

# Chapter 6. 퀴-맥클러스키 방법

⊕ 논리식을 간소화하는 방법

tb\_elec\_engineer@naver.com

① 부울대수 이용

gm

② 카르노 맵 (카노맵) 이용 → 2, 3, 4, 5 변수  
 퀴-맥클러스키 방법 이용 → 5 변수 이상

## 6.1 주항의 결정

⊕ 주항 → 쉽게 말해 묶여져 있는 것에 포함된 항

퀴-맥클러스키 방법을 적용하기 위해 항수는 최소항의 합으로 되어 있어야 한다.

1 최소항은 2진수 기호방식으로 표현하며  $XY + XY' = X$  의 식을 이용하여 결합한다.

즉, 2개의 최소항은 한 변수만 다를 때 결합가능!!!

ex)  $AB'CD' + AB'CD = AB'C$

$1010 + 1011 = 101$

→ 한변수만 다르므로 결합가능  
 달라진 변수에 대해 대수(-) 표시를 하여 무관항(x) 취급한다.

2 모든 주항을 구하기 위해 2진수 최소항들을 1의 개수에 따라 그룹으로 분류

ex)  $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 14)$

2진수로 표현하면  $= \sum m(0000, 0001, 0010, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1110)$

1의 개수를 쓰면  $= \sum m(0, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3)$

그룹으로 분류

그룹 0	0	0000
그룹 1	1	0001
	2	0010
	8	1000
그룹 2	5	0101
	6	0110
	9	1001
	10	1010
그룹 3	7	0111
	14	1110

