

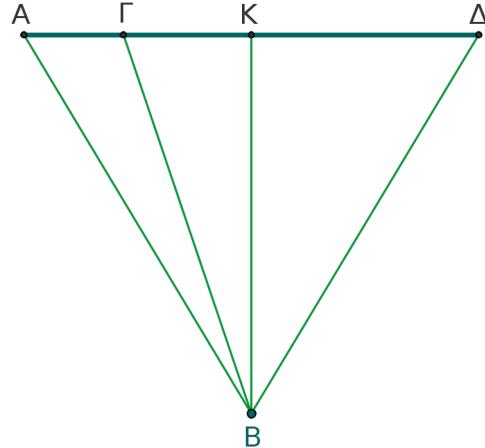
"Οροι

1. Υποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐξαχομένας εὔθείας χραμμὰς φέρεσθαι διάστημα μεχεθῶν μεχάλην.
2. καὶ τὸ [μὲν] ὑπὸ τῶν ὄψεων περιεχόμενον σχῆμα εἶναι κῶνον τὴν κορυφὴν μὲν ἔχοντα ἐν τῷ ὅμματι τὴν δὲ βάσιν πρὸς τοῖς πέρασι τῶν ὁρωμένων.
3. καὶ ὁρᾶσθαι μὲν ταῦτα, πρὸς ἂν αἱ ὄψεις προσπίπτωσι, μὴ ὁρᾶσθαι δέ, πρὸς ἂν μὴ προσπίπτωσιν αἱ ὄψεις.
4. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μείζονος χωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἐλάττονος ἐλάττονα, ἵσα δὲ τὰ ὑπὸ ἵσων χωνιῶν ὁρώμενα.
5. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα μετεωρότερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ταπεινοτέρων ταπεινότερα.
6. καὶ ὁμοίως τὰ μὲν ὑπὸ δεξιωτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα δεξιώτερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἀριστερωτέρων ἀριστερώτερα.
7. τὰ δὲ ὑπὸ πήλειόνων χωνιῶν ὁρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεσθαι.

Οὐδὲν τῶν ὁρωμένων ἄμα ὅλον ὁρᾶται. α'.

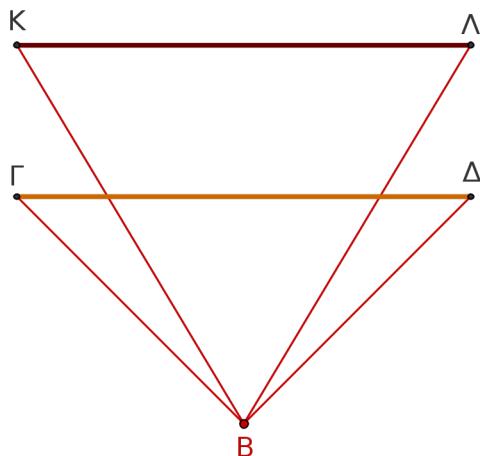
ἔστω γὰρ ὁρώμενον τι τὸ ΑΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΚ, ΒΔ. οὐκοῦν, ἐπεὶ ἐν διαστήματι φέρονται αἱ προσπίπτουσαι ὄψεις, οὐκ ἂν προσπίπτοιεν συνεχεῖς πρὸς τὸ ΑΔ· ὥστε χένοιντο ἂν καὶ κατὰ τὸ ΑΔ διαστήματα, πρὸς ἢ αἱ ὄψεις οὐ προσπεσοῦνται.

οὐκ ἄρα ὁφθῆσεται ὅλον ἄμα τὸ ΑΔ. δοκεῖ δὲ ὁρᾶσθαι ἄμα τῶν ὄψεων ταχὺ παραφερομένων.



β'.

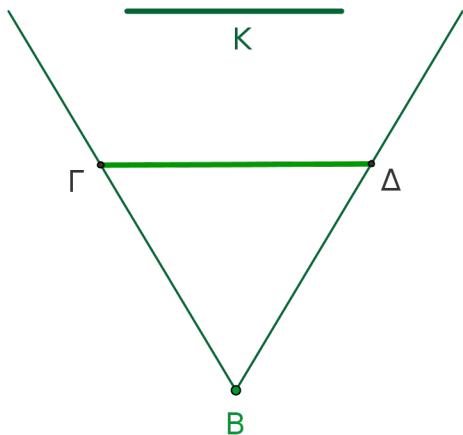
Τῶν ἵσων μεχεθῶν ἐν διαστήματι κειμένων τὰ ἔδγιον κείμενα ἀκριβέστερον ὁρᾶται.



ἔστω ὅμμα μὲν τὸ Β, ὁρώμενα δὲ τὸ ΓΔ καὶ τὸ ΚΛ, χρὴ δὲ νοεῖν αὐτὰ ἵσα καὶ παράλληλα, ἔδγιον δὲ ἔστω τὸ ΓΔ, καὶ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΚ, ΒΛ. οὐ γὰρ ἂν εἴποιμεν, ὡς αἱ ἀπὸ τοῦ ὅμματος πρὸς τὸ ΚΛ προσπίπτουσαι ὄψεις διὰ τῶν Γ, Δ σημείων ἐλεύσονται. Ἡ γὰρ τριγώνου τοῦ ΒΔΛΚΓΒ ἢ ΚΛ μείζων ἂν ἦν τῆς ΓΔ· ὑπόκειται δὲ καὶ ἵση. οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ πλειόνων ὄψεων ὁρᾶται ἥπερ τὸ ΚΛ. ἀκριβέστερον ἄρα φανήσεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ· τὰ γὰρ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὁρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεται.

δ' .

Ἐκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ χενόμενον οὐκέτι ὄρᾶται.



ἔστω γὰρ ὅμμα μὲν τὸ **B**, ὁρώμενον δὲ τὸ **ΓΔ**. φημὶ δὴ, ὅτι τὸ **ΓΔ** ἐν τινὶ ἀποστήματι χενόμενον οὐκέτι ὄραθήσεται.

δεχενήσθω γὰρ τὸ **ΓΔ** ἐν τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν ὄψεων, ἐφ' οὐ τὸ **K**. οὐκοῦν πρὸς τὸ **K** οὐδεμίᾳ τῶν ἀπὸ τοῦ **B** ὄψεων προσπεσεῖται· πρὸς ὃ δὲ αἱ ὄψεις οὐ προσπίπτουσιν, ἐκεῖνο ούχ ὄρᾶται. Ἐκαστον ἄρα τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ χενόμενον οὐκέτι ὄρᾶται.

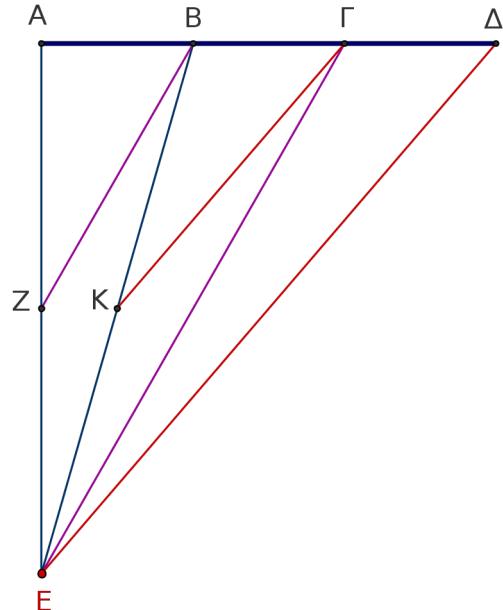
 δ' .

Τῶν ἵσων διαστημάτων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὅντων τὰ ἐκ πλείονος διαστήματος ὁρώμενα ἐλάττονα φαίνεται.

ἔστω ἵσα διαστήματα ἐπὶ μιᾶς εὐθείας τὰ **AB**, **BΓ**, **ΓΔ**, καὶ ἀνήκθω πρὸς ὄρθας ἡ **AE**, ἐφ' ἣς κείσθω ὅμμα τὸ **E**. Πέριτο, ὅτι μεῖζον φανήσεται τὸ μὲν **AB** τοῦ **BΓ**, τὸ δὲ **BΓ** τοῦ **ΓΔ**.

προσπιπτέτωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ **EB**, **EG**, **ED**, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ **B** σημείου τῇ **ΓΕ** εὐθείᾳ παράλιηλος ἡ **BZ**. Ἱση ἄρα ἔστιν ἡ **AZ** τῇ **ZE**. ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ **AEG** παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν **GE** ἥκται εὐθεῖα ἡ **BZ**, ἔστιν ἄρα καὶ, ὡς ἡ **GB** πρὸς **BA**, ἡ **EZ** πρὸς **ZA**. Ἱση ἄρα ἔστιν ἡ **AZ**, ὡς εἰρηται, τῇ **ZE**. μεῖζων δὲ πλευρὰ ἡ **BZ** τῆς **ZA** μεῖζων ἄρα καὶ τῆς **ZE**. μεῖζων ἄρα καὶ χωνία ἡ ὑπὸ **ZEB** χωνίας τῆς ὑπὸ **ZBE**. καὶ ἡ ὑπὸ **ZBE** τῇ ὑπὸ **BEΓ** Ἱση· καὶ ἡ ὑπὸ **ZEB** ἄρα τῆς ὑπὸ **ΓEB** χωνίας μεῖζων ἔστιν. μεῖζων ἄρα ὄφθήσεται ἡ **AB** τῇ **BΓ**.

πάλιν ὁμοίως καὶ τοῦ **Γ** σημείου τῇ **ΔE** παράλιηλος ἀχθῆ, μεῖζων ὄφθήσεται ἡ **BΓ** τῇ **ΓΔ**.

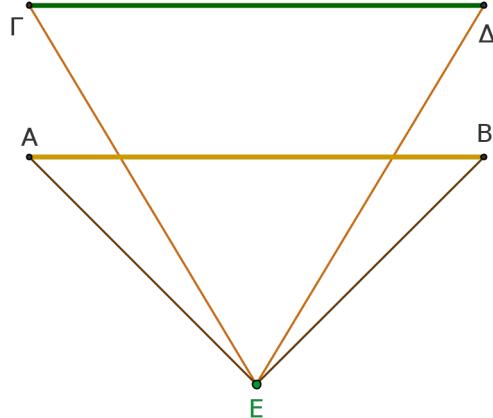


ε' .

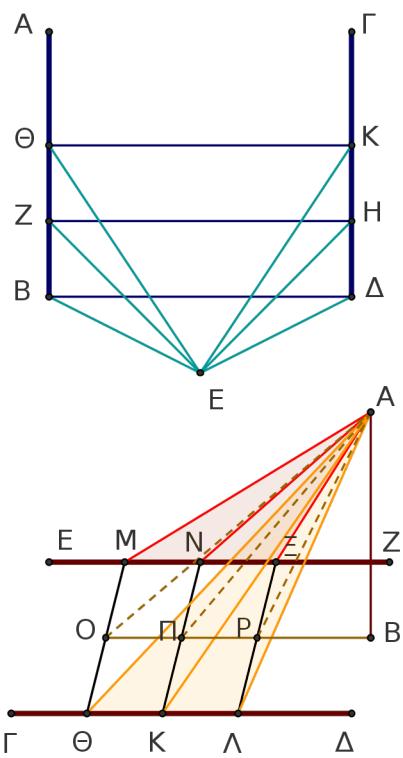
Τὰ ἵσα μεχέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται, καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔχον κείμενον τοῦ ὄμματος.

ἔστω δύο ἵσα μεχέθη τὰ **AB**, **ΓΔ**, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ **E**, ἀφ' οὗ ἄνισον διεστηκέτω, καὶ ἔστω ἔχον τὸ **AB**. Πέργω, ὅτι μεῖζον φανήσεται τὸ **AB**.

προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **EA**, **EB**, **ΕΓ**, **ΕΔ**. ἐπεὶ οὖν τὰ ὑπὸ μειζόνων χωνῶν ὁρώμενα μεῖζονα φαίνεται, μεῖζων δὲ χωνία ἡ ὑπὸ **AEB** τῆς ὑπὸ **ΓΕΔ**, μεῖζων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ **AB** τῆς **ΓΔ**.

 s' .

Τά παράλληλα τῶν διαστημάτων ἔξι ἀποστήματος ὁρώμενα ἄνισοπλατή φαίνεται.



ἔστω δύο παράλληλα μεχέθη τὰ **AB**, **ΓΔ**, δὲ ἔστω τὸ **E**. Πέργω, ὅτι τὰ **AB**, **ΓΔ** ἄνισοπλατή φαίνεται, καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔχον διάστημα τοῦ πορρώτερον. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **EB**, **EZ**, **ΕΘ**, **ΕΔ**, **EH**, **EK**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ **BΔ**, **ZH**, **ΘΚ**. ἐπεὶ οὖν μεῖζων ἔστιν ἡ ὑπὸ **BΕΔ** χωνία τῆς ὑπὸ **ZΕΗ** χωνίας, μεῖζων ἄρα καὶ ἡ **BΔ** τῆς **ZH** φαίνεται. πάλιν ἐπεὶ μεῖζων ἡ ὑπὸ **ZΕΗ** χωνία τῆς ὑπὸ **ΘΕΚ** χωνίας, μεῖζων ἄρα καὶ ἡ **ZH** τῆς **ΘΚ** φαίνεται. μεῖζον ἄρα τὸ μὲν **BΔ** διάστημα τοῦ **ZH**, τὸ δὲ **ZH** τοῦ **ΘΚ**. οὐκέτι οὖν ὁφήσεται παράλληλα ὅντα τὰ διαστήματα ἐπ' ἵσης, ἀλλ' ἄνισοπλατή.

ἐπὶ τῶν ἐν μετεώρῳ κειμένων διαστημάτων καθιέσθω ἀπὸ τοῦ **A** σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ **AB**, καὶ ἔστωσαν παράλληλοι αἱ **ΛΞ**, **KN**, **ΘΜ**. Πέργω, ὅτι καὶ οὕτως ἄνισοπλατή φαίνεται τὰ **ΓΔ**, **EZ** μεχέθη. ἦχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ **B** ἐπὶ τὴν **ΛΞ** ἡ **BP**, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ **BP** ἐπὶ τὸ **O**, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες

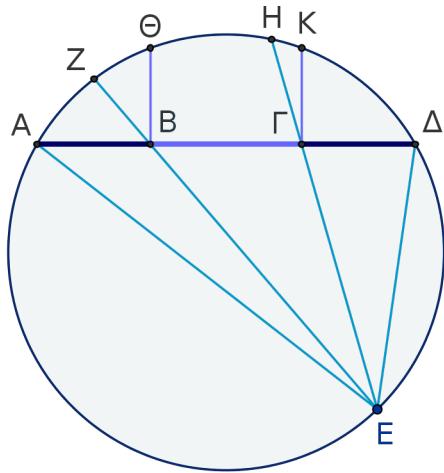
αἱ **ΑΛ**, **ΑΚ**, **ΑΘ**, **ΑΞ**, **ΑΝ**, **ΑΜ** καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **AP**, **ΑΠ**, **AO**. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μετεώροτέρου σημείου τοῦ **A** ἐπὶ τὴν **PΞ** ἐπέζευκται τις εὐθεῖα ἡ **AP**, ἡ **AP** ἄρα ἐπὶ τὴν **PΞ** κάθετός ἔστιν, καὶ ἡ **AO** ἐπὶ τὴν **OM**, καὶ ἡ **AP** ἐπὶ τὴν **PN**. ὁρθογώνια ἄρα ἔστι τὰ **APΞ**, **ΑΠΝ**, **AΟΜ** τρίγωνα.

ἐπεὶ οὖν ὁρθογώνιά ἔστι, καὶ ἔστιν ἡ μὲν **PN** τῇ **PΞ** ἵση, ἡ δὲ **PA** τῇ **AP**

μείζων, μείζων ἄρα χωνία ἡ ὑπὸ ΞΑΡ τῆς ὑπὸ ΠΑΝ. μεῖζον ἄρα καὶ ὁφθήσεται τὸ ΡΞ τοῦ ΠΝ. ὁμοίως καὶ τὸ ΡΛ τοῦ ΠΚ μεῖζον. ὅλον ἄρα τὸ ΛΞ ὅλου τοῦ ΚΝ ὁφθήσεται μεῖζον. ἀνισοπλατὴ ἄρα καὶ σύτως ὁφθήσεται τὰ μεζέθη.

ζ' .

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὅντα ἵσα μεχέθη μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις τεθέντα καὶ ἀνισον διεστηκότα τοῦ ὅμματος ἀνισα φαίνεται.



ἴστω δύο ἵσα μεχέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΔ μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις ὅντα καὶ ἀνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὅμματος τοῦ Ε, καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΑ, ΕΔ, καὶ ἴστω μείζων ἡ ΕΑ τῆς ΕΔ. Μέχω, ὅτι ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ μείζων φανήσεται.

προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΒ, ΕΓ, καὶ περιχεχράφθω περὶ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΕΔ. καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ταῖς ΕΒ, ΕΓ εὐθείαις εὐθεῖαι αἱ ΒΖ, ΓΗ, καὶ ἀνεστάτωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὥρθας χωνίας ἵσαι εὐθεῖαι αἱ ΒΘ, ΓΚ. ἴστι δὲ ἵση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, ἀλλὰ καὶ χωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΘ τῇ ὑπὸ ΔΓΚ ἴστιν ἵση. καὶ περιφέρεια ἄρα ἡ ΑΘ περιφερείᾳ τῇ ΔΚ ἴστιν ἵση. ἡ ΚΔ ἄρα περιφέρεια τῆς

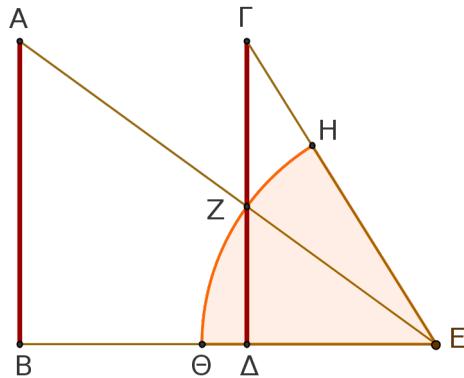
ΖΑ περιφερείας μείζων ἔστιν. ποιητὴ ἄρα ἡ ΗΔ περιφέρεια τῆς ΖΑ μείζων ἔστιν. ἀλλ’ ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΕΖ χωνία βέβηκεν, ἐπὶ δὲ τῆς ΗΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΗΕΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΗΕΔ χωνία τῆς ὑπὸ ΑΕΖ μείζων ἔστιν. ἀλλ’ ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ ΑΕΖ ἡ ΑΒ βλέπεται, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ ΗΕΔ ἡ ΓΔ. μείζων ἄρα ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ φαίνεται.

η' .

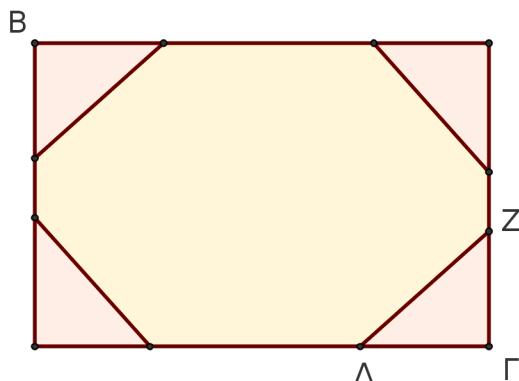
Τὰ ἵση μεχέθη καὶ παράλληλα ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὅμματος οὐκ ἀναλόγως τοῖς διαστήμασιν ὁρᾶται.

ἔστω δύο μεχέθη τὰ **AB**, **ΓΔ** ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὅμματος τοῦ **E**. Λέχω, ὅτι οὐκ ἔστιν, ὡς φαίνεται ἔχον, ὡς τὸ **ΓΔ** πρὸς τὸ **AB**, οὕτως τὸ **BE** πρὸς τὸ **ED**. προσπιπτέωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ **AE**, **ΕΓ**, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ **E** διαστήματι δὲ τῷ **EZ** κύκλου γεγράφθω περιφέρεια ἡ **HZΘ**.

ἐπεὶ, οὖν τὸ **EZΓ** τρίγωνον τοῦ **EZH** τομέως μείζον ἔστιν, τὸ δὲ **EZΔ** τρίγωνον τοῦ **EZΘ** τομέως ἔλαττόν ἔστιν, τὸ **EZΓ** ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν **EZH** τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ **EZΔ** τρίγωνον πρὸς τὸν **EZΘ** τομέα. καὶ ἐναλλὰξ τὸ **EZΓ** τρίγωνον πρὸς τὸ **EZΔ** τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ **EZH** τομεὺς πρὸς τὸν **EZΘ** τομέα, καὶ συνθέντι τὸ **EΓΔ** τρίγωνον πρὸς τὸ **EZΔ** τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ **EΗΘ** τομεὺς πρὸς τὸν **EZΘ** τομέα. ἀλλ' ὡς τὸ **EΔΓ** πρὸς τὸ **EZΔ** τρίγωνον, οὕτως ἡ **ΓΔ** πρὸς τὴν **ΔΖ**. ἡ δὲ **ΓΔ** τῇ **AB** ἔστιν ἵση, καὶ ὡς ἡ **AB** πρὸς τὴν **ΔΖ**, ἡ **BE** πρὸς τὴν **ED**. ἡ **BE** ἄρα πρὸς τὴν **ED** μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ **EΗΘ** τομεὺς πρὸς τὸν **EZΘ** τομέα. ὡς δὲ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ **HEΘ** χωνία πρὸς τὴν ὑπὸ **ZΕΘ** χωνίαν. ἡ **BE** ἄρα πρὸς τὴν **ED** μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὑπὸ **HEΘ** χωνία πρὸς τὴν ὑπὸ **ZΕΘ**. καὶ ἐκ μὲν τῆς ὑπὸ **HEΘ** χωνίας βῆται τὸ **ΓΔ**, ἐκ δὲ τῆς ὑπὸ **ZΕΘ** τὸ **AB**. οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασιν ὁρᾶται τὰ ἵσα μεχέθη.

 θ' .

Τὰ ὁρθογώνια μεχέθη ἔξι ἀποστήματος ὁρώμενα περιφερῆ φαίνεται.

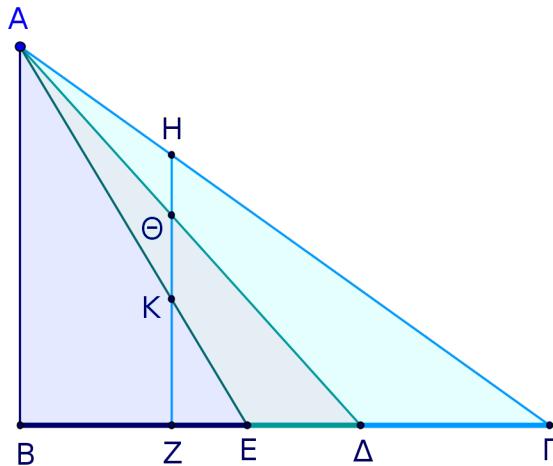


ἔστω γὰρ ὁρθογώνιον τὸ **BΓ** ἔστως μετέωρον ἔξι ἀποστήματος ὁρώμενον.

οὐκοῦν, ἐπεὶ ἔκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁρᾶται, ἡ μὲν **Γ** ἄρα χωνία οὐκ ὁρᾶται, τὰ δὲ **Δ**, **Ζ** σημεῖα μόνον φαίνεται. ὁμοίως καὶ ἐφ' ἔκάστης τῶν λοιπῶν χωνιῶν τοῦτο συμβήσεται. ὥστε ὅλον περιφερές φανήσεται.

ι'.

Τῶν κάτω τοῦ ὄμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω μετεωρότερα φαίνεται.



ἔστω ὄμμα τὸ Α μετεωρότερον κείμενον τοῦ BEΓ , καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AB , AE , AD , AG , ὥν ἡ AB κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. Λέγω, ὅτι τὸ $\Gamma\Delta$ τοῦ ΔE μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΔE τοῦ BE .

εἰλήφθω χάρα ἐπὶ τῆς BE τυχὸν σημεῖον κατὰ τὸ Z , καὶ ἥχθω πρὸς ὁρθὰς ἡ ZH . [καὶ] ἐπεὶ αἱ ὄψεις πρότερον πρὸς τὴν ZH προσπιπτουσιν ἥπερ πρὸς τὴν $Z\Gamma$, προσπιπτέτω τῇ ZH ἡ μὲν AG κατὰ τὸ H σημεῖον, ἡ δὲ AD κατὰ τὸ Θ , ἡ δὲ AE κατὰ τὸ K . ἐπεὶ οὖν τὸ H τοῦ Θ ἔστι μετεωρότερον, τὸ δὲ Θ τοῦ K , ἀλλ’ ἐνῷ ἔστι τὸ H , ἐν τούτῳ τὸ Γ , ἐνῷ δὲ τὸ Θ , ἐν τούτῳ τὸ Δ , ἐνῷ δὲ τὸ K , ἐν τούτῳ

τὸ E , διὰ δὲ τῶν AG , AD ἢ $\Delta\Gamma$ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν AD , AE ἢ ΔE , ἢ $\Gamma\Delta$ ἄρα τῆς ΔE μετεωροτέρα φαίνεται. ὅμοιως καὶ ἡ ΔE τῆς BE μετεωροτέρα φανήσεται· τὰ χάρα ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὀρώμενα μετεωρότερα φαίνεται.

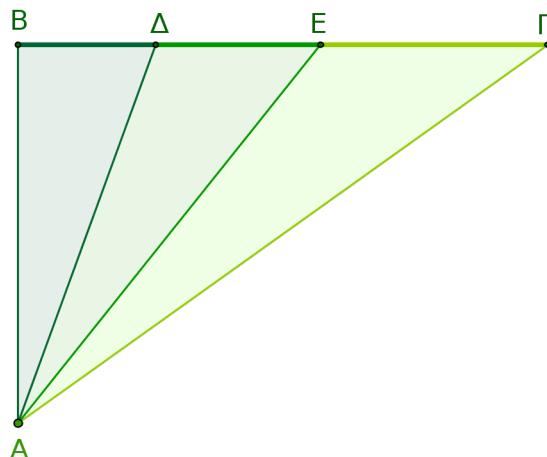
καὶ φανερόν, ὅτι τὰ ἐν μετεώρῳ κείμενα κοῖτα φανήσεται.

ια'.

Τῶν ἄνω τοῦ ὄμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω ταπεινότερα φαίνεται.

ἔστω ὄμμα τὸ A ταπεινότερον κείμενον τοῦ BG ἐπιπέδου, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ BA , AD , AE , AG , ὥν ἡ AB κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. Λέγω, ὅτι τὸ ΓE τοῦ ED ταπεινότερον φαίνεται.

διὰ δὴ τὸ προεκτεθὲν θεώρημα ταπεινοτέρα ἡ μὲν AG ἀκτὶς τῆς AE , ἡ δὲ AE τῆς AD , ἡ δὲ AD τῆς AB . ἀλλὰ διὰ μὲν τῶν GA , AE τὸ ΓE βλέπεται, διὰ δὲ τῶν EA , AD τὸ ED , διὰ δὲ τῶν ΔA , AB τὸ ΔB φαίνεται. τὸ ΓE ἄρα τοῦ ED ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ ED τοῦ ΔB .

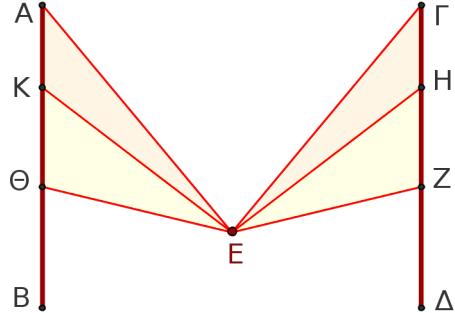


ιβ'.

Τῶν εἰς τοῦμπροσθεν μῆκος ἔχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά.

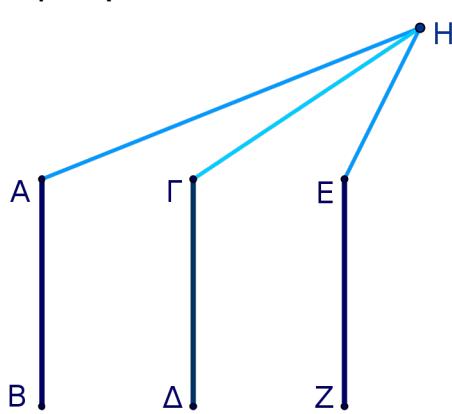
ἔστω δύο ὄρώμενα μεχέθη τὰ \overline{AB} , $\overline{ΓΔ}$, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ E , ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ $\overline{ΕΘ}$, $\overline{ΕΚ}$, $\overline{ΕΑ}$, $\overline{ΕΖ}$, $\overline{ΕΗ}$, $\overline{ΕΓ}$. Πέρι, ὅτι αἱ μὲν $\overline{ΕΖ}$, $\overline{ΕΗ}$, $\overline{ΕΓ}$ δοκοῦσιν εἰς τὰ ἀριστερὰ μετῆχθαι, αἱ δὲ $\overline{ΕΘ}$, $\overline{ΕΚ}$, $\overline{ΕΑ}$ εἰς τὰ δεξιά.

ἐπεὶ διὰ τὴν EZ τῆς EH ἔστι δεξιωτέρα, ἡ δὲ EH τῆς EG , ἐντεῦθεν ἄρα ἡ EG τῆς EH δοκεῖ εἰς τὰ ἀριστερὰ μετῆχθαι, ἡ δὲ HE τῆς EZ . ὅμοιῶς καὶ αἱ EK , EA , $EΘ$ δοκοῦσιν εἰς τὰ δεξιά μετῆχθαι.



ιγ'.

Τῶν ἵσων μεχεθῶν καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ δόμμα κειμένων τὰ πόρρω μετεωρότερα φαίνεται.



ἔστω ἵσα μεχέθη τὰ \overline{AB} , $\overline{ΓΔ}$, \overline{EZ} , ὅμμα δὲ ἔστω τὸ H μετεωρότερον κείμενον τῶν μεχεθῶν, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ \overline{HA} , \overline{HG} , \overline{HE} . Πέρι, ὅτι τὸ AB τοῦ $ΓΔ$ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ .

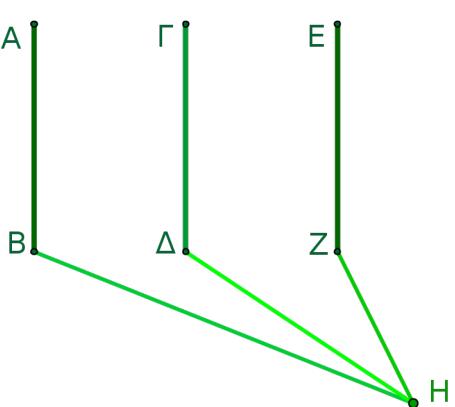
ἐπεὶ διὰ τὴν HA τῆς HG ἔστι μετεωρότερα, ἡ δὲ HG τῆς HE , καὶ ἐν ᾧ εἰσιν αἱ HA , HG , HE , ἐν τούτῳ ἔστι καὶ τὰ A , G , E σημεῖα, ἐν ᾧ δὲ τὰ A , G , E , ἐν τούτῳ καὶ τὰ AB , $ΓΔ$, EZ μεχέθη, τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ .

ιδ'.

Τῶν ἵσων μεχεθῶν καὶ ἀνωτέρω τοῦ δόμματος κειμένων τὰ πόρρω ταπεινότερα φαίνεται.

ἔστω ἵσα μεχέθη τὰ \overline{AB} , $\overline{ΓΔ}$, \overline{EZ} μετεωρότερα κείμενα τοῦ δόμματος τοῦ H . Πέρι, ὅτι τὸ AB τοῦ $ΓΔ$ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ . προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ \overline{HB} , \overline{HD} , \overline{HZ} .

ἐπεὶ οὖν ἡ HB ἀκτὶς τῆς HD ἔστι ταπεινοτέρα, ἡ δὲ HD τῆς HZ , ἀλλὶς ἐν ᾧ εἰσιν αἱ HB , HD , HZ , ἐν τούτῳ ἔστι καὶ τὰ B , D , Z σημεῖα, ἐν ᾧ δὲ τὰ B , D , Z , ἐν τούτῳ καὶ τὰ AB , $ΓΔ$, EZ μεχέθη, τὸ μὲν AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ [ταπεινότερόν ἐστιν].



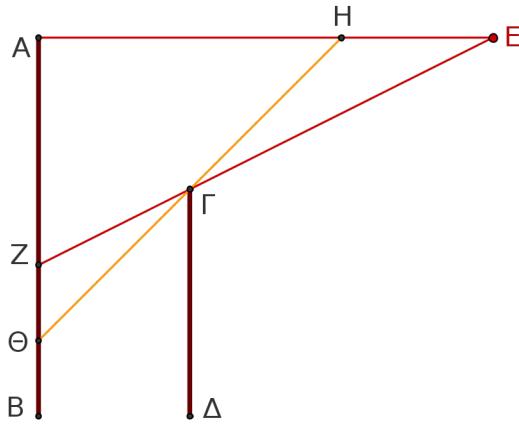
ιε'.

“Οσα ἀληθήλων ὑπερέχει ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὅμμα κείμενα, προσιόντος μὲν τοῦ ὅμματος μεῖζονι μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ ἐλάσσονι.

ἔστω δύο ἄνισα μεχέθη τὰ AB , $ΓΔ$, μεῖζον δὲ ἔστω τὸ AB , ὅμμα δὲ ἔστω τὸ E , ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ $Γ$ ἢ EZ .

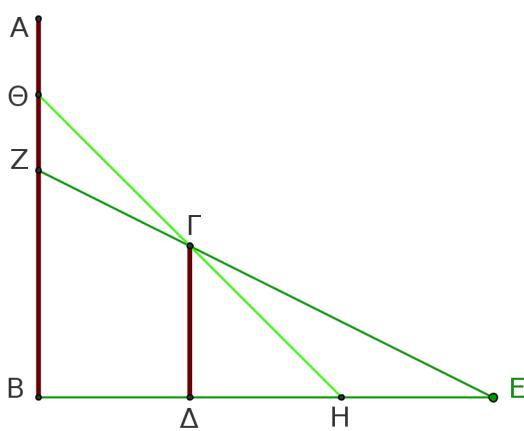
ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τοῦ ὅμματος καὶ τῆς EZ ἀκτῖνος τὰ ZB , $ΓΔ$ φαίνεται, τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ ὑπερθεν φαίνεται τῷ AZ μεχέθει.

