

Fluxo de Carga no Sistema-Teste Brasileiro de 9 Barras (STB-9): Formulação da Matriz Admitância, Métodos de Gauss–Seidel e Newton–Raphson e Avaliação de Cenários no ANAREDE

Daniel Loula Souza Dourado
Marcos Aurélio Pinheiro Leal

José Vanilson de Brito Junior
Melquisedeque Leite e Silva

Kildary Jonathan Silva Leite
Nicholas Gomes da Costa

UFCG – Departamento de Engenharia Elétrica

Disciplina: Sistemas Elétricos (2025.2)

Professor: Huilman Sanca Sanca

Resumo—Este artigo apresenta um estudo de fluxo de carga no Sistema-Teste Brasileiro de 9 Barras (STB-9) utilizando o software ANAREDE. Primeiramente, desenvolve-se a formulação da matriz admitância nodal \mathbf{Y}_{bus} e sua montagem a partir dos modelos de linhas e transformadores. Em seguida, apresenta-se a formulação do problema de fluxo de potência e o desenvolvimento matemático detalhado dos métodos iterativos de Gauss–Seidel e Newton–Raphson, incluindo tratamento de barras Slack, PV e PQ, critérios de convergência, cálculo de fluxos em linhas e obtenção de P e Q na barra de balanço após convergência.

São avaliados os cenários exigidos na atividade acadêmica: caso base, extração de \mathbf{Y}_{bus} , reforço topológico com inclusão de uma linha entre as barras 3 e 9 e inserção de geração eólica de 80 MW na barra 7, além de um capítulo dedicado a dispositivos FACTS. As matrizes \mathbf{Y}_{bus} completas dos casos (b) e (c) são apresentadas em um anexo exclusivo, na mesma folha, para facilitar a comparação direta.

Palavras-chave: Fluxo de carga, ANAREDE, Matriz admitância, \mathbf{Y}_{bus} , STB-9, FACTS.

Index Terms—Fluxo de carga, ANAREDE, Matriz admitância, \mathbf{Y}_{bus} , Gauss–Seidel, Newton–Raphson, STB-9, FACTS.

I. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um estudo de fluxo de carga em regime permanente utilizando o sistema brasileiro de 9 barras (STB-9). A análise foca na determinação de tensões, fluxos de potência e perdas, definindo a Barra 1 como referência e a Barra 2 como PV. Para avaliar o impacto de expansões na rede, o estudo propõe duas modificações estruturais: a inserção de uma nova linha de transmissão entre as Barras 3 e 9, com características idênticas à ligação entre as Barras 3 e 5, e a adição de uma fonte eólica de 80 MW na Barra 7. O objetivo é analisar como essas alterações influenciam a redistribuição dos fluxos e a eficiência operativa do sistema.

O fluxo de carga (ou fluxo de potência) é a análise em regime permanente de sistemas elétricos de potência que determina magnitudes e ângulos de tensão nas barras, fluxos de potência ativa e reativa em linhas/transformadores e perdas técnicas. Essa análise sustenta decisões de planejamento, operação e expansão dos sistemas de transmissão e distribuição.

Neste trabalho utiliza-se o Sistema-Teste Brasileiro de 9 Barras (STB-9) no programa ANAREDE. São apresentados:

(i) a formulação e montagem da matriz admitância nodal \mathbf{Y}_{bus} ; (ii) a formulação do problema de fluxo de carga; (iii) o desenvolvimento matemático dos métodos de Gauss–Seidel e Newton–Raphson; e (iv) a análise de cenários com modificação topológica (adição da linha 3–9) e inserção de geração eólica na barra 7. As matrizes \mathbf{Y}_{bus} dos itens (b) e (c) são fornecidas integralmente no Anexo A, em uma única folha (Tabela XIII).

II. FORMULAÇÃO E MONTAGEM DA MATRIZ ADMITÂNCIA NODAL \mathbf{Y}_{bus}

A. Equação nodal

A matriz admitância de barra relaciona tensões e correntes nodais por:

$$\mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V} = \mathbf{I}. \quad (1)$$

Para um sistema com N barras, a equação escalar é:

$$I_k = \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

B. Regra de construção por inspeção

A \mathbf{Y}_{bus} é construída a partir dos ramos (linhas e transformadores). Em geral:

- **Diagonal:** Y_{kk} é a soma das admitâncias incidentes em k (incluindo shunts).
- **Fora da diagonal:** Y_{kn} é o negativo da admitância série equivalente diretamente entre k e n .

Em redes passivas usuais, \mathbf{Y}_{bus} é simétrica: $Y_{kn} = Y_{nk}$.

