Lösung zu Aufgabe 2g (Arbeitsblatt 6)

zu zeigen:

$$\forall_{\varepsilon \in \mathbb{R}} \exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \in \mathbb{N}} (n > n_0) \Longrightarrow |b_n - a| < \varepsilon$$

Folgende Zerlegung gilt immer: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ mit: $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in \mathbb{R}$.
Nach Vor. gilt nun:

$$\exists_{n_1 \in \mathbb{N}} \forall_{n \in \mathbb{N}} (n > n_1) \Longrightarrow |b_n - a_n| < \varepsilon_1$$

und

$$\exists_{n_2 \in \mathbb{N}} \forall_{n \in \mathbb{N}} (n > n_2) \Longrightarrow |a_n - a| < \varepsilon_2$$

wähle nun $n_0 = MAXIMUM\{n_1, n_2\}$, dann gilt:

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} (n > n_0) \Longrightarrow |b_n - a_n| < \varepsilon_1 \quad \text{und} \quad |a_n - a| < \varepsilon_2$$

$$\Longleftrightarrow \ldots |(b_n - a) - (a_n - a)| < \varepsilon_1$$

$$\Longleftrightarrow \ldots |b_n - a| - |a_a - a| \leq |(b_n - a) - (a_n - a)| < \varepsilon_1$$

$$\ldots |b_n - a| - |a_a - a| < \varepsilon_1$$

$$\ldots |b_n - a| < \varepsilon_1 + |a_a - a| < \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\ldots |b_n - a| < \varepsilon$$

qed