μετακείσθω τὸ ὅμμα ἐχυτέρω καὶ ἔστω τὸ H , ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ $Γ$ ἢ $HΘ$. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τοῦ ὅμματος καὶ τῆς $HΘ$ ἀκτῖνος φαίνεται τὸ $ΓΔ$ καὶ τὸ $ΘB$, τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓA$ μεῖζον φανήσεται τῷ $AΘ$. ἐβλέπετο δὲ ὑπὸ τοῦ E τῷ AZ μεῖζον, μεῖζον δὲ τὸ $AΘ$ τοῦ AZ . προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὅμματος μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται μεῖζονι, ἀπιόντος δὲ ἐλάττονι [φαίνεται τὸ ὑπερφαινόμενον μεῖζον].



ιε'.

“Οσα ἀληθήλων ὑπερέχει ἐπάνω τοῦ ὅμματος ἄνισα μεχέθη, προσιόντος μὲν τοῦ ὅμματος ἐλάσσονι μεῖζον φαίνεται τὸ ὑπερφαινόμενον, ἀπιόντος δὲ μεῖζονι.

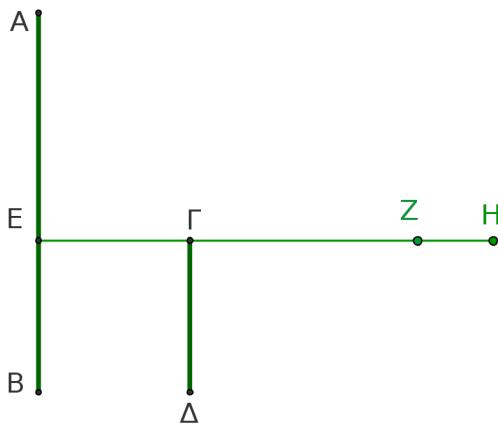


ἔστω ἄνισα μεχέθη τὰ AB , $ΓΔ$, ὡν μεῖζον τὸ AB . ἔστω ὅμμα τὸ E , ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ $Γ$ ἢ EZ . ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τῆς EZ ἀκτῖνος ἀπολαμβάνεται τὰ ZB , $ΓΔ$ μεχέθη, τὰ BZ , $ΓΔ$ ἄρα ἵσα ἀληθήλοις φαίνεται. τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ μεῖζον φαίνεται τῷ AZ μεχέθει.

προσήχθω δὴ τὸ ὅμμα ἐχυτέρω καὶ ἔστω τὸ H , ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ $Γ$ ἢ $HΘ$. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τῆς $HΘ$ ἀκτῖνος ἀπολαμβάνεται τὰ $BΘ$, $ΓΔ$, ὑπὸ δὲ τῆς EZ τὰ ZB , $ΓΔ$, ἔστι δὲ τὸ $ZΑ$ τοῦ $AΘ$ μεῖζον, προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὅμματος ἐλάσσονι μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ μεῖζονι [μεῖζον].

Ιζ'.

“Οσα ἀληθήλων ὑπερέχει, ἐπ’ εὐθείας τῷ ἐλάττονι μεχέθει τοῦ ὅμματος προσιόντος τε καὶ ἀφισταμένου τῷ ἵσψ ἀεὶ δόξει τὸ ὑπερφαινόμενον τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχειν.



ἔστω δύο ἄνισα μεχέθη τὰ **AB**, **ΓΔ**, ὃν μεῖζον τὸ **AB**, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ **Z** ἐπ’ εὐθείας κείμενον τῷ πέρατι τοῦ **ΓΔ** μεχέθους τῷ **Γ**. Πέχω, ὅτι τοῦ **Z** ὅμματος προσιόντος καὶ ἀφισταμένου ἐπ’ εὐθείας ὄντος τῷ ἵσψ δόξει ὑπερφαίνεσθαι τὸ **AB** τοῦ **ΓΔ**.

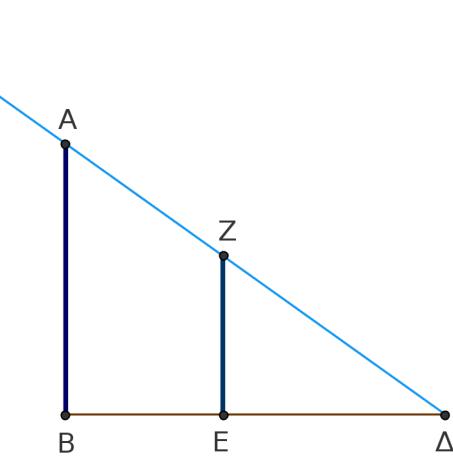
προσπιπτέτω γὰρ ἀκτὶς διὰ τοῦ **Γ** ἡ **ZE**. τὸ **AB** ἄρα τοῦ **ΓΔ** ὑπερφαίνεται τῷ **AE**. μετακεκινήσθω δὴ τὸ ὅμμα καὶ ἔστω ἀπιπτέρω καὶ ἔστω ἐπ’ εὐθείας τὸ **H**. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ **H** ὅμματος ἀκτὶς προσπιπτουσα ἐμεύσεται διὰ τοῦ **Γ** σημείου καὶ προσενεχθήσεται μέχρι τοῦ **E** σημείου, καὶ τῷ αὐτῷ ὑπερφανήσεται τὸ **AB** τοῦ **ΓΔ**.

Ιη'.

Τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, πηλίκον ἔστιν, ἡρίου φαίνοντος.

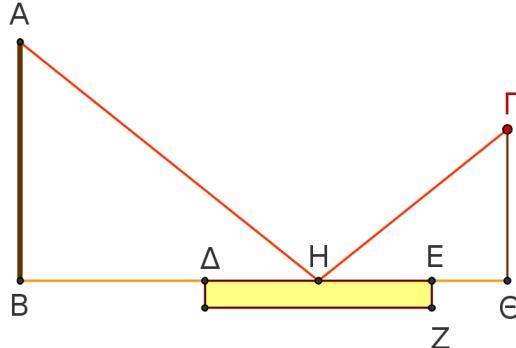
ἔστω τὸ δοθὲν ὕψος τὸ **AB**, καὶ δέον αὐτὸ διαγνῶναι, πηλίκον ἔστιν. ἔστω μὲν ὅμμα τὸ **Δ**, ἡρίου δὲ ἀκτὶς ἡ **ΓΑ** συμβάλλοντα τῷ πέρατι τοῦ **AB** μεχέθους καὶ διήχθω μέχρι τοῦ **Δ** ὅμματος. ἔστω δὲ σκιά ἡ **ΔB** τοῦ **AB**. καὶ κείσθω ἔτερόν τι μέχεθος τὸ **EZ** συμβάλλον τῇ ἀκτῖνι μὴ πάντας καταυγαζόμενον ὑπ’ αὐτῆς κατὰ τὸ **Z** πέρας.

ἥρμοσται οὖν εἰς τὸ **ABΔ** τρίγωνον ἔτερόν τι τρίγωνον τὸ **EZΔ**. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ **ΔE** πρὸς τὴν **ZE**, οὕτως ἡ **ΔB** πρὸς τὴν **BA**. ἀλλ’ ὁ τῆς **ΔE** πρὸς τὴν **EZ** λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς **ΔB** ἄρα πρὸς τὴν **BA** λόγος ἐστὶ γνώριμος. γνώριμον δὲ τὸ **ΔB**. γνώριμον ἄρα καὶ τὸ **AB**.



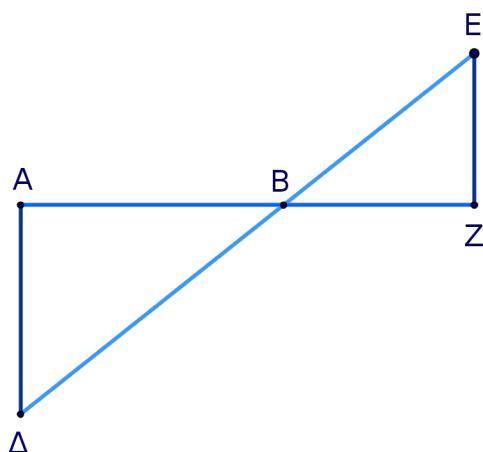
Ιθ'.
Μὴ ὑπάρχοντος ἡμίου τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, πηλίκον ἔστιν.

ἔστω τι [μεχέθους] ὕψος τὸ **AB**, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ **Γ**, καὶ δέον ἔστω τὸ **AB** γνῶναι, πηλίκον ἔστιν, ὡς μὴ ὑπάρχοντος ἡμίου. κείσθω κάτοπτρον τὸ **ΔΖ**, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ **ΕΔ** ἐπ' εύθείας ἡ **ΔΒ**, ἄχρις οὖ συμβαλεῖ τῷ πέρατι τοῦ **AB** μεχέθους τῷ **B**, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἀπὸ τοῦ ὅμματος τοῦ **Γ** ἡ **ΓΗ**, καὶ ἀντανακεκλάσθω, ἄχρις οὖ συμβαλεῖ τῷ πέρατι τοῦ **AB** μεχέθους τῷ **A**, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ **ΔΕ** ἡ **ΕΘ**, καὶ ἥχθω ἀπὸ τοῦ **Γ** ἐπὶ τὴν **ΕΘ** κάθετος ἡ **ΓΘ**.



ἐπεὶ οὖν προσπέπτωκεν ἀκτὶς ἡ **ΓΗ** καὶ ἀντανακέκλασται ἡ **HA**, πρὸς ἵσας γωνίας ἀνακεκλασμέναι εἰσὶν, ὡς ἐν τοῖς Κατοπτρικοῖς λέγεται· ἵση ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ **ΓΘΘ** τῇ ὑπὸ **AHB**. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ **AHB** τῇ ὑπὸ **ΓΘΘ** ἵση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ **ΗΓΘ** λοιπῇ τῇ ὑπὸ **HAB** ἐστιν ἵση. ἴσογωνιον ἄρα ἐστὶ τὸ **AHB** τρίγωνον τῷ **ΓΘΘ** τριγώνῳ. τῶν δὲ ἴσογωνιων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί. ἐστιν ἄρα, ὡς ἡ **ΓΘ** πρὸς τὴν **ΘΗ**, οὕτως ἡ **AB** πρὸς τὴν **BH**. ἀλλ' ὁ τῆς **ΓΘ** πρὸς τὴν **ΘΗ** λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς **BA** ἄρα πρὸς τὴν **BH** λόγος ἐστὶ γνώριμος. ἀλλ' ἡ **HB** ἐστι γνώριμος. καὶ ἡ **AB** ἄρα ἐστὶ γνώριμος.

Κ'.
Τὸ δοθὲν βάθος γνῶναι, πηλίκον ἔστιν.

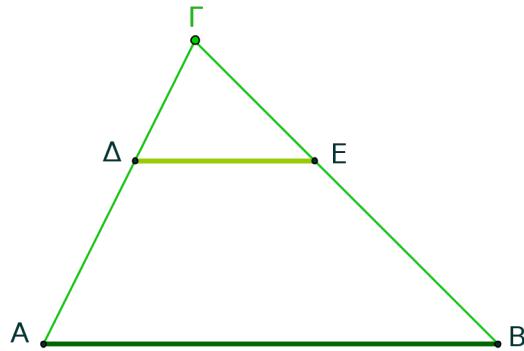


ἔστω τὸ δοθὲν βάθος τὸ **ΑΔ**, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ **E**, καὶ δέον τὸ βάθος γνῶναι, πηλίκον ἔστιν.

προσπιπτέτω χάρη τῇ ὕψει ἡμίου ἀκτὶς ἡ **ED** συμβάλλουσα τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ **B** σημεῖον καὶ τῷ βάθει κατὰ τὸ **Δ**. καὶ προσεκβεβλήσθω ἀπὸ τοῦ **B** ἐπ' εύθείας ἡ **BZ**, καὶ ἥχθω ἀπὸ τοῦ **E** ἐπὶ τὴν **BZ** εύθεῖαν κάθετος ἡ **EZ**.

ἐπεὶ οὖν ἵση γωνία ἡ ὑπὸ **EZB** τῇ ὑπὸ **ΒΑΔ**, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ **ΑΒΔ** τῇ ὑπὸ **ΕΒΖ**, καὶ ἡ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ **BEZ** τῇ ὑπὸ **ΑΔΒ** ἐστιν ἵση. ἴσογωνιον ἄρα ἐστὶ τὸ **ΑΔΒ** τρίγωνον τῷ **BEZ** τριγώνῳ. καὶ αἱ πλευραὶ ἀνάλογοι ἐσονται. ἐστιν ἄρα, ὡς ἡ **EZ** πρὸς τὴν **ZB**, ἡ **ΔΑ** πρὸς τὴν **ΔB**. ἀλλ' ὁ τῆς **EZ** πρὸς τὴν **ZB** λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς **ΔΑ** ἄρα πρὸς τὴν **ΔB** λόγος ἐστὶ γνώριμος. καὶ ἔστι καὶ τὸ **AB** γνώριμον. καὶ τὸ **ΑΔ** ἄρα γνώριμόν ἐστιν.

Τὸ δοθὲν μῆκος ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἔστιν.



ἔστω τὸ δοθὲν μῆκος τὸ \overline{AB} , ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ , καὶ δέον ἔστω τὸ \overline{AB} μῆκος γνῶναι, πηλίκον ἔστιν. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ $\Gamma\Delta$, $\Gamma\mathbf{B}$, καὶ εἰλήφθω ἐχθὺς τοῦ ὅμματος τοῦ Γ ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος τυχὸν σημεῖον τὸ Δ , καὶ ἥκθω διὰ τοῦ Δ σημείου τῇ \overline{AB} παράλληλος εύθεῖα ἡ $\Delta\mathbf{E}$.

ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $\overline{AB}\Gamma$ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν \overline{BA} ἥκται ἡ $\Delta\mathbf{E}$, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν $\Delta\mathbf{E}$, οὔτως ἡ $\Gamma\mathbf{A}$ πρὸς τὴν \overline{AB} . ἀλλ' ὁ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν

$\Delta\mathbf{E}$ λόγος ἔστι γνώριμος· καὶ ὁ τῆς $\mathbf{A}\Gamma$ ἄρα πρὸς τὴν \overline{AB} λόγος γνώριμός ἔστιν. καὶ γνώριμός ἔστιν ἡ $\mathbf{A}\Gamma$. γνώριμος ἄρα καὶ ἡ \overline{AB} .

κβ'.

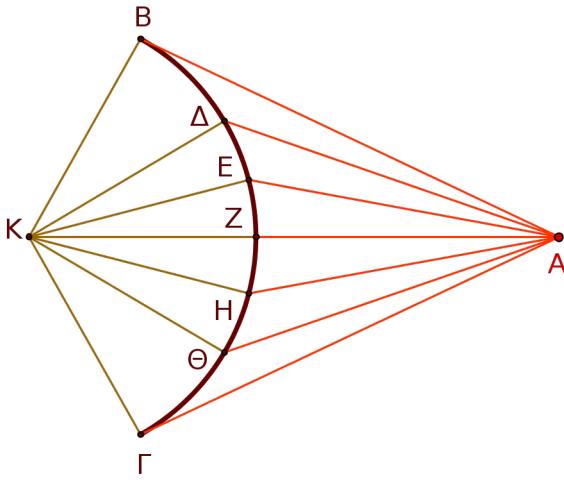
Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐνῷ τῷ ὅμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῆ, ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια εύθεῖα γραμμὴ φαίνεται.

ἔστω κύκλου περιφέρεια ἡ \overline{BG} ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένῃ τῷ ὅμματι τῷ A , ἀφ' οὐ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{AE} , \overline{AZ} , \overline{AH} , $\overline{A\Theta}$, $\overline{A\Gamma}$. Πέχω, ὅτι ἡ \overline{BG} περιφέρεια εύθεῖα φαίνεται. κείσθω τῆς περιφερείας τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ K , καὶ ἐπεζεύχωσαν εύθεῖαι αἱ \overline{KB} , \overline{KD} , \overline{KE} , \overline{KZ} , \overline{KH} , $\overline{K\Theta}$, \overline{KG} .

ἐπεὶ οὖν ἡ \overline{KB} ὑπὸ τῆς ὑπὸ \overline{KAB} γωνίας βλέπεται, ἡ δὲ \overline{KD} ὑπὸ τῆς ὑπὸ \overline{KAD} , μείζων ἄρα φανήσεται ἡ μὲν \overline{KB} τῆς \overline{KD} , ἡ δὲ \overline{KD} τῆς \overline{KE} , ἡ δὲ \overline{KE} τῆς \overline{KZ} , καὶ ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους ἡ μὲν \overline{KG} τῆς $\overline{K\Theta}$, ἡ δὲ $\overline{K\Theta}$ τῆς \overline{KH} , ἡ δὲ \overline{KH} τῆς \overline{KZ} μείζων φανήσεται. διὰ τοῦτο δὴ τῆς μενούσης εύθείας τῆς \overline{KA} κάθετος ἡ \overline{BG} ἀεὶ ἔστιν. τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται καὶ ἐπὶ τῆς κοιλῆς περιφερείας.

Ἄλλως.

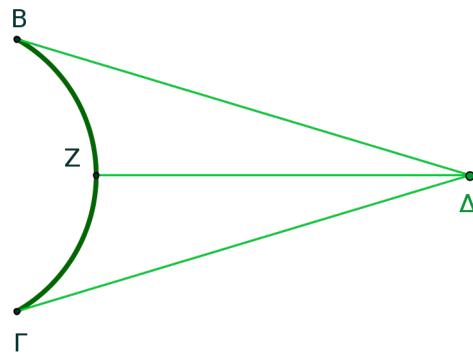
Δυνατὸν δὲ καὶ ἐπ' αὐτῶν τῶν ὅψεων ταῦτα θέξειν, ὅτι ἐλαχίστη μὲν ἡ μεταξὺ τοῦ A ὅμματος καὶ τῆς διαμέτρου, ἀεὶ δὲ ἡ ἐχθὺς αὐτῆς ἐλάττων τῆς ἀπώτερον. ταύτα δὲ συμβαίνει καὶ [ἐὰν] καθέτου ἐπ' αὐτὴν οὕσης τῆς \overline{AZ} . διὰ τοῦτο φαντασίαν εύθείας ἀποστέλλει ἡ περιφέρεια, καὶ μάλιστα εἰς ἀπὸ πλείονος φαίνοιτο διαστήματος ὥστε μὴ συναισθάνεσθαι ἡμᾶς τῆς κυρτότητος. διὰ τοῦτο καὶ οἱ μὴ πάνυ ἀποτεταμένοι κάθοι ἐκ πλαγίου μὲν ὁρώμενοι ἐχάλασμα ἔχειν δοκοῦσιν, ὑποκάτωθεν δὲ εύθεῖς εἶναι, καὶ αἱ σκιαὶ δὲ τῶν κρίκων ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ φωτίζοντι εύθεῖαι γίνονται.



Άλλως.

Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ ὅμματι κύκλου περιφέρεια τεθῇ, εὐθεῖα δραμμὴ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια φαίνεται.

ἔστω κύκλου περιφέρεια ἡ $B\Gamma$, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὃν τῇ $B\Gamma$ περιφερείᾳ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὅψεις αἱ ΔB , ΔZ , $\Delta \Gamma$. οὐκοῦν, ἐπειδὴ τῶν ὁραμένων οὐδὲν ὅλον ἄμα ὀρᾶται, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ BZ . ὅμοίως δὴ καὶ ἡ $Z\Gamma$. ὅλη ἄρα ἡ $B\Gamma$ περιφέρεια εὐθεῖα δόξει.

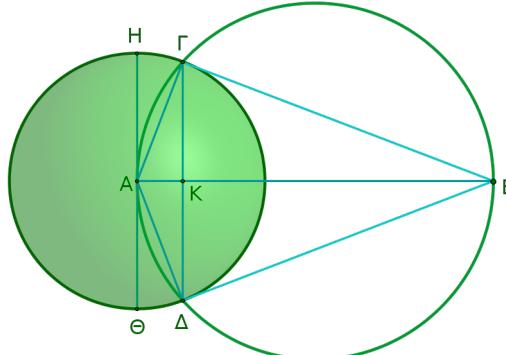


κχ'.

Σφαίρας ὅπωσδηποτοῦν ὁραμένης ὑπὸ ἐνὸς ὅμματος ἔλασσον ἀεὶ ἡμισφαιρίου φαίνεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας μέρος κύκλου περιφέρεια φαίνεται.

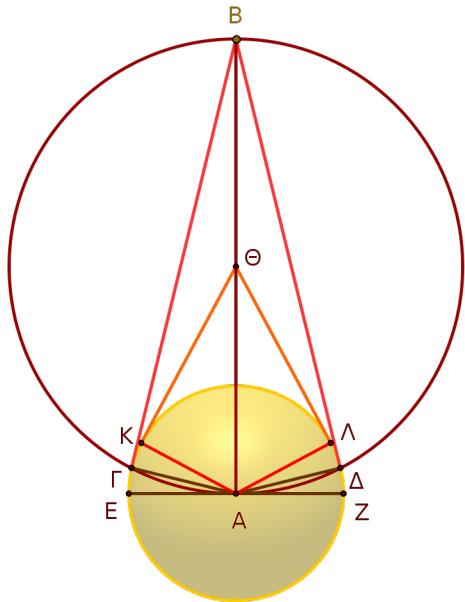
ἔστω σφαῖρα, ἣς κέντρον μὲν τὸ A , ὅμμα δὲ ἔστω τὸ B . καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AB , καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς BA ἐπίπεδον. ποιήσει οὖν τομὴν κύκλου. ποιείτω τὸν $\Gamma\Delta\Theta\Η$ κύκλον, καὶ περὶ διάμετρον τὴν AB κύκλος χειράφθω ὁ $\Gamma\Delta\Delta$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ $\Gamma\mathbf{B}$, $\mathbf{B}\Delta$, $\mathbf{A}\Delta$, $\mathbf{A}\Gamma$. ἐπεὶ οὖν ἡμικύκλιον ἐστι τὸ $A\Gamma\mathbf{B}$, ὥρθη γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ $A\Gamma\mathbf{B}$ · ὅμοίως καὶ ἡ ὑπὸ $\mathbf{B}\Delta\Delta$. αἱ $\Gamma\mathbf{B}$, $\mathbf{B}\Delta$ ἄρα ἐφάπτονται.

ἐπεζεύχθω οὖν ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ ἥχθω διὰ τοῦ A σημείου τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἡ $H\Theta$. ὥρθαι ἄρα αἱ πρὸς τῷ K . ἐὰν δὴ τὸ $B\Gamma\mathbf{K}$ τρίγωνον μενούστης τῆς AB περὶ τὴν ὥρην γωνίαν τὴν K περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ἡ μὲν $B\Gamma$ καθ' ἐν σημεῖον ἐφάψεται τῆς σφαίρας, ἡ δὲ $K\Gamma$ ποιήσει τὴν τομὴν κύκλου. κύκλου μὲν ἄρα περιφέρεια ὥφθησεται ἐν τῇ σφαίρᾳ. Λέγω δὲ, ὅτι καὶ ἔλαττον ἡμισφαιρίου. ἐπεὶ γὰρ ἡμικύκλιον ἐστι τὸ $H\Theta$, τὸ $\Gamma\Delta$ ἔλαττον ἡμικύκλιον ἐστίν. καὶ ὀρᾶται ὑπὸ τῶν $B\Gamma$, $\mathbf{B}\Delta$ ἀκτίνων τὸ αὐτὸ τῆς σφαίρας μέρος. ἔλαττον ἄρα ἡμισφαιρίου τὸ $\Gamma\Delta$ · καὶ ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τῶν $B\Gamma$, $\mathbf{B}\Delta$ βλέπεται.



κδ'.

Τοῦ ὄμματος προσιόντος τῇ σφαίρᾳ ἔλαττον ἔσται τὸ δρώμενον, δόξει δὲ μεῖζον δρᾶσθαι.



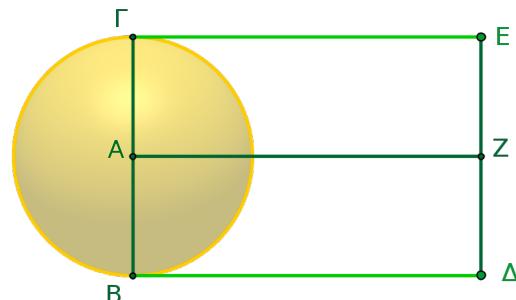
ἔστω σφαῖρα, ἵσ κέντρον μὲν τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἀφ' οὗ ἐπεζεύχθω εύθεῖα ἡ ΑΒ. καὶ περιχεχράφθω περὶ τὴν ΑΒ κύκλος ὁ ΓΒΔ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΒ εύθειᾳ πρὸς ὥρθὰς ἐφ' ἐκάτερα εύθεια ἡ ΕΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΕΖ, ΑΒ ἐπίπεδον. ποιήσει οὖν τομὴν κύκλου. ἔστω ὁ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΑ, ΑΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΔ. διὰ δὴ τὸ πρὸ αὐτοῦ ὥρθαι [μὲν] αἱ πρὸς τοῖς Γ, Δ σημείοις. ἐφάπτονται ἄρα αἱ ΒΓ, ΒΔ, αἵτινές εἰσιν ἀκτῖνες, καὶ βλέπεται ὑπὸ τοῦ Β ὄμματος τὸ ΓΔ μέρος τῆς σφαίρας. μετακεκινήσθω δὴ τὸ ὄμμα ἔχοιν τῆς σφαίρας καὶ ἔστω τὸ Θ, ἀφ' οὗ ἐπεζεύχθω εύθεια ἡ ΘΑ, καὶ [περὶ] χειράφθω κύκλος ὁ ΑΛΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΚ, ΚΑ, ΑΛ, ΛΘ εύθειαι. ὅμοιῶς δὴ ὑπὸ τοῦ Θ ὄμματος βλέπεται μὲν τὸ ΚΛ μέρος τῆς σφαίρας, ὑπὸ δὲ τοῦ Β ἐβλέπετο τὸ ΓΔ. ἔλαττον δὲ τὸ ΚΛ τοῦ ΓΔ. προσιόντος ἄρα τοῦ ὄμματος ἔλαττόν ἔστι τὸ δρώμενον. δοκεῖ δὲ μεῖζον φαίνεσθαι· μείζων γὰρ ἡ ὑπὸ ΚΘΛ χωνία τῆς ὑπὸ ΓΒΔ χωνίας.

κε'.

Σφαίρας διὰ δύο ὄμμάτων δρωμένης ἐὰν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἴση τῇ τῇ εύθειᾳ, ἐφ' ἣν διεστήκασι τὰ ὄμματα ἀπ' ἀλλήλων, τὸ ἡμισφαίριον αὐτῆς ὀφθήσεται ὅλον.

ἔστω σφαῖρα, ἵσ κέντρον τὸ Α, καὶ χειράφθω ἐν τῇ σφαίρᾳ περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ ἦχθω διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΒΓ, καὶ ἦχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ πρὸς ὥρθὰς αἱ ΒΔ, ΓΕ, τῇ δὲ ΒΓ παράλληλος ἔστω ἡ ΔΕ, ἐφ' ἵσ κείσθω τὰ ὄμματα τὰ Δ, Ε. θέω, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον ὅλον ὀφθήσεται.

ἦχθω διὰ τοῦ Α ἐκάτερα τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἡ ΑΖ· τὸ ΑΒΔΖ ἄρα παραλ-ληλόχραμμόν ἔστιν. ἐὰν δὴ μενούστης τῆς ΑΖ περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι τὸ περιενεχθὲν σχῆμα, ἄρξεται μὲν ἀπὸ τοῦ Β, ἔλεύσεται δὲ καὶ ἐπὶ τὸ Γ καὶ τὸ Β, καὶ τὸ περιχραφὲν ὑπὸ τῆς ΑΒ σχῆμα κύκλος ἔσται, ὃς γε διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἔστιν. ἡμισφαίριον ἄρα ὀφθήσεται ὑπὸ τῶν Δ, Ε ὄμμάτων.

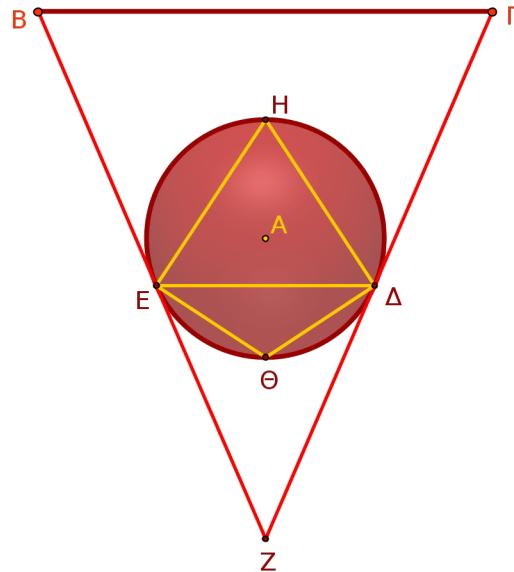


κς'.

Ἐὰν τὸ τῶν ὄμμάτων διάστημα μεῖζον ἢ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, μεῖζον τοῦ ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται τῆς σφαίρας.

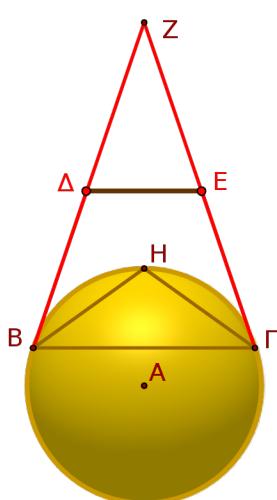
ἔστω σφαῖρα, ἡς κέντρον τὸ Α, καὶ περιγεγράφθω περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος ὁ ΕΘΔΗ, ὅμματα δὲ τὰ Β, Γ, καὶ ἔστω τὸ διάστημα τὸ μεταξὺ τῶν Β, Γ ὅψεων μεῖζον τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. Λέγω, ὅτι μεῖζον τοῦ ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται.

προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΕ, ΓΔ καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ε, Δ μέρη· συμβάλλονται δὴ ἀλλήλαις διὰ τὸ ἐλάσσονα εἶναι τὴν διάμετρον τῆς ΒΓ. συμβαλλόνται δὴ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἀπό τινος σημείου τῶν ἐκτὸς τοῦ κύκλου πρὸς τὴν περιφέρειαν προσπεπτώκασιν εύθεῖαι αἱ ΖΕ, ΖΔ, τὸ ΔΘΕ ἄρα ἐλαττόν ἔστιν ἡμικυκλίου. τὸ ΕΗΔ ἄρα μεῖζόν ἔστιν ἡμικυκλίου. ἀλλ' ὑπὸ τῶν Β, Γ τὸ ΕΗΔ βλέπεται. μεῖζον ἄρα ἢ τὸ ἡμισύνον ὀφθήσεται τοῦ κύκλου ὑπὸ τῶν Β, Γ. τὸ αὐτὸν ἄρα καὶ τῆς σφαίρας ὀφθήσεται.



κζ'.

Ἐὰν τὸ τῶν ὄμμάτων διάστημα ἐλαττον ἢ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, ἐλαττον ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται.



ἔστω σφαῖρα, ἡς κέντρον τὸ Α σημεῖον, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ Α σημεῖον κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω τὸ διάστημα τῶν ὄμμάτων τὸ ΔΕ ἐλασσονὸν τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, ἀφ' οὗ ἡχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ ΔΒ, ΕΓ αἱ αὐταὶ καὶ ἀκτῖνες. Λέγω, ὅτι ἐλασσονὸν ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται.

ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΒΔ, ΓΕ· συμπεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὰ Γ, Η, Β μέρη, ἐπειδήπερ ἡ ΔΕ ἐλασσονὸν ἔστι τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου. συπιπτέωσαν κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἀπό τινος σημείου τοῦ Ζ προσπεπτώκασιν εύθεῖαι αἱ ΖΓ, ΖΒ, τὸ ΒΗΓ ἄρα ἐλαττόν ἔστιν ἡμικυκλίου. ἀλλ' ἐνῷ ἔστι τὸ ΒΗΓ τμῆμα, ἐν τούτῳ καὶ τὸ τῆς σφαίρας. ἀποθαμβάνουσιν ἄρα ἐλαττονὸν ἡμισφαιρίου.

κτη'.

Κυλίνδρου ὅπωσδηποτοῦν ὑπὸ ἐνὸς ὄμματος ὁραμένου ἔλαττον ἡμικυλίνδρίου ὀφθήσεται.

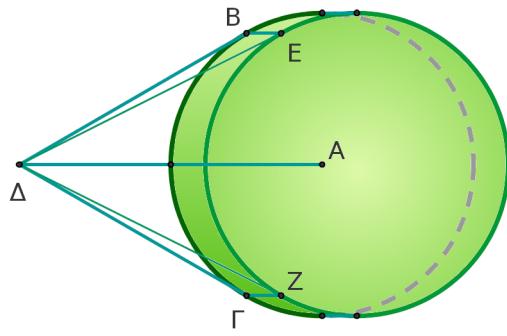
Ἐστω κύλινδρος, οὗ ἐστω κέντρον τῆς βάσεως τὸ Α σημεῖον, καὶ περιχεχράφθω περὶ τὸ Α κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω ὄμμα τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κείμενον τῇ βάσει τοῦ κυλίνδρου τῇ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Α ἢ ΔΑ, καὶ ἥχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἀκτίνες αἱ ΔΒ, ΔΓ, καὶ ἐφαπτέσθωσαν τοῦ κύκλου, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὁρθὰς πλευραὶ τοῦ κυλίνδρου αἱ ΒΕ, ΓΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ τε διὰ τῶν ΔΒ, ΒΕ ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν ΔΓ, ΓΖ. οὐδέτερον ἄρα αὐτῶν τέμνει τὸν κύλινδρον· ἐφάπτονται χάρ καὶ αἱ ΔΒ, ΔΓ καὶ αἱ ΒΕ, ΓΖ. βλέπεται οὖν ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἀκτίνων τὸ ΒΓ, ὅπερ ἐστὶν ἔλαττον ἡμικυλίου. τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον καὶ ἔλαττον ἡμικυλίου ὁραθήσεται.