C. Modelo de linha π e contribuição na \mathbf{Y}_{bus}

Para um ramo entre barras k e n com impedância série $z_{kn} = r_{kn} + jx_{kn}$:

$$y_{kn} = \frac{1}{z_{kn}}. \quad (3)$$

Com susceptância shunt total b_{kn} , cada extremidade recebe:

$$y_{kn}^{sh} = j \frac{b_{kn}}{2}. \quad (4)$$

As contribuições (sem tap) são:

$$Y_{kk} \leftarrow Y_{kk} + (y_{kn} + y_{kn}^{sh}), \quad (5)$$

$$Y_{nn} \leftarrow Y_{nn} + (y_{kn} + y_{kn}^{sh}), \quad (6)$$

$$Y_{kn} \leftarrow Y_{kn} - y_{kn}, \quad (7)$$

$$Y_{nk} \leftarrow Y_{nk} - y_{kn}. \quad (8)$$

D. Transformador com tap

Para transformador com tap complexo $a = t\angle\phi$:

$$Y_{kk} \leftarrow Y_{kk} + \frac{y_{kn}}{|a|^2}, \quad (9)$$

$$Y_{nn} \leftarrow Y_{nn} + y_{kn}, \quad (10)$$

$$Y_{kn} \leftarrow Y_{kn} - \frac{y_{kn}}{a^*}, \quad (11)$$

$$Y_{nk} \leftarrow Y_{nk} - \frac{y_{kn}}{a}. \quad (12)$$

III. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA

A. Potência complexa injetada

A potência complexa injetada na barra k é:

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k I_k^*. \quad (13)$$

Logo,

$$I_k = \left(\frac{S_k}{V_k} \right)^* = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*}. \quad (14)$$

Substituindo (2) em (13):

$$P_k + jQ_k = V_k \left[\sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \right]^*, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (15)$$

B. Representação polar e expressões de P_k e Q_k

Adotando $V_k = |V_k| \angle \delta_k$ e $Y_{kn} = |Y_{kn}| \angle \theta_{kn}$, obtém-se:

$$P_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}), \quad (16)$$

$$Q_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}). \quad (17)$$

C. Tipos de barra

- **Slack:** $|V|$ e δ especificados; P e Q calculados.
- **PV:** P e $|V|$ especificados; Q e δ calculados (com limites de Q).
- **PQ:** P e Q especificados; $|V|$ e δ calculados.

IV. MÉTODO DE GAUSS–SEIDEL (DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO)

A. Derivação da recorrência

Combinando (2) e (14):

$$\frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} = \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n. \quad (18)$$

Separando o termo $n = k$:

$$\frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} = Y_{kk} V_k + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n. \quad (19)$$

Isolando V_k :

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \right]. \quad (20)$$

Aplicando o esquema Gauss–Seidel (uso imediato das atualizações), a recorrência é:

$$V_k^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{\left(V_k^{(i)} \right)^*} - \sum_{n=1}^{k-1} Y_{kn} V_n^{(i+1)} - \sum_{n=k+1}^N Y_{kn} V_n^{(i)} \right]. \quad (21)$$

B. Tratamento de barra PQ

Para barras PQ, P_k e Q_k são conhecidos e aplica-se diretamente (21).

C. Tratamento de barra PV (cálculo de Q_k , limites e imposição de $|V|$)

Para barras PV, conhecem-se P_k e $|V_k|$, e Q_k é calculado iterativamente. Usando a forma polar:

$$Q_k^{(i)} = |V_k^{(i)}| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n^{(i)}| \sin(\delta_k^{(i)} - \delta_n^{(i)} - \theta_{kn}). \quad (22)$$

Após obter $Q_k^{(i)}$:

- se Q_{Gk} estiver **dentro** de $[Q_{Gk}^{\min}, Q_{Gk}^{\max}]$, atualiza-se V_k por (21) e impõe-se o módulo controlado:

$$V_k^{(i+1)} \leftarrow |V|_{\text{esp}} \angle \delta_k^{(i+1)}. \quad (23)$$

- se houver violação, fixa-se Q_{Gk} no limite e a barra pode ser tratada como PQ na iteração subsequente.

D. Cálculo de P e Q na barra de balanço (Slack) após a convergência

Para a barra de balanço (referência), as grandezas especificadas são $|V_1|$ e δ_1 . Assim, **após o processo iterativo convergir**, determinam-se as injeções de potência ativa e reativa na barra Slack avaliando as expressões do fluxo de carga com $k = 1$:

$$P_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}), \quad (24)$$

$$Q_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}). \quad (25)$$

Portanto, para a barra de referência:

$$P_1 = |V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \cos(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n}), \quad (26)$$

$$Q_1 = |V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \sin(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n}). \quad (27)$$

Essas expressões fornecem o **balanço de potência** do sistema, isto é, a potência gerada na barra Slack necessária para suprir cargas e perdas.

E. Critério de convergência

Um critério usual é:

$$\max_k |V_k^{(i+1)} - V_k^{(i)}| < \varepsilon, \quad (28)$$

com ε pequeno (por exemplo, 10^{-6} pu).

V. MÉTODO DE NEWTON–RAPHSON (DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO)

A. Equações de potência em função de $|V|$ e δ

Usando $Y_{kn} = G_{kn} + jB_{kn}$:

$$P_k = \sum_{n=1}^N |V_k||V_n| (G_{kn} \cos \delta_{kn} + B_{kn} \sin \delta_{kn}), \quad (29)$$

$$Q_k = \sum_{n=1}^N |V_k||V_n| (G_{kn} \sin \delta_{kn} - B_{kn} \cos \delta_{kn}), \quad (30)$$

com $\delta_{kn} = \delta_k - \delta_n$.

