1 Introdução

Estou estudando emaranhamento relativístico. Basicamente, o emaranhamento entre graus de liberdade pertencentes a uma única partícula (spin e momentum) não é invariante sob transformações de Lorentz [2]. Consequentemente, sistemas de duas ou mais partículas também apresentam mudanças não-triviais no emaranhamento (entre diferentes partições dos seus graus de liberdade) quando uma mudança de referenciais é considerada [1].

A razão desse comportamento se deve ao fato de que, no geral, dois boosts de Lorentz não equivalem a um único boost. Se os dois boosts forem não-colineares, a sua composição resulta numa transformação que envolve um boost seguido de uma rotação. Essa rotação é chamada de rotação de Thomas-Wigner, e é um efeito bem conhecido na literatura da relatividade especial.

Para entender como as rotações de Wigner são responsáveis pelo emaranhamento entre spin e momentum sob uma transformação de Lorentz, considere o seguinte exemplo.

- O estado de qualquer partíula em movimento pode ser obtido através de seu estado de repouso (i.e. o estado da partícula em um referencial que a vê em repouso) pela aplicação de um boost de Lorentz correspondente àquela velocidade. Se mudarmos para um outro referencial, que se move em uma direção não-colinear ao momentum da partícula, então, em relação ao referencial de repouso, houve dois boosts não-colineares, portanto esses dois referenciais estão conectados por uma rotação de Wigner. A velocidade do "referencial intermediário"é justamente a velocidade original da parícula, e como o ângulo da rotação de Wigner depende dessa velocidade, uma superposição de momenta resulta em uma rotação diferente para cada valor do momentum presente na superposição.

- Um referencial S_1 vê uma partícula com momentum p. Em relação ao referencial de repouso S_0 da partícula, esse estado pode ser obtido através da aplicação de um Boost de Lorentz correspondente ao momentum p. Considerando agora um referencial S_2, que se move em relação a S_1 numa direção não-colinear a p. Em relação a S_0, o estado descrito por S_2 é obtido pela aplicação de dois boosts não-colineares, e portanto esses dois referenciais (S_2 e S_0) são conectados por uma rotação de Wigner. O ângulo da rotação depende da velocidade (momentum) do "referencial intermediário", que nesse caso é a velocidade de S_1 em relação a S_0 (correspondente ao momentum p). Com isso, se S_1 originalmente vê a partícula numa superposição de momenta (e.g. uma gaussiana), cada valor do momentum resulta em uma rotação diferente. Tendo em vista, por fim, que o spin é geometricamente bem-definido no referencial de repouso S_0, a transformação $S_1 \to S_2$ gera uma "rotação coerente"do estado de spin, que depende da distribuição de momenta vista por S_1.

(JUSTIFICAR: "o spin é geometricamente bem-definido no referencial de repouso")

O fato dos operadores $\vec{\Sigma} \cdot \hat{n}$ não comutarem com o Hamiltoniano livre de Dirac faz com que não seja possível definir um estado livre (i.e. uma onda plana) com spin bem definido na direção $\hat{n}$ [3].

Referências

[1] R. M. Gingrich and C. Adami. Quantum entanglement of moving bodies. *Physical Review Letters*, 89(27), Dec 2002.

[2] A. Peres, P. F. Scudo, and D. R. Terno. Quantum entropy and special relativity. *Physical Review Letters*, 88(23), 2002.

[3] J. J. Sakurai. *Advanced quantum mechanics.* Addison-Wesley, 1982.