εἰ δὲ ὑπὸ δύο ὄμμάτων ὁρῶσθαι, φανερόν, ὅτι καὶ ἐπ' αὐτοῦ συμβήσεται τὰ ἐπὶ τῆς σφαιρᾶς εἰρημένα.

Ἄλλως.

Ἐστω κύκλος, οὗ ἐστω κέντρον τὸ Α, σημεῖον δὲ ἐκτὸς ἐστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Ζ ἢ AZ, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ AZ πρὸς ὁρθὰς ἐφ' ἕκατερα τὰ μέρη ἢ ΓΔ· ἢ ΓΔ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ κύκλου. καὶ περιχεχράφθω περὶ τὴν AZ κύκλος ὁ ABZE, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AB, BZ, ZE, EA. αἱ ZB, ZE ἄρα ἐφάπτονται, ἐπειδήπερ αἱ πρὸς τοῖς Β, Ε σημείοις εἰσὶν ὁρθαί. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τινος σημείου τοῦ Ζ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπεπτώκασιν ἀκτίνες αἱ BZ, ZE, τὸ BE ἄρα μέρος ὁραθήσεται τοῦ κύκλου. ἐστι δὲ τὸ ΓΒΕΔ ἡμικύκλιον. τὸ BE ἄρα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυλίου.

τοῦτο δὲ τὸ θεώρημα γέγονε πρὸς τοὺς κώνους τε καὶ τοὺς κυλίνδρους. ἐὰν γάρ ἀπὸ τῶν Β, Ε σημείων ἀχθῶσι πρὸς ὁρθὰς αἱ πλευραὶ τῶν κυλίνδρων, ἐφάψονται αὐτῶν, καθ' ὃ μέρος καὶ αἱ ἀκτίνες προσπίπουσι, καὶ ἀποκλεισθήσεται τὸ ΒΔΕ μέρος τῆς ὄψεως, θεωρηθήσεται δὲ τὸ BE μέρος τοῦ ἡμικυλίου. τὸ αὐτὸν ἄρα μέρος καὶ τῶν κώνων θεωρηθήσεται τὸ ἔλαττον.

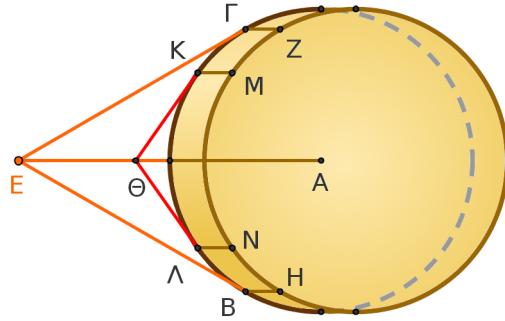


κθ'.

Τοῦ ὅμματος τεθέντος ἔχοιον τοῦ κυλίνδρου ἔλαττον μέν ἐστι τὸ περιλαμβανόμενον, ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τοῦ κυλίνδρου, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

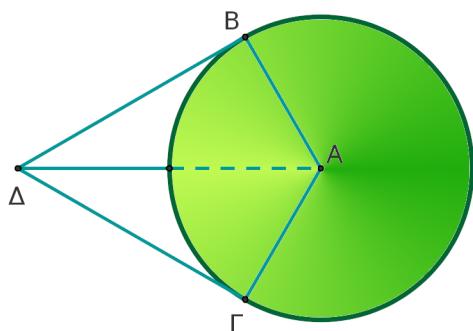
ἔστω κύλινδρος, οὗ βάσις μὲν ὁ $B\Gamma$ κύκλος, κέντρον δὲ τὸ A , ὅμμα δὲ τὸ E , ἀφ' οὗ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ EA , καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτίνες αἱ EB , EG , καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν B , G σημείων πρὸς ὁρθὰς τῷ κυλίνδρῳ αἱ ΓZ , BH . διὰ δὴ τὰ πρότερα τὸ $H\Gamma\Theta Z$ ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυλίνδρου· καὶ βλέπεται ὑπὸ τοῦ E ὅμματος. μετακείσθω δὴ τὸ ὅμμα ἔχοιον τὸ Θ . Λέγω, ὅτι τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τοῦ Θ ὅμματος δοκεῖ τοῦ $Z\Gamma\Theta H$ μεῖζον φαίνεσθαι ἔλαττον αὐτοῦ ὅν.

προσπιπτέωσαν ἀκτίνες αἱ ΘK , ΘL , καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν K , L σημείων [αἱ] πλευραὶ τοῦ κυλίνδρου πρὸς ὁρθὰς αἱ KM , LN . θεωρηθήσεται δὴ ὑπὸ τῶν ΘK , ΘL ἀκτίνων τὸ $MKLN$ μέρος τοῦ κυλίνδρου. ἀλλὰ καὶ ὑπὸ τῶν EB , EG τὸ $Z\Gamma\Theta H$. ἐστὶ δὲ τὸ $Z\Gamma\Theta H$ τοῦ $MKLN$ μεῖζον· δοκεῖ δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ἐπειδήπερ καὶ μείζων γωνία ἡ πρὸς τῷ Θ τῆς πρὸς τῷ E .



ἅ.

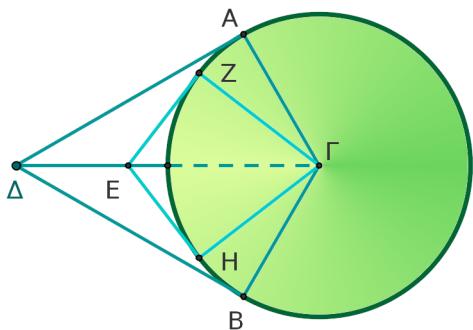
Κώνου κύκλου ἔχοντος τὴν βάσιν καὶ πρὸς ὁρθὰς αὐτῇ τὸν ἄξονα ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὅμματος ὁραμένου ἔλαττον ἡμικωνίου ὁφθήσεται.



ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ $B\Gamma$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Δ , ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτίνες αἱ ΔB , $\Delta \Gamma$. καὶ ἐπεὶ προσπεπτώκασιν ἀκτίνες αἱ $\Delta \Gamma$, ΔB ἐφαπτόμεναι τοῦ $B\Gamma$, τὸ $B\Gamma$ ἄρα ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου διὰ τὰ προαποδεδειγμένα. ἤχθωσαν ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τῆς A ἐπὶ τὰ B , G σημεῖα πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ AB , AG . τὸ ἄρα ἐμπεριλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν AB , AG εὐθειῶν, καὶ τοῦ $B\Gamma$ τομέως ἔλαττόν ἐστιν ἡμικωνίου, ἐπειδήπερ καὶ τὸ $B\Gamma$ ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ἔλασσον ἄρα ἡμικωνίου ὁφθήσεται.

λα'.

Τοῦ δὲ ὅμματος ἔχοιν τεθέντος ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐνῷ ἐστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου, ἔλαττον μὲν ἐσται τὸ ὑπὸ τῶν ὁψεων ἐμπεριῆλαμβανόμενον μέρος, δόξει δὲ μεῖζον ὀρᾶσθαι.



Ἐστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ **ΑΒ** κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ **Γ** σημεῖον, ὅμμα δὲ ἐστω τὸ **Δ**, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ **Λ**, καὶ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ **ΔΛ**, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΔΑ, ΔΒ**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν [αἱ] πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ **ΑΓ, ΓΒ**. οὐκοῦν ὑπὸ τοῦ **Δ** ὅμματος καὶ τῶν **ΔΑ, ΔΒ** ὁψεων ἐμπεριῆλαμβάνεται τὸ **ΑΒΓ** μέρος τοῦ κώνου, καὶ ἐστιν ἔλαττον ἡμικωνίου. μετακείσθω δὴ τὸ ὅμμα ἔχοιν καὶ ἐστω τὸ **Ε**, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΕΖ, ΕΗ**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ πλευραὶ αἱ **ZΓ, ΓΗ**. πάλιν οὖν ἐμπεριῆλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ **Ε** ὅμματος καὶ τῶν **ΕΖ, ΕΗ**.

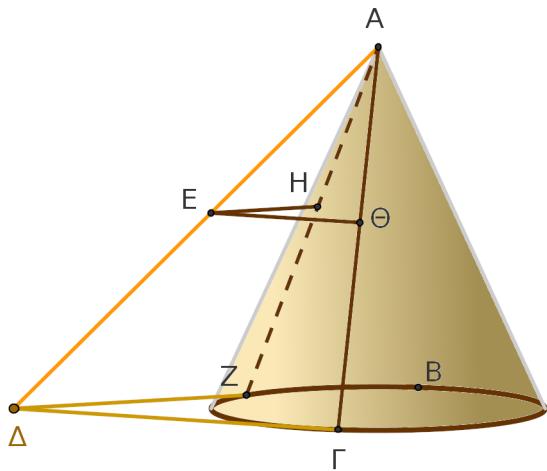
ΕΗ ὁψεων τὸ **ZΓΗ** μέρος τοῦ κώνου. ἐστι δὲ τὸ **ZΓΗ** τοῦ **ΑΒΓ** ἔλασσον· δοκεῖ δὲ μεῖζον φαίνεσθαι, ἐπειδὴ μεῖζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ **ΖΕΗ** χωνία τῆς ὑπὸ **ΑΔΒ** χωνίας.

φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐπὶ κώνου ὑπὸ τῶν δύο ὁμμάτων ὄρωμένου συμβήσεται τὰ ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κυλίνδρου τῶν ὄμοίως ὄρωμένων συμβαίνοντα.

λβ'.

Ἐὰν ἀπὸ τοῦ ὅμματος πρὸς τὴν τοῦ κώνου βάσιν προσπίπτωσιν ἀκτῖνες, ἀπὸ δὲ τῶν προσπιπτουσῶν ἀκτίνων καὶ ἐφαπτομένων ἀπὸ τῶν ἀφῶν εὐθεῖαι ἀχθῶσι διὰ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου πρὸς τὴν κορυφὴν αὐτοῦ, διὰ δὲ τῶν ἀχθεισῶν καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὅμματος πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κώνου προσπιπτουσῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῆσθαι, ἐπὶ δὲ τῆς συναφῆς αὐτῶν, τουτέστιν ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων, τὸ ὅμμα τεθῆ, τὸ δρώμενον τοῦ κώνου διὰ παντὸς ἵσον ὄφθήσεται τῆς ὁψεως ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου τῷ προϋποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὑπαρχούσης.

Ἐστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ **ΒΓ** κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ **Α** σημεῖον, ὅμμα δὲ ἐστω τὸ **Δ**, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΔΖ, ΔΓ**, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν **Ζ, Γ** πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου τὴν **Α** πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ **ΖΑ, ΓΑ**, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ τε διὰ τῶν **ΔΖ, ΔΓ** ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν **ΖΔ, ΓΔ**. ποιήσει ἄρα τὴν κοινὴν τομὴν εὐθεῖαν. ἐστω ἡ **ΑΕΔ**. Ηέχω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς **ΑΕΔ** μετατεθῇ τὸ ὅμμα, τὸ ἵσον τοῦ κώνου ὄφθήσεται, ὅσον καὶ ὑπὸ τῶν **ΔΓ, ΔΖ** ἀκτίνων ἐβλέπετο.



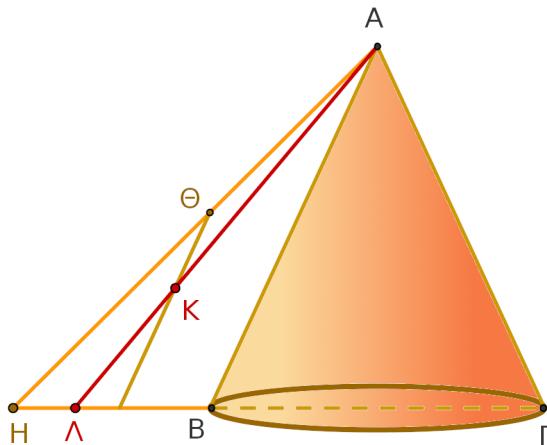
κείσθω γάρ ἐπὶ τῆς **ΑΕΔ** τὸ ὅμμα τὸ **Ε**, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες πρὸς τὸν κῶνον. ἔλεύσονται δὴ κατὰ τὰς **AZ**, **ΑΓ**, ἐπειδήπερ ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου κεῖται τὸ ὅμμα, κατ' εὐθείας δὲ γραμμὰς φέρονται αἱ ὄψεις. εἰ γάρ ἐκτὸς πεσοῦνται τῶν **ΑΓ**, **AZ**, κῆλασθήσονται αἱ ὄψεις ὅπερ ἄτοπον. ἔστωσαν οὖν αἱ **ΕΘ**, **ΕΗ**. ἐπεὶ οὖν ἐπὶ παραλλήλου μὲν ἐπιπέδου κατ' εὐθείας γραμμὰς φέρονται αἱ ὄψεις, τὰ δὲ ὑπὸ ἵσων γωνιῶν ὁρώμενα ἵσα φαίνεται, ὅσαι δ' ἀν ὄψεις ἐπὶ τῆς **ΑΕΔ** εὐθείας τεθῶσι παράλληλοι, ἵσας γωνίας περιέχουσι, τὸ ἵσον ἄρα τοῦ κώνου ὁφθῆσεται [εἴπερ ἵσον ὁρῶσιν· ἔλασσον δὲ τοῦ κώνου ὁρῶσιν· ὥστε καὶ τὸ ἔλαττον ὁφθῆσεται τοῦ κώνου].

λγ'.

Πάλιν δὲ γε τοῦ ὅμματος μετατεθέντος ἀπὸ τοῦ ταπεινοῦ μετεώρου μὲν τοῦ ὅμματος τεθέντος μεῖζον μὲν ἔσται τοῦ κώνου τὸ ὁρώμενον, δόξει δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ταπεινοτέρου δὲ ἔλασσον μὲν ἔσται, δόξει δὲ μεῖζον φαίνεσθαι.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ **BΓ** κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ **A** σημεῖον, καὶ ἔστωσαν αἱ πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ **BA**, **ΑΓ**. ἐπεζεύχθω ἡ **BΓ**, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ **BΓ** ἡ **BH**, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ τυχόντος τοῦ **Θ** σημείου τῇ **AB** παράλληλος ἡ **ΘΚ**. λέγω, ὅτι μεῖζον μὲν ἔσται, ἔλασσον δὲ ὁφθῆσεται τοῦ κώνου τὸ ὁρώμενον τοῦ ὅμματος τεθέντος ἐπὶ τοῦ **Θ** σημείου ἥπερ ἐπὶ τοῦ **K**.

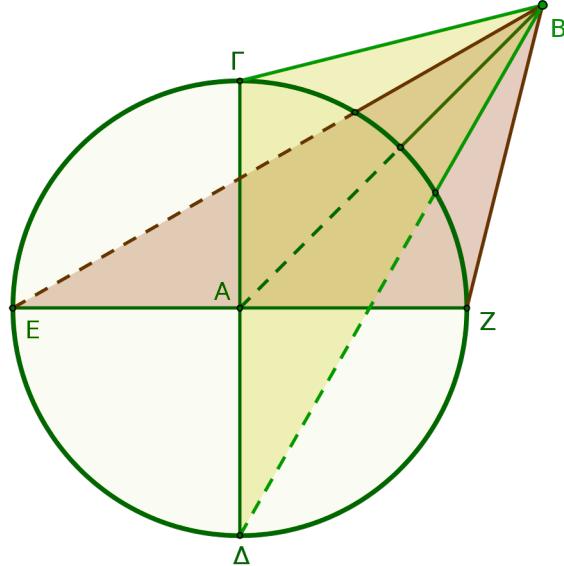
ἐπεζεύχθωσαν αἱ **AK**, **AΘ**, καὶ προσεκβεβλήσθω ἡ **AΘ** ἐπὶ τὸ **H**, ἡ δὲ **AK** ἐπὶ τὸ **L**. ούκοῦν ἐπὶ τοῦ **H** καὶ τοῦ **L** τεθέντος τοῦ ὅμματος ἄνισα τὰ ὁρώμενα τοῦ κώνου ὁφθῆσεται, καὶ μεῖζον μὲν ἔσται τὸ πρὸς τῷ **H**, ἔλασσον δὲ ὃν μεῖζον ὁφθῆσεται τὸ πρὸς τῷ **L**. ἵσον δὲ τὸ πρὸς τῷ **H** πρὸς τῷ **Θ**, τὸ δὲ πρὸς τῷ **L** πρὸς τῷ **K**, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. τοῦ ἄρα ὅμματος πρὸς τῷ **Θ** τεθέντος μεῖζον ἔσται τὸ ὁρώμενον τοῦ κώνου ἥπερ πρὸς τῷ **K**, δόξει δὲ ἔλασσον εἶναι.



Ἄδ'.

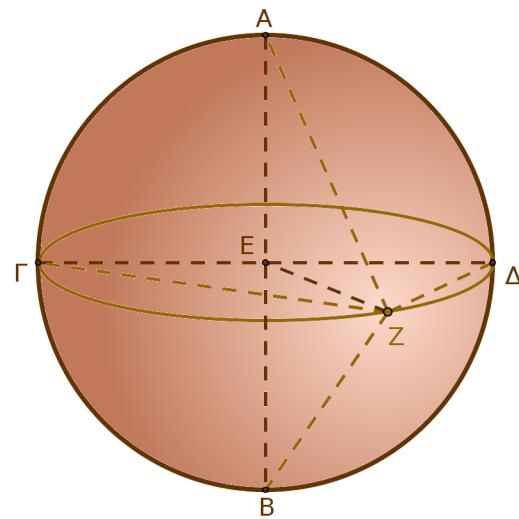
Ἐὰν κύκλου πρὸς ὄρθας ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνασταθῆ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ εὐθεῖᾳ, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὅμμα τεθῆ, αἱ διάμετροι αἱ ἐν τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ διαχόμεναι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται.

ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ **A** σημεῖον, καὶ ἀπὸ αὐτοῦ ἀνήκθω τις πρὸς ὄρθας ἡ **AB** τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἐφ' ἃς ὅμμα κείσθω τὸ **B**. Μέχρι, ὅτι αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται. ᔾστωσαν δύο διάμετροι αἱ **ΓΔ**, **EZ**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **BΓ**, **BE**, **BΔ**, **BZ**. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ **ZΑ** τῇ **ΑΓ**, κοινὴ δὲ ἡ **AB**, καὶ ὁρθαὶ αἱ γωνίαι, βάσις ἄρα ἡ **ZB** βάσει τῇ **BΓ** ἴση ἐστίν, καὶ αἱ περὶ τὰς βάσεις γωνίαι. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν **ZB**, **BA** τῇ ὑπὸ τῶν **AB**, **BΓ**. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ **EBA** τῇ ὑπὸ **ABΔ**. ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν **ΓB**, **BD** ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν **EB**, **BZ**. τὰ δὲ ὑπὸ τῶν ἴσων γωνιῶν ὄρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα ἡ **ΓΔ** τῇ **EZ**.



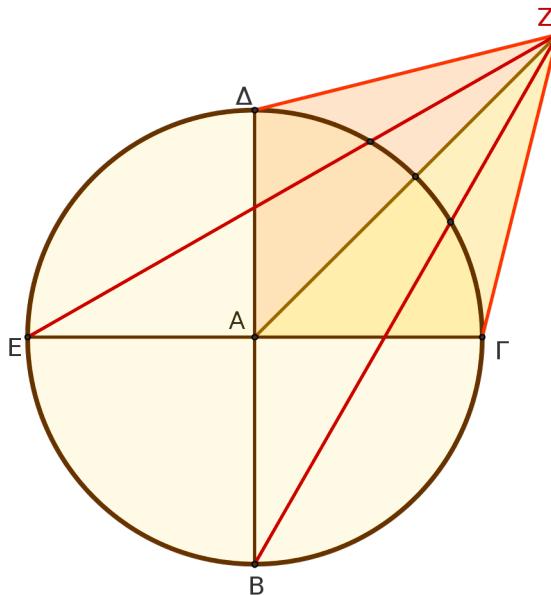
κἄν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀχθεῖσα μὴ πρὸς ὄρθας ἦ τῷ ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ ἦ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται.

ἔστω κύκλος ὁ **ABΓΔ**, καὶ ἥχθωσαν εἰς αὐτὸν δύο διάμετροι αἱ **AB**, **ΓΔ**, καὶ ἔστω ἡ ἀπὸ τοῦ **E** σημείου ἀναχομένη, ἐφ' ἃς τὸ ὅμμα κεῖται τὸ **Z**, μὴ πρὸς ὄρθας, ἀλλὰ ἴση ἐκάστῃ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ **ZE**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀκτῖνες αἱ **ZΑ**, **ZΓ**, **ZB**, **ZΔ**. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ **BE** τῇ **EZ**, ἀλλὰ καὶ ἡ **EA** ἴση ἐστὶ τῇ **EZ**, αἱ τρεῖς ἄρα αἱ **EZ**, **EA**, **EB** ἴσαι εἰσίν. τὸ ἄρα ἐν τῷ διὰ τῶν **AB**, **EZ** ἐπιπέδῳ περὶ τὴν **AB** διάμετρον ἡμικύκλιον γραφόμενον ἐθεύσεται διὰ τοῦ **Z**. ὄρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν **AZ**, **ZB**. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ τῶν **ΓZ**, **ZΔ** ἐστιν ὄρθη. αἱ δὲ ὄρθαι ἴσαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὄρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα φανήσεται καὶ ἡ **AB** τῇ **ΓΔ**.



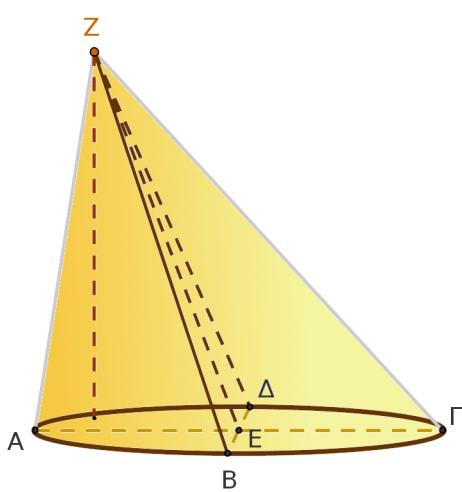
ἀλλὰ δὴ ἡ AZ μήτε ἵση ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε πρὸς ὄρθας τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἵσας δὲ χωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΔAZ , ZAG καὶ τὰς ὑπὸ EAZ , ZAB . Λέγω, ὅτι καὶ οὕτως αἱ διάμετροι ἵσαι φανήσονται αἱ ποιοῦσαι τὰς ἵσας χωνίας.

ἐπεὶ δὴ ταῖς ZA , AD , αἱ δὲ BA , AZ ταῖς ZA , AE , καὶ αἱ χωνίαι ἵσαι, βάσις ἄρα ἡ ΔZ βάσει τῇ ZG ἵση ἔστιν· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΔZA ἵση τῇ ὑπὸ AZG . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ EZA ἵση ἔστι, τῇ ὑπὸ AZB . ὅμη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔZB ἵση ἔστι τῇ ὑπὸ EZG . ὥστε καὶ αἱ ΔB , EZ διάμετροι ἵσαι φανήσονται.



Λε'.

Ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὄγκου πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου προσπίπτουσα μήτε πρὸς ὄρθας ἦ τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου μήτε τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἵση μήτε ἵσας χωνίας περιέχουσα, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται. πρὸς ἃς ποιεῖ ἄνισους χωνίας.

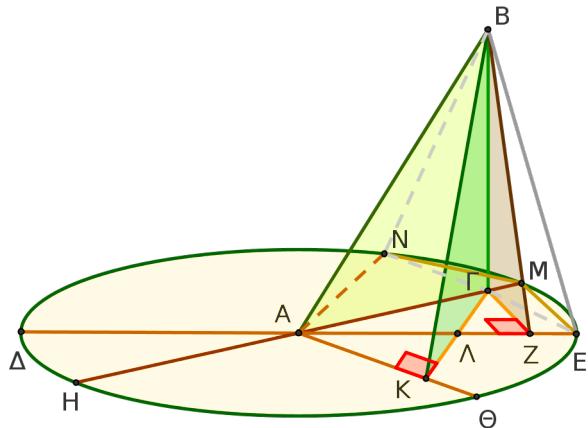


ἔστω κύκλος ὁ $ABG\Delta$, καὶ ἥχθωσαν δύο διάμετροι αἱ AG , BD τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὄρθας κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ B σημείου ἀναχομένη, ἐφ' ἣς τὸ ὄγκος κεῖται, ἡ ZE μήτε πρὸς ὄρθας ἔστω τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἵση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε ἵσας χωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν AG , DB . Λέγω, ὅτι ἄνισοι ὀφθήσονται αἱ AG , DB διάμετροι. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ZG , ZA , ZD , ZB . ἥτοι οὖν μείζων ἔστιν ἡ EZ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἦ ἐλάσσων. διὰ ταῦτα δὴ ἥτοι μείζων ἔστιν ἡ ὑπὸ ΔZ , ZB τῆς ὑπὸ GZ , ZA ἢ ἡ ὑπὸ τῶν GZ , ZA τῆς ὑπὸ ΔZ , ZB , ὡς ἐξῆς δείξομεν. ἄνισοι ἄρα αἱ διάμετροι ὀφθήσονται.

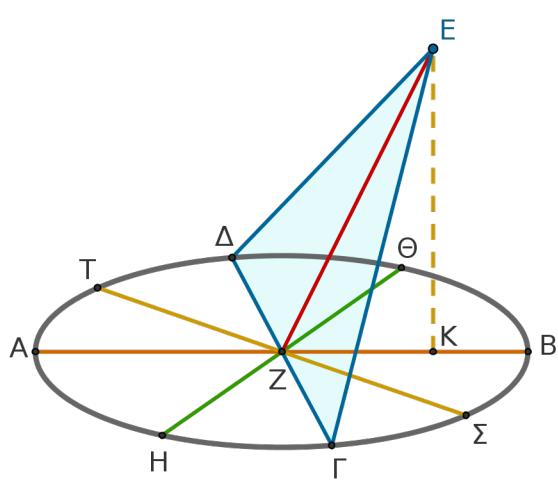
Λῆμμα : "Εστω κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Α σημεῖον, ὅμμα δὲ τὸ Β, ἀφ' οὗ ἐπὶ τὸν κύκλον κάθετος ἀχομένη μὴ πιπτέτω ἐπὶ τὸ κέντρον τὸ Α, ἀλλ' ἐκτός, καὶ ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ ἡ ΑΓ καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἡ ΑΒ. Λέγω, ὅτι πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαχομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εύθειά γωνίαν ἔλαχίστη ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ.

Τοῦ οὐρανοῦ διὰ τοῦ Α εὐθεῖα ἡ ΔΑΕ. Λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ ΓΑΒ τῆς ὑπὸ ΕΑΒ ἔλασσον ἔστιν. Τοῦ οὐρανοῦ διὰ τοῦ Γ εὐθεῖα ΔΕ κάθετος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετός ἔστιν. ἐπεὶ οὖν ὁρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΖΑ, ἡ ὑπὸ ΑΓΖ ἄρα ἔλασσον ὁρθῆς. τὴν δὲ μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πιθευρὰ ὑποτείνει. μείζων ἄρα ἡ ΑΓ τῆς ΑΖ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΖ, ΖΑ ὁρθαὶ εἰσιν· ὥστε εἰσὶν αἱ ΓΒ, ΒΖ ἄνισοι. καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑ, ΑΒ ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ ἔστι μείζων. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαχομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εύθειά γωνίαν ἔλαχίστη ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ.

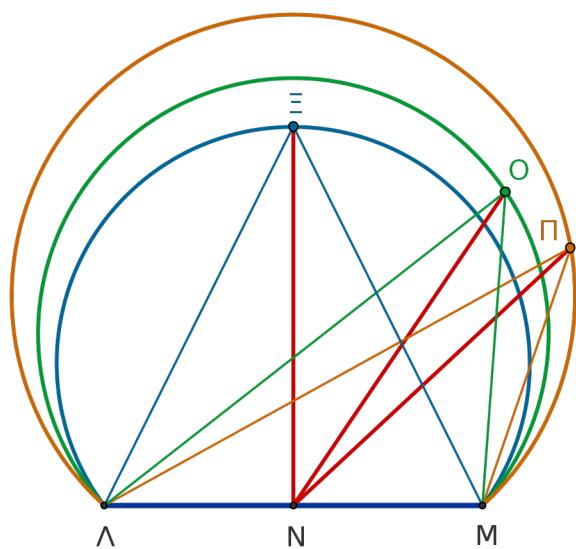
καὶ φανερόν, ὅτι, ἐὰν διαχθῇ τις καὶ ἄλλῃ εὐθεῖᾳ διὰ τοῦ Α ἡ ΑΘ πορρώτερον οὖσα τῆς ΑΓ ἥπερ ἡ ΑΖ, μείζων ἔσται ἡ ὑπὸ ΒΑΘ τῆς ὑπὸ ΒΑΖ. ἀχθείσης γὰρ πάλιν καθέτου ἐπὶ τὴν ΑΘ τῆς ΓΚ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΚ κάθετος ἔσται ὁμοίως ἐπὶ τὴν ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἡ ΑΛ τῆς ΑΚ (ὁρθὴν γὰρ ὑποτείνει τὴν ὑπὸ ΑΚΛ), πολλῷ ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΑΚ μείζων ἔστιν. καὶ εἰσὶν ὁρθαὶ αἱ ὑπὸ ΒΖΑ, ΒΚΑ. ἔλασσον μὲν ἄρα ἡ ΒΖ τῆς ΒΚ διὰ τὸ ἵσα εἶναι τὰ τε ἀπὸ τῶν ΒΖ, ΖΑ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΚ, ΚΑ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΑ καὶ ἀλλήλοις, μείζων δὲ πάλιν ἡ ὑπὸ ΒΑΚ τῆς ὑπὸ ΒΑΖ. πασῶν δὲ τῶν πρὸς τῇ ΒΑ γινομένων γωνιῶν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαχομένων μεχίστη ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ ἐκβληθείσης τῆς ΓΑ ἐπὶ τὸ Η, ἐπεὶ καὶ πασῶν ἔλάττων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. Ἱσαι δὲ γίνονται αἱ Ἱσον ἀπέχουσαι ἐφ' ἐκάτερα τῆς ΜΑ τῆς τὴν ἔλαχίστην γωνίαν περιεχούσης μετὰ τῆς ΒΑ. κείσθω γὰρ τῇ ΕΜ Ἱση ἡ ΜΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΜ, ΜΝ, ΕΓ, ΓΝ, ΒΕ, BN, AN. ἐπεὶ οὖν Ἱση ἔστιν ἡ ΜΝ τῇ ΜΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΓ, καὶ γωνίας Ἱσας περιέχουσιν, Ἱση ἄρα καὶ ἡ ΕΓ τῇ ΓΝ. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὁρθὰς ἡ ΓΒ. Ἱση ἄρα καὶ ἡ ΕΒ τῇ BN. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΑ τῇ AN· καὶ κοινὴ ἡ ΑΒ. καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ NAB Ἱση ἔστιν.



"Εστω κύκλος ὁ **ΑΒΓΔ**, οὗ κέντρον τὸ **Z**, ἐν τῷ εὐθεῖαι ἡχθωσαν διὰ τῶν **A, B, Γ, Δ** τέμνουσαι ἀληθῆς πρὸς ὄρθας, ὅμα δὲ ἔστω τὸ **E**, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη πρὸς ὄρθας τῇ **ΓΔ**, πρὸς δὲ τὴν **AB** τυχοῦσαν χωνίαν περιεχέτω· καὶ ἔστω ἡ **EZ** τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζων. Πέχω, ὅτι ἄνισοι αἱ διάμετροι αἱ **AB, ΓΔ** φανήσονται, καὶ μεχίστη μὲν ἡ **ΓΔ**, ἐλαχίστη δὲ ἡ **AB**, ἀεὶ δὲ ἡ ἔχοιν τῆς ἐλαχίστης ἐλάσσων τῆς ἀπώτερον, δύο δὲ μόνον διάμετροι ἵσαι φανήσονται ἵσον ἀπέχουσαι ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.



ἔστιν ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ **NΞ** μείζων ἔστιν ἐκατέρας τῶν **ΛΝ, ΝΜ**. ἔστω τὸ **ΛΞΜ**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **ΞΛ, ΞΜ** ἡ ἄρα πρὸς τῷ **Ξ** χωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν **ΛΞ, ΞΜ** εὐθεῖων ἵση ἔστι τῇ πρὸς τῷ **E** σημείῳ τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τοῦ **E** καὶ τῶν **Γ, Δ**.



τῆς πρὸς τῷ **O**, ἀλλὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ **Ξ** σημείῳ ἵση τῇ ὑπὸ **ΓΕΔ**, ἡ δὲ πρὸς τῷ **O** τῇ ὑπὸ **ΗΕΘ**, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ **ΓΔ** τῆς **ΗΘ**. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ **O** σημείῳ χωνία τῇ ὑπὸ **ΗΕΘ** ἔστιν ἵση, ἡ δὲ πρὸς τῷ **P** τῇ ὑπὸ **ΑΕΒ**, μείζων δ' ἡ πρὸς τῷ **O** τῆς πρὸς τῷ **P**, μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ **ΗΕΘ** τῆς ὑπὸ **ΑΕΒ**. μείζων ἄρα φανήσεται ἡ **ΗΘ** τῆς **ΑΒ**.

