

Восстановление циклически смазанных изображений с вырожденным смазом

Ковалев Никита Евгеньевич

научный руководитель -

доц., к.ф.-м.н., Козак Анатолий Всеволодович

Южный федеральный университет

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича

Ростов-на-Дону, 2018

Содержание

- 1 Цели работы
- 2 Вспомогательные утверждения
- 3 Метод предобработки в случае большого числа смаза
- 4 Метод минимизации погрешности
 - Описание проблемы

Цели работы

- 1) Исследовать матрицу смаза, ее свойства
- 2) Изучить возможность упрощения задачи восстановления
- 3) Найти общий способ восстановления изображений с вырожденным смазом

Матрица горизонтального циклического смаза (далее - матрица смаза) на k пикселей

$$C(n, k) = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} \overbrace{1 \dots 1}^k & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\ \underbrace{1 \dots 1}_{k-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Горизонтальный циклический смаз (далее - смаз)

Умножение изображения на соответствующую матрицу смаза справа есть смаз.

Утверждение.

Матрица смаза всегда представима в виде FDF^{-1} , где D - диагональная.

Подход

Главная идея метода - разбить задачу вырожденного смаза на несколько подзадач с невырожденным смазом. Пусть n - ширина изображения в пикселах, k - число смаза и $d = \text{НОД}(n, k)$. Тогда, если $d > 1$, разобьем изображение на d частей, взяв из d подряд идущих колонок ровно одну в каждую часть.

Матрица C в общем случае может быть необратима. Тогда для восстановления необходимо построить приближение \tilde{C} такое, что $C\tilde{C} \approx E$.

Особенности задачи заключаются в наличии большой погрешности (округления и вычислений), возникающей при оцифровке изображений, а также вследствие малых по модулю собственных значений матрицы смаза (плохой обусловленности).

Учитывая все вышесказанное, предлагается строить матрицу \tilde{C} , используя ее разложение в диагональную и преобразуя собственные числа, лежащие на диагонали получившейся матрицы.