← 2진수로 표현했을 때 1의 개수가 '0'개

← 2진수로 표현했을 때 1의 개수가 '1'개

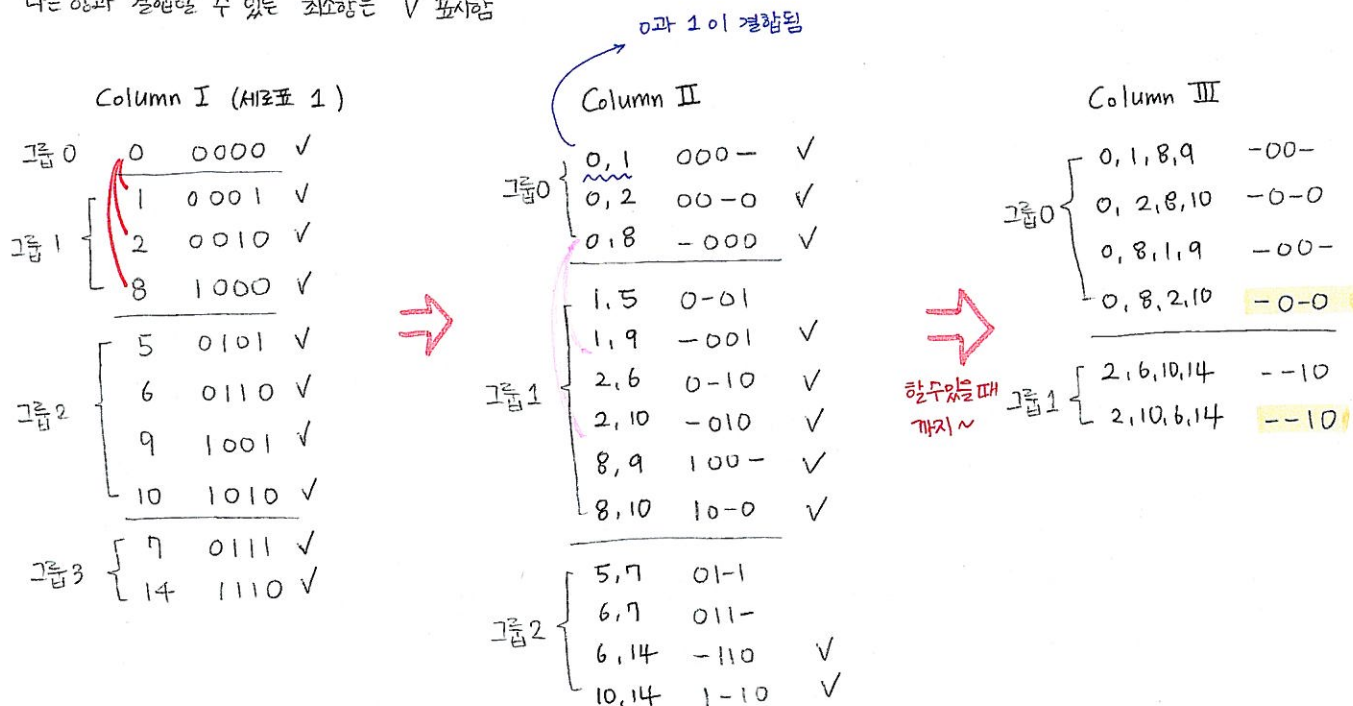
### 3 이웃한 그룹의 항들끼리 비교

$XY + XY' = X$ 를 사용하여 1변수만 다른 항들을 서로 결합시킴

값이 변하는 변수에 대해서는 대수 (-) 처리

tb\_elec\_engineer@naver.com  
(gm)

다른 항과 결합할 수 있는 최소항은 V 표시함



다른 항들과 결합되지 않아 체크 표시를 받지 않았던 항들  $\Rightarrow$  주항

모든 최소항은 최소한 주항들 중 하나에는 포함되기 때문에 함수는 주항의 합과 같다.

### 4 함수 $f =$ 주항들의 합

$$f = (1,5) + (5,7) + (6,7) + (0,1,8,9) + (0,2,8,10) + (2,6,10,14)$$

$$= a'c'd + a'bd + a'bc + b'c' + b'd' + cd'$$

여분의 주항을 제거하기 위해 합의 정리 사용  $\rightarrow$  6.2 주항차트를 이용하면 더 빠름

$$f = a'bd + b'c' + cd'$$

(gm)

## 관련항 (Implicant)

:  $n$  변수의 함수  $F$ 가 주어지면, 곱항  $P$ 는  $n$  변수의 모든 조합값에서  $P=1$  이 될 때,  $F$ 도 역시 1인 항 즉, 변수값의 어떤 조합에 대하여  $P=1$  그리고  $F=0$  이면  $P$ 는  $F$ 의 관련항이 X

$$\text{ex) } F(a, b, c) = a'b'c' + ab'c' + ab'c + abc = b'c' + ac$$

$$\Rightarrow a'b'c'=1 \text{ 이면 } F=1$$

$$ac=1 \text{ 이면 } F=1$$

$$\vdots$$

따라서  $a'b'c'$ ,  $ac \dots$  는  $F$ 의 관련항

$$\Rightarrow a=0, b=c=1 \text{ 이면 } F=0 \text{ 이므로 } bc \text{ 는 관련항이 X}$$

일반적으로  $F$ 가 논리곱의 합 식일 때 모든 논리곱 항은 관련항

$F$ 의 모든 최소항은 관련항이고 두 개 혹은 그 이상의 최소항 결합된 항도 관련항

## 주항 (Prime Implicant)

: 어떤 문자를 주항에서 뺀을 때, 더 이상 관련항이 되지 않는 곱의 관련항

$$\text{ex) } F(a, b, c) = a'b'c' + ab'c' + ab'c + abc = b'c' + ac$$

$$\Rightarrow a'b'c' \text{ 에서 } a' \text{ 를 탈락시키면 결과항인 } b'c' \text{ 는 } F \text{ 의 관련항}$$

$$\therefore a'b'c' \text{ 은 주항 X}$$

$$\Rightarrow \text{관련한 } b'c' \text{ 와 } ac \text{ 는 하나의 문자를 탈락하면 그 항은 더 이상 } F \text{ 의 관련항이 아니므로 주항이다.}$$

## 6.2 주항차트

tb\_elec\_engineer@naver.com

gm

주항의 최소 집합을 얻기 위해 주항차트 사용

		0	1	2	5	6	7	8	9	10	14	← 최소항
(0,1,8,9)	$b'c'$	X	X					X	X			
(0,2,8,10)	$b'd'$	X		X				X		X		
(2,6,10,14)	$cd'$			X		X				X	X	
(1,5)	$a'c'd$		X		X							
(5,7)	$a'bd$				X		X					
(6,7)	$a'bc$					X	X					
	↑ 주항											

⊕ 주항이 주어진 최소항을 포함하면 해당되는 행과 열의 교차점에 X 표시

어떤 최소항이 단지 하나의 주항에 의해 포함될 때 이 주항을 필수주항 (essential prime implicant) 라고 한다.