ἐπεὶ γὰρ ἡ **ΓΔ** ἐκατέρᾳ τῶν **AB, EZ** ἔστι πρὸς ὄρθας, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς **ΓΔ** ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ διὰ τῶν **EZ, AB** ἔστι πρὸς ὄρθας· ὥστε καὶ τὸ ὑποκείμενον τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, ἐφ' οὗ ἔστιν ἡ **ΓΔ**. ἡχθω οὖν ἀπὸ τοῦ **E** σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος. ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πίπτει τῷ ἐπιπέδῳν τὴν **AB**. πιπτέτω οὖν καὶ ἔστω ἡ **EK**, καὶ διήχθω τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἵση ἡ **ΛΜ** καὶ τετρήσθω δίκα κατὰ τὸ **N** σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ **N** τῇ **ΛΜ** πρὸς ὄρθας εὐθεῖα ἡ **NΞ**, καὶ ἔστω ἡ **NΞ** τῇ **EZ** ἵση. τὸ ἄρα περὶ τὴν **ΛΜ** γραφόμενον τμῆμα καὶ ἐρχόμενον διὰ τοῦ **Ξ** μεῖζον

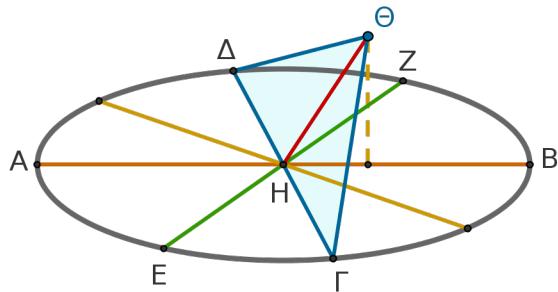
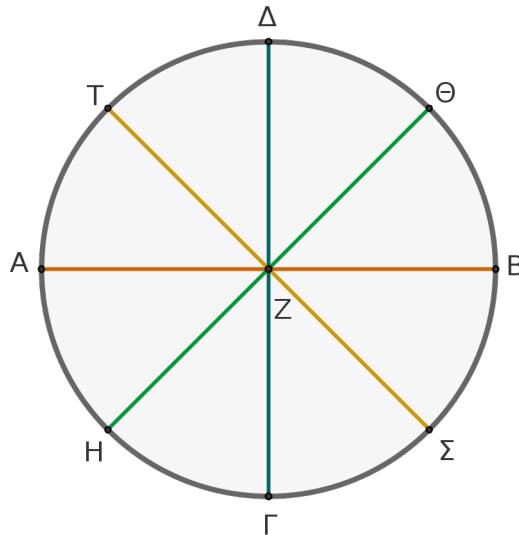
συνεστάτω πρὸς τῇ **ΛΝ** εὐθείᾳ καὶ τῷ **N** σημείῳ τῇ ὑπὸ τῶν **HZ, ZE** ἵση ἡ ὑπὸ τῶν **ΛΝ, NO**, καὶ κείσθω ἵση τῇ **EZ** ἡ **NO**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **ΛΟ, OM**, καὶ περιδεχράφθω περὶ τὸ **ΛΟΜ** τρίγωνον τμῆμα τὸ **ΛΟΜ**. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ **O** σημείῳ χωνία ἵση τῇ πρὸς τῷ **E** τῇ ὑπὸ τῶν **ΗΕΘ**.

ἔτι συνεστάτω πρὸς τῇ **ΛΝ** εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ **N** τῇ ὑπὸ τῶν **AZE** χωνίᾳ ἵση ἡ ὑπὸ τῶν **ΛΝ, ΝΠ**, καὶ κείσθω τῇ **EZ** ἵση ἡ **ΝΠ**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **ΛΠ, ΠΜ** καὶ περιδεχράφθω περὶ τὸ **ΛΠΜ** τρίγωνον τμῆμα κύκλου τὸ **ΛΠΜ**. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ **P** σημείῳ χωνία ἵση τῇ ὑπὸ **ΑΕΒ** χωνίᾳ.

ἐπεὶ οὖν μείζων ἔστιν ἡ πρὸς τῷ **Ξ**

πασῶν ἄρα τῶν διὰ τοῦ Ζ διαχομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ EZ γωνίας μεχίστη μὲν ὁφθήσεται ἡ ΓΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΒ, διότι καὶ τῶν πρὸς τῷ Ε συνισταμένων γωνιῶν μεχίστη μέν ἔστιν ἡ ὑπὸ ΓΕΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, τῇ δὲ ὑπὸ ΗΕΘ ἀλληλαγών μόνη ἵση συσταθήσεται ἀφαιρεθείσης ἵσης τῇ ΗΑ τῆς AT καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς TZ καὶ ἐκβληθείσης ἐπὶ τὸ Σ ἡ ὑπὸ ΤΕΣ.

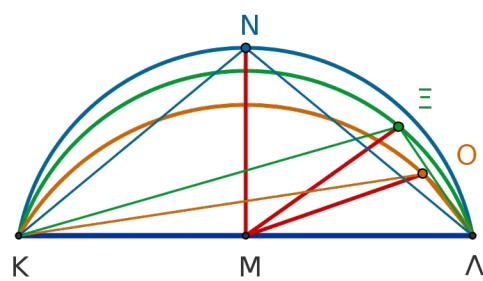
τοῦτο δὲ δῆλον ἀπὸ τῶν πρὸς τοῖς Ξ, Ο, Π γωνιῶν. καὶ γάρ τούτων ἐλαχίστη μὲν ἡ Π, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΠΝΛ ἵση ἔστι τῇ ὑπὸ EZΑ ἐλαχίστη γωνία, μεχίστη δὲ ἡ Ξ διὰ τὸ πρὸς ὥρθας εἶναι τὴν ΝΞ μεχίστην χινομένην τῶν διὰ τοῦ Ν διαχομένων εὐθειῶν ἐν τῷ ΛΞΜ τμήματι καὶ τὴν ἵσην αὐτῇ τιθεμένην ὑπερπίπτειν τὸ ΛΞΜ τμῆμα καὶ τὸ μὲν Ξ ἐσωτάτω πίπτειν τὸ δὲ Π ἐξωτάτω ἄτε μηδεμιᾶς ἐλάττονος γωνίας οὕσης τῆς ὑπὸ ΠΝΛ. τῆς δὲ ὑπὸ EZT ἵσης οὕσης τῇ ὑπὸ EZΗ ὡς προδέδεικται, καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ EZΣ ἵση ἔστι τῇ ὑπὸ EZΘ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΟΝΜ. ὥστε ἐκατέρα τῶν ὑπὸ ΤΕΣ, ΗΕΘ τῇ πρὸς τῷ Ο ἵσαι εἰσίν· ἡ ἄρα ΗΘ τῇ ΤΣ ἵση φανήσεται.

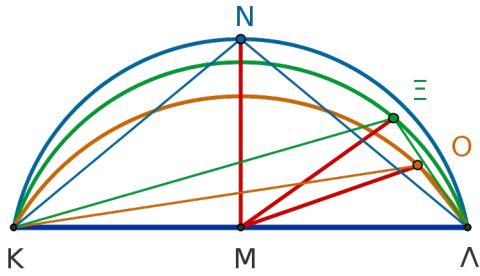


ἔστω ἐλάττων ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχυμένη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ δὴ περὶ τὰς διαμέτρους τούναντίον· ἡ γάρ πρότερον μείζων νῦν ἐλάσσων φανήσεται, ἡ δὲ ἐλάσσων μείζων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὥρθας, ἐτέρα δὲ τις τυχοῦσα διήχθω ἡ EZ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Θ, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα ἔστω ἡ ΗΘ ἐλάσσων ούσα ἐκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου.

καὶ κείσθω τῇ τοῦ κύκλου διαμέτρῳ ἵση ἡ ΚΛ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Μ, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Μ σημείου πρὸς ὥρθας ἡ ΜΝ, καὶ ἔστω ἵση ἡ ΜΝ τῇ ΘΗ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ν σημεῖον τμῆμα κύκλου τὸ ΝΚΛ. ἔστι δὴ ἐλασσον ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ ΜΝ ἐλάσσων ἔστι τῇς ἐκ τοῦ κέντρου.

ἔσται δὴ πρὸς τῷ Ν γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΝ, ΛΝ ἵση τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΔ.



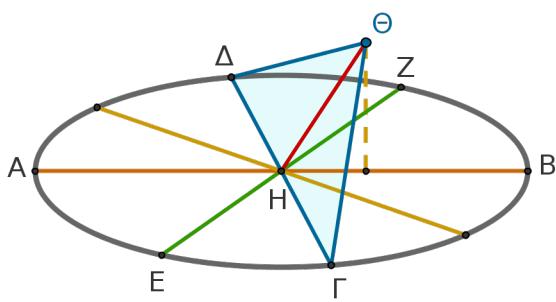


ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν **ΕΗΘ** ἵση ἡ ὑπὸ τῶν **ΚΜΞ**, καὶ κείσθω τῇ **ΗΘ** ἵση ἡ **ΜΞ**, καὶ περιχεχράφθω περὶ τὴν **ΚΛ** καὶ τὸ **Ξ** σημεῖον τὸ **ΚΞΛ** τμῆμα. ἔστιν ἄρα πρὸς τῷ **Ξ** σημείῳ γωνίᾳ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν **ΚΞΛ** ἵση τῇ πρὸς τῷ **Θ**, περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν **ΖΘΕ**.

ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν **AH**, **HΘ** ἵση ἡ ὑπὸ τῶν **KM MO**, καὶ κείσθω ἡ **MO** τῇ **HΘ** ἵση, καὶ περιχεχράφθω περὶ τὴν **KL** καὶ τὸ **O** τμῆμα. ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ **O** γωνίᾳ περιεχομένη ὑπὸ τῶν **KOL** ἵση τῇ πρὸς τῷ **Θ** γωνίᾳ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν **AΘB**.

ἐπεὶ οὖν μείζων ἡ πρὸς τῷ **O** τῆς πρὸς τῷ **Ξ**, ἵση δὲ ἡ μὲν πρὸς τῷ **O** τῇ πρὸς τῷ **Θ**, περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν **AΘB**, ἡ δὲ πρὸς τῷ **Ξ** τῇ πρὸς τῷ **Θ**, περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν **EΘZ**, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ **AB** τῆς **EZ**.

πάλιν ἐπεὶ μείζων ἡ πρὸς τῷ **Θ** περιεχομένη ὑπὸ τῶν **EΘ**, **ΘZ** τῆς πρὸς τῷ **Θ**, περιεχομένης δὲ ὑπὸ τῶν **ΓΘΔ**, μείζων ἄρα ὀφθήσεται ἡ **EZ** τῆς **ΓΔ**.



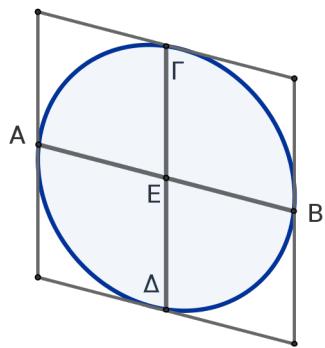
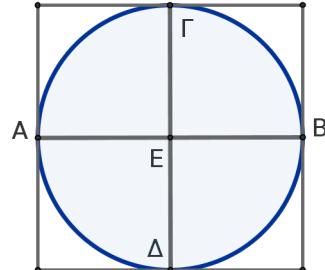
ΔΣ'.

Τῶν ἀρμάτων οἱ τροχοὶ ποτὲ μὲν κυκλοειδεῖς φαίνονται, ποτὲ δὲ παρεσπασμένοι.

ἔστω τροχὸς ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ διήχθωσαν διάμετροι αἱ BA , $\Gamma\Delta$ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὥρθας κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ κείσθω ὅμμα μὴ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου.

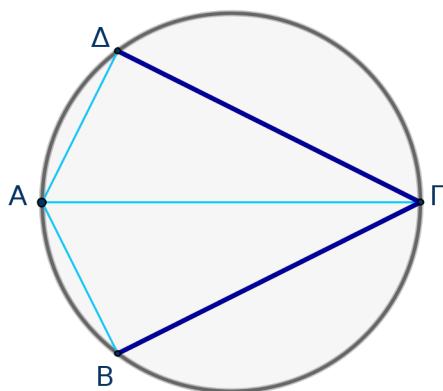
ἐὰν ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχνυμένη πρὸς ὥρθας ἢ τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ἵση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται· ὥστε ὁ τροχὸς κυκλοειδὴς φαίνεται.

ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχνυμένη μήτε πρὸς ὥρθας ἢ τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἡ ἵση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται, μία μὲν μεγίστη μία δὲ ἐλαχίστη, πάσῃ δὲ ἀλλῇ μεταξὺ τῆς μεγίστης καὶ τῆς ἐλαχίστης, διηγμένη ἀλλήλη μία μόνον ὀφθήσεται ἴση ἐπὶ τὰ ἔτερα μέρη διηγμένη· ὥστε ὁ τροχὸς παρεσπασμένος φαίνεται.



ΔΣ'.

Ἐστι τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος μένοντος, τοῦ δὲ ὄρωμένου μεθισταμένου, ἴσον ἀεὶ τὸ ὄρώμενον φαίνεται.



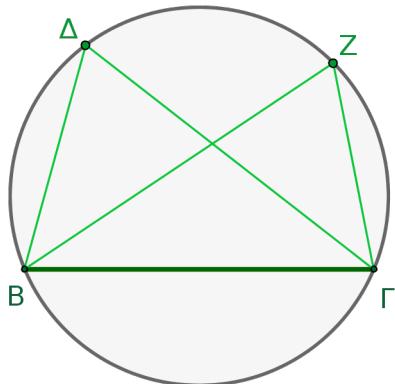
ἔστω ὅμμα τὸ A , ὄρώμενον δὲ μέχεθος τὸ $B\Gamma$, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ AB , $\Gamma\Delta$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ $AB\Gamma$ κύκλος ὁ $|AB\Gamma|$. Λέγω, ὅτι ἔστι τόπος, οὗ μένοντος μὲν τοῦ ὅμματος, τοῦ δὲ ὄρωμένου μεχέθους μεθισταμένου, ἴσον ἀεὶ τὸ ὄρώμενον φαίνεται.

μεθιστάσθω γὰρ καὶ ἔστω τὸ $\Delta\Gamma$, τῇ δὲ AB ἴση ἔστω ἡ $A\Delta$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ BA τῇ $A\Delta$, ἡ δὲ $B\Gamma$ τῇ $\Gamma\Delta$, ἴση ἄρα καὶ ἡ $B\Delta\Gamma$ τῇ $\Delta\Gamma\Delta$. καὶ γὰρ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν εἰσιν· ὥστε ἴσαι εἰσίν. ἴσον ἄρα φανήσεται τὸ ὄρώμενον.

τὸ αὐτὸ δὲ συμβήσεται, καὶ εἰ τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μένοι, τὸ δὲ ὄρώμενον ἐπὶ τῆς περιφερείας μεταβαίνοι.

λη'.

"Εστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος μεθισταμένου, τοῦ δὲ ὁρώμενου μένοντος, ἀεὶ ἵσον τὸ ὁρώμενον φαίνεται.



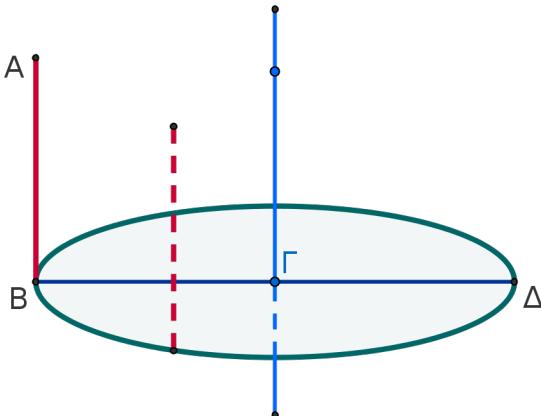
Ἐστω γὰρ ὁρώμενον μὲν τὸ $B\Gamma$, ὅμμα δὲ τὸ Z , ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ZB , $Z\Gamma$, καὶ περιχεζράφθω περὶ τὸ $BZ\Gamma$ τρίγωνον τμῆμά τι κύκλου τὸ $BZ\Gamma$, καὶ μετακείσθω τὸ Z ὅμμα ἐπὶ τὸ Δ , καὶ μεταπιπτέτωσαν αἱ ἀκτῖνες αἱ ΔB , $\Delta\Gamma$. οὐκοῦν ἵση ἡ Δ γωνία τῇ Z ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσιν. τὰ δὲ ὑπὸ ἵσων γωνιῶν ὁρώμενα ἵσα φαίνεται. ἵσον ἄρα τὸ $B\Gamma$ διὰ παντὸς φανεῖται τοῦ ὅμματος μεθισταμένου ἐπὶ τῇ $B\Delta\Gamma$ περιφερείας.

λη'.

Ἐὰν μέχεθός τι πρὸς ὁρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τεθῆ δὲ τὸ ὅμμα ἐπὶ τι σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου καὶ μεθίστηται τὸ ὁρώμενον ἐπὶ κύκλου περιφερείας κέντρον ἔχοντος τὸ ὅμμα, ἵσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον ὁφθήσεται κατὰ παράλληλον θέσιν τῇ ἐξ ἀρχῆς μεταβαῖνον.

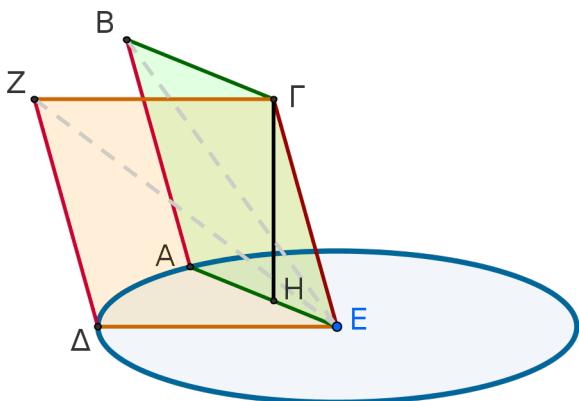
Ἐστω ὁρώμενόν τι μέχεθος τὸ AB πρὸς ὁρθὰς ὃν τῷ ἐπιπέδῳ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ . καὶ ἐπεζεύχθω ἡ GB , καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ , διαστήματι δὲ τῷ GB κύκλος χεζράφθω ὁ $B\Delta$. λέγω, δτι, ἐὰν ἐπὶ τῇ Γ τοῦ κύκλου περιφερείας μεθίστηται τὸ AB μέχεθος, ἀπὸ τοῦ Γ ὅμματος ἵσον ὁφθήσεται τὸ AB . καὶ γὰρ ἡ AB ὁρθὴ ἔστι καὶ ποιεῖ πρὸς τὴν $B\Gamma$ γωνίαν ὁρθήν, πᾶσαι δὲ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εὐθεῖαι ἵσας γωνίας ποιοῦσιν. ἵσον ἄρα τὸ ὁρώμενον ὁφθήσεται μέχεθος.

ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου πρὸς ὁρθὰς ἀνασταθῆ εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὅμμα τεθῆ, καὶ μετακινῆται τὸ ὁρώμενον μέχεθος κατὰ τῇ Γ τοῦ κύκλου περιφερείας παράλληλον ὃν τῇ εὐθείᾳ, ἐφ' ἦς τὸ ὅμμα, ἵσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον ὁφθήσεται.



μ'.

Ἐὰν δὲ τὸ ὄρώμενον μὴ πρὸς ὥρθας ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθίστηται δὲ ἐπὶ κύκλου περιφερείας ἵσον ὃν τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ποτὲ μὲν ἵσον ἔαυτῷ, ποτὲ δὲ ἄνισον ὀφθήσεται κατὰ παράλληλον θέσιν τῇ ἔξ ἀρχῆς μεταβαῖνον.



ἔστω κύκλος ὁ **ΑΔ**, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ σημεῖον τὸ **Δ**, καὶ ἐφεστάτω μὴ πρὸς ὥρθας τῷ κύκλῳ εύθεῖᾳ ἡ **ΔΖ** ἵση οὖσα τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ **Ε**. Πέργω, ὅτι ἡ **ΔΖ**, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθίστηται, ποτὲ ἵση φανήσεται, ποτὲ μείζων, ποτὲ ἐλάσσων.

ἢχθω δὴ διὰ τοῦ **Ε**, ὃ ἔστι κέντρον, τῇ **ΔΖ** παράλληλος ἡ **ΓΕ**, καὶ ἔστω ἵση τῇ **ΔΖ** ἡ **ΕΓ**. καὶ ἢχθω ἀπὸ τοῦ **Γ** σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκειμένον ἐπίπεδον κάθετος ἡ **ΓΗ** καὶ συμβαλλέτω τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ **Η** σημεῖον. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ **ΕΗ** ἐκβεβλήσθω καὶ συμβαλλέτω τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ **Α** σημεῖον, καὶ ἢχθω διὰ τοῦ **Α** τῇ **ΓΕ** παράλληλος ἡ **ΑΒ**, καὶ ἔστω ἡ **ΑΒ** τῇ **ΔΖ** ἵση. Πέργω, ὅτι ἡ **ΑΒ** πασῶν τῶν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθισταμένων εὐθεῖῶν ἐλάσσων φανήσεται.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ εὐθεῖαι αἱ **ΕΔ**, **ΓΖ**, **ΓΒ**, **ΕΒ**, **ΖΕ**. ἐπεὶ οὖν ἡ **ΓΕ** τῇ **ΑΒ** παράλληλός ἐστι καὶ ἵση, καὶ ἡ **ΕΑ** ἄρα τῇ **ΓΒ** ἵση τε καὶ παράλληλός ἐστιν.

παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ **ΑΕΓΒ**. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ παραλληλόγραμμόν ἐστι καὶ τὸ **ΕΔΖΓ**. Πείπει δὲ δεῖξαι, ὅτι ἐλασσον φαίνεται τὸ αὐτὸ καὶ μεῖζον.

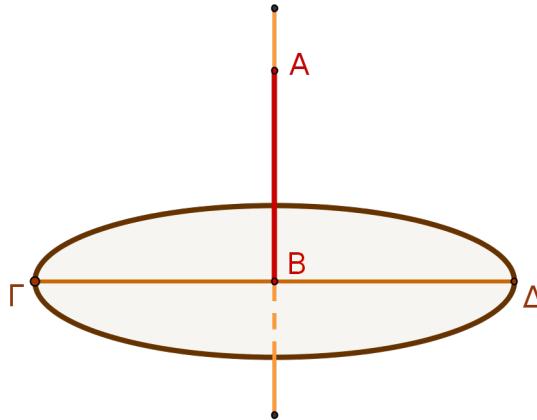
φανερὸν δή, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ **ΓΕΑ** τῆς ὑπὸ **ΓΕΔ**, ἐπεὶ, δέδεικται, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ κέντρου διαχομένων εὐθεῖῶν καὶ ποιουσῶν γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ **ΓΕΑ**. ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ τῆς ὑπὸ **ΓΕΔ**. καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ **ΓΕΑ** ἡμίσεια ἡ ὑπὸ **ΒΕΑ**: παραλληλόγραμμον γὰρ ἴσοπλευρον τὸ **ΒΕ**: τῆς δὲ ὑπὸ **ΓΕΔ** ἡ ὑπὸ **ΖΕΔ**: παραλληλόγραμμον γὰρ ἴσοπλευρον καὶ τὸ **ΖΕ**. καὶ ἡ ὑπὸ **ΒΕΑ** ἄρα ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ **ΖΕΔ**. ὥστε καὶ τὸ **ΑΒ** μέχεθος τοῦ **ΔΖ** μεχέθους ἐλαττον ὀφθήσεται.

καὶ φανερὸν ἐκ τοῦ προδεδειγμένου λήμματος, ὅτι ἐλάχιστον μὲν ὀφθήσεται πρὸς τῷ **Α**, μέχιστον δὲ πρὸς τῷ **Α** κατὰ διάμετρον τῷ **Α** σημείῳ, ἵσον δὲ τὸ ἵσον ἀπέχον ἐφ' ἐκάτερα τοῦ **Α** σημείου.

μα'.

Ἐὰν δὲ τὸ ὄρώμενον πρὸς ὥρθὰς ή τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθίστηται δὲ τὸ ὅμμα ἐπὶ κύκλου περιφερείας κέντρον ἔχοντος τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλει τὸ μέχεθος τῷ ἐπιπέδῳ, ἵσον ἀεὶ τὸ ὄρώμενον φανήσεται.

Ἐστω ὄρώμενον μέχεθος τὸ **AB** πρὸς ὥρθὰς τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὅμμα δὲ ἐστω τὸ **Γ**. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ **B**, διαστήματι δὲ τῷ **BΓ** κύκλος δεχράφθω ὁ **ΓΔ**. Πέχω, ὅτι, ἐὰν μεθίστηται τὸ **Γ** ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἵσον ἀεὶ τὸ **AB** φανήσεται. τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν. πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ **Γ** σημείου πρὸς τὸ **AB** προσπίπτουσαι ἀκτῖνες πρὸς ἵσας χωνίας προσπίπτουσιν, ἐπειδὴπερ ἡ πρὸς τῷ **B** χωνία ὥρθη ἐστιν. ἵσον ἄρα τὸ ὄρώμενον ὄφθήσεται.

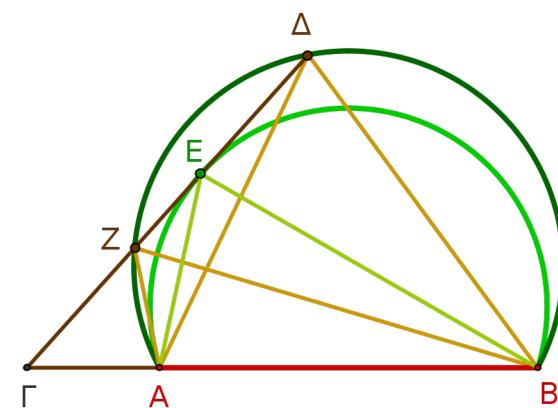


μβ'.

Τοῦ ὄρωμένου μένοντος, τοῦ δὲ ὅμματος μεθισταμένου κατ' εὔθειαν χραμμὴν πλαχίαν πρὸς τὸ ὄρώμενον μέχεθος οὖσαν ποτὲ μὲν ἵσον, ποτὲ δὲ ἄνισον τὸ ὄρώμενον φαίνεται.

Ἐστω ὄρώμενον μὲν τὸ **AB**, [ὅμμα δὲ τὸ **E**] εὐθεῖα δὲ πλαχία ἡ **ΓΔ**, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ **BA** ἐπ' εὐθείας ἡ **ΓΑ** καὶ συμβαλλέτω τῇ **ΔΓ** κατὰ τὸ **Γ**, καὶ μεθιστάσθω ἐπ' αὐτῆς τὸ ὅμμα. Πέχω, ὅτι ποτὲ μὲν ἵσον, ποτὲ δὲ ἄνισον φαίνεται τὸ **AB**.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν **BΓ**, **ΓΑ** μέσῃ ἀνάλογον ἡ **ΓΕ**, καὶ ἐστω ὅμμα τὸ **E** καὶ μετακεκινήσθω καὶ ἐστω ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κατὰ τὸ **Δ**. Πέχω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν **E**, **Δ** ὄρώμενον ἄνισον φαίνεται. ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ **AE**, **EB**, **AD**, **BD**, καὶ περιγεράφθω περὶ τὸ **AEB** τρίγωνον τμῆμα τὸ **AEB**, καὶ κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν **ΓΔ**, **ΔB** χωνίᾳ ἵση χωνία ἡ ὑπὸ τῶν **ΓA**, **AZ**, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ **BZ**. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ **B**, **A**, **Z**, **Δ** σημεῖα.

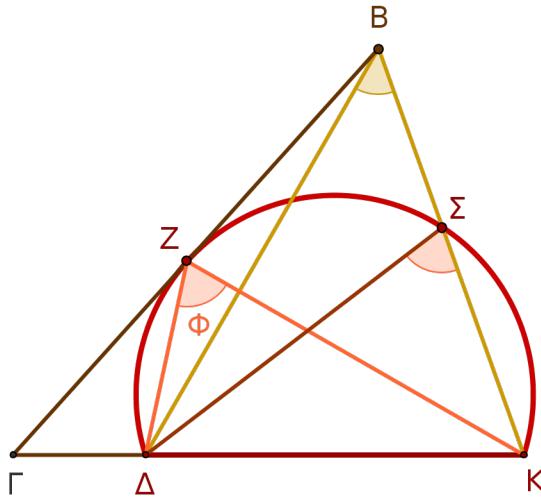


Ἐπεὶ οὖν μείζων χωνία ἡ ὑπὸ **AEB** τῆς ὑπὸ **AZB**, ἡ δὲ ὑπὸ **AZB** τῇ ὑπὸ τῶν **ΔA**, **ΔB** ἵση ἐστίν, ἐπειδὴπερ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἐστιν, καὶ ἡ ὑπὸ **AEB** ἄρα τῆς ὑπὸ **ΔAΔB** μείζων ἐστίν. ἀλλ' ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ **ΔAΔB** τὸ **AB** βλέπεται τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ **Δ** ὄντος, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ **AEB** τὸ αὐτὸ τὸ **AB** βλέπεται τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ **E** ὄντος. ἄνισον ἄρα τὸ ὄρώμενον φαίνεται ἐπὶ τῆς **ED** εὐθείας τοῦ ὅμματος μεθισταμένου.

φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς ΕΓ μεθισταμένου τοῦ ὄμματος ἄνισον τὸ ὄρώμενον φαίνεται καὶ μέχιστον μὲν κατὰ τὴν πρὸς τῷ Ε θέσιν, μεῖζον δὲ ἀεὶ κατὰ τὴν ἔχυτερον αὐτοῦ ἐφ' ὁποτερασοῦν τῶν ΕΔ, ΕΓ εὔθεῶν, ἵσον δὲ κατὰ τὰ Ζ καὶ Δ καὶ τὰ ὄμοιῶς αὐτοῖς λαμβανόμενα διὰ τὸ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι εἶναι τὰς χωνίας.

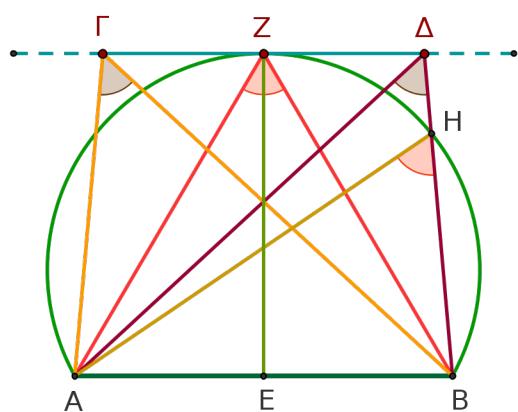
Ἄλλως.

"Ἐστω γὰρ ὄρώμενον τὸ ΚΔ, εὐθεῖα δὲ ἡ ΒΓ συμπίπτουσα τῇ ΚΔ προσεκβαλλομένη. εἰλήφθω τῆς ΓΔ καὶ τῆς ΓΚ μέση ἀνάλογον ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ καὶ ἡ ΖΔ, περὶ δὲ τὴν ΚΔ τμῆμα δεσράφθω, ὃ δέχεται τὴν ὑπὸ τῶν ΚΖΔ. ἐφάψεται δὴ τῆς ΒΓ εὐθείας, ἐπειδήπερ ὡς ἡ ΚΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΓΔ. κείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Β σημείου, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν αἱ ΔΒ, ΒΚ. ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΣΔ. οὐκοῦν ἵση ἡ Φ χωνία τῇ Σ χωνίᾳ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσιν. καὶ ἐστιν ἡ Σ τῆς Β χωνίας μείζων· καὶ ἡ Φ ἄρα χωνία τῆς Β μείζων ἐστίν. τοῦ ἄρα ὄμματος ἐπὶ τοῦ Ζ ὅντος μεῖζον φαίνεται τὸ ΚΔ ἥπερ ἐπὶ τοῦ Β.



μχ'.

Τὸ δ' αὐτὸ συμβήσεται, καν̄ παράλληλος ἢ ἡ εὐθεῖα χραμμὴ τῷ ὄρωμένῳ μεχέθει.



ἐστω ὄρώμενον μέχεθος τὸ ΑΒ καὶ τεμήσθω δίκα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΑΒ πρὸς ὄρθας ἡ ΕΖ, ἐφ' ἦς ὄμμα κείσθω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΖΑ, ΖΒ, καὶ περιδεσράφθω περὶ τὸ ΑΖΒ τρίγωνον τμῆμα τὸ ΑΖΒ, καὶ ἥχθω διὰ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΖΔ, καὶ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τὸ Δ, καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΔ, ΔΒ. Ἄλλω, ὅτι ἀπὸ τῶν Δ, Ζ ἄνισα φανήσεται.

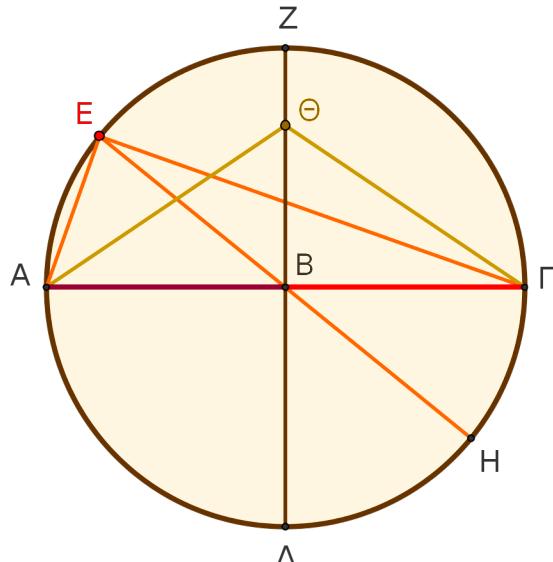
ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν ἵση χωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ, ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῆς ὑπὸ ΑΔΒ μείζων ἐστίν, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΔΒ μείζων ἐστίν. καὶ ὑπὸ

μὲν τῆς ὑπὸ ΑΖΒ τὸ ΑΒ βλέπεται τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Ζ ὅντος, ὄμοιῶς δὲ καὶ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ΑΔΒ ἐπὶ τοῦ Δ ὅντος. ἄνισον ἄρα τὸ ὄρώμενον φαίνεται ἀπὸ τῶν Δ, Ζ.

