

Chapter 5 카노맵

tb_elec_engineer@naver.com

Gm

논리식을 간소화하는 방법에는 2가지가 있다.

- ① 부울대수를 이용
- ② 카노맵 (카노맵)을 이용

부울대수를 이용하여 논리식을 간소화할 때 체계적인 방법을 적용하기 어렵고
완전한 최소식을 얻지 못할 수도 있다는 문제점이 있다.

이 문제점들을 극복하기 위해 체계적인 간략화 방법들인 카노맵 방법과 쿼-맥클러스키 방법을 이용하여
논리식을 간소화한다.

카노맵 방법 : AND와 OR 게이트로 이루어진 2단 회로를 최소비용으로 구현할 수 있도록 해준다.

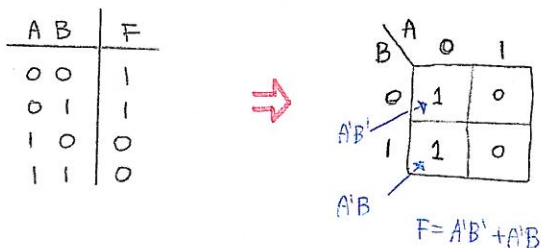
1이 나오는 경우 (최소항)만 주려내어 그때의 입력값을 식으로 표현한다. \Rightarrow '최소항'을 이용
변수가 2개, 3개, 4개 일 때 주로 사용된다.

카노맵의 간소화 규칙

- ① 이웃을 2의 지수승 (2개, 4개...)으로 묶는다
- ② 바로 이웃한 항끼리 묶는다.
- ③ 반드시 사각형 형태로 묶는다. 크게 묶을 수 있으면 가능한 크게 묶는다.

5.1 2변수 카노맵

1) 진리표 내용을 카노맵에 표현하기

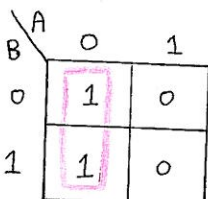


⊕ 카노맵의 각각의 사각형이 의미하는 것

	A	0	1
B			
0	A=0, B=0 인 경우	A=1, B=0 인 경우	
1	A=0, B=1 인 경우	A=1, B=1 인 경우	

두 변수 중 한 변수는 맵의 위쪽부분에
가로방향으로 나타나 있으며,
다른 한 변수는 왼쪽 측면에
세로로 나타나 있다.

2) 카노맵을 이용하여 논리식 간소화 하기



1의 결과값만 이용!

① 바로 이웃한 항끼리 2의 지수승 (2개, 4개...)로 묶고
가능한 크게 사각형 형태로 묶으면 !!

② $A=0$ 일때 $B=0$ & $B=1$ 이다.

B 는 0과 1로 값이 변한다 \Rightarrow 값이 변하는 변수는 제거!!!

$A=0$ 일 때만을 식으로 표현 \Rightarrow ③ $F = A'$

예제)

A \ B	0	1
0	1	1
1	1	0

tb_elec_engineer@naver.com

Gm

sol)

A \ B	0	1
0	1	1
1	1	0

- 1의 결과값만 이용하여 이웃한 항끼리 2의 제곱수로 묶는다.
- 파란색과 빨간색 사각형 2개로 묶을 수 있다.
- 파란색 사각형에서 $B=0$ 으로 고정이지만 $A=0,1$ 로 값이 변한다.
따라서 A 는 버리고 $B=0$ 을 결과값으로 표현하면

$$F = B'$$

- 빨간색 사각형에서 $A=0$ 으로 고정이지만 $B=0,1$ 로 값이 변한다.
따라서 B 는 버리고 $A=0$ 을 결과값으로 표현하면

$$F = A'$$

- 파란색 사각형과 빨간색 사각형에서 얻은 결과값을 더한다.

$$\therefore F = B' + A'$$

5.2 3변수 카노맵

1) 진리표 내용을 카노맵에 표현하기

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

ABC=110, F=1

하나의 변수 (A)의 값은 맨 위 부분에 기입,
다른 두 변수 (B, C)의 값은 맵의 왼쪽 측면에
00, 01, 11, 10의 순서로 기입

한 변수만 달라지는 간격과 법칙인

$$XY + XY' = X \text{ 을 이용하여 }$$

한 변수만 달라지도록 00, 01, 11, 10의 순서로
기입한다는 것!! 주의하기!!!

< 10진수 값을 표시하면 >

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

2) 카노맵을 이용하여 논리식 간소화 하기

tb_elec_engineer@naver.com

gm

$$F = \sum m(1, 3, 5)$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

① 1의 결과값만 이용하여 이웃한 항끼리 2의 자수승으로 묶는다.

② 파란색과 빨간색 사각형 2개로 묶을 수 있다.