B. Vetor de desbalanço (mismatch)

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc}, \quad (31)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc}. \quad (32)$$

No sistema Newton–Raphson:

- barras PV: entram em ΔP_k (e em ΔQ_k apenas se tratados limites);
- barras PQ: entram em ΔP_k e ΔQ_k ;
- barra Slack: não entra no sistema.

C. Jacobiana e atualização

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Para $k \neq n$:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_n} = |V_k||V_n| (G_{kn} \sin \delta_{kn} - B_{kn} \cos \delta_{kn}), \quad (34)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial |V_n|} = |V_k| (G_{kn} \cos \delta_{kn} + B_{kn} \sin \delta_{kn}), \quad (35)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_n} = -|V_k||V_n| (G_{kn} \cos \delta_{kn} + B_{kn} \sin \delta_{kn}), \quad (36)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial |V_n|} = |V_k| (G_{kn} \sin \delta_{kn} - B_{kn} \cos \delta_{kn}). \quad (37)$$

Para $k = n$:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -Q_k - B_{kk}|V_k|^2, \quad (38)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} = \frac{P_k}{|V_k|} + G_{kk}|V_k|, \quad (39)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = P_k - G_{kk}|V_k|^2, \quad (40)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} = \frac{Q_k}{|V_k|} - B_{kk}|V_k|. \quad (41)$$

Após resolver o sistema linear:

$$\boldsymbol{\delta}^{(i+1)} = \boldsymbol{\delta}^{(i)} + \Delta \boldsymbol{\delta}, \quad (42)$$

$$|\mathbf{V}|^{(i+1)} = |\mathbf{V}|^{(i)} + \Delta |\mathbf{V}|. \quad (43)$$

O critério de parada típico é:

$$\max (\|\Delta \mathbf{P}\|_\infty, \|\Delta \mathbf{Q}\|_\infty) < \varepsilon. \quad (44)$$

VI. CÁLCULO DE FLUXO DE POTÊNCIA EM LINHAS

Para o modelo π do ramo $k-n$ com admitância série y_{kn} e shunt y_{kn}^{sh} por extremidade:

$$I_{kn} = (V_k - V_n) y_{kn} + V_k y_{kn}^{sh}, \quad (45)$$

$$I_{nk} = (V_n - V_k) y_{kn} + V_n y_{kn}^{sh}. \quad (46)$$

As potências complexas em cada sentido são:

$$S_{kn} = V_k I_{kn}^* = P_{kn} + jQ_{kn}, \quad (47)$$

$$S_{nk} = V_n I_{nk}^* = P_{nk} + jQ_{nk}. \quad (48)$$

Dessa forma, é possível obter uma análise bidirecional dos fluxos de potência ativa e reativa em cada ramo.

VII. METODOLOGIA E SIMULAÇÕES NO ANAREDE

As simulações foram conduzidas no software ANAREDE, utilizando o Sistema-Teste Brasileiro de 9 Barras (STB-9) como referência. Na Figura 1 é apresentada a rede elétrica do sistema-teste com 9 barras. Trata-se de um sistema muito simples, composto por uma área elétrica, com topologia em anel ou malha. Os geradores estão posicionados nos extremos do sistema, num total de dois geradores, totalizando 450 MW distribuídos em duas usinas, sendo uma de 250 MW e outra de 200 MW. As cargas estão colocadas no interior do sistema, distribuídas em cinco barras, totalizando uma demanda máxima de 325 MW e 153 Mvar. A rede elétrica em circuitos simples de 230kV, num total de oito linhas de transmissão, com redundância, pois em todas as barras chegam pelo menos dois circuitos. Não tem transformador de interligação de níveis de tensão diferentes, apenas transformador elevador de usina com tap fixo. Não possui nenhum elemento em derivação para controle de tensão, que é feito somente pelos geradores através da variação da tensão de excitação das máquinas. Os dados do sistema são apresentados nas Tabelas I a VI.

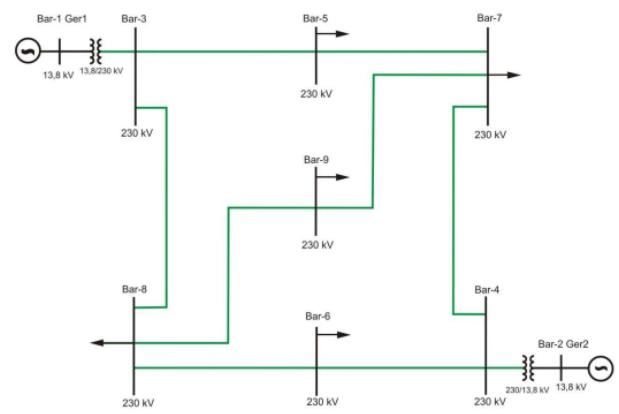


Figura 1: Diagrama unifilar do Sistema-Teste Brasileiro de 9 Barras (STB-9).

