

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

4η ομάδα ασκήσεων

Έτος : 2020 - 2021

6^ο εξάμηνο

Ονοματεπώνυμο : Νίκος Μπέλλος

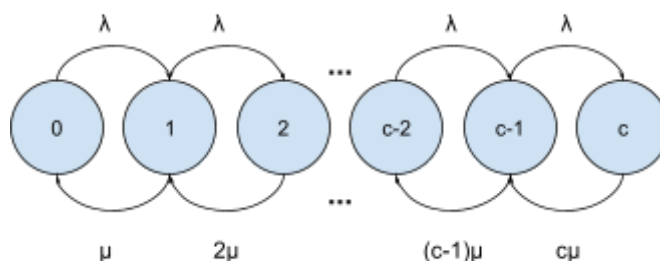
ΑΜ : el18183

Ανάλυση και Σχεδιασμός τηλεφωνικού κέντρου

M/M/c/c : Αφίξεις Poisson (Markov, Memoryless), ανεξάρτητοι χρόνοι εξυπηρέτησης εκθετικοί (Markov), c εξυπηρετητές ίδιων δυνατοτήτων, χωρητικότητα συστήματος c πελάτες.

(1)

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΥΘΜΟΥ ΜΕΤΑΒΑΣΕΩΝ M/M/c/c



Πιθανότητα απόρριψης (blocking probability) ενός πελάτη - τύπος Erlang-B

$$\kappa\mu P_{\kappa} = \lambda P_{\kappa-1} \Rightarrow P_{\kappa} = \frac{\lambda}{\kappa\mu} P_{\kappa-1} \Rightarrow P_{\kappa} = \frac{\rho}{\kappa} P_{\kappa-1}, \quad k = 1, 2, \dots, c$$

Προκύπτουν :

$$\begin{cases} k = 1 \Rightarrow P_1 = \rho P_0 \\ k = 2 \Rightarrow P_2 = \frac{\rho^2}{2!} P_0 \\ k = 3 \Rightarrow P_3 = \rho P_2 = \frac{\rho^3}{3!} P_0 \\ \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{\kappa} = \frac{\rho^{\kappa}}{\kappa!} P_0, \quad k = 1, 2, \dots, c$$

$$\Rightarrow P_0 + P_1 + \dots + P_c \Rightarrow \sum_{k=0}^c P_k = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^c \frac{\rho^k}{k!}} \Rightarrow P_{\text{blocking}} = \frac{\frac{\rho^c}{c!}}{\sum_{k=0}^c \frac{\rho^k}{k!}}$$

*ο κώδικας octave για τα ερωτήματα (1), (2) βρίσκεται στο αρχείο **lab4_1.m**

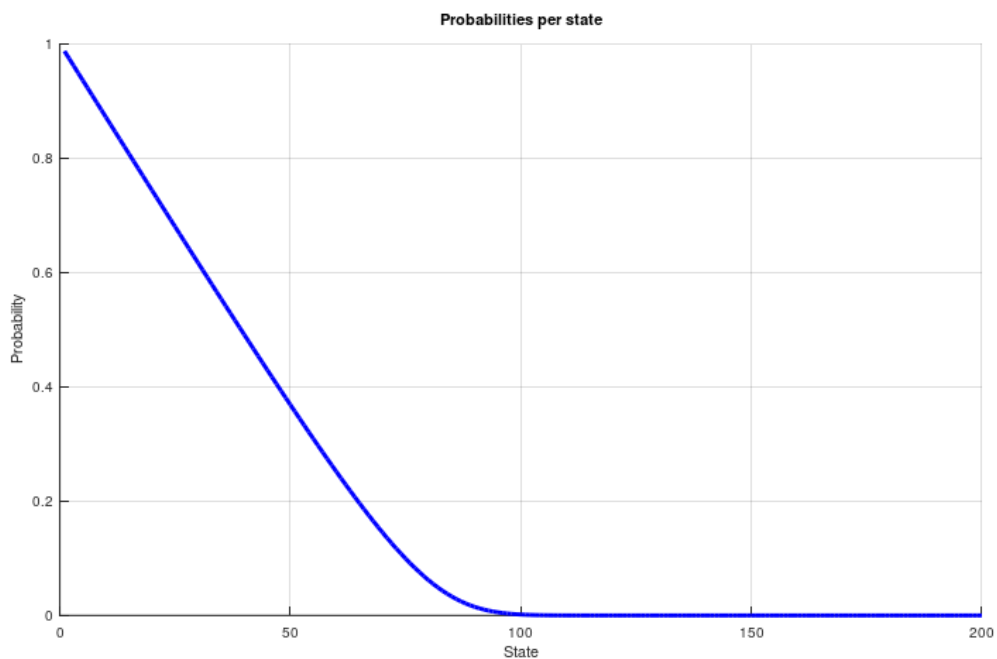
(3) Καλώντας τις συναρτήσεις **erlang_factorial** και **erlangb / erlang_iterative** με ορίσματα (1024, 1024) παίρνουμε ως αποτελέσματα τους αριθμούς NaN το οποίο υποδηλώνει ότι ο αριθμός είναι εκτός ορίων μνήμης και 0.024524 αντίστοιχα για τη δεύτερη.