καὶ ἐὰν τεθῆ ἵση τῇ ΔΖ ἡ ΖΓ, ἔλαττον μὲν καὶ ἀπὸ τοῦ Γ φαίνεται ἥπερ ἀπὸ τοῦ Ζ, ἀπὸ δὲ τῶν Γ, Δ ἵσον.

μδ'.

Εἰσὶ τόποι, ἐφ' οὓς τοῦ ὄμματος μετατιθεμένου τὰ ἵσα μεχέθη καὶ κοινῶς ἀπολαβόντα τόπους τινὰς ποτὲ μὲν ἵσα, ποτὲ δὲ ἄνισα φαίνεται.

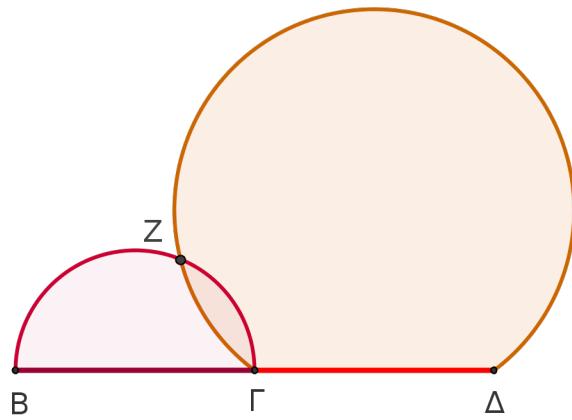


ἔστω ὄμμα μὲν τὸ Θ, μεχέθη δὲ τὰ AB , BG , καὶ ἡχθω ἀπὸ τοῦ B πρὸς ὄρθας ἡ BZ καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Δ . φανερὸν δῆ, ὅτι καθ' ὁποιονοῦν τῆς ZD μέρος ἀν τεθῇ τὸ ὄμμα, τὰ AB , BG ἵσα φανήσεται. μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω τὸ E . λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ E ἄνισα φαίνεται.

προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AE , EB , EG , καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ AGE τρίγωνον ὁ AEDG κύκλος, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ EB ἡ BH . ἐπεὶ οὖν ἵση ἡ AD περιφέρεια τῇ DG περιφερείᾳ, μείζων δὲ ἡ ADH περιφέρεια τῆς HG περιφερείας, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ AB τῆς BG . κἄν μεταβαίνῃ δὲ ἐπὶ τῆς EH , ἄνισα ὄμοιως φανήσεται, καὶ ἐπὶ τῶν τοῦ κύκλου μερῶν χωρὶς τῆς πρὸς ὄρθας ἐὰν τεθῇ, ἄνισα φαίνεται, καὶ ἐὰν ἐκτὸς τοῦ κύκλου τεθῇ μὴ ἐπ' εὐθείας ὃν τῇ ZD , ἄνισα φαίνεται.

Ἀλλως.

"Ἔστω γὰρ ἵση ἡ BG τῇ ΓΔ , καὶ περὶ μὲν τὴν BG ἡμικύκλιον χειράφθω τὸ BZG , περὶ δὲ τὴν ΓΔ μεῖζον ἡμικυκλίου τὸ ΓΖΔ . καὶ φανερόν, ὅτι τεμεῖ τὸ προειρημένον ἡμικύκλιον. δυνατὸν δὲ ἔστιν ἐπὶ τῆς ΓΔ χράψαι τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου. ἐὰν γὰρ ὑποθώμεθα ὀξεῖάν τινα χωνίαν, δυνατὸν ἡμῖν ἔστιν ἐπὶ τῆς ΓΔ χράψαι τμῆμα κύκλου δεσχόμενον χωνίαν ἵσην τῇ ὑποκειμένῃ ὀξείᾳ χωνίᾳ, ὡς ἀπὸ τοῦ λγ' τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἔσται τὸ συνιστάμενον ἐπ' αὐτῇς μεῖζον ἡμικυκλίου, ὡς ἀπὸ τοῦ λα' τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ BZ , ΖΓ , ΖΔ . οὐκοῦν ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ χωνία μείζων ἔστι τῇς ἐν τῷ μείζονι τμήματι. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος χωνίας ὄρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζων ἄρα ἡ BG τῇς ΓΔ φαίνεται. ἦν δὲ καὶ ἵση. ἔστιν ἄρα τόπος κοινός, ἐνῷ τὸ ὄμμα ἐὰν τεθῇ, ἄνισα φαίνεται τὰ ἵσα. ἕστα δὲ φανήσεται, ἐπειδὰν ἐπὶ τῶν ἐξ ἀρχῆς σημείων ἢ τῶν ἐπὶ τῶν BG , ΓΔ μειζόνων ἡμικυκλίων.

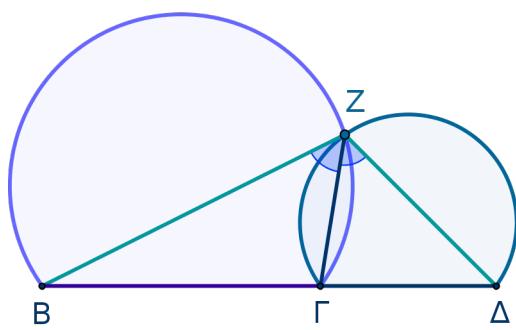


με'.

"Ἐστι τις τόπος κοινός, ἀφ' οὗ τὰ ἄνισα μεχέθη ἵσα φαίνεται.

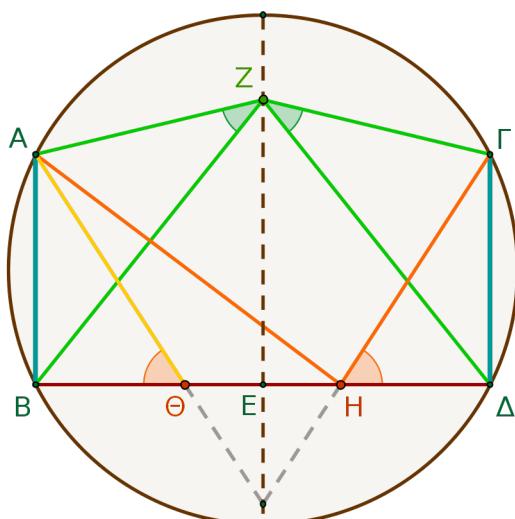
Ἐστω γὰρ μείζων ἡ $B\Gamma$ τῆς $\Gamma\Delta$, καὶ περὶ μὲν τὴν $B\Gamma$ μεῖζον ἡμικυκλίου τμῆμα χειράρθρῳ, περὶ δὲ τὴν $\Gamma\Delta$ ὅμοιον τῷ περὶ τὴν $B\Gamma$, τουτέστι δεχόμενον χωνίαν ἵσην τῇ ἐν τῷ $BZ\Gamma$. τεμοῦσιν ἄρα ἀληθῆ λα τὰ τμήματα. τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Z , καὶ ἐπεζεύχωσαν αἱ ZB , $Z\Gamma$, $Z\Delta$.

οὐκοῦν ἐπεὶ ἵσαι εἰσὶν αἱ ἐν τοῖς ὁμοίοις τμήμασι χωνίαι ἀληθῆλαις, ἵσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐν τοῖς $BZ\Gamma$, $\Gamma\Delta$ τμήμασι χωνίαι ἀληθῆλαις. τὰ δὲ ὑπὸ ἵσων χωνῶν ὄρθμενα ἵσα φαίνεται. τοῦ ἄρα ὅμματος τιθεμένου ἐπὶ τοῦ Z σημείου ἵση ἀν φαίνοιτο ἡ $B\Gamma$ τῇ $\Gamma\Delta$. ἔστι δὲ μείζων. ἔστιν ἄρα τόπος κοινός, ἀφ' οὗ τὰ ἄνισα μεχέθη ἵσα φαίνεται.



με'.

Εἰσὶ τόποι, ἐφ' οὓς τοῦ ὅμματος μετατιθεμένου τὰ ἵσα μεχέθη καὶ πρὸς ὄρθὰς ὅντα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ποτὲ μὲν ἵσα, ποτὲ δὲ ἄνισα φαίνεται.



Ἐστω ἵσα μεχέθη τα AB , $\Gamma\Delta$ πρὸς ὄρθὰς ὅντα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ. Λέγω, ὅτι ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος τεθέντος τὰ AB , $\Gamma\Delta$ ἵσα φαίνεται. ἐπεζεύχω ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸ Δ ἡ $B\Delta$, καὶ τετμήσθω δίκα κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ E πρὸς ὄρθὰς τῇ ΔB ἡ EZ . Λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς EZ τὸ ὅμμα τεθῇ, τὰ AB , $\Gamma\Delta$ ἵσα φανήσεται. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς EZ τὸ ὅμμα καὶ ἔστω τὸ Z , καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AZ , ZB , ZE , $Z\Delta$, $Z\Gamma$. ἵση δὴ εὐθεῖα ἡ ZB τῇ $Z\Delta$. ἀλλὰ καὶ ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$ ὑπόκειται ἵση. δύο ἄρα αἱ AB , BZ δυσὶ ταῖς $\Gamma\Delta$, ΔZ ἵσαι εἰσί. καὶ περιέχουσιν ὄρθὰς χωνίας. ἵση ἄρα ἔστιν ἡ ὑπὸ BZA τῇ ὑπὸ $\Delta Z\Gamma$. τὰ AB , $\Gamma\Delta$ ἄρα ἵσα ὀφθήσεται.

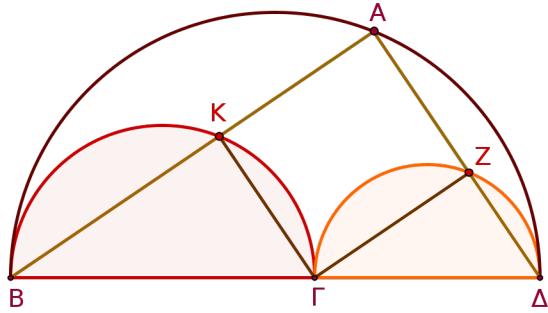
Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἄνισα ὀφθήσεται.

μετακείσθω δὴ τὸ ὅμμα καὶ ἔστω τὸ H , καὶ ἐπεζεύχω ἡ HE , καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ HB , HA , $H\Gamma$, $H\Delta$. μείζων ἄρα ἡ HB τῇ HD . ἀφορήσθω ἀπὸ τῆς HB τῇ HD ἵση ἡ $B\Theta$, καὶ ἐπεζεύχω ἡ $A\Theta$. ἵση ἄρα χωνία ἡ ὑπὸ $B\Theta A$ τῇ ὑπὸ $\Gamma\Theta\Delta$. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $B\Theta A$ τῇ $\Gamma\Theta\Delta$ μείζων ἔστιν, ἡ ἐκτὸς τῆς $\Gamma\Theta\Delta$ ἐντός καὶ ἡ ὑπὸ $\Gamma\Theta\Delta$ ἄρα τῇ $\Gamma\Theta\Delta$ ἔστι μείζων. μείζων ἄρα φανήσεται ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ AB .

μζ'.

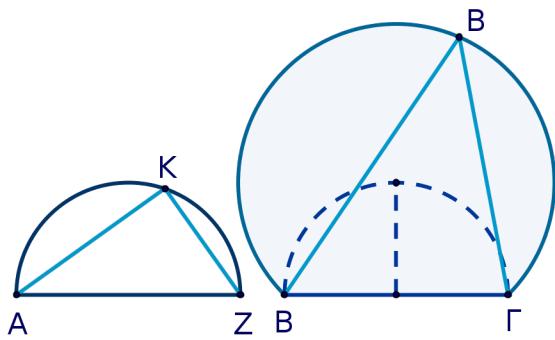
Εἰσὶ τόποι τινές, ἐν οἷς τοῦ ὅμματος τεθέντος τὰ ἄνισα μεχέθη εἰς τὸ αὐτὸ συντεθέντα ἵσα ἑκατέρῳ τῶν ἀνίσων φανήσεται.

ἔστω γάρ μείζων ἡ $B\Gamma$ τῆς $\Gamma\Delta$, καὶ περὶ τὰς $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ ἡμικύκλια δεχράφθωσαν καὶ περὶ ὅμιλην τὴν $B\Delta$. οὔκοῦν ἵση ἡ ἐν τῷ $B\Delta\Gamma$ ἡμικυκλίψ χωνία τῇ ἐν τῷ $B\Gamma\Gamma$ ὁρθῇ γάρ ἔστιν ἑκατέρᾳ αὐτῶν. ἵση ἄρα φαίνεται ἡ $B\Gamma$ τῇ $B\Delta$. ὡσαύτως δὲ καὶ ἡ $B\Delta$ τῇ $\Gamma\Delta$ τῶν ὅμμάτων ἐπὶ τῶν $B\Delta\Gamma$, $\Gamma\Delta\Delta$ ἡμικυκλίων κειμένων. εἰσὶ τινες ἄρα τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεχέθη δύο εἰς ταύτῳ συντεθέντα ἵσα ἑκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται.



μη'.

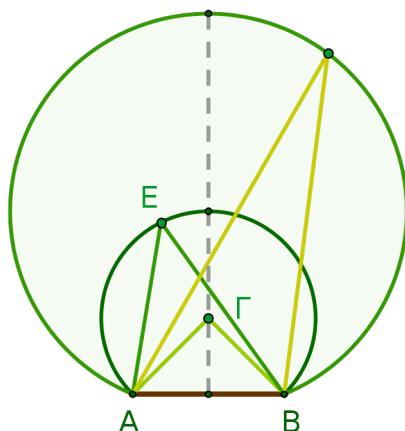
Εὑρεῖν τόπους, ἀφ' ᾧν τὸ ἵσον μέχεθος ἡμισυ φανεῖται ἢ τέταρτον μέρος ἢ καθόλου ἐν τῷ λόγῳ, ἐν τῷ καὶ ἡ χωνία τέμνεται.



μθ'.

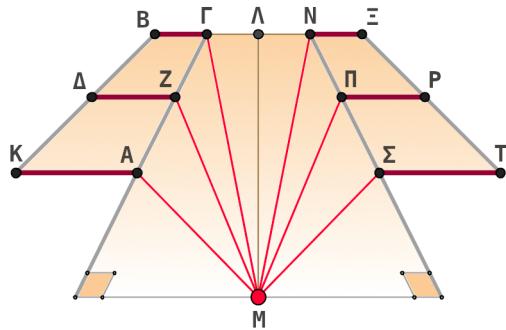
Ἐστω ὁρώμενόν τι μέχεθος τὸ AB . Λέγω, ὅτι τὸ AB ἔχει τόπους, ἐν οἷς τοῦ ὅμματος τεθέντος τὸ αὐτὸ ποτὲ ἡμισυ ποτὲ ὅλον ποτὲ τέταρτον φαίνεται καὶ καθόλου ἐν τῷ διθέντι λόγῳ.

περιγεράφθω περὶ τὴν AB κύκλος ὁ AEB ὥστε τὴν AB μὴ εἶναι διάμετρον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Γ , ἐφ' οὗ κείσθω τὸ ὅμμα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εύθεῖαι αἱ $A\Gamma$, ΓB . ὑπὸ τῆς $A\Gamma B$ ἄρα τὸ AB βλέπεται. κείσθω δὴ τὸ ὅμμα ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ ἔστω τὸ E , καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ EA , EB . ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ χωνία τῆς ὑπὸ AEB ἔστι διπλῆ, τὸ AB ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ διπλάσιον ὁρᾶται τοῦ ἀπὸ τοῦ E . ὁμοίως καὶ τέταρτον μέρος ὀφθήσεται, ἐὰν ἡ χωνία τῆς χωνίας ἢ τετραπλῆ, καὶ ἐν τῷ διθέντι λόγῳ.



ν'.

Τῶν ἵσω τάχει φερομένων καὶ ἐπὶ μᾶς πρὸς ὄρθὰς αὐτοῖς οὕσης εὔθείας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πέρατα ἔχόντων προσιόντων μὲν πρὸς τὴν ἀχομένην διὰ τοῦ ὅμματος παράλληλον τῇ εἰρημένῃ εὔθεᾳ τὸ πορρώτερον τοῦ ὅμματος τοῦ ἐχγύτερον προηγεῖσθαι δόξει, παραλλαξάντων δὲ τὸ μὲν προηγούμενον ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ἐπακολουθοῦν προηγεῖσθαι.



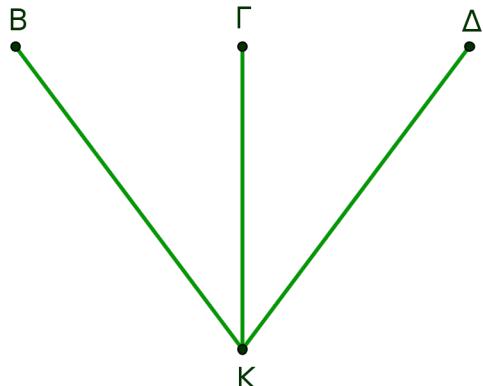
Φερέσθω γὰρ ἵσοταχῶς τὰ **BΓ**, **ΔΖ**, **ΚΑ** ἐπὶ μᾶς πρὸς ὄρθὰς αὐτοῖς οὕσης εὔθείας τῆς **ΓΑ** τὰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πέρατα ἔχοντα τὰ **Γ**, **Ζ**, **Δ**, **Α**, καὶ ἀπὸ τοῦ **Μ** ὅμματος παράλληλος ἥχθω τῇ **ΓΑ** ἢ **ΜΛ**, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **ΜΓ**, **ΜΖ**, **ΜΔ**. οὐκοῦν προηγούμενον μὲν δοκεῖ τὸ **BΓ**, ἐπακολουθοῦν δὲ τὸ **ΚΑ** διὰ τὸ καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὅμματος προσπιπτουσῶν ἀκτίνων τὴν **ΜΓ** ἐπὶ τὸ **Γ** παρῆχθαι δοκεῖν μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων. τὸ ἄρα **ΜΓ** προηγεῖσθαι δόξει προσιόντων, ὡς εἴρηται.

παραλλαξάντων δὲ τῶν **BΓ**, **ΔΖ**, **ΚΑ** καὶ ὡς τῶν **ΝΕ**, **ΠΡ**, **ΣΤ** χενομένων προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **MN**, **MP**, **MS**. οὐκοῦν τὸ **ΝΕ** παρῆχθαι δοκεῖ ἐπὶ τὸ **N** διὰ τὸ καὶ τὴν **MN** ἀκτῖνα παρῆχθαι ἐπὶ τὸ **N** μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων· τὸ ἄρα **ΣΤ** ἐπὶ τὸ **T** παρῆκται διὰ τὸ καὶ τὴν **MS** παρῆχθαι ὡς ἐπὶ τὸ **T** μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων. τὸ μὲν ἄρα **BΓ** προηγούμενον ἐπὶ τοῦ **ΝΕ** χενόμενον δόξει ἐπακολουθεῖν τὸ δὲ **ΑΚ** ἐπακολουθοῦν ἐπὶ τοῦ **ΣΤ** χενόμενον δόξει προηγεῖσθαι.

να'.

Ἐάν τινων φερομένων πλειόνων ἀνίσω τάχει συμπαραφέρηται ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ὅμμα, τὰ μὲν τῷ ὅμματι ἵσοταχῶς φερόμενα δόξει ἐστάναι, τὰ δὲ βραδύτερον εἰς τούναντίον φέρεσθαι, τὰ δὲ θᾶττον εἰς τὰ προηγούμενα.

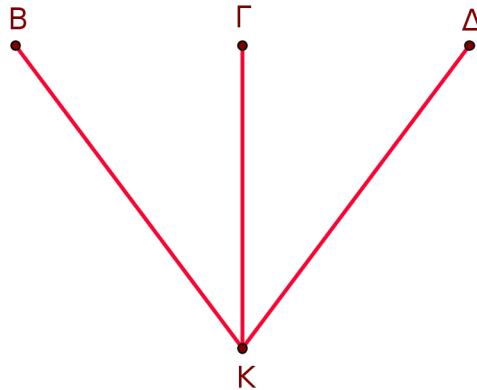
Φερέσθω γὰρ ἀνίσω τάχει τὰ **B**, **Γ**, **Δ**, καὶ βραδύτατα μὲν φερέσθω τὸ **B**, τὸ δὲ **Γ** ἵσοταχῶς τῷ **K** ὅμματι, τὸ δὲ **Δ** θᾶττον τοῦ **Γ**. ἀπὸ δὲ τοῦ **K** ὅμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **KB**, **KΓ**, **KΔ**. οὐκοῦν τῷ ὅμματι παραφερόμενον τὸ **Γ** ἐστάναι δόξει, τὸ δὲ **B** ὑπολειπόμενον εἰς τούναντίον φέρεσθαι, τὸ δὲ **Δ**, δὲ θᾶττον ὑπόκειται τούτων, φέρεσθαι δόξει εἰς τοῦμπροσθεν· πλεῖον γάρ ἀπὸ τούτων ἀποστήσεται.



νβ'.

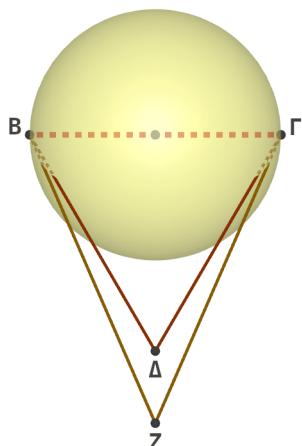
Ἐάν τινων φερομένων διαφαίνηται τι μὴ φερόμενον, δόξει τὸ μὴ φερόμενον εἰς τὰ ὅπισθεν φέρεσθαι.

φερέσθω γὰρ τὰ B , Δ , μενέτω δὲ τὸ Γ , καὶ ἀπὸ τοῦ ὄμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ZB , $Z\Gamma$, $Z\Delta$. ούκοῦν τὸ μὲν B φερόμενον ἔχγιον ἔσται τοῦ Γ , τὸ δὲ Δ ἀποχωροῦν πορρώτερον· εἰς τούναντίον ἄρα φέρεσθαι δόξει τὸ Γ .



νδ'.

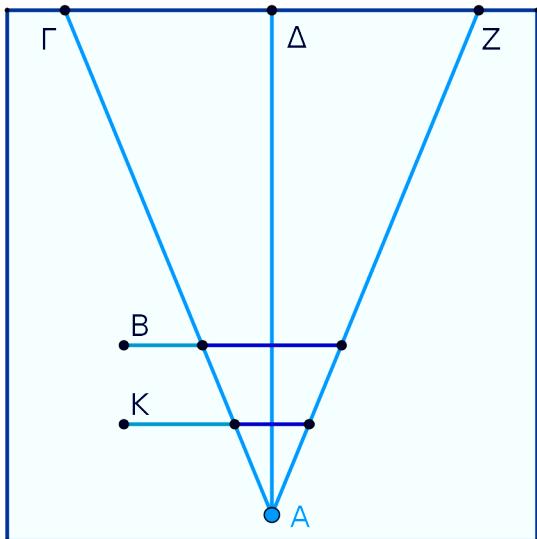
Τοῦ ὄμματος ἔχγιον τοῦ ὁρῶμενου προσιόντος δόξει τὸ ὁρῶμενον ηὔξησθαι.



όράσθω γὰρ τὸ $B\Gamma$ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ Z κειμένου ὑπὸ τῶν ZB , $Z\Gamma$ ἀκτίνων, καὶ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἔχγιον τοῦ $B\Gamma$ καὶ ἔστω ἐπὶ τοῦ Δ , καὶ ὄράσθω τὸ αὐτὸ ὑπὸ τῶν ΔB , $\Delta \Gamma$ ἀκτίνων. ούκοῦν μείζων ἡ Δ χωνία τῆς Z χωνίας· τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος χωνίας ὁρῶμενα μείζονα φαίνεται. δόξει ἄρα ηὔξησθαι τὸ $B\Gamma$ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος ἥπερ ἐπὶ τοῦ Z .

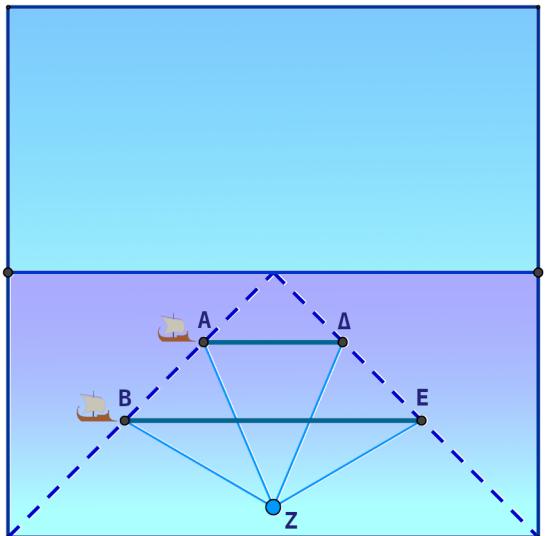
$v\delta'$.

Τῶν ἵσω τάχει φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι.



Φερέσθω χάρα ἴσοταχῶς τὰ **B**, **K**, καὶ ἀπὸ τοῦ **A** ὅμματος ἀκτῖνες ἤχθωσαν αἱ **ΑΓ**, **ΑΔ**, **AZ**. οὐκοῦν τὸ **B** μεῖζονας ἔχει τὰς ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἀκτῖνας ἡγμένας ἥπερ τὸ **K**. μεῖζον ἄρα διάστημα διελεύσεται καὶ ὑστερὸν παραλλάσσον τὴν **AZ** ὅψιν δόξει βραδύτερον φέρεσθαι.

"Ἄλλως.



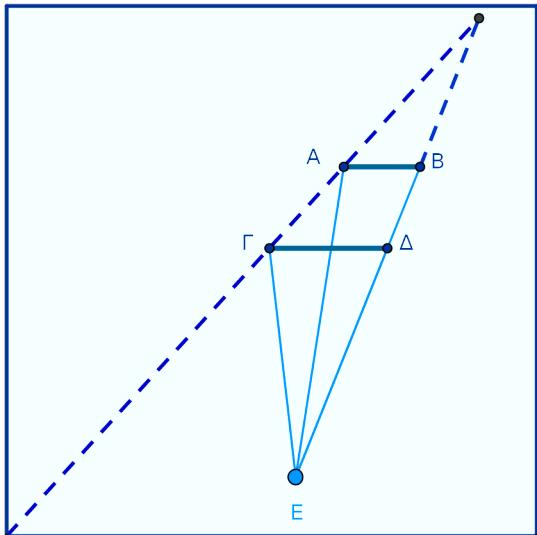
Φερέσθω χάρα δύο σημεῖα τὰ **A**, **B** ἐπὶ παραλλήλων εὐθειῶν, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ **Z**, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ **ZA**, **ZB**, **ZE**, **ZΔ**. Πέργω, ὅτι τὸ πόρρω τὸ **A** δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι τοῦ **B**. ἐπεὶ χάρα αἱ **AZ**, **ZΔ** τῶν **ZB**, **ZE** ἐλάσσονα γωνίαν περιέχουσι, μεῖζον ἄρα τὸ **BE** τοῦ **AD** βλέπεται. εἰὰν ἄρα τὴν **ZE** ἀκτῖνα προσεκβάλωμεν ἐπ' εὐθείας, ὅτι ἐπὶ τῶν ἴσοταχῶς φερομένων τὸ μὲν **B** ἐπὶ τῆς **ZE** ἀκτῖνος εἴ τι κωλυθὲν ὑστερεῖ ἄρα τῶν ἴσοταχῶς φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι.

"Ἄλλως.

Φερέσθω δύο σημεῖα τὰ **A**, **B** ἐπὶ παραλλήλων εὐθειῶν τῶν **AD**, **BE** ὁμοιῶς· τὰς ἵσας ἄρα ἐν ἵσῳ χρόνῳ διελεύσονται. ἔστωσαν οὖν ἵσαι αἱ **AD**, **BE**, καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες ἀπὸ τοῦ **Z** ὅμματος αἱ **ZA**, **ZΔ**, **ZB**, **ZE**. ἐπεὶ οὖν ἐλάττων ἡ ὑπὸ **AZΔ** τῆς ὑπὸ **BZE** γωνίας, ἔλαττον ἄρα τὸ **AD** διάστημα τοῦ **BE** φανήσεται. πάστε δόξει τὸ **A** βραδύτερον φέρεσθαι.

νε'.

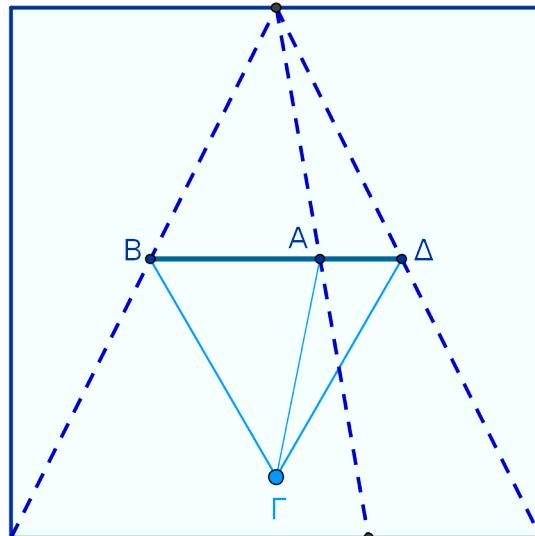
Τοῦ ὄμματος μένοντος, τῶν δὲ ὅψεων παραφερομένων, τὰ πόρρω τῶν ὄρωμένων καταλείπεσθαι δόξει.



ἔστω ὄρώμενα τὰ **A**, **Γ** ἐπὶ εὔθειῶν ὄντα τῶν **AB**, **ΓΔ**, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ **E**, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **EG**, **ED**, **EA**, **EB**. Πέχω, ὅτι τὸ πρὸς τῷ **A** καταλείπεσθαι δόξει. προσεκβεβήσθω ἡ **ED**, ἕχρις οὖ συμβαλεῖ τῇ **AB**, καὶ ἔστω ἡ **EB**. ἐπεὶ οὖν μείζων χωνία ἡ ὑπὸ **ΓEB** τῆς ὑπὸ **ΑEB**, μεῖζον ἄρα τὸ **ΓΔ** διάστημα τοῦ **AB** φαίνεται. ὥστε τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ **E** μένοντος αἱ ὅψεις ὡς ἐπὶ τὰ **A**, **Γ** μέρη παραφερόμεναι θᾶττον παραλλάξουσι τὸ **A** ἢπερ τὸ **Γ**. ὑπολείπεσθαι ἄρα δόξει τὸ **AB**.

Τὰ αὐξανόμενα τῶν μεχεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι.

ἔστω ὄρώμενον μέχεθος τὸ **AB**, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ **Γ**, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΓΑ**, **ΓΒ**. καὶ ηύξήσθω τὸ **BA** καὶ ἔστω τὸ **BΔ**, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ **ΓΔ**. ἐπεὶ οὖν μείζων χωνία ἡ ὑπὸ **BΓΔ** τῆς ὑπὸ **BΓΑ**, μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ **BΔ** τοῦ **BA**. τὰ δὲ μείζονα ἔαυτῶν οἰόμενα ἐπαυξάνεσθαι δοκοῦσι, καὶ τὰ ἔχοντα τοῦ ὄμματος ἐλάττονα φαίνεται. τὰ ἄρα αὔξόμενα τῶν μεχεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι.



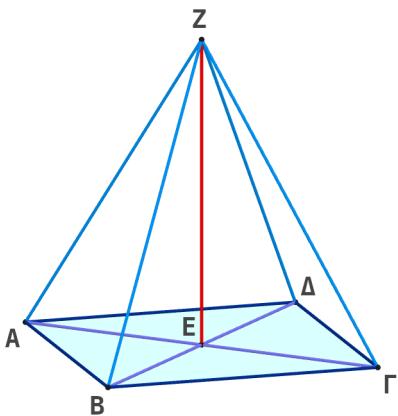
$\nu\zeta'$.

Οσα ἐπὶ τῷ αὐτῷ διαστήματι κεῖται τῶν ἄκρων μὴ ἐπ' εὐθείας τῷ μέσῳ ὅντων, τὸ ὅλον σχῆμα ὅτε μὲν κοῖλον, ὅτε δὲ κυρτὸν ποιεῖ.

όρασθω γὰρ τὰ $\Gamma\Delta$ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ K κειμένου, καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ $K\Gamma$, $K\Delta$, $K\Delta$. οὐκοῦν τὸ ὅλον σχῆμα κοῖλον δόξει εἶναι. μετακινείσθω δὴ πάλιν τὸ ἐν τῷ μέσῳ ὄρώμενον καὶ ἔχγιον κείσθω τοῦ ὄμματος. οὐκοῦν τὸ $\Delta\Gamma$ δόξει κυρτὸν εἶναι.

$\nu\eta'$.

Ἐὰν τετραγώνου ἀπὸ τῆς συναφῆς τῶν διαμέτρων πρὸς ὄρθας ἀκτῖνα εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὄμμα τεθῇ, αἱ πλευραὶ τοῦ τετραγώνου ἴσαι φανοῦνται, καὶ αἱ διάμετροι δὲ ἴσαι φανήσονται.



ἔστω τετράγωνον τὸ $\mathbf{AB}\Gamma\Delta$, καὶ ἡχθωσαν αὐτοῦ διαχώνιοι αἱ $\Delta\mathbf{B}$, $\mathbf{G}\Delta$, καὶ ἀνήχθω πρὸς ὄρθας ἀπὸ τοῦ E τῷ ἐπιπέδῳ μετέωρος εὐθεῖα ἡ EZ , ἐφ' ἣς ὄμμα κείσθω τὸ Z , καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ $Z\mathbf{A}$, $Z\mathbf{B}$, $Z\Delta$, $Z\Gamma$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ ΔE τῇ $E\Gamma$, κοινὴ δὲ ἡ EZ , καὶ αἱ γωνίαι ὄρθαι, βάσις ἄρα ἡ $Z\Gamma$ βάσει τῇ ΔZ ἴση ἔστιν, καὶ τῶν πρὸς ταῖς βάσεσι γωνιῶν ἐκεῖναι ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἔστιν ἡ ὑπὸ $EZ\Gamma$ τῇ ὑπὸ $EZ\Delta$. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ $E\Gamma$ τῇ $E\Delta$. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ AZE τῇ ὑπὸ BZE ἴση ἔστιν. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ $A\Gamma$ τῇ $B\Delta$.

πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν ΓZ τῇ ZB ἔστιν ἴση, ἡ δὲ AZ τῇ $Z\Delta$, ἀλλὰ καὶ ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$, αἱ τρεῖς ἄρα ταῖς τρισὶν ἴσαι εἰσί, καὶ γωνία γωνίᾳ. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ, ὡς καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ἴσαι φανήσονται.

Τῆς δὲ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὴν συναφὴν τῶν διαμέτρων μήτε πρὸς ὄρθας οὕσης τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴσης ἐκατέρα τῶν ἀπὸ τῆς συναφῆς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου ἀγομένων μήτε ἴσας γωνίας ποιούσης μετ' αὐτῶν αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται. ὁμοίως γὰρ δείξομεν τὰ συμβαίνοντα, καθάπερ καὶ ἐν τοῖς κύκλοις.

ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΘΕΩΝΗ

Ἄποδεικνὺς τὰ κατὰ τὴν ὄψιν παραμυθίας ἐκόμιζέ τινας προσεπιλογιζόμενος, διότι κατ' εὐθείας χραμμὰς πᾶν φῶς φέρεται. σημεῖον δὲ τούτου μέχιστον τάς τε ἀπὸ τῶν σωμάτων ἀπορριπτουμένας σκιὰς καὶ τὰς ἀπὸ τῶν θυρίδων τε καὶ ὅπων φερομένας αὐχὰς κομίζει. ἔκαστον δὲ τούτων οὐκ ἀν ἐδίχνετο, καθάπερ νῦν θεωρεῖται χιδνόμενον, εἴπερ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ ἡρίου φερόμεναι ἀκτῖνες κατά τινας εὐθείας ἐφέροντο. ἐπὶ τε τῶν παρ' ἡμῖν πυρῶν τὰς ἀποστελλομένας ἔφασκεν αὐχὰς αἰτίας εἶναι τοῦ τε φωτίζεσθαι τινα τῶν παρακειμένων σωμάτων καὶ ἀπορρίπτειν σκιὰς τὰς μὲν ἵσας τοῖς ὑποκειμένοις σώμασι, τὰς δὲ μείζονας, τὰς δὲ ἐλάσσονας τῶν ὑποκειμένων σωμάτων. καὶ ἵσας μὲν ἀπορρίπτειν σκιάς, ὅσα τοῖς φωτίζουσι πυροῖς ἵσα ἐστί, τὰς τε ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων συμβαίνειν παραλήθησος χίδνεσθαι καὶ μήτε συναπτούσας αὐτὰς μειοῦν τὴν σκιὰν μήτε μὴν ἐξαπλουμένας αὔξειν, ἀλλ’ οἷόν ἐστι τὸ ἐπιπροσθοῦν, τοιαύτην καὶ τῆς σκιᾶς συμμετρίαν φυλάσσειν· ἐλάσσονες δὲ τῶν σωμάτων αἱ σκιαί εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρά μείζονα ἥτε τὰς χάρησχάτας ἀκτῖνας συμπίπτειν ἐαυταῖς· διὸ δὴ καὶ μειοῦν τὰς σκιάς. μείζους δὲ τῶν σωμάτων αἱ σκιαί εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ ἐλάσσονα ἥτε τὰς χάρησχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων ἐξαπλοῦσθαι συμβαίνει καὶ μείζον τὸ σκιαζόμενον μέρος ἀποτελεῖν· οὐδέποτε δ' ἀν τοῦτο συνέβαινεν, εἰ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ πυρὸς φερόμεναι ἀκτῖνες ἐπ' εὐθείας ἐφέροντο. ἐκφανέστατα δὲ τούτων πάντων τοῦτο ἐπὶ τῶν κατασκευαστῶν χινομένων θεωρεῖσθαι συμβαίνει. λύχνου χάρη ὁπωσδήποτοῦν κειμένου εἰ προστεθείη τούτῳ πτυχίον ἔχον ἐπιτομὴν λιπεπτοῦ πριονίου, ὥστε καὶ τὴν ἐπιτομὴν κατὰ μέσου τοῦ λύχνου πίπτειν, τῷ δὲ πτυχίῳ τούτῳ κατὰ τὰ ἔτερα μέρη παρατεθείη πτυχίον ἔχον, ὡς προσπεσεῖται ἡ αὐχὴ ἡ διὰ τῆς ἐντομῆς φερομένη, πάντως τὴν προσπίπτουσαν αὐχὴν τῷ πτυχίῳ εὐθείας χραμμαῖς περιεχομένην εὑρήσομεν καὶ τὴν ἐπιζευγνύουσαν τὸ τε μέσον τοῦ λύχνου καὶ τὴν ἐντομὴν τοῦ πτυχίου κατὰ τὴν αὐτὴν εὐθείαν οὖσαν.

Ἐναρχοῦς οὖν ὄντος τοῦ, ὅτι πᾶν φῶς κατ' εὐθείαν χραμμὴν φέρεται, καὶ πᾶσι προδήμοις μεταβαίνειν ἐπὶ τὴν ὄψιν ἡξίου καὶ τὰς ἀπ' αὐτῆς ἐκκεομένας ἀκτῖνας καὶ ὄμοιοζεῖν κατ' εὐθείας φέρεσθαι χραμμὰς καὶ ταύτας ἐν διαστήμασι, καὶ διὰ τοῦτο μηδὲ τὰ ὄρώμενα ἄμα ὅμια ὄρᾶσθαι, ὑπόμνησιν φέρων τοιαύτην· πολλάκις χάρη βελόνης ἡ τίνος τοιούτου ἐτέρου σωματίου ἐκριφέντος εἰς τὸ ἔδαφος φιλοτιμότερόν τινες προσεκάθισαν τῇ ζητήσει καὶ τὸν αὐτὸν τόπον πολλάκις ἐμάτευσαν οὐδενὸς ἐπιπροσθοῦντος τῷ ζητουμένῳ σωματίῳ· εἴτα μέντοι χειροτερον ἐπιβάλλοντες τὴν ὄψιν τῷ τόπῳ, ἐν ὕψει τῇ τὸ σωμάτιον, εἰδόν τὴν βελόνην. δῆθον οὖν, ὡς, ὅτε οὐχ ἔωράτο τὸ ἐξερριμμένον, οὐδὲ ὁ τόπος, ἐν ὕψῃ τῇ, ἔωράτο· ὥστε τοῦ ὑπὸ τὴν ὄψιν τοῦ ζητοῦντος κειμένου τόπου μὴ ἄπαντα τὰ μέρη θεωρεῖσθαι. εἰ χάρη ἐθεωρεῖτο, καὶ τὸ ζητούμενον ἀν ἔωράτο· οὐχ ἔωράτο δέ. ἐπὶ τε τῶν ἀτενιζόντων τοῖς βιβλίοις συνιστάμενος ἔφασκε μηδὲ τούτους ἀν δύνασθαι πάντα τὰ ἐν τῇ σελίδῃ χράμματα ὄρāν. πολλὰ χοῦν ἀναχαζομένους δεῖξαι τῶν σπανίως χραφομένων χραμμάτων μὴ δύνασθαι δεῖξαι διὰ τὸ μὴ πρὸς πάντα τὰ χράμματα τὰς ὄψεις φέρεσθαι, ἀλλ' ἐκ διαστημάτων ταύτας ὑπάρχειν καὶ πολλὰ τῶν κατατεταχμένων μὴ θεωρεῖν. ὥστε ἐκ τούτου φανερόν ἐστι, διότι οὐδὲ ὁ τόπος τῆς σελίδος ὅλος ὄραθήσεται. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων θεαμάτων τὸ αὐτὸν συμβαίνει. ὥστε οὐχ ὄραθήσεται ἄμα ὅμια τὰ ὄρώμενα· δοκεῖ δὲ ὄρᾶσθαι διὰ τὸ κινεῖσθαι τὰς ὄψεις ὑπερβολῇ τάχους μηδὲν ἀποθειπούσας, τουτέστι κατὰ συνέχειαν παραφερομένας καὶ μὴ ἀλλοιομένας.

πρὸς δὲ τὸ τῇ ὄψει μὴ προσπίπτειν τι εἴδωλον ἀπὸ τοῦ ὄρωμένου εἰς τὸ κινῆσαι αὐτὴν πρὸς τὸ καταλαβεῖν τὸ ὄρώμενον ἔφερεν αἰτίας τοιαύτας· καὶ γὰρ ἐπὶ τοῦ ζητουμένου σώματος καὶ τοῦ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζοντος ἀπορίαν κομίζων ἔθεξεν· εἰ τὴν κατ' εἰδώλων ἔμπτωσιν τὸ ὄρατικὸν πάθος, καὶ ἀπὸ παντὸς σώματος διηνεκῶς εἴδωλα ἀπέρρεεν, ἢ κινεῖ ἡμῶν τὴν αἴσθησιν, τίς ἡ αἰτία γίγνεται, δι' ἣν οὐχ ὅρᾳ ὁ τε ζητῶν τὴν βελόνην καὶ ὁ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζων πάντα τὰ χράμματα; πότερόν ποτε διὰ τὸ μετεωρίζεσθαι τῇ διανοίᾳ; ἀλλ' οὐδὲν ἥττον ἐπιλογιζόμενοι ζητοῦσι καὶ ὀλοσχερῶς οὐχ εύρίσκουσι, πολλάκις δὲ ὅμιλοι ὑπέρεις καὶ περισπώμενοι τῇ διανοίᾳ εύρίσκουσι θᾶττον. ἀλλ' οὐ πάντα τὰ εἴδωλα εἰσκρίνεται εἰς τὴν ὄρασιν; καὶ τίς αἰτία τοῦ ἀποκληροῦσθαι τά εἰσκρινόμενα; καὶ μὴν τὴν φύσιν ἔφασκε κατὰ τὰ ζῶα τὰ μὲν τῶν αἰσθητηρίων πρὸς ὑποδοχὴν εὔθετα κατεσκευάκει, τὰ δὲ μή. ἀκοὴν μὲν γὰρ καὶ ψεῦσιν καὶ ὄσφρησιν κοίλα κατεσκεύακεν ἐντὸς ὡς ἔξωθεν αὐταῖς προσπίπτειν σώματα κινήσοντα τὰς αἰσθήσεις ταύτας. ἀκοῇ μὲν γὰρ φωνῇ προσπίπτουσα τόπον ἐπιτήδειον ὕφειλεν εύρισκεν πρὸς τὸ ἀναμεῖναι καὶ μὴ κατὰ τὴν πρόσπτωσιν εὐθέως ἀποπαλθεῖσαν τήν τε αἴσθησιν ἀκίνητον διαφυλάττειν καὶ τὴν ἐπιφερομένην συγχέαι φωνήν. ὅμοιας δὲ καὶ ὄσφρησιν· ἐπὶ μὲν γὰρ ψεύσεως τί δεῖ καὶ λέγειν; διὸ καὶ μάλιστά πως αὗται αἱ αἰσθήσεις κοίλαι τε καὶ ἀντροειδεῖς κατεσκευάσθησαν πρὸς τὸ ἐμμένειν τὰ προσπίπτοντα σώματα πλείονας χρόνους. καὶ ἐπὶ τῆς ὄράσεως οὖν, εἴπερ ἔξωθεν αὐτῇ προσέπιπτε τὰ κινήσοντα αὐτὴν σώματα, καὶ μὴ αὐτὴ ἔξαπέστελλε τι ἀφ' ἑαυτῆς, ἔδει τὴν κατασκευὴν αὐτῆς κοίλην τε καὶ εὔθετον πρὸς ὑποδοχὴν τῶν προσπιπτόντων σωμάτων εἶναι· νυνὶ δὲ θεωρεῖται τοῦτο οὐχ οὕτως ἔχον, ἀλλὰ μᾶλλον σφαιροειδής οὖσα θεωρεῖται ἡ ὄρασις.

πρὸς οὖν τὸ πιστὸν εἶναι κατὰ τὸ παρὸν τὸ ἀκτῖνας εἶναι τὰς ἐκκεομένας καὶ κινούσας τὸ ὄρατικὸν πάθος ἀρκούντως ἐδόκει εἰρῆσθαι, πρὸς δὲ τὸ τὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς ὄψεσι κειμένας περιφερείας εὐθείας φαίνεσθαι ἔθεξε τάδε· διότι ἡ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένη ὄψις ὥτινιοῦ θεωρητῷ τοιαύτῃ ἐστὶν ὥστε μήτε ὑψηλοτέρα εἶναι τοῦ θεωρουμένου μήτε ταπεινοτέρα· τὸ γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κεῖσθαι τοῦτ' ἐστιν. εἰ οὖν οὕτε ταπεινοτέρα οὕτε ὑψηλοτέρα ἐστὶν ἡ ὄψις τῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεχραμμένης περιφερείας, οὐχὶ τοῖσδε μὲν τοῖς μέρεσιν ὑψηλοτέρας προσβάλλει ἀκτῖνας τοῖσδε δὲ ταπεινοτέρας, ἀλλὰ πᾶσι τοῖς μέρεσι τῆς περιφερείας ἵσας τὰς διὰ τοῦ ἐπιπέδου φερομένας ἀκτῖνας προσβάλλει ὥστε τὴν αὐτὴν γίγνεσθαι αἰτίαν τοῦ τε τὸ ἐπιπέδον εὐθείας φαντασίαν ἀποθίπειν καὶ τὴν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεχραμμένην περιφέρειαν. καὶ γὰρ τὸ ἐπιπέδον τὸ ἐπ' εὐθείας κείμενον τῇ ὄψει αὐτὸ μὲν ἀθεώρητόν ἐστὶ διὰ τὸ μὴ προσπίπτειν αὐτῷ μηδεμίαν τῶν ἀπὸ τῆς ὄψεως ἐκκεομένων ἀκτίνων, τὸ δὲ πέρας αὐτοῦ θεωρεῖται, ὅπερ ἐστὶν ἡ περιφέρεια. λέγει δὲ [διὰ] τὴν πρὸς τῇ ὄψει κειμένην γραμμήν, ἡτις τοῖς λοιποῖς τοῦ ἐπιπέδου μέρεσιν ἐπιπροσθίσσα ἀθεώρητον ποιεῖ τὸ ἐπιπέδον. ἡ δὲ αὐτὴ αἰτία ἡ περὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐπ' εὐθείας κειμένου τῷ ὄμματι ποιεῖ εὐθείας ἀποδίδοντα φαντασίαν καὶ τῶν περιφερειῶν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ ὄμματι. φαίνεσθαι δὲ τὸ μὲν μεῖζον, ὅταν πλείονες ὄψεις ἐπιβάλλωσιν, τὸ δὲ ἵσον, ὅταν ἴσαι, τὸ δὲ ἔλασσον, ὅταν ἐλάσσονες γίγνωνται τῶν ὄψεων οἷον γωνίαι τινὲς πρὸς τῷ ὄμματι.

"Οροι

- α'. Ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὅμματος ὅψεις κατ' εὐθείας χραμμὰς φέρεσθαι διάστημά τι ποιούσας ἀπ' ἀλλήλων.
- β'. καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ὅψεων περιεχόμενον σχῆμα εἴναι κῶνον τὴν κορυφὴν μὲν ἔχοντα πρὸς τῷ ὅμματι, τὴν δὲ βάσιν πρὸς τοῖς πέρασι τῶν ὁραμένων.
- γ'. καὶ ὁρᾶσθαι μὲν ταῦτα, πρὸς ἂν αἱ ὅψεις προσπίπτωσιν, μὴ ὁρᾶσθαι δέ, πρὸς ἂν μὴ προσπίπτωσιν αἱ ὅψεις.
- δ'. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μείζονος χωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἐλάσσονος ἐλάσσονα, ἵσα δὲ τὰ ὑπὸ ἵσων χωνιῶν ὁρώμενα.
- ε'. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα μετεωρότερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ταπεινοτέρων ταπεινότερα.
- ϛ'. καὶ ὁμοίως τὰ μὲν ὑπὸ δεξιωτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα δεξιώτερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἀριστερωτέρων ἀριστερώτερα.
- ζ'. τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων χωνιῶν ὁρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεσθαι.

α'.

Ούδεν τῶν ὄρωμένων ἄμα ὅλον ὄρᾶται.

ἔστω γάρ ὄρώμενον τι τὸ ΑΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΚ, ΒΔ. οὐκοῦν ἐπεὶ ἐν διαστήματι φέρονται αἱ προσπίπτουσαι ὄψεις, οὐκ ἀν προσπίπτοιεν συνεχεῖς πρὸς τὸ ΑΔ. ὕστε χένοιτο ἀν καὶ κατὰ τὸ ΑΔ διαστήματα, πρὸς δὲ αἱ ὄψεις οὐ προσπεσοῦνται. οὐκ ἄρα ὄφθήσεται ἄμα ὅλον τὸ ΑΔ. δοκεῖ δὲ ὄρᾶσθαι ἄμα τῶν ὄψεων ταχὺ παραφερομένων.

β'.

Τῶν ἵσων μεχεθῶν ἐν διαστήματι κειμένων τὰ ἔχγιον κείμενα ἀκριβέστερον ὄρᾶται.

ἔστω ὅμμα μὲν τὸ Β, ὄρώμενον δὲ τὸ ΓΔ καὶ τὸ ΚΛ· χρὴ δὲ νοεῖν αὐτὰ ἵσα καὶ παράληθη, ἔχγιον δὲ ἔστω τὸ ΓΔ· καὶ προσπιπτέτωσαν ὄψεις ὡς αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΚ, ΒΛ. οὐ γάρ ἀν εἴποιμεν, ὡς αἱ ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος πρὸς τὸ ΚΛ προσπίπτουσαι ὄψεις [ὡς] διὰ τῶν Γ, Δ σημείων ἐλεύσονται. ἢ γάρ ἀν τριγώνου τοῦ ΒΔΛΚΓΒ ἡ ΚΛ μείζων ἀν τῆς ΓΔ· ὑπόκειται δὲ καὶ ἵση. οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ πλειόνων ὄψεων ὄρᾶται ἥπερ τὸ ΚΛ. ἀκριβέστερον ἄρα φανήσεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ.

γ'.

Ἐκαστον τῶν ὄρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ χενόμενον οὐκέτι ὄρᾶται.

ἔστω γάρ ὅμμα μὲν τὸ Β, ὄρώμενον δὲ τὸ ΓΔ. φημὶ δή, ὅτι τὸ ΓΔ ἐν τινὶ ἀποστήματι χενόμενον οὐκέτι ὄραθήσεται. χερενήσθω γάρ τὸ ΓΔ ἐν τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν ὄψεων, ἐφ' οὗ τὸ Κ. οὐκοῦν πρὸς τὸ Κ οὐδεμίᾳ τῶν ἀπὸ τοῦ Β ὄψεων προσπεσεῖται [πρὸς δὲ γε αἱ ὄψεις οὐ προσπίπτουσιν, ἐκεῖνο οὐχ ὄρᾶται]. ἔκαστον ἄρα τῶν ὄρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ χενόμενον οὐκέτι ὄρᾶται.

δ'.

Τῶν ἵσων διαστημάτων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εύθείας ὅντων τὰ ἐκ πλείονος ἀποστήματος ὄρώμενα ἐλάττω φαίνεται.

ἔστω γάρ ἵσα τὰ ΒΓ, ΓΔ, ΔΖ, ὅμμα δὲ τὸ Κ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ, ΚΖ· ἡ δὲ ΚΒ πρὸς ὄρθας ἔστω τῇ ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἐν ὄρθογωνίᾳ τριγώνων τῷ ΚΒΖ ἵσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ, ΓΔ, ΔΖ, μείζων ἐστὶν ἡ μὲν Ε χωνία τῆς Η χωνίας, ἡ δὲ Η χωνία τῆς Θ χωνίας. μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ μὲν ΒΓ τοῦ ΓΔ, τὸ δὲ τὸ ΔΖ.

ε'.

Τὰ ἵσα μεχέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται, καὶ μεῖζον αἰεὶ τὸ ἔχγιον τοῦ ὅμματος κείμενον.

ἔστω γάρ ἵσον τὸ ΓΔ τῷ ΚΛ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΔ, ΒΛ, ΒΚ, ΒΓ. οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ μεῖζονος χωνίας ὄρᾶται ἥπερ τὸ ΚΛ· μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ.

s'.

Τα παράληθηλα τῶν διαστημάτων ἔξ ἀποστήματος ὄρώμενα ἀνισοπλατῆ φαίνεται.

ἔστω χάρ τὸ ΒΓ τῷ ΔΖ παράληθηλον διάστημα, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Κ. Πέργω, ὅτι τὰ ΒΓ, ΔΖ ἀνισοπλατῆ φαίνεται, καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔχον διάστημα τοῦ πορρώτερον.

προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΞ, ΚΛ, ΚΠ, ΚΝ, ΚΒ, ΚΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΞΛ, ΠΝ, ΒΔ. ἐπεὶ οὖν μεῖζων ἔστιν ἡ ὑπὸ ΞΚΛ χωνία τῆς ὑπὸ ΠΚΝ χωνίας, μεῖζων ἄρα φαίνεται καὶ ἡ ΞΛ εὐθεῖα τῆς ΠΝ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΠΝ εὐθεῖα μεῖζων φαίνεται τῆς ΒΔ εὐθείας. οὐκέτι οὖν ὄφθήσεται παράληθηλα τὰ διαστήματα, ἀλλ’ εἰς ἔλαττον καὶ ἀνισοπλατῆ. τὰ ἄρα παράληθηλα τῶν διαστημάτων ἔξ ἀποστήματος ὄρώμενα ἀνισοπλατῆ φαίνεται.

οὕτω μέν, εἰ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τὸ ὅμμα τῷ ὄρωμένῳ κέοιτο, εἰ δὲ μετεωρότερον εἴη τὸ ὅμμα, οὕτως.

ἔστω χάρ τὸ Κ, καὶ ἥχθω ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΚΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΖΛ ἡ ΑΜ καὶ ἐκβεβήσθω ἐπὶ τὸ Ο, καὶ

προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ, ΚΔ, ΚΝ, ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΜ, ΚΞ, ΚΟ. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μετεωροτέρου τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Μ ἐπέζευκται ἡ ΚΜ, κάθετος ἄρα ἔστιν ἐπὶ τὴν ΜΛ. ὅμοίως δὴ καὶ ἡ ΚΞ. ἐπὶ τὴν ΗΝ, ἡ δὲ ΚΟ ἐπὶ τὴν ΒΔ. ὄρθογώνια ἄρα ἔστι τὰ ΚΜΛ, ΚΞΝ, ΚΟΔ τρίγωνα. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΞΝ τῇ ΜΛ ἵστη παραληπλόγραμμον χάρ τὸ ΜΝ· ἐκατέρα δὲ τῶν ΞΚ, ΚΝ μεῖζων ἔστιν ἐκατέρας τῶν ΜΚ, ΚΛ. μεῖζων ἄρα καὶ χωνία ἡ ὑπὸ ΜΚΛ τῆς ὑπὸ ΞΚΝ. μεῖζον ἄρα ὄφθήσεται καὶ τὸ ΜΛ τοῦ ΞΝ· ὅμοίως καὶ τὸ ΖΜ τοῦ ΗΞ. ὥστε καὶ ὅπῃ ἡ ΖΛ ὅπλης τῆς ΗΝ μεῖζων φαίνεται. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΗΝ τῆς ΒΔ. ἀνισοπλατῆ ἄρα καὶ οὕτω φαίνεται τὰ μεχέθη.

ζ'.

Τά ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὅντα ἵσα μεχέθη πορρωτέρω ἀληήλων τεθέντα ἄνισα φαίνεται.

ἔστω χάρ τὰ ΒΓ, ΔΖ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ ὅμματος τοῦ Κ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ, ΚΖ· ὄρθη δὲ ἔστω ἡ ὑπὸ ΚΖΒ χωνία. οὐκοῦν μεῖζων ἔστιν ἡ Σ χωνία τῆς Φ. ὥστε καὶ ἡ ΔΖ μεῖζων φανήσεται τῆς ΓΒ. ἄνισα ἄρα φαίνεται τὰ ΒΓ, ΔΖ μεχέθη.

η'.

Τὰ ἵσα μεχέθη ἄνισον διεστηκότα οὐκ ἀναλόγως τοῖς ἀποστήμασιν ὄρᾶται.

ἔστω χάρ τὸ ΒΓ τῷ ΔΖ ἵσον καὶ κείσθω αὐτῷ παράληθηλον, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπ’ αὐτοῦ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΚΖΓ, ΚΒ, ΚΔ, ᾗν ἡ ΚΓ πρὸς ὄρθας τῇ ΓΒ ἔστω. φημὶ δή, ὅτι οὐκ ἀναλόγως φανήσεται τὰ ΒΓ, ΔΖ μεχέθη τοῖς ΓΚ, ΚΖ διαστήμασιν.

ἐπεὶ χάρ ὄρθη ἔστιν ἡ ὑπὸ ΔΖΚ, ὥξεῖα ἄρα ἔστιν ἡ ὑπὸ ΖΘΚ· ὥστε καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΚΖ ἔστι μεῖζων. ὁ ἄρα κέντρω τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΚ κύκλος χραφόμενος ὑπερπεσεῖται τὴν ΚΖ. χεχράφθω καὶ ἔστω ὁ ΕΘΗ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΘΔΚ τρίγωνον μεῖζον λόγον ἔχει πρὸς τὸν ΘΕΚ τομέα ἥπερ τὸ ΖΘΚ τρίγωνον πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα, ἐναληάξ ἄρα τὸ ΘΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον μεῖζον λόγον ἔχει ἥπερ ὁ ΕΘΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα. συνθέντι ἄρα τὸ ΖΔΚ τρίγωνον πρὸς

τὸ ΖΘΚ τρίχων μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ ΕΗΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα. ἀλλὶ ὡς τὸ ΖΔΚ τρίχων πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίχων, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ὁ ΗΕΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΔΚΖ χωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΘΚΖ. ἐν μείζονι λόγῳ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΘ ἥπερ ἡ Σ, Ρ χωνία πρὸς τὴν Ρ χωνίαν. ὡς δὲ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΘ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΖ· καὶ ἡ ΚΓ ἄρα πρὸς τὴν ΚΖ ἐν μείζονι λόγῳ ἐστὶν ἥπερ ἡ Σ, Ρ χωνία πρὸς τὴν Ρ χωνίαν. καὶ ἐκ μὲν τῆς Σ, Ρ χωνίας τὸ ΔΖ ὄρᾶται, ἐκ δὲ τῆς Ρ χωνίας τὸ ΒΓ. οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασι τὰ ἵσα μεχέθη ὄρᾶται.

θ'.

Τὰ ὄρθιογώνια μεχέθη ἔξι ἀποστήματος ὄρώμενα περιφερῆ φαίνεται.

ἔστω γὰρ ὄρθιογώνιον τὸ ΒΓ [ἔστὼς μετέωρον] ἔξι ἀποστήματος ὄρώμενον. οὐκοῦν ἐπεὶ ἔκαστον τῶν ὄρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ χενόμενον οὐκέτι ὄρᾶται, ἡ μὲν Γ ἄρα χωνία ούχ ὄρᾶται, τὰ δὲ Δ, Ζ σημεῖα μόνον φαίνεται. ὅμοιως καὶ ἐφ' ἔκάστης τῶν λοιπῶν χωνιῶν τοῦτο συμβήσεται. ὥστε ὅλον περιφερὲς φανήσεται.

ι'.

Τῶν κάτω τοῦ ὄμματος ἐπιπέδων κειμένων τὰ πόρρω μετεωρότερα φανεῖται.

ἔστω γὰρ ὄμμα τὸ Β ἀνω τοῦ ΓΚ ἐπιπέδου κείμενον, ἀφ' οὗ ὄμματος προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΖ, ΒΚ, ὡν ἡ ΒΚ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. Πέχω, ὅτι τὸ ΓΔ τοῦ ΔΖ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΔΖ τοῦ ΖΚ. εἰλήφθω [δὰρ] ἐπὶ τῆς ΖΚ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ ἥχθω πρὸς ὄρθας ἡ ΕΗ. καὶ ἐπεὶ αἱ ὄψεις πρότερον πρὸς τὴν ΗΕ προσπίπτουσιν ἥπερ πρὸς τὴν ΕΓ, προσπιπτέω τῇ ΗΕ ἡ μὲν ΒΓ κατὰ τὸ Η σημεῖον, ἡ δὲ ΒΔ κατά τὸ Λ, ἡ δὲ ΒΖ κατὰ τὸ Μ. ἐπεὶ οὖν τὸ Η τοῦ Λ μετεωρότερον, τὸ δὲ Λ τοῦ Μ, ἀλλὶ ἐν ᾖ ἐστι τὸ Η, ἐν τούτῳ τὸ Γ, ἐν ᾖ δὲ τὸ Λ, ἐν τούτῳ τὸ Δ, ἐν ᾖ δὲ τὸ Μ ἐν τούτῳ τὸ Ζ, διὰ δὲ τῶν ΒΓ, ΒΔ ἡ ΔΓ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν ΒΔ, ΒΖ ἡ ΖΔ, διὰ δὲ τῶν ΒΖ, ΒΚ ἡ ΚΖ, οὐκοῦν ἡ μὲν ΓΔ τῆς ΖΔ μετεωροτέρα φαίνεται, ἡ δὲ ΖΔ τῆς ΖΚ τὰ γὰρ ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὄρώμενα μετεωρότερα φαίνεται.

ια'.

Τῶν ἀνω τοῦ ὄμματος ἐπιπέδων κειμένων τὰ πόρρω ταπεινότερα φανεῖται.

ἔστω γὰρ ὄμμα τὸ Β κάτω τοῦ ΔΖ ἐπιπέδου κείμενον, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΔ, ΒΓ, ΒΖ, ὡν ἡ ΒΖ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. Πέχω, ὅτι τὸ ΓΔ τοῦ ΓΖ ταπεινότερον φαίνεται. διὰ δὴ τὸ προεκτεθὲν θεώρημα ταπεινοτάτη τῶν ἀπὸ τοῦ Β ὄμματος πρὸς τὸ ΔΖ ἐπίπεδον προσπιπτουσῶν ἀκτίνων ἐστὶν ἡ ΒΔ, ἡ δὲ ΒΓ τῆς ΒΖ ταπεινοτέρα. ἀλλὰ διὰ μὲν τῶν ΒΔ, ΒΓ ἀκτίνων τὸ ΔΓ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν ΒΓ, ΒΖ τὸ ΓΖ. τὸ ΔΓ ἄρα ταπεινότερον τοῦ ΓΖ ὄρᾶται.

ιβ'.

Τῶν εἰς τοῦμπροσθεν μῆκος ἔχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά.

ἔστω χάρο όρώμενα τὰ **ΒΓ**, **ΔΖ**, ὅμμα δὲ τὸ **Κ**, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὅψεις αἱ **ΚΓ**, **ΚΑ**, **ΚΒ**, **ΚΖ**, **ΚΗ**, **ΚΔ**. οὐκοῦν τὸ **Δ** παρῆχθαι δοκεῖ εἰς τὰ ἀριστερὰ ἥπερ τὸ **Η**. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ **Β** εἰς τὰ δεξιὰ δοκεῖ παρῆχθαι ἥπερ τὸ **Α**. ὥστε τῶν εἰς τοῦμπροσθεν μῆκος ἔχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά.

ιγ'.

Τῶν ἵσων μεχεθῶν ὑπὸ τὸ ὅμμα κειμένων τὰ πόρρω κείμενα μετεωρότερα φαίνεται.

ἔστω χάρο ἵσα μεχέθη τὰ **ΒΓ**, **ΔΖ**, **ΚΛ** ὑπὸ τὸ ὅμμα τὸ **Ν** κείμενα, καὶ ἀπὸ τοῦ **Ν** ὅμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΒΝ**, **ΝΔ**, **ΝΚ**. οὐκοῦν μετεωροτάτη ἔστιν ἡ **ΝΒ** τῶν λοιπῶν ἀκτίνων· ὥστε καὶ τὸ **Β** σημεῖον. τὸ ἄρα **ΒΓ** τοῦ **ΔΖ** μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ **ΔΖ** τοῦ **ΚΛ**. τῶν ἄρα ἵσων μεχεθῶν ὑπὸ τὸ ὅμμα κειμένων τὰ πόρρω κείμενα μετεωρότερα φαίνεται.

ιδ'.

Τῶν ἵσων μεχεθῶν ἄνω τοῦ ὅμματος κειμένων τὰ πόρρω κείμενα ταπεινότερα φαίνεται.

ἔστω ἵσα μεχέθη τὰ **ΚΝ**, **ΛΖ**, **ΓΔ** ἄνω τοῦ ὅμματος κείμενα τοῦ **Β**, καὶ ἀπὸ τοῦ **Β** ὅμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΒΝ**, **ΒΖ**, **ΒΔ**. οὐκοῦν ταπεινοτάτη ἔστιν ἡ **ΒΔ**: ὥστε καὶ τὸ **Δ**. ὥστε καὶ τὸ μὲν **ΓΔ** ταπεινότερον φαίνεται τοῦ **ΛΖ**, τὸ δὲ **ΛΖ** τοῦ **ΚΝ**.

ιε'.

“Οσα ἀλλήλων ὑπερέχει τῶν ὑπὸ τὸ ὅμμα κειμένων, προσιόντος μὲν τοῦ ὅμματος μείζονι τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται μεῖζον, ἀπιόντος δὲ ἐλάττονι μεῖζον.