③ 파란색 사각형에서 $A=0, B=0, C=1$ & $A=1, B=0, C=1$ 로 A 값이 변하므로 버리고 $B=0, C=1$ 을 결과값으로 표현하면

$$F = B'C$$

빨간색 사각형에서 $A=0, B=0, C=1$ & $A=0, B=1, C=1$ 로 B 값이 변하므로 버리고 $A=0, C=1$ 을 결과값으로 표현하면

$$F = A'C$$

④ 파란색 사각형과 빨간색 사각형에서 얻은 결과값을 더한다.

$$\therefore F = A'C + B'C$$

⊕ 2개의 해를 가질 수도 있다.

$$F = \sum m(0, 1, 2, 5, 6, 7)$$

a \ bc	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$F = a'b' + b'c' + ac$$

a \ bc	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$F = a'c' + b'c + ab$$

묶는 방법이 2가지여서 해가 2개일 수도 있다.

⑤ 카노맵은 위아래, 좌우 옆이 연결되어있는 것이다.

따라서 묶을 때

a \ bc	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

형태로 묶을 수 있다.

5.3 4변수 카노맵

tb_elec_engineer@naver.com

(gm)

1) 4변수 카노맵의 표현 (10진수 값을 표시한 것)

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

2) 카노맵을 이용하여 논리식 간소화 하기

$$f(a,b,c,d) = acd + a'b + d'$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	1	0	0
11	0	1	1	1
10	1	1	1	1

① 파란색 사각형

d만 0으로 고정 $F = d'$

② 빨간색 사각형

ab=01로 고정 $F = a'b$

③ 보라색 사각형

b만 바뀌고 a, c, d 모두 1로 고정 $F = acd$

$$\therefore F = acd + a'b + d'$$

3) 무관항을 포함하는 불완전 명세 함수의 간략화

$$F = \sum m(1, 3, 5, 7, 9) + \sum d(6, 12, 13)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00			X	
01	1	1	X	1
11	1	1		
10		X		

④ 무관항 x는 크게 묶을 수 있는데 도움이 된다면 포함해도 되지만 그렇지 않다면 유지 않아도 된다!!!

① 빨간색 사각형

CD=01로 고정 $F = C'D$

② 파란색 사각형

A=0, D=1로 고정 $F = A'D$

$$\therefore F = A'D + C'D$$

4) 최소 논리함의 곱 식을 카노맵을 이용하여 구하기

tb_elec_engineer@naver.com

Gm

함수 f 의 0은 f' 의 1

$\therefore f'$ 의 최소 논리곱의 합은 카노맵에서 0을 묶어서 구함

f' 에 대한 최소 논리곱의 곱 식에 보수를 취하면 f 에 대한 최소 논리함의 곱 식이 된다.

ex) $f = x'z' + wyz + w'y'z' + x'y$

yz \ wx	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

$f' = y'z + wxz' + w'xy$

(f' 의 최소 논리곱의 합은 f 의 카노맵에서 0을 묶어서 구함)

보수를 취하면 논리함의 곱식

$\therefore f = (y+z')(w'+x'+z)(w+x'+y')$

5. 4 필수주항을 이용하여 최소식 결정하기

주항이란? 변수를 소거하기 위해 더 이상 다른 항과 결합할 수 없는 항

cd \ ab	00	01	11	10
00	1		1	1
01			1	1
11	1			
10	1			

ac' , $a'b'c$, $a'cd'$ 은 변수를 소거하기 위해 더 이상 다른 항들과 결합할 수 없어서 '주항'이다.

어떤 함수에 대한 최소 논리곱의 곱 식은 몇 개의 주항으로 구성 (몇몇 주항은 포함되지 않을 수 있다)

맵 상에서 최소 논리곱의 곱 식을 찾기 위해서는, 모든 1들을 포함할 수 있는 최소 개수의 주항을 찾아야 한다.

필수주항이란? 하나의 최소항이 단 하나의 주항에만 포함되는 주항, 필수주항은 최소 논리곱의 합 식에 포함시켜야 한다.

ex)

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11	1	1	1	1
10	1		1	1

필수주항

tb_elec_engineer@naver.com
gm

5.5 5 변수 카노맵

A=0

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

(10진수 값을 표기)

A=1

DE \ BC	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

(10진수 값을 표기)

두개를 합쳐 2차원 맵으로 표현한다.

DE \ BC	00	01	11	10
00	16 0	20 4	28 12	24 8
01	17 1	21 5	29 13	25 9
11	19 3	23 7	31 15	27 11
10	18 2	22 6	30 14	26 10

묶는 방법

서로 다른 층과 옆에 있어 결함 x

DE \ BC	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01			1	1
11			1	1
10	1	1		

여덟개 항이 결함 → BD'

4개 항 결함 → CDE

모두 상층에 있어 2개 결함 → $AB'DE'$