(4)

(α) Από τα δεδομένα της εκφώνησης έχουμε (για το πιο απαιτητικό χρήστη) :

$$\rho = 200 \frac{23}{60} \Rightarrow \rho = 76.67 \text{ Erlangs}$$

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση **erlang_iterative** η οποία υλοποιήθηκε στο ερώτημα 1.2 παράγουμε το παρακάτω διάγραμμα που ζητείται :

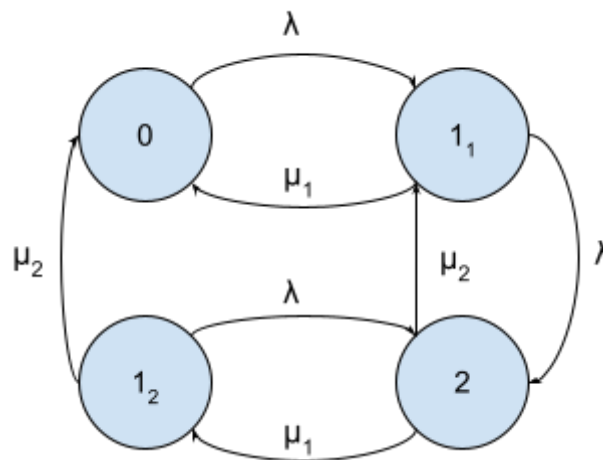


(γ) Από την υλοποίηση με τις κατάλληλες παραμέτρους ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη της πιθανότητας του Pblocking να είναι μικρότερη του 0.01 προκύπτει ότι ο ελάχιστος αριθμός γραμμών που χρειάζεται για να λειτουργήσει σωστά το κέντρο είναι **94**

Σύστημα εξυπηρέτησης με δύο ανόμοιους εξυπηρετητές

(1)

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΥΘΜΟΥ ΜΕΤΑΒΑΣΕΩΝ



Εργοδικές πιθανότητες συστήματος

$$\begin{cases} \lambda P_0 = \mu_1 P_{1_1} + \mu_2 P_{1_2} \Rightarrow P_0 = 0.8 P_{1_1} + 0.4 P_{1_2} \\ \mu_2 P_2 + \mu_1 P_2 = \lambda P_{1_1} + \lambda P_{1_2} \Rightarrow P_2 = \frac{5}{6} (P_{1_1} + P_{1_2}) \\ \mu_1 P_{1_1} + \lambda P_{1_1} = \lambda P_0 + \mu_2 P_2 \Rightarrow P_{1_1} = \frac{5}{9} P_0 + \frac{5}{9} P_2 \\ \mu_2 P_{1_2} + \lambda P_{1_2} = \mu_1 P_2 \Rightarrow P_{1_2} = \frac{4}{7} P_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{1_1} = 0.85938 P_0 \\ P_{1_2} = 0.78125 P_0 \\ P_2 = 1.3672 P_0 \end{cases}$$

$$P_0 + P_{1_1} + P_{1_2} + P_2 = 1 \Rightarrow P_0 = 0.24951$$

Πιθανότητα απόρριψης πελάτη

$$P_{Blocking} = P_2 = 0.34113$$

Μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα

$$E[n(t)] = \sum_{k=0}^2 k P_k = 0 \cdot P_0 + 1 \cdot (P_{1_1} + P_{1_2}) + 2 \cdot P_2 = 1.0916$$

(2) Αντικαθιστώντας τις αρχικές παραμέτρους στο πρόγραμμα **demo4.m** προκύπτουν :

```

0.2513
0.2183
0.1943
0.3360
>>

```

*Οι κώδικες για τα 2 πρώτα μέρη βρίσκονται στα αρχεία lab4_1.m και lab4_2.m αντίστοιχα. Έχω παραλείψει να τα προσθέσω στο pdf της αναφοράς για λόγους οπτικού αποτελέσματος.