Tabela I: Dados das Barras do Sistema

Nº	Nome	Tipo	Tensão (kV)	Vmax (pu)	Vmin (pu)
1	Bar-1 Ger1	V0	13,8	1,050	0,950
2	Bar-2 Ger2	PV	13,8	1,050	0,950
3	Bar-3	PQ	230	1,050	0,950
4	Bar-4	PQ	230	1,050	0,950
5	Bar-5 Car1	PQ	230	1,050	0,950
6	Bar-6 Car2	PQ	230	1,050	0,950
7	Bar-7 Car3	PQ	230	1,050	0,950
8	Bar-8 Car4	PQ	230	1,050	0,950
9	Bar-9 Car5	PQ	230	1,050	0,950

Tabela II: Dados das Linhas de Transmissão

De	Para	Nº	Tensão (kV)	R ₊ (%)	X ₊ (%)	B (MVAr)
3	5	1	230	1,7	9,2	15,8
3	8	1	230	1,0	8,5	17,6
4	6	1	230	0,85	7,2	14,9
4	7	1	230	0,9	7,9	16,2
5	7	1	230	3,2	16,1	30,6
6	8	1	230	1,1	8,4	25,6
7	9	1	230	1,19	10,08	20,9
8	9	1	230	3,9	17,0	35,8

Tabela III: Dados dos Transformadores

De	Para	Nº	RT (kV)	Ligaçāo	Pot (MVA)	X+ (%)
1	3	1	13,8/230	Delta/Estrela aterrado	300	5,34
2	4	1	13,8/230	Delta/Estrela aterrado	260	7,68

Tabela IV: Dados de Carga

Barra	Nome	Tensão (kV)	Carga	
			MW	Mvar
5	Bar-5 Car1	230	55	27
6	Bar-6 Car2	230	37	18
7	Bar-7 Car3	230	68	45
8	Bar-8 Car4	230	90	35
9	Bar-9 Car5	230	75	28
Total			325	153

Tabela V: Geração de Potência Ativa

Barra	Nome	Geração (MW)
1	Bar-1 Ger1	250
2	Bar-2 Ger-2	100

Tabela VI: Geração de Potência Reativa

Barra	Nome	Absorção (Mvar)	Geração (Mvar)
1	Bar-1 Ger1	122	122
2	Bar-2 Ger-2	96	96

A metodologia seguiu a sequência de tarefas propostas na atividade acadêmica, com quatro cenários principais: Caso inicial (a e b), linha adicional 3–9 (c) e inserção de geração eólica na barra 7 (d).

A. Questão (a): Determinação de Tensões e Fluxos

Enunciado: Determinar as tensões em módulo e fase em todas as barras e os fluxos de potência ativa e reativa em todas as linhas (sentido dos fluxos).

Nesta etapa, configurou-se a Barra 1 como referência (Slack) com $V = 1,0$ pu e $\theta = 0^\circ$, e a Barra 2 como barra PV com $P = 100$ MW e $V = 1,0$ pu. As demais barras foram modeladas como PQ, com cargas concentradas nas barras 5 a 9 conforme o enunciado. O fluxo de carga foi executado para obter o estado estacionário do sistema.

B. Questão (b): Obtenção da Matriz Admitância (Y_{bus})

Enunciado: Mostrar a matriz admitância de barra (Y_{bus}) obtida através do ANAREDE.

A matriz admitância nodal foi extraída do ANAREDE e confrontada com a montagem teórica realizada em Python (scripts disponibilizados no repositório). Esse procedimento permitiu validar os parâmetros de linhas e transformadores e garantiu a consistência da modelagem em pu. As matrizes completas são apresentadas no **Anexo A**.

C. Questão (c): Reforço Topológico (Linha 3–9)

Enunciado: Adicionar uma nova linha de transmissão da barra 3 para a barra 9 (usando as mesmas características da linha da barra 3 para a barra 5) e, em seguida, comparar e comentar os resultados com os itens (a) e (b).

Foi inserida uma nova linha 3–9 no caso base, com parâmetros elétricos equivalentes aos da linha 3–5, conforme especificado. O fluxo de carga foi recalculado para o novo arranjo topológico, e foram obtidos novos perfis de tensão e fluxos de potência, bem como uma nova matriz Y_{bus} (também apresentada no **Anexo A**).

D. Questão (d): Inserção de Geração Eólica na Barra 7

Enunciado: Com a rede no estado inicial, adicionar uma nova fonte eólica de 80 MW na barra 7 e comparar e comentar os resultados com os itens (a) e (b).

Retornando à topologia original do Caso Base, modelou-se uma unidade de geração eólica de 80 MW conectada à barra 7. A barra 7 passou a injetar potência ativa no sistema, mantendo o restante das cargas inalterado. O fluxo de carga foi novamente executado e os resultados são discutidos na Seção VIII.

VIII. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A. Análise detalhada do Caso Base (Questão a)

O fluxo de carga do Caso Base revela o comportamento em regime permanente do STB-9 operando com uma demanda total de 325,0 MW e 153,0 Mvar. A Tabela VII apresenta as tensões em módulo e ângulo para cada barra, bem como a identificação das barras de geração e de carga.

As tensões permanecem dentro de uma faixa aceitável (aproximadamente $\pm 5\%$), com o menor módulo na barra 9 (0,952 pu), que também apresenta o maior atraso angular, refletindo sua posição elétrica mais afastada das barras geradoras.

A Tabela VIII apresenta uma análise bidirecional dos fluxos de potência ativa e reativa para cada ramo do caso base.

