Chapter 3. 부울대수 (이어서)

3.1 곱셈전개와 인수화 식

tb_elec_engineer@naver.com

• 논리곱의 합형태의 식 구하기

→ 분배법칙을 사용하여 곱셈전개

분배법칙
$$\begin{cases} X(Y+Z) = XY + XZ \\ (X+Y)(X+Z) = X + YZ \end{cases}$$

★★★ 곱셈전개를 위한 전개 : $(X+Y)(X'+Z) = XZ + X'Y$

• 논리합의 곱 형태의 식 구하기

→ 분배법칙을 사용하여 인수화

인수화를 위한 정리 : $AB + A'C = (A+C)(A'+B)$

인수화 예제) $AC + A'BD' + A'BE + A'C'DE$

$$= \underbrace{AC}_{XZ} + \underbrace{A'}_{X'}(\underbrace{BD' + BE + C'DE}_{Y}) = (A+BD'+BE+C'DE)(A'+C)$$

$$= \{\underbrace{A + C'DE}_{X} + \underbrace{B}_{Y}(\underbrace{D'+E}_{Z})\}(A'+C) = (A+B+C'DE)(A+C'DE+D'+E)(A'+C)$$

$$= (A+B+C')(A+B+D)(A+B+E)\{A+D'+E(C'D+1)\}(A'+C)$$

$$= (A+B+C')(A+B+D)(A+B+E)(A+D'+E)(A'+C)$$

곱셈전개 예제) $(A+B+C')(A+B+D)(A+B+E)(A+D'+E)(A'+C)$

$$= (A+B+C'D)(A+B+E)(A+D'+E)(A'+C) = (A+B+C'DE)(\underbrace{A}_{X}+\underbrace{D'+E}_{Y})(\underbrace{A'}_{X'}+\underbrace{C}_{Z})$$

$$= (A+B+C'DE)(AC + A'D' + A'E)$$

$$= AC + \cancel{AA'D'}^{0} + \cancel{AA'E}^{0} + ABC + A'BD' + A'BE + \cancel{ACC'DE}^{0} + \cancel{A'C'DD'E}^{0} + A'C'DE$$

$$= AC + ABC + A'BD' + A'BE + A'C'DE = AC(1+B) + A'BD' + A'BE + A'C'DE$$

$$= AC + A'BD' + A'BE + A'C'DE$$

3.2 배타적-OR 와 등가연산

- 배타적-OR (Exclusive-OR) 둘이 같지 않을 때 1

$0 \oplus 0 = 0$ $0 \oplus 1 = 1$

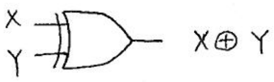
$1 \oplus 0 = 1$ $1 \oplus 1 = 0$

- 진리표

X	Y	X ⊕ Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$\Rightarrow X \oplus Y = X'Y + XY'$

- 기호



- 배타적-OR 에 대한 정리

tb_elec_engineer@naver.com

$X \oplus 0 = X$

$X \oplus 1 = X'$

$X \oplus X = 0$

$X \oplus X' = 1$

$X \oplus Y = Y \oplus X$ (교환법칙)

$X \oplus Y \oplus Z = (X \oplus Y) \oplus Z = X \oplus (Y \oplus Z)$ (결합법칙)

$X(Y \oplus Z) = XY \oplus XZ$ (분배법칙)

