 若检查到某个位置 i 时有 $a_i > a_{i+1}$, 则他会交换这两个元素, 再继续向后检查。

现在给出 q 次修改操作, 每次会修改数组某个位置的数, 你需要帮小 A 求出每次修改后需要进行多少次冒泡操作才能使数组变成不下降的。

4.2 输入格式

输入文件 `sort.in` 包含 $q + 2$ 行。

第 1 行输入 2 个正整数, 依次表示 n, q 。

第 2 行输入 n 个正整数, 依次表示初始的 a_1, a_2, \dots, a_n 。

接下来 q 行, 每行输入两个正整数 x, y , 表示将 a_x 修改为 y 。

4.3 输出格式

输出文件 `sort.out` 包含 q 行, 第 i 行输出一个正整数表示第 i 次操作后的答案。

4.4 样例输入

```
4 4
1 4 5 11
1 9
4 3
4 1
3 7
```

4.5 样例输出

```
1
3
```

3

3

4.6 数据范围及约定

测试点编号	n, q
1 ~ 4	≤ 300
5 ~ 8	≤ 5000
9 ~ 14	$\leq 10^5$
15 ~ 20	$\leq 5 \times 10^5$

对于 100% 的数据, $1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5, 1 \leq x \leq n, 1 \leq a_i, y \leq 10^9$ 。