As perdas ativas totais somam aproximadamente 5,4 MW, sendo supridas pela barra Slack (Barra 1), cuja geração total é superior à soma das cargas.

Tabela VII: Resultados de Tensão e Balanço de Potência nas Barras (Caso Base).

Barra	Nome	Mod. (pu)	Ang. ($^{\circ}$)	Pg/Pl (MW)
1	Bar-1 Ger1 (Slack)	1,000	0,0	230,4 (Gen)
2	Bar-2 Ger2 (PV)	1,000	-8,4	100,0 (Gen)
3	Bar-3 (PQ)	0,989	-6,8	-
4	Bar-4 (PQ)	0,984	-12,6	-
5	Bar-5 Car1 (PQ)	0,966	-11,9	55,0 (Carga)
6	Bar-6 Car2 (PQ)	0,977	-14,0	37,0 (Carga)
7	Bar-7 Car3 (PQ)	0,959	-15,7	68,0 (Carga)
8	Bar-8 Car4 (PQ)	0,972	-13,7	90,0 (Carga)
9	Bar-9 Car5 (PQ)	0,952	-17,9	75,0 (Carga)

Tabela VIII: Fluxos Bidirecionais de Potência (MW / Mvar) – Caso Base.

Ramo (i-j)	P_{ij} (MW)	Q_{ij} (Mvar)	P_{ji} (MW)	Q_{ji} (Mvar)
1-3	230,4	35,5	-230,4	-6,5
2-4	100,0	24,5	-100,0	-16,4
3-5	93,8	3,9	-92,2	-10,6
3-8	136,6	2,6	-134,6	-3,2
4-6	32,9	-1,3	-32,8	-12,2
4-7	67,1	17,7	-66,6	-28,8
5-7	37,2	-16,4	-36,8	-9,5
6-8	-4,2	-5,8	4,2	-18,5
7-9	35,4	-6,6	-35,2	-11,1
8-9	40,5	-13,2	-39,8	-16,9

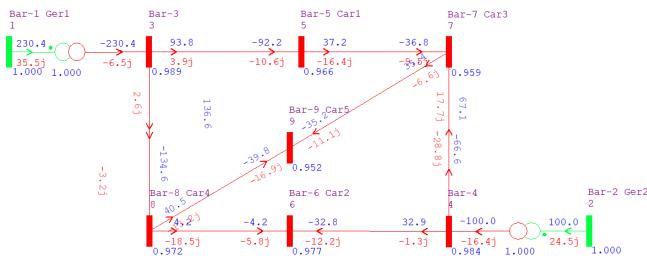


Figura 2: Resultados de fluxo de potência do Caso Base obtidos no ANAREDE.

B. Análise da Matriz Admitância – Caso Base (Questão b)

A matriz admitância de barra (\mathbf{Y}_{bus}) do Caso Base reflete a topologia e as características físicas da rede original. Pela inspeção da matriz (Anexo A), verifica-se que os termos fora da diagonal Y_{kn} correspondem ao negativo da admitância série entre as barras k e n . Por exemplo, no ramo 3-5, a admitância mútua é $-1,94219+j10,51068$. Os termos diagonais Y_{kk} consolidam a soma das admitâncias de todos os ramos incidentes na barra, acrescidos da metade das susceptâncias shunt de cada linha conectada.

A esparsidade observada na matriz é característica de sistemas de potência, em que cada barra se conecta apenas a um número limitado de barras vizinhas. Isso favorece o uso de métodos numéricos eficientes, tanto para a solução do fluxo de carga quanto para estudos de curto-círcuito e estabilidade.

C. Questão (c): Reforço Topológico com Linha 3-9

A adição da linha 3-9 cria um novo caminho de escoamento entre a região de geração (barras 1-2-3-4) e o bloco de cargas (barras 7-8-9). A Tabela IX apresenta as tensões obtidas com a

Tabela IX: Tensões nas Barras – Caso com Linha 3-9 (Questão c).

Barra	Nome	Mod. (pu)	Ang. ($^{\circ}$)	Pg/Pl (MW)
1	Bar-1 Ger1	1,000	0,0	228,0 (Gen)
2	Bar-2 Ger2	1,000	-4,5	100,0 (Gen)
3	Bar-3	1,001	-6,7	-
4	Bar-4	0,999	-8,6	-
5	Bar-5 Car1	0,985	-10,1	55,0 (Carga)
6	Bar-6 Car2	0,995	-10,4	37,0 (Carga)
7	Bar-7 Car3	0,985	-11,1	68,0 (Carga)
8	Bar-8 Car4	0,993	-10,8	90,0 (Carga)
9	Bar-9 Car5	0,989	-10,9	75,0 (Carga)

nova linha, enquanto a Tabela X mostra os fluxos bidirecionais de potência ativa e reativa.

Observa-se melhoria geral do perfil de tensão nas barras de carga, especialmente nas barras terminais (8 e 9), que passam a operar com módulos de tensão mais elevados em comparação ao Caso Base. Isso se deve ao *alívio* dos caminhos originais, que agora dividem o fluxo com o novo ramo 3-9.

Tabela X: Fluxos Bidirecionais de Potência (MW / Mvar) – Caso com Linha 3-9.

