Übungen zur Vorlesung „Mathematik 1" | **Fachhochschule Münster**
Wintersemester 2004/05 | **Fachbereich Elektrotechnik und Informatik**
Blatt 2 | **Prof. Dr. G. Bauer**

Aufgabe 1 Einer der vier Herren Krause, Lehmann, Meier und Schulze ist von Beruf Arzt, ein anderer Ingenieur, ein dritter Lehrer und der vierte Notar. Welchen Beruf übt jeder dieser vier aus, wenn die drei folgenden Aussagen falsch sind?

1. Herr Meier ist nicht Lehrer und auch nicht Ingenieur.
2. Herr Meier ist nicht Notar und Herr Schulze nicht Ingenieur.
3. Herr Lehmann ist Notar.

Aufgabe 2 Formulieren Sie die folgenden Aussagen jeweils mit Quantoren und verneinen Sie sie.

a) Für alle $x \in M$ gilt A.

b) Es gibt ein $x \in M$, für das A gilt.

c) Für alle $x \in U$ gibt es ein $y \in V$, so dass $y = x + 10$.

d) Für alle $z \in W$ gibt es ein $x \in U$ und ein $y \in V$, so dass $z \leq x + y \leq z + 5$.

Aufgabe 3 Geben Sie für die folgenden Mengen jeweils eine aufzählende Schreibweise an.

a) A_1=$\{x \in \mathbf{N} \mid x$ ist von 6 verschieden, gerade und kleiner 10$\}$

b) A_2=$\{x \mid x$ ist eine Potenz mit der Basis 3, deren Exponent eine natürliche Zahl kleiner 5 ist$\}$

c) A_3=$\{x \mid x$ ist ein natürliches Vielfaches von 2 und kleiner 12$\}$

d) A_4=$\{x \in \mathbf{N} \mid (x^2 + 2x - 8)(x - 8) = 0\}$

Aufgabe 4 Geben Sie für die folgenden Mengen jeweils eine beschreibende Schreibweise an.

a) B_1=$\{1,2,3,4\}$ b) B_2=$\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31\}$

c) B_3=$\{2,4,8,16,32\}$ d) B_4=$\{7,21,14,28,35\}$

Aufgabe 5 Vereinfachen Sie jeweils die folgenden Mengenausdrücke.

a) $A \cap A$ b) $A \cup A$ c) $A \cap \overline{A}$ d) $A \cup \emptyset$ e) $A \cap \emptyset$

f) $A \cap (A \cup B)$ g) $A \cap (B \backslash A)$ h) $A \backslash (A \backslash B)$ i) $\overline{A} \cap \overline{(B \backslash A)}$

Aufgabe 6 Es seien

$$A = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq 0\}, \qquad B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 1\}, \qquad C = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 \leq x < 1\}.$$

Bestimmen Sie:

a) $A \cap B$ b) $A \cup B \cup C$ c) $A \backslash C$ d) $B \backslash C$

Aufgabe 7 Schaltjahre sind Jahre, deren Jahreszahl durch 4 teilbar ist, außer den Jahren, deren Jahreszahl durch 100, nicht aber durch 400 teilbar ist. (2000 und 2400 sind Schaltjahre, 1900 und 2100 sind keine Schaltjahre.) Die folgenden Mengen seien gegeben:

$$M = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ ist durch 4 teilbar}\},$$
$$N = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ ist durch 100 teilbar}\},$$
$$T = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ ist durch 400 teilbar}\},$$
$$S = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ ist die Jahreszahl eines Schaltjahres}\}.$$

Drücken Sie die Menge S mit Hilfe der Mengenoperationen $\cap$, $\cup$ und $\backslash$ durch die Mengen M, N und T aus. Geben Sie auch einen Ausdruck an, der nicht die Mengenoperation $\backslash$ verwendet, dafür aber die Komplementbildung (bezüglich der Grundmenge $\mathbf{N}$).

Lösung zu Aufgabe 1
Herr Krause ist der Notar, Herr Lehman der Arzt, Herr Meier der Lehrer und Herr Schulze der Ingenieur.

Lösungen zu Aufgabe 2

a) $\forall x{\in}M \quad A$
Verneinung: $\exists x{\in}M \quad \overline{A}$

b) $\exists x{\in}M \quad A$
Verneinung: $\forall x{\in}M \quad \overline{A}$

c) $\forall x{\in}U\ \exists y{\in}V \quad y = x + 10$
Verneinung: $\exists x{\in}U\ \forall y{\in}V \quad y \neq x + 10$

d) $\forall z{\in}W\ \exists x{\in}U, y{\in}V \quad z \leq x + y \leq z + 5$
Verneinung: $\exists z{\in}W\ \forall x{\in}U, y{\in}V \quad z > x + y \vee x + y > z + 5$

Lösungen zu Aufgabe 3

a) $A_1{=}\{2{,}4{,}8\}$ b) $A_2{=}\{3{,}9{,}27{,}81\}$ c) $A_3{=}\{2{,}4{,}6{,}8{,}10\}$ d) $A_4{=}\{2{,}8\}$

Lösungen zu Aufgabe 4

a) $B_1{=}\{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 4\}$

b) $B_2{=}\{x \mid x$ ist Primzahl und $x \leq 35\}$

c) $B_3{=}\{x \mid x = 2^n$ mit $n \in \mathbf{N}$ und $n < 6\}$

d) $B_4{=}\{x \mid x = 7n$ mit $n \in \mathbf{N}$ und $n < 6\}$

Lösungen zu Aufgabe 5

a) A b) A c) $\emptyset$ d) A e) $\emptyset$
f) A g) $\emptyset$ h) $A \cap B$ i) $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$

Lösungen zu Aufgabe 6

a) $\emptyset$ b) $\mathbf{R}\backslash\{1\}$ c) $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\} = \mathbf{R}{<}\,0$ d) B

Lösung zu Aufgabe 7
$S = M\backslash(N\backslash T) = T \cup (M \cap \overline{N})$