이 주항은 최소 논리곱의 합식에 반드시 포함

즉, 어떤 열에 X가 하나만 있을 때 그 행의 주항이 필수주항

열 9와 14가 X가 한개만 있으므로 주항  $b'c'$  과  $cd'$  는 필수주항이다.

↓

필수 주항이 포함하는 모든 최소항에 해당되는 행과 열 삭제

주항의 최소 집합에 남은 열들을 포함할 수 있는 주항이 선택됨!

		0	1	2	5	6	7	8	9	10	14
(0,1,8,9)	$b'c'$	X	X					X	X		
(0,2,8,10)	$b'd'$	X		X				X		X	
(2,6,10,14)	$cd'$			X		X				X	X
(1,5)	$a'c'd$		X		X						
(5,7)	$a'bd$				X		X				
(6,7)	$a'bc$					X	X				

$a'bd$  가 남은 두 열을 포함한다.

$$\therefore f = b'c' + cd' + a'bd$$

$a'bd$  항이 최소 논리곱의 합에 포함되지만  $a'bd$  는 필수주항은 아니다.

### 6.3 패트릭 (Pettick) 방법

tb\_elec\_engineer@naver.com

gm

모든 열에서 2개 이상의 X를 가진 차트를 순환 주향차트라 한다.

이 때 두 개의 최소해답을 가진다.

변수의 개수가 증가할 수록 주향의 개수와 주향차트의 복잡성 ↑

∴ 패트릭 방법이란? 주향차트에서 모든 최소 논리곱의 합을 얻을 수 있는 체계적인 방법

패트릭 방법을 적용하기 전에 모든 필수주향과 그 필수주향이 포함하는 최소항을 차트에서 제거!!!

ex)  $F = \sum m(0, 1, 2, 5, 6, 7)$

sol)

0	000	✓
1	001	✓
2	010	✓
5	101	✓
6	110	✓
7	111	✓

⇒

0,1	00-
0,2	0-0
1,5	-01
2,6	-10
5,7	1-1
6,7	11-

		0	1	2	5	6	7
P <sub>1</sub>	(0,1) a'b'	x	x				
P <sub>2</sub>	(0,2) a'c'	x		x			
P <sub>3</sub>	(1,5) b'c		x		x		
P <sub>4</sub>	(2,6) bc'			x		x	
P <sub>5</sub>	(5,7) ac				x		x
P <sub>6</sub>	(6,7) ab					x	x

① 각 행을 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> ... 등 이름을 붙인다.

논리항수 P는 모든 최소항이 포함되면 참(1)이다. 라고 가정!

열 0은 행 P<sub>1</sub> or P<sub>2</sub>를 선택해야 포함됨

∴ (P<sub>1</sub>+P<sub>2</sub>)는 참

최소항 1을 포함하려면 P<sub>1</sub> or P<sub>3</sub>를 선택해야함

∴ (P<sub>1</sub>+P<sub>3</sub>)는 참

이렇게 모든 최소항에 대해 적용하면

$P = (P_1+P_2)(P_1+P_3)(P_2+P_4)(P_3+P_5)(P_4+P_6)(P_5+P_6) = 1$  이 성립

② P 식을 최소 논리곱의 합으로 축소

$$(X+Y)(X+Z) = X+YZ \text{ 사뭇}$$

tb\_elec\_engineer@naver.com

gm

$$\begin{aligned} P &= (P_1+P_2)(P_1+P_3)(P_2+P_4)(P_3+P_5)(P_4+P_6)(P_5+P_6) \\ &= (P_1+P_2P_3)(P_4+P_3P_6)(P_5+P_3P_6) \\ &= (P_1P_4+P_1P_2P_6+P_2P_3P_4+P_2P_3P_6)(P_5+P_3P_6) \\ &= P_1P_4P_5 + P_1P_2P_5P_6 + P_2P_3P_4P_5 + P_2P_3P_5P_6 + P_1P_3P_4P_6 \\ &\quad + P_1P_2P_3P_6 + P_2P_3P_4P_6 + P_2P_3P_6 \end{aligned}$$