Ramo (i-j)	P_{ij} (MW)	Q_{ij} (Mvar)	P_{ji} (MW)	Q_{ji} (Mvar)
1-3	228,0	12,9	-228,0	14,9
2-4	100,0	5,6	-100,0	2,1
3-5	65,3	-1,1	-64,6	-10,5
3-8	84,1	-6,4	-83,4	-5,0
3-9	78,6	-7,4	-77,5	-2,6
4-6	44,8	-6,5	-44,7	-6,8
4-7	55,2	4,4	-54,9	-17,8
5-7	9,6	-16,5	-9,5	-13,0
6-8	7,7	-11,2	-7,7	-14,0
7-9	-3,6	-14,2	3,6	-6,2
8-9	1,1	-15,9	-1,1	-19,2

Discussão qualitativa das alterações em \mathbf{Y}_{bus} (Questão c): As matrizes completas dos casos (b) e (c) são apresentadas no Anexo A, Tabela XIII. A adição da linha 3-9 introduz novos acoplamentos $Y_{3,9}$ e $Y_{9,3}$ e incrementa os termos diagonais Y_{33} e Y_{99} . Em termos físicos, isso representa uma menor impedância equivalente entre as regiões associadas às barras 3 e 9 e um aumento da condutância e susceptância vistas por essas barras. Como consequência, há redistribuição dos fluxos nas malhas adjacentes, redução de perdas em alguns ramos e melhoria do perfil de tensões nas barras de carga.

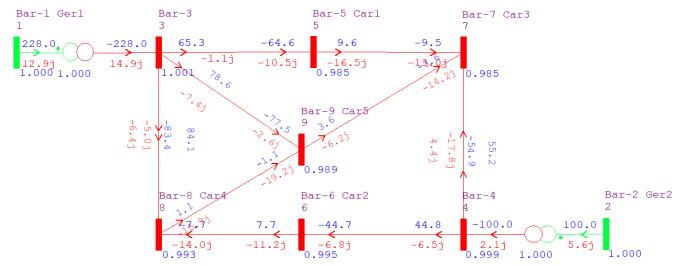


Figura 3: Resultados de fluxo de potência do Caso com linha 3-9 obtidos no ANAREDE.

D. Questão (d): Inserção de Geração Eólica na Barra 7

No cenário (d), mantém-se a topologia original do Caso Base e adiciona-se uma fonte eólica de 80 MW na barra 7. A

Tabela XI apresenta as novas tensões em módulo e ângulo.

Tabela XI: Tensões nas Barras – Caso com Geração Eólica de 80 MW na Barra 7 (Questão d).

Barra	Nome	Mod. (pu)	Ang. ($^{\circ}$)	Pg/Pl (MW)
1	Bar-1 Ger1	1,000	-0,0	147,4 (Gen)
2	Bar-2 Ger2	1,000	-1,1	100,0 (Gen)
3	Bar-3	0,992	-4,3	-
4	Bar-4	0,985	-5,3	-
5	Bar-5 Car1	0,970	-7,2	55,0 (Carga)
6	Bar-6 Car2	0,979	-7,8	37,0 (Carga)
7	Bar-7 Car3	0,959	-7,2	80,0 (Ger. eólica)
8	Bar-8 Car4	0,976	-8,8	90,0 (Carga)
9	Bar-9 Car5	0,955	-10,7	75,0 (Carga)

Comparando com o Caso Base, nota-se que as tensões nas barras de carga se elevam de forma moderada e os ângulos tornam-se menos atrasados, indicando um suprimento de potência ativa mais *local* à região de carga. A geração na barra Slack é reduzida de 230,4 MW para 147,4 MW, evidenciando o alívio do sistema de transmissão principal devido à geração eólica.

A partir dos fluxos apresentados na Tabela XII, percebe-se que parte significativa da potência ativa demandada pelas barras 7, 8 e 9 é suprida pela própria geração eólica, reduzindo o fluxo nos ramos associando a região de geração (barras 1 e 2) ao bloco de cargas. As correntes e perdas em algumas linhas diminuem, o que contribui para um uso mais eficiente da infraestrutura existente.

Tabela XII: Fluxos Bidirecionais de Potência (MW / Mvar) – Caso com Geração Eólica de 80 MW na Barra 7 (Questão d).

Ramo (i-j)	P_{ij} (MW)	Q_{ij} (Mvar)	P_{ji} (MW)	Q_{ji} (Mvar)
1-3	147,4	21,5	-147,6	-9,6
2-4	100,0	23,7	-100,0	-15,5
3-5	56,7	6,9	-56,1	-18,9
3-8	90,9	2,7	-90,1	-12,4
4-6	57,5	-4,9	-57,2	-7,0
4-7	42,5	20,4	-42,3	-33,6
5-7	1,1	-8,1	-1,1	-20,3
6-8	20,2	-11,0	-20,1	-13,1
7-9	55,4	-10,9	-55,0	-4,9
8-9	20,2	-9,4	-20,0	-23,1

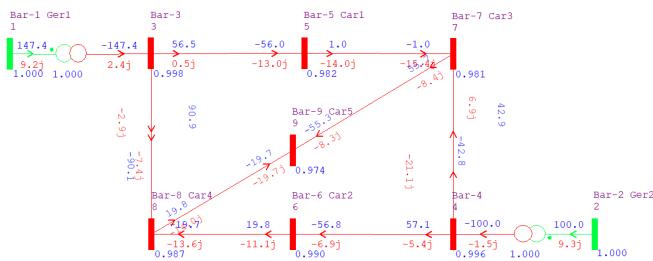


Figura 4: Resultados de fluxo de potência do Caso com geração eólica de 80 MW na barra 7 obtidos no ANAREDE.