$(X \oplus Y)' = X \oplus Y' = X' \oplus Y = XY + X'Y'$

- 등가연산 = 배타적-NOR 둘이 같을 때 1

$(0 \equiv 0) = 1$ $(0 \equiv 1) = 0$

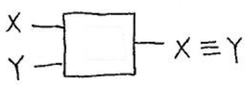
$(1 \equiv 0) = 0$ $(1 \equiv 1) = 1$

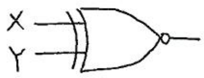
tb_elec_engineer@naver.com

- 진리표

X	Y	$X \equiv Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- 기호





$(X \oplus Y)' = (X \equiv Y)$

⊕ 배타적-OR 나 등가연산 & AND 나 OR을 포함하는 식을 간략화 하기 위해

$X \oplus Y = (X+Y)(XY)' = (X+Y)(X'+Y') = X'Y + XY'$

$(X \equiv Y) = XY + X'Y'$

을 먼저 적용하여 ⊕와 ≡를 소거

⊕ 유용한 정리 $(XY' + X'Y)' = XY + X'Y'$

예제 1) $F = (A'B \equiv C) + (B \oplus AC')$ 간략화

sol) $F = \{A'BC + (A+B')C'\} + \{B'AC' + B(A'+C)\}$

$= B(A'C + A' + C) + C'(A + B' + AB') = B\{A'(C+1) + C\} + C'\{A + B'(1+A)\}$

$= B(A'+C) + C'(A+B')$

예제 2) $A' \oplus B \oplus C$ 곱셈전개

$F = (AB + A'B') \oplus C = \underbrace{(AB+A'B')'}_{(XY'+X'Y)'}C + (AB+A'B')C'$

$= (AB' + A'B)C + (AB + A'B')C'$

$= AB'C + A'BC + ABC' + A'B'C'$

3.3 합의 정리

Consensus

합의 정리란? 부울식을 간략화하는데 유용

$XY + X'Z + YZ$ 형태를 YZ는 중복되는 항으로 소거되어 $XY + X'Z$로 표시

소거된 항을 '합의 항'

→ 두 항으로 된 식에서 한쪽 항에는 한 변수가, 다른 쪽 항에는 그 변수의 보수가 있을 때!

합의 항은 변수에 보수를 취한 쪽에 남은 변수와 보수를 취하지 않은 쪽의 남은 변수를 곱한 것

(증명) $XY + X'Z + YZ$

$= XY + X'Z + (X+X')YZ$

$= (XY + XYZ) + (X'Z + X'YZ)$

$= XY(1+Z) + X'Z(1+Y)$

$= XY + X'Z$

ex) $a'b' + ac + bc' + b'c + ab = a'b' + ac + bc'$

합의 정리의 쌍대 $(X+Y)(X'+Z)(Y+Z) = (X+Y)(X'+Z)$

ex) $(a+b+c')(a+b+d')(b+c+d') = (a+b+c')(b+c+d')$

㊟ 합의 정리를 이용해서 얻어지는 최종 결과는 항들의 소거 순서에 따라 다를 수 있다.

tb_elec_engineer@naver.com

3.4 스위칭식의 대수적 간략화

→ 부울대수 법칙과 정리를 사용하여 스위칭식을 간략화 하기 위한 방법을 공부

곱셈전개와 인수화 외에 스위칭 함수를 간략화하는 방법 4가지

⇒ 항들의 조합, 항들의 소거, 문자들의 소거, 중복항 도입

① 항들의 조합

$XY + XY' = X$ 을 이용

ex) $abc'd' + abcd' = abd'$

$X+X=X$ 를 사용해서 항 추가해도 됨

ex) $ab'c + abc + a'bc$

$= ab'c + abc + abc + a'bc$

$= ac + bc$

② 항들의 소거

중복된 항을 소거하기 위해 $X + XY = X$ 을 이용

→ 합의 정리 $(XY + X'Z + YZ = XY + X'Z)$ 적용

ex) $a'b + a'bc = a'b$

$a'bc' + bcd + a'bd = a'bc' + bcd$

③ 문자들의 소거

$X + X'Y = X + Y$ 사용

ex) $A'B + A'B'C'D' + ABCD' = A'(\underbrace{B + B'C'D'}_{X+X'Y}) + ABCD'$

$= A'(B + C'D') + ABCD' = B(\underbrace{A' + ACD'}_{X+X'Y}) + A'C'D'$

$= B(A' + CD') + A'C'D' = A'B + BCD' + A'C'D'$

④ 중복항 도입

①, ②, ③을 사용하여 더 이상 간략화를 할 수 없다면 중복항을 도입하여 확인

중복항은 xx'를 더하거나, $(x+x')$를 곱하거나, YZ를 $xy+x'z$에 더하거나, x에 xy를 더하여 도입

ex) $WX + XY + X'Z' + WY'Z' = WX + XY + X'Z' + WY'Z' + WZ'$

$= WX + XY + X'Z' + WZ'$

$= WX + XY + X'Z'$ (중복항 도입한거 삭제)

tb_elec_engineer@naver.com