Übungen zur Vorlesung „Mathematik 2“
Sommersemester 2005
Probeklausur

Fachhochschule Münster
Fachbereich Elektrotechnik und Informatik
Prof. Dr. G. Bauer

Aufgabe 1 Führen Sie für die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{x^4} - 2\frac{1}{x^2}$$

eine Kurvendiskussion durch.

Aufgabe 2 Approximieren Sie die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x}$ durch ihr Taylor-Polynom zweiten Grades bezüglich der Stelle $x_0 = 1$. Nutzen Sie das Taylor-Polynom zur näherungsweisen Berechnung der Zahl $\sqrt{3}$ und schätzen Sie mit Hilfe des Restgliedes den Fehler ab. Tipp: $3 = \frac{9}{4}(1 + \frac{1}{3})$.

Aufgabe 3 Berechnen Sie:

$$\text{a)} \int\limits_0^{\sqrt{7}} 8x\sqrt[3]{x^2+1}\,dx \qquad \text{b)} \int\limits_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2}\,dx$$

Aufgabe 4 Beweisen Sie den Satz über die Monotonie des Integrales.

Aufgabe 5 Untersuchen Sie, ob die Funktion f mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{für} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

im Punkt $(0,0)$ stetig ist.

Aufgabe 6 Gegeben Sei die Funktion f mit $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + 3x + 9y$.

a) Linearisieren Sie f an der Stelle $(1,2)$.

b) In welcher Richtung hat f im Punkt $(0,0)$ den stärksten Anstieg und wieviel beträgt dieser?

c) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $(0,0)$ in Richtung $(3,4)$.

d) Untersuchen Sie f auf lokale Extremwerte.

Aufgabe 7

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y' = \frac{\sin x}{y}, \quad y(\frac{\pi}{2}) = \sqrt{2}$.

b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y = \sin x$.