IX. DISPOSITIVOS FACTS (FLEXIBLE AC TRANSMISSION SYSTEMS)

A. Introdução

Os FACTS (Flexible AC Transmission Systems), desenvolvidos no final da década de 1980 pelo Instituto de Pesquisa em

Energia Elétrica (EPRI) nos Estados Unidos, surgiram como solução para aumentar a flexibilidade e a capacidade operacional dos sistemas de transmissão sem a necessidade imediata de construção de novas linhas. Baseados em dispositivos de eletrônica de potência com chaves semicondutoras controladas, esses sistemas permitem regular tensão e controlar o fluxo de potência ativa e reativa com alta rapidez, reduzindo o impacto de perturbações e elevando as margens de estabilidade, principalmente quando a rede opera próxima a seus limites térmicos.

Com o avanço da tecnologia, consolidaram-se dois grupos principais de controladores FACTS: (i) controladores baseados em tiristores, que utilizam reatores controlados, capacitores chaveados e compensadores série como o TCSC; e (ii) controladores baseados em conversores estáticos (VSC), que se comportam como fontes de tensão controlada. Esses equipamentos podem atuar em configurações série, shunt ou combinadas (série-shunt), redistribuindo fluxos em linhas congestionadas, melhorando a eficiência da transmissão e oferecendo suporte de reativos e regulação de tensão em condições normais e sob contingências.

Nas subestações, além dos próprios FACTS, utilizam-se diversos equipamentos complementares para o mesmo objetivo de controle e segurança do sistema, tais como bancos de capacitores, reatores shunt, transformadores com comutação sob carga (OLTC), compensadores síncronos, disjuntores, seccionadores, sistemas de proteção e relés digitais, bem como sistemas de supervisão e controle (SCADA) e unidades de medição fasorial (PMUs). A integração coordenada desses elementos permite operar o sistema mais próximo da capacidade instalada com maior confiabilidade, mantendo tensões em níveis aceitáveis e reduzindo o risco de instabilidades e colapsos.

B. Principais dispositivos FACTS e aplicações

Nesta subseção, discutem-se os principais dispositivos FACTS e suas aplicações típicas:

- **SVC (Static Var Compensator):** compensador shunt baseado em tiristores (TCR/TSC) para controle de potência reativa e regulação de tensão em barras de carga.
- **STATCOM (Static Synchronous Compensator):** compensador shunt baseado em conversores VSC, com resposta rápida e capacidade de suporte reativo mesmo em baixos níveis de tensão.
- **TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor):** compensador série controlado para ajuste da reatância equivalente da linha, permitindo controle de fluxo de potência e melhoria da estabilidade transitória.
- **SSSC (Static Synchronous Series Compensator):** compensação série por VSC, injetando tensão em quadratura com a corrente de linha para modificar o fluxo.
- **UPFC (Unified Power Flow Controller):** combinação série-shunt que permite controlar simultaneamente tensão, impedância e ângulo de fase, oferecendo controle avançado de potência ativa e reativa.

C. Equipamentos típicos em subestações para controle e suporte

Além dos controladores FACTS, subestações empregam diversos equipamentos para suporte de tensão, qualidade de energia e segurança operativa:

- **Bancos de capacitores** (fixos ou comutados) para compensação de potência reativa.
- **Reatores shunt** para absorção de reativos em condições de baixa carga.
- **Transformadores com OLTC** para controle de tensão por ajuste de tap.
- **Compensadores síncronos** para suporte dinâmico de reativos e contribuição de inércia eletromecânica.
- **Sistemas de proteção** (relés digitais, esquemas de intertravamento) e de **manobra** (disjuntores, seccionadores).
- **Supervisão e controle** via **SCADA** e monitoramento por **PMUs** (sincrofasores), possibilitando ações coordenadas e controle em tempo real.

X. CONCLUSÕES

Portanto, o estudo de fluxo de carga, fundamentado na matriz de admitância \mathbf{Y}_{bus} e modelagem no ANAREDE, permitiu uma compreensão detalhada do estado operativo do sistema proposto.

Apresentou-se a formulação e montagem da matriz \mathbf{Y}_{bus} do sistema de 9 barras, seguida pela formulação do problema de fluxo de carga e pelo desenvolvimento matemático detalhado dos métodos de Gauss–Seidel e Newton–Raphson. As matrizes \mathbf{Y}_{bus} completas dos casos (b) e (c) foram organizadas e apresentadas no mesmo anexo e na mesma folha (Tabela XIII), facilitando a comparação entre o caso base e o caso com reforço topológico.