$$X+XY = X \text{ 사뭇}$$

$$P = P_1P_4P_5 + P_1P_2P_5P_6 + P_2P_3P_4P_5 + P_1P_3P_4P_6 + P_2P_3P_6$$

P 식의 의미는 ' 모든 최소항을 포함하기 위해 항 ( P<sub>1</sub> and P<sub>4</sub> and P<sub>5</sub> ), or 항 ( P<sub>1</sub> and P<sub>2</sub> and P<sub>5</sub> and P<sub>6</sub> )  
or ... , or 항 ( P<sub>2</sub> and P<sub>3</sub> and P<sub>6</sub> ) 을 선택해야 한다' 의 의미이다.

5개의 답이 가능하지만 최소 개수의 주항을 가지는 2개 항 ( P<sub>1</sub> and P<sub>4</sub> and P<sub>5</sub> ) or 항 ( P<sub>2</sub> and P<sub>3</sub> and P<sub>6</sub> ) 선택!

$$\therefore F = a'b' + bc' + ac$$

두개 최소 해답을 얻는다.

$$F = a'c' + b'c + ab$$



## 정리

퀀-맥클러스키 방법을 이용하여 모든 주항을 찾고  
패트릭 방법을 이용하여 모든 최소논리곱의 합 식을 구하기

tb\_elec\_engineer@naver.com

gm

- ① 주어진 함수의 최소항을 2진수로 표현하여 0의 개수대로 그룹으로 나누기
- ② 이웃한 그룹의 항들끼리 비교해 1변수만 다른 항들은 서로 결합  
값이 변하는 변수에 대해서는 대수(-)로 표시  
다른 항과 결합할 수 있는 항은 체크 표시
- ③ 다른 항과 결합할 수 있을 때 까지 결합  
다른 항과 결합되지 않아 체크 표시를 받지 않은 항들이 '주항'이 된다.
- ④ 주항차트를 만들어 모든 필수주항과 그 필수주항이 포함하는 행과 열 제거
- ⑤ 제거하고 남은 행들에 대해  $P_1, P_2 \dots$  등 이름을 붙인다.
- ⑥ 각 열에 대해 그 열을 포함하는 행들을 더한다.
- ⑦ 각 열에 대해 구한 식을 곱하여 식  $P$ 를 만든다.
- ⑧  $P$ 식을 최소 논리곱의 합으로 축소한다.  
$$(X+Y)(X+Z) = X+YZ$$
$$X+XY = X \quad \text{사용}$$
- ⑨ 축소한  $P$ 식 가운데 최소 개수의 주항을 갖는 행을 선택
- ⑩ 선택한 행을 최소항들의 합 식으로 바꾸어 표현하면 '최소 논리곱의 합 식'이 된다.

## 6.4 비관전 명세함수의 간략화

tb\_elec\_engineer@naver.com

주항을 찾을 때 무관항을 필요 최소항 취급!

Gm

주항 차트를 만들 때 무관항 빼기!

$$\text{ex) } F(A, B, C, D) = \sum m(2, 3, 7, 9, 11, 13) + \sum d(1, 10, 15)$$

주항을 찾을 때 ← 포함

1	0001	✓
2	0010	✓
3	0011	✓
9	1001	✓
10	1010	✓
7	0111	✓
11	1011	✓
13	1101	✓
15	1111	✓

(1,3)	00-1	✓
(1,9)	-001	✓
(2,3)	001-	✓
(2,10)	-010	✓
(3,7)	0-11	✓
(3,11)	-011	✓
(9,11)	10-1	✓
(9,13)	1-01	✓
(10,11)	101-	✓
(7,15)	-111	✓
(11,15)	1-11	✓
(13,15)	11-1	✓

(1,3,9,11)	-0-1
(2,3,10,11)	-01-
(3,7,11,15)	--11
(9,11,13,15)	1--1

주항 차트를 만들 때 제외

	1	2	3	7	9	10	11	13	15 제외됨
(1,3,9,11)			X		X		X		
(2,3,10,11)		X	X					X	
(3,7,11,15)			X	X				X	
(9,11,13,15)					X		X	X	

$$F = (2,3,10,11) + (3,7,11,15) + (9,11,13,15)$$

$$= B'C + CD + AD$$