Conclui-se que os resultados numéricos obtidos no ANAREDE mostram que a adição da linha 3–9 melhora o perfil de tensão e redistribui os fluxos de potência, enquanto a inserção de geração eólica na barra 7 reduz a dependência da barra Slack e das linhas de transmissão principais. O capítulo dedicado aos dispositivos FACTS contextualiza, ainda, técnicas avançadas de controle de fluxo e tensão que podem ser empregadas em sistemas reais para aumentar flexibilidade, segurança e capacidade de transmissão.

REFERÊNCIAS

- [1] P. Kundur, *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994.
- [2] J. J. Grainger and W. D. Stevenson, *Power System Analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [3] A. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher, 1983.
- [4] CEPEL, *Manual do Programa ANAREDE*. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica.
- [5] M. Chethan and R. Kuppan, “A review of FACTS device implementation in power systems using optimization techniques,” *Journal of Engineering and Applied Science*, vol. 71, no. 18, pp. 1–36, 2024. doi: 10.1186/s44147-023-00312-7.

ANEXO A – MATRIZES Ybus (ITENS B E C)

Este anexo apresenta as matrizes admitância nodal \mathbf{Y}_{bus} referentes aos itens (b) e (c) da atividade.

Primeiramente é exibida a matriz do Caso Base e, em seguida, a matriz obtida após a inserção da nova linha de transmissão entre as barras 3 e 9. A organização conjunta permite comparação direta das alterações estruturais introduzidas na topologia da rede.

Tabela XIII: Matrizes \mathbf{Y}_{bus} completas (pu): (b) Caso base e (c) Caso com nova linha 3–9.

(b) Caso base – \mathbf{Y}_{bus} (pu)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0, 00000 – $j18, 72659$	0	0, 00000 + $j18, 72659$	0	0	0	0	0	0
2	0	0, 00000 – $j13, 02083$	0	0, 00000 + $j13, 02083$	0	0	0	0	0
3	0, 00000 + $j18, 72659$	0	3, 30738 – $j40, 67437$	0	0, 04072 – $j39, 05936$	–1, 94219 + $j10, 51068$	–1, 61712 + $j13, 69798$	–1, 42360 + $j12, 49605$	–1, 36519 + $j11, 60410$
4	0	0, 00000 + $j13, 02083$	–1, 94219 + $j10, 51068$	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	–1, 94219 + $j10, 51068$	0	3, 12980 – $j16, 25382$	–1, 61712 + $j13, 69798$	–1, 42360 + $j12, 49605$	–1, 36519 + $j11, 60410$
6	0	0	0	–1, 61712 + $j13, 69798$	0	3, 14980 – $j25, 19953$	–1, 18760 + $j5, 97513$	–1, 18760 + $j5, 97513$	0
7	0	0	0	–1, 42360 + $j12, 49605$	0	3, 76629 – $j27, 91695$	0	–1, 53267 + $j11, 70405$	0
8	0	0	–1, 36519 + $j11, 60410$	0	0	–1, 53267 + $j11, 70405$	0	4, 17987 – $j28, 50140$	–1, 15509 + $j9, 78427$
9	0	0	–1, 94219 + $j10, 51068$	0	0	–1, 15509 + $j9, 78427$	0	–1, 28201 + $j5, 58824$	2, 43710 – $j15, 08902$

(c) Caso com nova linha 3–9 – \mathbf{Y}_{bus} (pu)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0, 00000 – $j18, 72659$	0	0, 00000 + $j18, 72659$	0	0	0	0	0	0
2	0	0, 00000 – $j13, 02083$	0	0, 00000 + $j13, 02083$	0	0	0	0	0
3	0, 00000 + $j18, 72659$	0	5, 24957 – $j51, 10605$	0	0, 04072 – $j39, 05936$	–1, 94219 + $j10, 51068$	–1, 61712 + $j13, 69798$	–1, 42360 + $j12, 49605$	–1, 36519 + $j11, 60410$
4	0	0, 00000 + $j13, 02083$	–1, 94219 + $j10, 51068$	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	–1, 94219 + $j10, 51068$	0	3, 12980 – $j16, 25382$	–1, 61712 + $j13, 69798$	–1, 42360 + $j12, 49605$	–1, 36519 + $j11, 60410$
6	0	0	0	–1, 61712 + $j13, 69798$	0	3, 14980 – $j25, 19953$	–1, 18760 + $j5, 97513$	–1, 18760 + $j5, 97513$	0
7	0	0	0	–1, 42360 + $j12, 49605$	0	3, 76629 – $j27, 91695$	0	–1, 53267 + $j11, 70405$	0
8	0	0	–1, 36519 + $j11, 60410$	0	0	–1, 53267 + $j11, 70405$	0	4, 17987 – $j28, 50140$	–1, 15509 + $j9, 78427$
9	0	0	–1, 94219 + $j10, 51068$	0	0	–1, 15509 + $j9, 78427$	0	–1, 28201 + $j5, 58824$	2, 43792 – $j25, 52070$

ANEXO B – REPOSITÓRIOS DO CÓDIGO E ARQUIVOS DA SIMULAÇÃO

O código utilizado para geração e verificação da matriz \mathbf{Y}_{bus} encontra-se no repositório:

https://github.com/nicholas7821/Ybus_9_barras.git

O repositório completo com todos os arquivos da simulação e do relatório encontra-se em:

<https://github.com/nicholas7821/Atividade-1---Fluxo-de-carga.git>