ἔστω χάρο μεῖζον τὸ **ΒΓ** τοῦ **ΘΖ**, καὶ ὅμμα κείσθω τὸ **Κ** ἄνω τῶν **ΒΓ**, **ΘΖ**, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ **Θ** ἢ **ΚΔ**. οὐκοῦν τὸ **ΒΓ** τοῦ **ΘΖ** μεῖζον φαίνεται τῷ **ΒΔ**: ἵσον χάρο ἐφαίνετο τὸ **ΘΖ** τῷ **ΔΓ**, ἐπειδὴ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ὅμματος καὶ τῆς **ΚΔ** ἀκτῖνος ἐωρᾶτο. πάλιν δὴ μετακείσθω τὸ ὅμμα ἐπὶ τὸ **Λ**, καὶ διὰ τοῦ **Θ** προσπιπτέτω ἀκτὶς ἢ **ΛΝ**. οὐκοῦν πάλιν τὸ **ΒΓ** τοῦ **ΘΖ** μεῖζον φαίνεται τῷ **ΒΝ**. ἐλάττονι ἄρα φαίνεται ὑπερέχον τὸ **ΒΓ** τοῦ **ΘΖ** ἀπιόντος τοῦ ὅμματος ἥπερ προσιόντος.

ιε'.

“Οσα ἀλλήλων ὑπερέχει κάτω τοῦ ὅμματος κειμένου, προσιόντος μὲν τοῦ ὅμματος ἐλάττονι μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ μεῖζονι μεῖζον.

ἔστω μεῖζον τὸ **ΒΖ** τοῦ **ΘΚ**, καὶ τοῦ **Λ** ὅμματος κάτω κειμένου προσπιπτέτω ἀκτὶς ἢ **ΔΓ** διὰ τοῦ **Θ** οὐκοῦν τὸ **ΒΖ** τοῦ **ΘΚ** μεῖζον φαίνεται τῷ **ΒΓ**. μετακείσθω δὴ τὸ **Λ** ὅμμα ἐπὶ τὸ **Ν**, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἢ **ΝΔ** διὰ τοῦ **Θ**. οὐκοῦν πάλιν τὸ **ΒΖ** τοῦ **ΘΚ** μεῖζον φαίνεται τῷ **ΒΔ**. προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὅμματος ἐλάττονι μεῖζον φαίνεται ὑπερέχον τὸ **ΒΖ** τοῦ **ΘΚ**, ἀπιόντος δὲ μεῖζονι.

ιζ'.

"Οσα ἀληθήλων ὑπερέχει τοῦ ὄμματος ἐπ' εὐθείας τῷ ἐλάσσονι μεγέθει ὄντος, προσιόντος τε καὶ ἀφισταμένου τοῦ ὄμματος τῷ ἵσψ αἰεὶ δόξει τὸ ὑπερφαινόμενον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν.

Ὕπερεχέτω ότι τὸ ΒΔ τοῦ ΘΗ τῷ ΒΓ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΘ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Ζ. οὐκοῦν ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἀκτὶς προσπίπτουσα κατὰ τὴν ΖΓ ἐνεχθήσεται. πάλιν δὴ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Κ. οὐκοῦν διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ἀπὸ τοῦ Κ ὄμματος ἀκτὶς προσπίπτουσα κατὰ τὴν ΚΓ ἐνεχθήσεται. τῷ αὐτῷ ἅρᾳ ὑπερέξει τὸ ΒΔ τοῦ ΘΗ καὶ προσιόντος τοῦ ὄμματος καὶ ἀφισταμένου.

ιη'.

Τὸ δοθέν ὕψος γνῶναι, πόσον ἔστιν.

ἔστω ότι τὸ ὕψος γνῶναι ὕψος, πόσον ἔστιν, τὸ ΒΓ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡλίου διὰ τοῦ Β ἡ ΒΔ οὐκοῦν σκιὰ ἔσται ἡ ΓΔ. ἔλαβον δὴ τι γνώριμον μέχεθος τὸ ΚΖ καὶ ἐνήρμοσα ὑπὸ τὴν Δ γωνίαν παράληπθον τῇ ΒΓ. οὐκοῦν ἔστιν, ὡς τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΚ. καὶ γνώριμος ὁ λόγος ὁ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΚ· γνώριμος ἅρᾳ καὶ ὁ τῆς ΔΓ πρὸς ΓΒ. καὶ ἔστι γνώριμος ἡ ΔΓ σκιά· γνώριμον ἅρᾳ καὶ τὸ ΓΒ ὕψος.

ιθ'.

Μὴ ὄντος ἡλίου τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, ἡλίκοι ἔστιν.

ἔστω ότι τὸ ὕψος γνῶναι ὕψος, πηλίκον ἔστιν τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω κάτοπτρον τὸ ΚΑ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΔΘ καὶ ἀνακεκλάσθω ᾧς ἡ ΘΒ ἐπὶ τὸ Β πέρας, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ὄμματος κάθετος ἡ ΔΖ. οὐκοῦν ἵσαι εἰσὶν αἱ πρὸς τῷ Θ γωνίαι ἀληθήλαις· τοῦτο ότι δείκνυται ἐν τοῖς Κατοπτρικοῖς. ἀληθὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἵση ἔστιν· ὅρθὴ όρθη ἔστιν ἐκατέρα αὐτῶν. λοιπὴ ἅρᾳ ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Δ ἵση ἔστιν. ὥστε ὅμοιον ἀν εἴη τὸ ΒΓΘ τρίγωνον τῷ ΔΖΘ τριγώνῳ ἔστιν ἅρᾳ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΔ· τῆς δὲ ΘΖ πρὸς ΖΔ λόγος δοθείσ· ἔστιν· καὶ τῆς ΘΙ ἅρᾳ πρὸς ΓΒ γνώριμος ὁ λόγος ἔστιν. γνώριμος δὲ ἡ ΘΓ· γνώριμον ἅρᾳ καὶ τὸ ΓΒ ὕψος.

κ'.

Τὸ δοθὲν βάθος ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἔστιν.

ἔστω ότι τὸ βάθος, ὃ δεῖ ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἔστιν, τὸ ΚΒ, καὶ κείσθω ὄμμα τὸ Δ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΔΛΚ εἰς τὸ βάθος, καὶ ἥχθω ἀπὸ τοῦ Δ παρὰ τὴν ΒΚ ἡ ΔΖ. ἐπεὶ παράληπλός ἔστιν ἡ ΒΚ τῇ ΔΖ, καὶ ἐμπέπτωκεν ἡ ΔΚ, τάς ἐναληάξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΒΚΛ, ΔΖ τίσας ἀληθήλαις ποιεῖ. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αἱ πρὸς τῷ Λ ἵσαι ἀληθήλαις· καὶ ἡ λοιπὴ ἅρᾳ γωνία τῇ λοιπῇ ἵσῃ ἔστιν. ἴσογώνιον ἅρᾳ ἔστι τὸ ΒΚΛ τρίγωνον τῷ ΔΖ τριγώνῳ. ἔστιν ἅρᾳ, ὡς ἡ ΔΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΛΒ πρὸς ΒΚ. δοθεὶς δὲ ὁ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΔ λόγος· δοθεὶς ἅρᾳ καὶ ὁ τῆς ΛΒ πρὸς ΒΚ λόγος. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΛΒ· δοθεῖσα ἅρᾳ καὶ ἡ ΒΚ.

κα'.

Τὸ δοθὲν μῆκος ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἔστιν.

ἔστω ότι τὸ μῆκος ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἔστιν, τὸ ΒΓ. κείσθω δὴ ὄμμα τὸ Δ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἥχθω παρὰ τὴν ΒΓ ἡ ΖΚ.

ούκοῦν ἔστιν, ὡς ἡ ΖΚ πρὸς ΚΔ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΔ. γνώριμος δὲ ὁ τῆς ΖΚ πρὸς ΚΔ πλόγος· γνώριμος ἄρα καὶ ὁ τῆς ΒΓ πρὸς ΓΔ πλόγος. καὶ γνώριμος ἡ ΓΔ· γνώριμος ἄρα καὶ ἡ ΓΒ.

κβ'.

Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν τῷ τὸ ὅμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῆ, εὔθεῖα χραμμὴ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια φανεῖται.

ἔστω γὰρ περιφέρεια ἡ ΒΓ, ὅμμα δὲ τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὃν τῇ ΒΓ περιφερείᾳ, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ὅψεις αἱ ΔΒ, ΖΔ, ΔΓ. οὐκοῦν, ἐπεὶ τῶν ὁρωμένων οὐδὲν ἄμα ὅρᾶται, οὐκ ἄν φαίνοιτο ἡ ΖΒ περιφέρεια, τὰ δὲ Ζ, Β πέρατα. δόξει ἄρα ἡ ΖΒ περιφέρεια εὔθεῖα εἶναι. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΖΓ. ὅητη ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια εὔθεῖα δόξει εἶναι.

κγ'.

Σφαίρας ὁπωσοῦν ὁρωμένης ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὅμματος ἔλαττον αἰεὶ ἡ μισφαιρίου ὁφθήσεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας ὑπὸ κύκλου περιεχόμενον φαίνεται.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἣς κέντρον ἔστω τὸ Κ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχω ἡ ΒΚ, καὶ πρὸς ὥρθας αὐτῇ ἥχθω διὰ τοῦ Κ ἡ ΓΚΔ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΒΚ, ΓΚΔ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον. ποιείτω δὴ τὸν ΓΔΛΝ, περὶ δὲ τὴν ΚΒ [διάμετρον] κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχωσαν αἱ ΚΖ, ΖΒ, ΒΛ, ΛΚ, ΛΖ. οὐκοῦν ἐπεὶ ὥρθαι εἰσιν αἱ ὑπὸ ΚΖΒ, ΒΛΚ διὰ τὸ ἐν ἡμικυκλίοις εἶναι καὶ ἐκ κέντρου τὰς ΚΖ, ΚΛ, καθ' ἓν σημεῖον ἐφάψονται αἱ ΒΛ, ΒΖ τῆς σφαίρας· αἱ ἄρα ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος προσπίπτουσαι ἀκτῖνες κατὰ τὰς ΒΖ, ΒΛ πεσοῦνται. καὶ ἐπεὶ ἔκαστη τῶν πρὸς τῷ Θ γωνιῶν ὥρθή ἐστι διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΓΔ τῇ ΖΛ, καὶ ἵση ἡ ΖΘ τῇ ΘΛ, ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΘΒ τὸ ΘΖΒ τρίχων περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἥρξατο φέρεσθαι, ἢ τε ΒΖ περιφερομένη καθ' ἓν ἐφάψεται τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας κατὰ τὸ Ζ, καὶ κύκλος ἔσται χειραμμένος διὰ τῶν Ζ, Λ σημείων. ὥστε ὑπὸ κύκλου ἄν περιέχοιτο τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας, ὃ γε ἔλαττόν ἔστιν ἡμισφαιρίου· τὸ γὰρ ΖΛ ἔλαττόν ἔστιν ἡμικυκλίου. ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ὅψεως περιεχόμενον ἔλαττόν ἔστιν ἡμισφαιρίου.

κδ'.

Τοῦ ὄμματος προσιόντος ἔχγιον τῆς σφαίρας ἔλαττον ἔσται τὸ ὄρώμενον, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἵστη κέντρον ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ὄμματος ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ ΔΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ πρὸς ὄρθας ἥχθω ἡ ΒΓ, περὶ δὲ τὴν ΔΚ κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΝ, ΝΚ, ΔΛ, ΛΚ. οὐκοῦν ὄρθαι ἔσονται αἱ πρὸς τοῖς Λ, Ν χωνίαι διὰ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἴναι· καθ' ἐν ἄρα ἐφάπτονται αἱ ΔΛ, ΔΝ τῆς σφαίρας. αἱ ἄρα ἀπὸ τοῦ Δ ὄμματος προσπίπτουσαι ἀκτῖνες κατὰ τὰς ΔΛ, ΔΝ πεσοῦνται. πάλιν δὴ μετακινείσθω τὸ Δ ὄμμα ἐπὶ τὸ Ρ, καὶ περὶ τὴν ΡΚ κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΡΖ, ΖΚ, ΡΣ, ΣΚ. οὐκοῦν αἱ ΡΖ, ΡΣ καθ' ἐν ἐφάπτονται τῆς σφαίρας. καὶ αἱ χειράφθωσαν αἱ ΡΖ, ΖΚ, ΡΣ καθ' ἐν ἐφάπτονται τῆς σφαίρας. καὶ αἱ χειράφθωσαν αἱ ΡΖ, ΖΚ, ΡΣ πεσοῦνται. ὥστε ὁρᾶται ὑπὸ μὲν τῆς Ρ χωνίας τὸ ΖΣ, ὑπὸ δὲ τῆς Δ τὸ ΝΖΛ μεῖζον δὲ τὸ ΝΖΛ τοῦ ΖΣ ἔστιν. φαίνεται δὲ ἔλαττον μείζων χάρος ἔστιν ἡ Ρ χωνία τῆς Δ χωνίας, τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος χωνίας ὄρώμενα μείζονα φαίνεται. μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ ΖΣ τοῦ ΝΖΛ, ἔστι δὲ ἔλαττον.

κε'.

Σφαίρας διὰ τῶν δύο ὄμμάτων ὄρωμένης, ἐὰν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἴση ἡ τῇ εύθειᾳ τῇ διεστώσῃ ἀπὸ τῶν ὄμμάτων, ἡμισφαίριον αὐτῆς ὄφθήσεται.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἵστη διάμετρος ἡ ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῶν Β, Γ ἥχθωσαν πρὸς ὄρθας αἱ ΒΖ, ΓΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἥχθω παρὰ τὴν ΒΓ ἡ ΖΛ, καὶ κείσθω ἐν ὄμμα ἐπὶ τοῦ Ζ, τὸ δὲ ἔτερον ἐπὶ τοῦ Λ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ κέντρου ἥχθω παρὰ τὴν ΒΖ ἡ ΔΚ. οὐκοῦν ἐὰν μενούσης τῆς ΔΚ τὸ ΒΚ παραθηλόχραμμον περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸν πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἥρξατο φέρεσθαι, τὸ περιχραφὲν ὑπὸ τῆς ΒΔ σχῆμα κύκλος ἔσται, ὃς χειράφθωσαν αἱ ΒΖ, ΓΛ ὄμμάτων.

κε'.

Ἐὰν τὸ τῶν ὄμμάτων διάστημα μεῖζον ἡ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, ἡμισφαιρίου μεῖζον τὸ ὄρώμενον τῆς σφαίρας ὄφθήσεται.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἵστη κέντρον τὸ Κ, τῶν δὲ ὄμμάτων διάστημα τὸ ΒΓ μεῖζον ὃν τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, καὶ διὰ τοῦ Κ καὶ τῆς ΒΓ ἐκβεβήσθω ἐπίπεδον καὶ ποιείτω ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΔΖΝ, καὶ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες καθ' ἐν ἀπόμεναι αἱ ΒΔ, ΓΖ. οὐκοῦν ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐπειδὴ ἡ ΒΓ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου μείζων ἔστι. συμπιπτέωσαν δὴ κατὰ τὸ Θ σημεῖον. οὐκοῦν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Θ σημείου αἱ ΘΖ, ΘΔ καθ' ἐν ἐφαπτόμεναι προσπεπτώκασιν, ἔλασσον ἢν εἴη τὸ ΖΝΔ ἡμικυκλίου· αἱ γὰρ ΘΖΚ, ΘΔΚ χωνίαι ὄρθαι εἰσιν. τὸ ἄρα ποιοπὸν τῆς σφαίρας μεῖζον ἡμισφαιρίου ὁρᾶται ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΓΖ.

κζ'.

Ἐὰν τὸ τῶν ὄμμάτων διάστημα ἔλασσον ἡ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, τὸ ὄρώμενον τῆς σφαίρας ἔλασσον ἡμισφαιρίου ὄφθήσεται.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἵστη κέντρον τὸ Κ, τῶν δὲ ὄμμάτων διάστημα τὸ ΒΓ ἔλαττον ὃν τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, καὶ διὰ τοῦ Κ καὶ τῆς ΒΓ ἐκβεβήσθω ἐπίπεδον καὶ

ποιείτω ἐν τῇ σφαιρᾳ κύκλῳ τὸν **ZHN**. ἦχθωσαν δὲ ἀπὸ τῶν **B**, **G** ὄμμάτων καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι αἱ **BZ**, **GN** καὶ συμπιπτέτωσαν ἀληήθαις κατὰ τὸ **Θ**. συμπεσοῦνται γάρ, ἐπειδήπερ ἄνισοι εἰσιν ἡ τε **GB** καὶ ἡ τῆς σφαιρᾶς διάμετρος. οὐκοῦν αἱ ἀπὸ τοῦ **Θ** σημείου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν σφαιρᾶν ἔλαττον ἡμισφαιρίου περιῆψονται· τὸ ἄρα **ZHN** ἔλασσον ἡμισφαιρίου ἐστίν. ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν **B**, **G** ὄμμάτων ὁρώμενον ἔλασσον ἀν εἴη ἡμισφαιρίου.

κη'.

Κυλίνδρου ὁπωσοῦν ὁρώμενου ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὅμματος ἔλαττον ἡμικυλίνδρου ὀφθήσεται.

Ἱστω γὰρ κυλίνδρου τοῦ περὶ τὴν βάσιν κύκλου κέντρον τὸ **K**, καὶ ἀπὸ τοῦ **N** ὅμματος ἦχθω ἐπὶ τὸ **K** ἡ **NK**, καὶ διὰ τοῦ **K** πρὸς ὄρθας αὔτῃ ἦχθω ἡ **BG**, περὶ δὲ τὴν **KN** κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **NZ**, **ZK**, **NΔ**, **ΔK**. οὐκοῦν ὄρθαι ἀι πρὸς τοῖς **Z**, **Δ**· καθ' ἐν ἄρα ἐφάπτονται αἱ **ZN**, **NΔ**, καὶ αἱ γε ἀπὸ τοῦ **N** ὅμματος φερόμεναι ἀκτῖνες κατὰ τὰς **NZ**, **NΔ** πεσοῦνται· ὥστε τὸ **ZΛΔ** μόνον ὀφθήσεται. ἀλλὰ τὸ **ZΛΔ** ἔλαττόν ἐστι τοῦ **ΓΛΒ** ἡμικυκλίου· τὸ ἄρα **ZΛΔ** ἔλασσον ἡμικυκλίου ὀφθήσεται, τουτέστιν ὁ κύλινδρος· ὅμοίως γὰρ τῇ βάσει κατὰ πᾶσαν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου δείξομεν. ὥστε ὅλου τοῦ κυλίνδρου τοῦ ἡμίσεος ἔλαττον φαίνεται.

κθ'.

Τοῦ δὲ ὅμματος ἔγχιον τεθέντος τοῦ κυλίνδρου ἔλασσον μὲν Ἱσται τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ὅψεων τοῦ κυλίνδρου, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

Ἱστω γὰρ κυλίνδρου τοῦ περὶ τὴν βάσιν κύκλου κέντρον τὸ **K**, καὶ ἀπὸ τοῦ **B** ὅμματος ἐπὶ τὸ **K** κέντρον ἐπεζεύχθω ἡ **BK**, διὰ δὲ τοῦ **K** πρὸς ὄρθας ἦχθω ἡ **ΓΔ**, καὶ περὶ τὴν **KB** κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **BN**, **NK**, **BΛ**, **ΛK**. διὰ δὴ τὰ πρότερον τὸ **ΛZN** ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου, καὶ ὅμοίως τῇ βάσει ὅλου τοῦ κυλίνδρου ἔλαττον ἡ τὸ ἡμισυ ὁραθήσεται. προσήχθω δὴ τὸ ὅμμα καὶ Ἱστω τὸ **Φ**, καὶ περὶ τὴν **ΦΚ** κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **ΦΡ**, **ΡΚ**, **ΚΣ**, **ΣΦ**. οὐκοῦν αἱ ἀπὸ τοῦ **Φ** ἀκτῖνες προσπίπτουσαι κατὰ τὰς **ΦΡ**, **ΦΣ** πεσοῦνται, αἱ δὲ γε ἀπὸ τοῦ **B** κατὰ τὰς **BΛ**, **BN**· μεῖζον ἄρα τὸ **NΖΛ** τοῦ **PΖΣ**. δοκεῖ δὲ μεῖζον φαίνεσθαι τὸ **PΖΣ** τοῦ **NΖΛ**· μεῖζων γὰρ ἡ **Φ** γωνία τῆς **B** γωνίας. ὥστε καὶ τοῦ κυλίνδρου ἔλαττον μέρος ὀφθήσεται, δοκεῖ δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

ἢ'.

Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὅμματος ὁρώμενου ἔλασσον ἡμικωνίου ὀφθήσεται.

Ἱστω γὰρ κώνου βάσις κύκλος, οὗ κέντρον τὸ **K**, καὶ ἀπὸ τοῦ **B** ὅμματος ἦχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ **BK**, καὶ διὰ τοῦ **K** πρὸς ὄρθας τῇ **KB** ἡ **NΛ**, περὶ δὲ τὴν **KB** κύκλος χειράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ **BZ**, **ZK**, **BΔ**, **ΔK**. οὐκοῦν ὄρθαι εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς **Z**, **Δ** γωνίαι· καθ' ἐν ἄρα ἐφάπτονται αἱ **BΔ**, **BZ**, καὶ αἱ γε ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσαι κατὰ τὰς **BΔ**, **BZ** πεσοῦνται. Ἱσται δὴ ὁρώμενον τὸ **ZΡΔ** ἔλασσον ὃν τοῦ **ΝΡΔ**. ἀλλὰ τὸ **ΝΡΔ** ἡμικύκλιον ἐστιν· τὸ ἄρα **ZΡΔ** ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ὥστε καὶ τὸ ὁρώμενον τοῦ κώνου ἔλασσόν ἐστιν ἡμικωνίου· ὅμοίως γὰρ καὶ ἐπὶ τῶν ποιηῶν κύκλων τῶν ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ δείξομεν.

λα'.

Τοῦ δὲ ὅμματος ἔχγιον μετατεθέντος ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἔλασσον μὲν ἔσται τὸ ὑπὸ τῶν ὄψεων περιλαμβανόμενον μέρος, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

ἔστω γὰρ κώνου βάσις κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Κ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Α, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Κ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΚ, καὶ πρὸς ὅρθας αὐτῇ ἥχθω διὰ τοῦ Κ ἡ ΓΚΒ, γεχράφθω δὲ περὶ τὴν ΑΚ κύκλος, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΚ, ΑΔ, ΔΚ.

μετακείσθω δὴ τὸ Α ὅμμα ἐπὶ τὸ Ν, καὶ περὶ τὴν ΚΝ κύκλος γεχράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΡ, ΡΚ, ΝΣ, ΣΚ. οὐκοῦν αἱ ἀπὸ τοῦ Α ὅμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσαι κατὰ τὰς ΑΔ, ΑΖ πεσοῦνται· ὥστε φανεῖται τὸ ΖΦΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Ν ὅμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσαι κατὰ τὰς ΝΡ, ΝΣ πεσοῦνται· ὁφθήσεται ἄρα τὸ ΡΦΣ. μεῖζον δὲ τὸ ΖΦΔ τοῦ ΡΦΣ. φαίνεται δὲ ἔλασσον· μεῖζων γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ν γωνία τῆς πρὸς τῷ Α γωνίας.

λβ'.

Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν, ἐὰν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν ἀπὸ τοῦ ὅμματος πρὸς τὴν τοῦ κώνου βάσιν προσπιπτουσῶν ἀκτῖνων εύθεῖαι διαχθῶσι διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς τοῦ κώνου πρὸς τὴν κορυφὴν αὐτοῦ, διὰ δὲ τῶν ἀχθεισῶν καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὅμματος πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κώνου προσπιπτουσῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῆ, ἐπὶ δὲ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων τὸ ὅμμα τεθῆ, τὸ ὄρώμενον τοῦ κώνου ἵσον διὰ παντὸς ὁφθήσεται τῆς ὄψεως ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου τῷ προϋποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὑπαρχούσης.

ἔστω γὰρ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΓΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Β σημεῖον, ὅμμα δὲ τὸ Κ, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΔ, ΚΓ ἀπτόμεναι κατὰ τὰ Γ, Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν Δ, Γ σημείων ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου αἱ ΔΒ, ΓΒ, καὶ διὰ μὲν τῶν

ΓΒ, ΓΚ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω, διὰ δὲ τῶν ΔΒ, ΔΚ ὄμοίως ἔτερον ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω. οὐκοῦν συμπεσεῖται [τὰ ἐπίπεδα]· αἱ τε γὰρ ΓΒ, ΔΒ συμπίπτουσι καὶ αἱ ΓΚ, ΚΔ. συμπιπτέωσαν οὖν τὰ ἐπίπεδα, καὶ ἔστω αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἡ ΒΚ. λέχω, ὅτι, ὅπου ἂν ἐπὶ τῆς ΒΚ τεθῆ τὸ ὅμμα, ἵσον τοῦ κώνου τὸ ὄρώμενον φαίνεται.

κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΒΚ τὸ Ζ ὅμμα, καὶ ἥχθω διὰ τοῦ Ζ παρὰ μὲν τὴν ΚΔ ἡ ΖΝ, παρὰ δὲ τὴν ΓΚ ἡ ΖΣ. οὐκοῦν αἱ ΖΝ, ΖΣ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας κατὰ τὰ Ν, Σ ἐφάπτονται· τὰ γὰρ ἐν τῇ ΒΓΔ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ τῶν παραλλήλων κύκλων τμήματα ὄμοιά ἔστιν. τὰ ἄρα ἐν τῇ ΒΔΓ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ διαστήματα ὄρώμενα ἵσα φαίνεται. ἐπεὶ γὰρ ἵση ἔστιν, ἦν περιέχουσιν αἱ ΖΣ, ΖΝ, γωνία τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΚΓ, ἵσον ἂν φαίνοιτο τὸ ΣΝ διάστημα τοῦ κώνου τῷ ΔΓ διαστήματι. ὅσθ' ὅπου ἂν τὸ ὅμμα τεθῆ ἐπὶ τῆς ΚΒ εὐθείας, ἵσον ἀεὶ φανεῖται τὸ ὄρώμενον.

λγ'.

"Ἔσον δὲ ἀεὶ τοῦ ὅμματος ἀπὸ τοῦ κώνου ἀπέχοντος μετεώρου μὲν τοῦ ὅμματος τεθέντος ἔλασσον φαίνεται τοῦ κώνου τὸ ὄρώμενον, ταπεινοτέρου δὲ μεῖζον.

ἔστω γὰρ κώνου κορυφὴ μὲν πρὸς τῷ Δ σημείῳ, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, καὶ ἥχθω ἡ ΚΘ παρὰ τὴν ΒΔ, καὶ κείσθω τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ Θ. φημὶ δὴ ἔλασσον ὁφθήσεσθαι τοῦ κώνου τὸ ὄρώμενον τεθέντος τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ Θ σημείου ἥπερ ἐπὶ τοῦ Σ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὰ Θ, Σ σημεῖα αἱ ΔΘ, ΔΣ καὶ

ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ **N**, **L**. ούκοῦν ἐπὶ τε τοῦ **N** καὶ ἐπὶ τοῦ **L** σημείου τεθέντος τοῦ ὅμματος ἄνισα φαίνεται τὰ ὄρώμενα τοῦ κώνου, καὶ ἔλασσον μὲν φαίνεται τὸ πρὸς τῷ **N**, μεῖζον δὲ τὸ πρὸς τῷ **L**. ἵσον δὲ τὸ μὲν πρὸς τῷ **N** τῷ πρὸς τῷ **Θ**, τὸ δὲ πρὸς τῷ **L** πρὸς τῷ **Σ**, ὡς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ ἐδείχθη. τοῦ ἄρα ὅμματος πρὸς τῷ **Θ** σημείῳ ὅντος ἔλασσον φαίνεται τὸ ὄρώμενον τοῦ κώνου ἥπερ πρὸς τῷ **Σ**.

λδ'.

Ἐν κύκλῳ ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς ὄρθας τις ἀχθῇ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἐπὶ δὲ ταύτης τεθῇ τὸ ὅμμα, ἵσαι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου φαίνονται.

ἔστω γὰρ κύκλος, οὗ κέντρον τὸ **K**, καὶ ἀπὸ τοῦ **K** πρὸς ὄρθας ἀνήχθω τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου ἡ **KB**, τὸ δὲ ὅμμα κείσθω ἐπὶ τοῦ **B**, καὶ διάμετροι ἔχθωσαν αἱ **ΓΑ**, **ΔΖ**. φημὶ δὴ τὴν **ΑΓ** τῇ **ΔΖ** ἵσην φαίνεσθαι. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ **ΒΑ**, **ΒΖ**, **ΒΓ**, **ΒΔ**. ούκοῦν δύο αἱ **BK**, **KZ** δυσὶ ταῖς **BK**, **KΓ** ἵσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. ἔστι δὲ καὶ ἡ **P** γωνία τῇ **Σ** ἵσῃ· ἵση ἄρα καὶ ἡ **BZ** βάσις τῇ **BΓ** βάσει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ **ΒΔ** τῇ **BA** ἐστιν ἵση. δύο δὴ αἱ **ΔΒ**, **BZ** δυσὶ ταῖς **ΓΒ**, **BA** ἵσαι εἰσὶν. ἔστι δὲ καὶ ἡ **ΔΖ** τῇ **ΓΑ** ἵση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ **ΔΒΖ** γωνίᾳ τῇ ὑπὸ **ΓΒΑ** ἵσῃ ἐστίν. τὰ δὲ ὑπὸ ἵσων γωνιῶν ὄρώμενα ἵσα φαίνεται. ἵση ἄρα ἡ **ΓΑ** τῇ **ΔΖ** φαίνεται.

λε'.

Καὶ ἐὰν ἡ ὑπὸ τοῦ κέντρου ἀναχθεῖσα μὴ πρὸς ὄρθας ἢ τῷ ἐπιπέδῳ, ἵση δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἵσαι αἱ διάμετροι φανήσονται.

ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ **K**, καὶ ἀπὸ τοῦ **K** μὴ πρὸς ὄρθας ἀνήχθω τῷ ἐπιπέδῳ ἡ **KB**, ἵση δὲ ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ **B** σημείου αἱ αὐταὶ ταῖς πρότερον. ούκοῦν ἐπεὶ ἵσαι ἀληθήλαις εἰσὶν αἱ **ΔΚ**, **KB**, **KZ**, ὄρθὴ ἀν εἴη ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν **ZBΔ**. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ **ABΓ** ὄρθη ἀν εἴη· ἵσαι ἄρα ἔσονται ἀληθήλαις. τὰ δὲ γε ὑπὸ ἵσων γωνιῶν ὄρώμενα ἵσα φαίνεται. ἵση ἄρα ἡ **ΔΖ** τῇ **ΑΓ** φαίνεται.

Ἄλλὰ δὴ ἡ **AZ** μήτε ἵση ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε πρὸς ὄρθας τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἵσας δὲ γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ **ΔAZ**, **ZAG** καὶ **EAZ**, **ZAB**. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως αἱ διάμετροι ἵσαι φανήσονται. ἐπεὶ γὰρ ἵση ἐστὶν ἡ **ΔΑ** τῇ **ΑΓ**, κοινὴ δὲ ἡ **AZ**, καὶ γωνίας ἵσας περιέχουσιν, βάσις ἄρα ἡ **ΔΖ** βάσει τῇ **ZΓ** ἵση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ **ΔZA** τῇ ὑπὸ **AZΓ**. ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ **EZA** τῇ ὑπὸ **AZB** ἐστιν ἵση. ὅμη ἄρα ἡ ὑπὸ **ΔZB** ὅμη τῇ ὑπὸ **EZΓ** ἐστιν ἵση. ὥστε αἱ διάμετροι ἵσαι φανήσονται.

λς'.

Ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος πρὸς τὸ κέντρον προσπίπτουσα τοῦ κύκλου μήτε πρὸς ὄρθας ἢ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ μήτε ἵση ἢ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε ἵσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ ἢ ἔλιάσσων τῇς ἐκ τοῦ κέντρου, ἄνισοι αἱ διάμετροι φανοῦνται.

ἔστω γὰρ κύκλος, οὗ κέντρον τὸ **A**, καὶ ἀπὸ τοῦ **B** ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου εὐθεῖα ἔχθω ἡ **BA** καὶ ἔστω μήτε πρὸς ὄρθας τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἵση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μήτε ἵσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου ἄνισοι φανήσονται.

ἥχθω γὰρ ἡ μὲν ΓΖ διάμετρος πρὸς ὄρθὰς οὗσα τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΔΚ ἀνίσους ποιοῦσα γωνίας πρὸς τῇ ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχωσαν αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΖ, ΒΚ, ἔστω δὲ πρότερον ἡ ΒΑ τῆς ΑΚ μείζων. οὐκοῦν μείζων ἔστιν ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ΓΒΖ τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν ΚΒΔ, ὡς ἐν τοῖς θεωρήμασιν ἀποδείκνυται. τὰ δὲ γε ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζων ἄρα ἡ ΓΖ τῆς ΔΚ φαίνεται. εἰὰν δὲ ἡ ΒΑ τῆς ΑΚ ἐλάσσων ἦ, μείζων φαίνεται ἡ ΔΚ τῆς ΓΖ.

"Εστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α, ὅμμα δὲ τὸ Β, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸν κύκλον κάθετος ἀχομένη μὴ πιπτέτω ἐπὶ τὸ κέντρον τὸ Α, ἀλλ' ἐκτός, καὶ ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχω ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Α ἡ ΓΑ, ἔτι δὲ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἡ ΒΑ. λέγω, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ Α διαχομένων εὔθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΒΑ γωνίας ἐλαχίστη ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΒ. διήχθω γὰρ εὔθεια ἡ ΔΑΕ, καὶ ἥχθω ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχω ἡ ΒΖ· καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετός ἔστιν. ἐπεὶ οὖν ὁρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΖΑ, ἡ ὑπὸ ΑΓΖ ἄρα ἐλάσσων ἔστιν ὁρθῆς· μείζων ἄρα ἡ ΑΓ πιλευρὰ τῆς ΑΖ. ἡ ΒΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΖ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν ΑΓ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ γωνία καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΖΑ εἰσιν ὁρθαί, καὶ εἰσιν αἱ ΓΑ, ΑΖ ἀνισοί· καὶ λοιπὴ

ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑΒ τῆς ὑπὸ τῶν ΓΑΒ ἔστι μείζων. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ πασῶν τῶν διὰ τοῦ Α διαχομένων εὔθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΒΑ εὔθειά γωνίαν ἐλαχίστη ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΒ.

"Οτι ἡ ΖΒ τῇ ΔΕ ἔστι πρὸς ὁρθάς, δείξομεν οὕτως. ἐπεὶ ἡ ΒΓ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἔστι πρὸς ὁρθάς, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΒΓ ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἔστι πρὸς ὁρθάς. ἐν δὲ τῶν διὰ τῆς ΒΓ ἐκβαλλόμενών ἐπιπέδων ἔστι τὸ ΒΓΖ τρίγωνον· καὶ τὸ ΒΓΖ ἄρα τρίγωνον τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἔστι πρὸς ὁρθάς. ἐπεὶ οὖν δύο ἐπίπεδα τὸ τε τοῦ ΕΔ κύκλου καὶ τὸ τοῦ ΒΓΖ τριγώνου τέμνουσιν ἀλλήλα, καὶ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ τῇ ΓΖ πρὸς ὁρθάς ἔστιν ἡ ΖΔ ἐν τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· κάθετος γὰρ ἥκται ἡ ΓΖ ἐπὶ τὴν ΕΔ· καὶ ἡ ΖΔ ἄρα τῷ τοῦ ΒΓΖ τριγώνου ἐπιπέδῳ ἔστι πρὸς ὁρθάς. ὥστε καὶ πρὸς πάσας τὰς ἀπομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὕσας ἐν τῷ τοῦ ΓΖΒ τριγώνου ἐπιπέδῳ ἔστι πρὸς ὁρθάς· ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΖΒ ἔστι πρὸς ὁρθάς. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΒΖ τῇ ΕΖΔ διαμέτρῳ ἔστι πρὸς ὁρθάς.

"Εστω δύο τρίγωνα τὰ ΒΓΑ, ΒΖΑ ὁρθὰς ἔχοντα τὰς πρὸς τοῖς Γ, Ζ γωνίας, καὶ ἡ ΒΑ πρὸς ΖΑ μείζονα λόγον ἔχετω ἥπερ πρὸς τὴν ΓΑ. λέγω, ὅτι μείζων ἔστιν ἡ ὑπὸ ΖΑΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΑΒ γωνίας. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΖΑ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν ΓΑ, καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ

ἐλάσσονα λόγον ἔχει, οὗ ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ· ὥστε ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ΖΑ πρὸς ΑΒ. πεποιήσθω οὖν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΑΒ τὴν ΑΔ· ισοχώνια ἄρα ἔστι τὰ τρίγωνα τὰ ΒΓΑ, ΔΖΑ. ὥστε ἵστη ἔστιν ἡ ὑπὸ ΓΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΔ. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΑΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΑΒ.

"Εστω κύκλος ὁ ΑΓΒΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΑ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὁρθάς, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸν κέντρον ἐπιζεύχνυμένη ἡ ΕΖ πρὸς ὁρθὰς μὲν ἔστω τῇ ΓΔ, πρὸς δὲ τὴν ΑΒ τυχοῦσαν γωνίαν περιεχέτω, καὶ ἔστω ἡ ΕΖ ἐκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου μείζων. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΑ ἐκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ ἔστι πρὸς ὁρθάς, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΓΔ ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ διὰ τῶν ΕΖ, ΑΒ ἐπιπέδῳ πρὸς ὁρθάς ἔστιν. ἥχθω οὖν ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος· ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πίπτει τῶν ἐπιπέδων τὴν ΑΒ. πιπτέτω οὖν καὶ ἔστω ἡ ΕΚ, καὶ διήχθω διάμετρος ἡ ΗΘ, καὶ κείσθω τῇ

διαμέτρω τοῦ κύκλου ἵση ἡ ΛΜ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ν.

καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ν τῇ ΛΜ πρὸς ὄρθὰς μετέωρος εὐθεῖα ἡ ΝΞ, καὶ ἔστω ἡ ΝΞ τῇ EZ ἵση· τὸ ἄρα περὶ τὴν ΛΜ χραφόμενον τμῆμα καὶ ἐρχόμενον διὰ τοῦ Ξ μεῖζόν ἐστιν ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ ΝΞ μεῖζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ΛΝ, ΝΜ. ἔστω τὸ ΛΣΞΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΛ, ΞΜ. ἡ ἄρα πρὸς τῷ Ξ γωνίᾳ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΛΞΜ ἵση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Ε σημείῳ τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὸ Ε καὶ τὰ Γ, Δ σημεῖα. ἐκκείσθω τῇ ὑπὸ τῶν EZ, ZH ἵση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝ, ΝΟ, καὶ ἀφηρήσθω ἵση τῇ EZ ἡ ΝΟ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΟ, ΜΟ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΟΜ τρίγωνον τμῆμα κύκλου τὸ ΛΟΜ. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνίᾳ ἵση τῇ ὑπὸ τῶν ΗΕΘ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν EZK ἵση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝΠ, καὶ ἐκκείσθω τῇ EZ ἵση ἡ ΝΠ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΠ, ΠΜ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΠΜ τρίγωνον τμῆμα κύκλου. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Π σημείῳ ἵση τῇ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ. ἐπεὶ οὖν μεῖζων ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ξ τῆς πρὸς τῷ Ο γωνίας· ἡ μὲν χάρ πρὸς τῷ Ξ ἵση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Σ γωνίᾳ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Σ μεῖζων ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ Ο γωνίας· τριγώνου χάρ τοῦ ΛΣΟ ἐκτός ἐστιν· καὶ ἡ πρὸς τῷ Ξ ἄρα μεῖζων ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ Ο· καὶ ἐστιν ἡ μὲν πρὸς τῷ Ξ ἵση τῇ ὑπὸ ΓΕΔ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ο τῇ ὑπὸ ΗΕΘ, μεῖζων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΗΘ. πάλιν ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΘ

ἐστιν ἵση, ἡ δὲ πρὸς τῷ Π τῇ ὑπὸ ΑΕΒ· μεῖζων δὲ ἡ Ο τῆς Π. μεῖζων ἄρα φανήσεται ἡ ΗΘ τῆς ΑΒ εὐθείας.

Μὴ ἔστω δὴ μεῖζων ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἀλλὰ ἐλάσσων· ἔσται δὴ περὶ τὰς διαμέτρους τούναντίον· ἡ χάρ τότε μεῖζων τῶν διαμέτρων νῦν ἐλάσσων φανήσεται, ἡ δὲ ἐλάσσων μεῖζων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὄρθὰς αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἐτέρα δὲ τις διήχθω ἡ ΗΘ, ὅμμα δὲ τῷ Ε, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τῷ Ζ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα ἔστω ἡ EZ ἐλάσσων οὕσα ἑκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, πρὸς ὄρθὰς δὲ τῇ ΓΔ ἔστω ἡ EZ, καὶ κείσθω τῇ τοῦ κύκλου διαμέτρῳ ἵση ἡ ΛΜ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ν, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ν πρὸς ὄρθὰς ἡ ΝΞ ἵση τῇ EZ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΛΜ καὶ τὸ Ξ σημεῖον τμῆμα κύκλου τὸ ΛΞΜ· ἔσται δὴ ἐλασσον ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ ΝΞ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ Ξ σημείῳ γωνίᾳ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΛΞΜ ἵση τῇ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν EZH ἵση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝΟ, καὶ ἀφηρήσθω τῇ EZ ἵση ἡ ΝΟ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΛΜ καὶ τὸ Ο σημεῖον τὸ ΛΟΜ τμῆμα. ἡ δὴ πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνίᾳ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΛΟΜ ἵση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Ε τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ΘΕΗ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν AZ, ZE ἵση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝ, ΝΠ, καὶ

ἀφηρήσθω ἡ ΝΠ ἵση τῇ EZ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΛΜ καὶ τὸ Π τμῆμα κύκλου τὸ ΛΠΜ· ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ Π γωνίᾳ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΛΠΜ ἵση τῇ πρὸς τῷ Ε γωνίᾳ, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἡ πρὸς τῷ Ξ τῆς πρὸς τῷ Ο, ἵση δὲ ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο τῇ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΘΕ, ΕΗ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ξ τῇ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ, ἐλάσσων ἄρα φανήσεται ἡ ΓΔ τῆς ΗΘ. πάλιν ἐπεὶ ἐλάσσων ἡ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΘΕΗ τῆς πρὸς τῷ Ε, περιεχομένης δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ, ἐλάσσων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΗΘ τῆς ΑΒ.

Ἄζ.

Τῶν ἀρμάτων οἱ τροχοὶ ὅτε μὲν κυκλοειδεῖς, ὅτε δὲ παρεσπασμένοι φανοῦνται.

ἔστω γὰρ τροχός, οὗ διάμετροι αἱ ΔΖ, ΒΓ. ούκοῦν ὅταν μὲν ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος εἰς τὸ κέντρον νεύουσα πρὸς ὥρθὰς ἢ τῷ ἐπιπέδῳ ἢ ἵση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἵσαι αἱ διάμετροι φανοῦνται, ὡς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ Θεωρήματι ἀπεδείχθη· ὥστε ὁ τροχὸς ὁ τοῦ ἄρματος κυκλοειδῆς φαίνεται τούτων ὑπαρχόντων. παραφερομένου δὲ τοῦ ἄρματος καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ ὅμματος νευούσης εἰς τὸ κέντρον ἀκτῖνος μήτε πρὸς ὥρθὰς οὕσης τῷ τοῦ τροχοῦ ἐπιπέδῳ μήτε ἵσης τῇ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ἄνισοι αἱ διάμετροι φανοῦνται ὁμοίως διὰ τὸ πρὸ αὐτοῦ δειχθέν· ὥστε παρεσπασμένος ἀν φαίνοιτο ὁ τροχός.

λη'.

Ἐὰν μέχεθός τι πρὸς ὥρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ μετέωρον, τεθῆ δὲ τὸ ὅμμα ἐπὶ τι σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου, καὶ μεθιστῆται τὸ ὅρώμενον ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἵσον ἀεὶ τὸ ὅρώμενον ὀφθήσεται.

ἔστω ὅρώμενόν τι μέχεθος τὸ ΑΒ μετεωρότερον τοῦ ἐπιπέδου, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ, καὶ κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΔ. Πέχω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθιστῆται τὸ ΑΒ, ἀπὸ τοῦ Γ ὅμματος ἵσον ἀεὶ ὀφθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ ἔστιν ὥρθὴ καὶ ποιεῖ πρὸς τὴν ΒΓ ὥρθὴν χωνίαν, πᾶσαι ἄρα αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Γ πρὸς τὸ ΑΒ μέχεθος προσπίπτουσαι ἀλλήλαις ἵσας χωνίας ποιοῦσιν. ἵσον ἄρα τὸ ὅρώμενον ὀφθήσεται. ὁμοίως δὲ κανὸν ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου μετέωρος ἀχθῆ εὐθεῖα, καὶ ἐπ' αὐτῆς τὸ ὅμμα τεθῆ ἐπὶ παραλήπτου ὃν τῷ ὅρωμένῳ μεχέθει, καὶ μετακινῆται τὸ μέχεθος, ἵσον ἀεὶ τὸ ὅρώμενον φαίνεται.

λη'.

Ἐὰν δὲ τὸ ὅρώμενον πρὸς ὥρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθιστῆται δὲ τὸ ὅμμα ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἵσον ἀεὶ τὸ ὅρώμενον φανήσεται.

ἔστω ὅρώμενον μὲν τὸ ΑΒ μετέωρον ὃν καὶ πρὸς ὥρθὰς πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΔ. Πέχω, ὅτι, ἐὰν τὸ Γ μεθιστῆται ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἵσον ἀεὶ τὸ ΑΒ φανήσεται. τοῦτο δὲ φανερόν ἔστιν· πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου πρὸς τὸ ΑΒ προσπίπτουσαι ἀκτῖνες πρὸς ἵσας χωνίας προσπίπτουσιν, ἐπειδήπερ ἡ πρὸς τῷ Β ὥρθὴ ἔστιν. ἵσον ἄρα τὸ ὅρώμενον φανήσεται.

μ'.

Ἐὰν δὲ τὸ δόρώμενον μέχεθος μὴ πρὸς ὄρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθιστῆται δὲ ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἄνισον ἀεὶ ὀφθήσεται.

ἔστω κύκλος ὁ ΑΘ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀνεστάτω μὴ πρὸς ὄρθὰς τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἡ ΔΖ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε. λέγω, ὅτι ἡ ΔΖ, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθιστῆται, ποτὲ μείζων φανήσεται, ποτὲ ἐλάσσων. ἦτοι δὴ ἡ ΔΖ μείζων ἔστι τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἢ ἵση ἡ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων, καὶ ἥχθω διὰ τοῦ Ε κέντρου τῇ ΔΖ παράλληλος ἡ ΕΓ, καὶ ἔστω ἵση τῇ ΔΖ ἡ ΕΓ, καὶ ἥχθω ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΓΗ καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Η σημεῖον, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΗ ἐκβεβλήσθω καὶ συμβαλλέτω τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ Α, καὶ ἥχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἡ ΑΒ, καὶ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΔΖ ἵση. λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ πασῶν τῶν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθισταμένων εὐθειῶν ἐλάσσων φανήσεται. ἐπεζεύχθωσαν χάρι αἱ ΓΖ, ΕΖ, ΒΓ, ΕΒ. ἔχομεν δὲ ἐν τῷ παρακειμένῳ τῷ λαζαρίθματι, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ Ε σημείου ἀριθμένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΕΓ χωνίαν ἐλαχίστη ἔστιν ἡ ὑπὸ ΓΕΑ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΕ τῇ ΑΒ παράλληλός ἔστιν, ἀλλὰ καὶ ἵση, καὶ ἡ ΕΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἵση τε καὶ παράλληλός ἔστιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἔστι τὸ ΒΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμόν ἔστιν. καὶ ἐπεὶ δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἐλασσον φαίνεται τὸ ΑΒ τοῦ ΔΖ, δῆθον, ὅτι πρότερον δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΕΑ χωνία ἐλάσσων ἔστι τῇς ὑπὸ ΖΕΔ χωνίας. ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ Ε σημείου διαχομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΓΕ χωνίας ἐλαχίστη ἔστιν ἡ ὑπὸ ΓΕΑ, ἐλάσσων ἄρα ἔστι καὶ τῇς ὑπὸ ΓΕΑ ἡ ὑπὸ ΓΕΑ. ἐκκείσθω τῷ τοῦ κύκλου ἡμικυκλίψ ἵσον τὸ ΚΑΛ, καὶ εἰλήφθω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ Ν, καὶ κείσθω τῇ ὑπὸ ΓΕΑ ἵση χωνία ἡ ὑπὸ ΚΝΜ, τῇ δὲ ὑπὸ ΓΕΔ ἵση ἡ ὑπὸ ΚΝΟ, καὶ κείσθω τῇ ΔΖ ἐκάτερα τῶν ΟΝ, ΜΝ ἵση, καὶ διὰ μὲν τοῦ Μ τῇ ΚΝ ἵση καὶ παράλληλος ἥχθω ἡ ΜΠ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΠΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἔστι τὸ ΝΠ καὶ ἵσον καὶ ὅμοιον τῷ ΒΕ. πάλιν διὰ τοῦ Ο τῇ ΚΝ ἵση καὶ παράλληλος ἥχθω ἡ ΟΡ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΡΚ· τὸ ΡΝ ἄρα παραλληλόγραμμον ἵσον τε καὶ ὅμοιόν ἔστι τῷ ΖΕ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ διαχώνιοι αἱ ΡΝ, ΠΝ. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΚΝΠ χωνία τῇς ὑπὸ ΚΝΡ χωνίας ἐλάσσων ἔστιν. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΚΝΠ ἵση τῇς ὑπὸ ΑΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΚΝΡ ἵση τῇς ὑπὸ ΔΕΖ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῇς ὑπὸ ΔΕΖ. ὥστε καὶ τὸ ΑΒ μέχεθος τοῦ ΔΖ μεχέθους ἐλασσον ὀφθήσεται.

όμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι ἡ ΒΑ τῇς ΖΔ ἐλάσσων ἔστι τῇς ΖΔ ἵσης τε καὶ ἐλάσσονος τῇς ἐκ τοῦ κέντρου ὑπαρχούσης.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἡ ΔΖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἵση, καὶ κατεσκευάσθω πάντα τα αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ κείσθω τῷ τοῦ κύκλου ἡμικυκλίψ ἵσον ἡμικύκλιον τὸ ΘΚΛ, καὶ εἰλήφθω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ Ν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΖ ἵση ὑπόκειται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἵση ἄρα ἔστιν ἡ ΔΖ τῇ ΘΝ. καὶ κείσθω τῇ μὲν ὑπὸ ΓΕΑ χωνίᾳ ἵση ἡ ὑπὸ ΘΝΚ, καὶ ἥχθω τῇ ΘΝ παράλληλος

ἡ ΚΞ, καὶ τῇ ΘΝ ἀφηρήσθω ἵση ἡ ΚΞ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΘ, τῇ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ ἵση κείσθω ἡ ὑπὸ τῶν ΘΝΔ, καὶ τῇ ΘΝ παράλληλος ἥχθω ἡ ΔΟ, καὶ ἵση τῇ ΘΝ ἀφηρήσθω ἡ ΔΟ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΘ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἔστιν ἐκάτερον τῶν ΘΔ, ΘΚ, καὶ ἔστιν ἵσα τε καὶ ὅμοια τοῖς ΕΖ, ΕΒ. ὥστε καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΘΝΔ χωνία ἵση ἔστι τῇς ὑπὸ ΓΕΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΘΝΚ ἵση ἔστι τῇς ὑπὸ ΓΕΑ. ἐλάσσων δὲ ἡ ὑπὸ ΓΕΑ τῇς ὑπὸ ΓΕΔ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΝΚ τῇς ὑπὸ ΘΝΔ. [καὶ] ἐπεζεύχθωσαν αἱ διαχώνιοι αἱ ΞΝ, ΟΝ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΝΞ τῇς ὑπὸ ΘΝΟ. ἵση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΘΝΞ τῇς ὑπὸ ΑΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΘΝΟ τῇς ὑπὸ ΔΕΖ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῇς ὑπὸ

ΔΕΖ. ἔλασσον ἄρα ὁφθήσεται τὸ **ΑΒ** μέχεθος τοῦ **ΔΖ** μεχέθους· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ἀλλὰ δὴ ἔστω ἡ **ΔΖ** ἔλασσων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ κείσθω τῷ τοῦ κύκλου ἡμικυκλίψ ἴσον τὸ **ΘΜ**, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ **Ν**, καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς **ΘΝ** τῇ **ΔΖ** ἴση ἡ **ΝΞ**, καὶ κείσθω τῇ μὲν ὑπὸ **ΓΕΑ** γωνία ἴση ἡ ὑπὸ **ΘΝΚ**, τῇ δὲ ὑπὸ **ΓΕΔ** ἴση ἡ ὑπὸ **ΘΝΛ**, καὶ ἔστω ἴση ἑκατέρα τῶν **ΝΚ**, **ΝΛ** τῇ **ΔΖ**, καὶ ἥχθω διὰ μὲν τοῦ **Κ** τῇ **ΝΞ** ἴση καὶ παράληηρος ἡ **ΚΟ**, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ **ΟΞ**, διὰ δὲ τοῦ **Λ** τῇ **ΞΝ** παράληηρος ἡ **ΛΠ**, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ **ΠΞ**· παραληηρόγραμμον ἄρα ἔστιν ἑκάτερον τῶν **ΚΞ**, **ΞΛ**, καὶ ἔστι τὸ μὲν **ΚΞ** τῷ **ΕΒ** ἴσον τε καὶ

ὅμοιον, τὸ δὲ **ΞΛ** τῷ **ΕΖ**· ὕστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ **ΘΝΚ** ἴση τῇ ὑπὸ **ΓΕΑ**, ἡ δὲ ὑπὸ **ΘΝΛ** τῇ ὑπὸ **ΓΕΔ**. μείζων δὲ ἡ ὑπὸ **ΓΕΔ** τῆς ὑπὸ **ΓΕΑ**· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ **ΘΝΛ** τῆς ὑπὸ **ΘΝΚ**. ἐπεζεύχθωσαν αἱ **ΝΟ**, **ΝΠ**· καὶ ἡ ὑπὸ **ΞΝΟ** ἄρα τῆς ὑπὸ **ΞΝΠ** ἔλασσων ἔστιν. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ **ΞΝΟ** τῇ ὑπὸ **ΑΕΒ**, ἡ δὲ ὑπὸ **ΞΝΠ** τῇ ὑπὸ **ΔΕΖ**· ἔλασσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ **ΑΕΒ** τῆς ὑπὸ **ΔΕΖ**. καὶ βλέπεται ὑπὸ μὲν τῆς **ΑΕΒ** τὸ **ΑΒ** μέχεθος, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ **ΔΕΖ** τὸ **ΔΖ**. ἔλασσον ἄρα ὁφθήσεται τὸ **ΑΒ** μέχεθος τοῦ **ΔΖ** μεχέθους· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μα'.

"Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος μένοντος, τοῦ δὲ ὄρωμένου μεθισταμένου, ἴσον ἀεὶ τὸ ὄρώμενον φαίνεται.

ἔστω χάρ ὄρώμενον μὲν τὸ **ΒΓ**, ὅμμα δὲ τὸ **Ζ**, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΖΓ**, **ΖΒ**, καὶ περιειλήφθω τὸ **ΖΒΓ** τρίγωνον κύκλῳ τῷ **ΔΒΖ**. Πέρι, ὅτι τὸ **ΒΓ** μεθιστάμενον ἐπὶ τῆς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας ἴσον ἀεὶ ὄραθήσεται. μετακείσθω χάρ τὸ **ΒΓ** ἐπὶ τοῦ **ΓΔ**, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ **ΔΖ**. οὐκοῦν ἴση ἔστιν ἡ **ΒΓ** περιφέρεια τῇ **ΓΔ** περιφερείᾳ. ἴση ἄρα καὶ ἡ **Ρ** γωνία τῇ **Σ** γωνίᾳ. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὄρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴσον ἄρα φαίνεται τὸ **ΒΓ** τῷ **ΓΔ**.

μβ'.

"Ἔστι τις τόπος, οὐ τοῦ ὅμματος μεθισταμένου, τοῦ δὲ ὄρωμένου μένοντος, ἀεὶ ἴσον τὸ ὄρώμενον φαίνεται.

ἔστω χάρ ὄρώμενον μὲν τὸ **ΒΓ**, ὅμμα δὲ τὸ **Ζ**, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ **ΖΒ**, **ΖΓ**, καὶ περιειλήφθω τὸ **ΖΒΓ** τρίγωνον τμήματι κύκλου τῷ **ΒΖΓ**, καὶ μετακείσθω τὸ **Ζ** ὅμμα ἐπὶ τοῦ **Δ**, καὶ μεταπιπτέωσαν αἱ ἀκτῖνες αἱ **ΔΒ**, **ΔΓ**. οὐκοῦν ἴση ἡ **Ρ** γωνία τῇ **Σ**· ἐν χάρ τῷ **Ζ** τμήματι εἰσι. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὄρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴσον ἄρα τὸ **ΒΓ** διὰ παντὸς φαίνεται τοῦ ὅμματος μεθισταμένου ἐπὶ τῆς **ΒΓΔ** περιφερείας.

μγ'.

"Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος μεθισταμένου, τοῦ δὲ ὄρωμένου μένοντος, ἄνισον τὸ ὄρώμενον φανεῖται.

ἔστω χάρ ὄρώμενον τὸ **ΚΔ**, εὐθεῖα δὲ ἡ **ΒΓ** συμπίπτουσα τῇ **ΚΔ** προσεκβαλλομένῃ, καὶ εἰλήφθω τῆς **ΔΓ** καὶ τῆς **ΓΚ** μέση ἀνάλογον ἡ **ΓΖ**, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ **ΖΚ** καὶ ἡ **ΖΔ**, περὶ δὲ τὴν **ΚΔ** τμῆμα γεγράφθω ὅξεῖαν ἔχον τὴν **Φ** γωνίαν· ἐφάψεται δὴ τῆς **ΒΓ** εὐθείας, ἐπείπερ ἔστιν, ὡς ἡ **ΔΓ** πρὸς τὴν **ΓΖ**, οὕτως ἡ **ΖΓ** πρὸς τὴν **ΓΚ**. κείσθω οὖν τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ **Β** σημείου, καὶ προσβεβλήσθωσαν αἱ **ΔΒ**, **ΒΚ**, ἐπεζεύχθω δὲ ἡ **ΣΔ**. οὐκοῦν ἴση ἡ **Φ** γωνία τῇ **Σ** γωνίᾳ· ἐν χάρ τῷ **Ζ** τμήματι

είσιν. καὶ ἔστιν ἡ Σ τῆς Β χωνίας μείζων· καὶ ἡ Φ ἄρα χωνία τῆς Β μείζων ἔστιν. τοῦ ἄρα ὅμματος ἐπὶ τοῦ Ζ ὅντος μεῖζον φανεῖται τὸ ΚΔ ἥπερ ἐπὶ τοῦ Β.

μδ'.

Τὸ δὲ αὐτὸ συμβήσεται, καν παράληθηος ἢ ἡ γραμμὴ τῷ ὁρωμένῳ μεχέθει, ἐφ' ἓτ τὸ ὅμμα μεθίσταται.

ἔστω γὰρ παράληθηος ἡ ΒΓ τῷ ὁρωμένῳ τῷ ΔΖ, καὶ δίκα τετμήσθω ἡ ΔΖ κατὰ τὸ Κ, πρὸς ὄρθας δὲ ἀνήκθω ἡ ΚΝ. κείσθω οὖν τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ Ν, καὶ ἐπεζεύχωσαν αἱ ΝΔ, ΝΖ, περὶ δὲ τὴν ΔΖ τμῆμα γεγράφθω, ὃ δέξεται τὴν Φ, Α χωνίαν. ἐπεὶ οὖν διάμετρός ἔστιν ἡ ΚΝ, καὶ πρὸς ὄρθας ἀπ' ἄκρας ἥκται ἡ ΚΝ τῇ ΒΓ, ἡ ΒΓ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΔΝΖ τμήματος. μετακείσθω δὴ τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ Γ, καὶ προσβεβλήσθωσαν αἱ ΓΖ, ΓΔ, ἐπεζεύχω δὲ ἡ ΡΖ. οὔκοῦν ἵση ἡ Φ, Α χωνία τῇ Ρ χωνίᾳ. ἡ δὲ Ρ τῆς Σ χωνίας μείζων ἔστιν· μείζων ἄρα καὶ ἡ Φ, Α τῆς Σ. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος χωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζον ἄρα φανεῖται τὸ ΔΖ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ Ν κειμένου ἥπερ ἐπὶ τοῦ Γ. τοῦ ἄρα ὅμματος ἐπὶ τῆς ΒΓ μεθισταμένου παραλήθηος οὕσης τῇ ΔΖ ἄνισον φαίνεται τὸ ὁρώμενον.

με'.

"Ἔστι τις τόπος κοινός, ἐνῷ τὰ ἵσα μεχέθη ἄνισα φαίνεται.

ἔστω γὰρ ἵση ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΖΓ, περὶ δὲ τὴν ΓΔ τμῆμα μείζον ἡμικυκλίου, καὶ ἐπεζεύχωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὔκοῦν ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ χωνία μείζων ἔστι τῷ μείζονι τμήματι. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος χωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζων ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ φαίνεται· ἦν δὲ καὶ ἵση. ἔστιν ἄρα τόπος κοινός, ἐνῷ τὰ ἵσα μεχέθη ἄνισα φαίνεται.

με'.

"Ἔστι τις τόπος κοινός, ἀφ' οὗ τὰ ἄνισα μεχέθη ἵσα φαίνεται.

ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ μείζον ἡμικυκλίου τμῆμα γεγράφθω, περὶ δὲ τὴν ΓΔ ὁμοίον τῷ περὶ τὴν ΒΓ, τουτέστι δεχόμενον χωνίαν ἵσην τῇ ἐν τῷ ΒΖΓ, ἐπεζεύχωσαν δὲ αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὔκοῦν ἐπεὶ ἵσαι εἰσὶν αἱ ἐν τοῖς ὁμοίοις τμήμασι χωνίαι ἀλλήλαις, ἵσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐν τοῖς ΒΖΓ, ΓΖΔ τμήμασι χωνίαι ἀλλήλαις. τὰ δὲ ὑπὸ ἵσων χωνιῶν ὁρώμενα ἵσα φαίνεται·

τοῦ ἄρα ὅμματος τιθεμένου ἐπὶ τοῦ Ζ σημείου ἵση ἀν φαίνοιτο ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ· ἔστι δὲ μείζων. ἔστι τις ἄρα τόπος κοινός, ἀφ' οὗ τὰ ἄνισα μεχέθη ἵσα φαίνεται.

μζ'.

Εἰσι τινες τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεχέθη δύο εἰς ταύτο συντεθέντα ἵσα ἐκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται.

ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ τὰς ΒΓ, ΓΔ ἡμικύκλια γεγράφθωσαν καὶ περὶ ὅλην τὴν ΒΔ. οὔκοῦν ἵση ἡ ἐν τῷ ΒΑΔ ἡμικυκλίῳ χωνία τῇ ἐν τῷ ΒΚΓ ὄρθῃ δάρε ἔστιν ἐκατέρα αὐτῶν. ἵση ἄρα φαίνεται ἡ ΒΓ τῇ ΒΔ· ὕσαύτως δὲ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΓΔ τῶν ὁμμάτων ἐπὶ τῶν ΒΑΔ, ΒΚΓ, ΓΖΔ ἡμικυκλίων κειμένων. εἰσὶ τινες ἄρα τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεχέθη δύο εἰς ταύτο συντεθέντα ἵσα ἐκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται.

μη'.

Εύρεϊν τόπους, ἀφ' ὃν τὸ ἵσον μέχεθος ἥμισυ φανεῖται ἢ τέταρτον μέρος καὶ καθόλου ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ, ἐν ᾧ καὶ ἡ γωνία τέμνεται.

ἔστω γὰρ εὐθεῖα ἡ ΛΖ, καὶ περὶ τὴν ΛΖ γεχράφθω τμῆμα τυχόν, καὶ ἐχγεχράφθω εἰς αὐτὸν γωνία ἡ Κ, τῇ δὲ ΛΖ ἵση ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ περὶ τὴν ΒΓ περιγεχράφθω τμῆμα, ὃ δέξεται τὴν τῆς Κ γωνίας ἡμίσειαν. οὐκοῦν ἡ Κ γωνία διπλασία ἔστι τῆς Δ γωνίας. διπλασία ἄρα φαίνεται ἡ ΛΖ τῆς ΒΓ τῶν ὄμμάτων ἐπὶ τῷ ΛΚΖ, ΒΔΓ περιφερειῶν κειμένων.

μθ'.

Τῶν ἵσω τάχει φερομένων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὅντων προσιόντων μὲν πρὸς τὸ ὄμμα τὸ τεθευταῖον προηγεῖσθαι δόξει, παραλλαξάντων δὲ τὸ μὲν προηγούμενον ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ἐπακολουθοῦν προηγεῖσθαι δόξει.

φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ ΒΓ, ΔΖ, ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Μ ὄμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΜΓ, ΜΖ, ΜΛ. οὐκοῦν μετεωροτάτη ἔστι καὶ δεξιωτέρα τῶν ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἀκτίνων προσπιπτουσῶν ἡ ΜΓ· τὸ ἄρα ΒΓ δόξει προηγεῖσθαι. παραλλαξάντων δὲ τῶν ΒΓ, ΔΖ, ΚΛ καὶ ἐπὶ τῶν ΝΞ, ΠΡ, ΣΤ χενομένων προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΜΝ, ΜΠ, ΜΣ. οὐκοῦν πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἀκτίνων προσπιπτουσῶν δεξιωτέρα ἔστιν ἡ ΜΣ, ἀριστερὰ δὲ μᾶλλον ἡ ΜΝ· ὥστε καὶ τὸ μὲν ΣΤ προηγεῖσθαι δόξει, ἐπακολουθεῖν δὲ τὸ ΝΞ. τὸ μὲν ἄρα ΒΓ προηγούμενον ἐπὶ τοῦ ΝΞ χενόμενον δόξει ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ΛΚ ἐπακολουθοῦν ἐπὶ τοῦ ΣΤ δενόμενον δόξει προηγεῖσθαι.

ν'.
να'.

Ἐάν τινων φερομένων πλειόνων ἀνίσῳ τάχει συμπαραφέρηται ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ὄμμα, τὰ μὲν τῷ ὄμματι ἰσοταχῶς φερόμενα δόξει ἐστάναι, τὰ δὲ βραδύτερον εἰς τούναντίον φέρεσθαι, τὰ δὲ θᾶττον εἰς τὰ προηγούμενα.

φερέσθω γὰρ ἀνίσῳ τάχει τὰ Β, Γ, Δ, καὶ βραδύτατα μὲν φερέσθω τὸ Β, τὸ δὲ Γ ἰσοταχῶς τῷ Κ ὄμματι, τὸ δὲ Δ θᾶττον τοῦ Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ὄμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ. οὐκοῦν τοῦ ὄμματος συμπαραφερομένου τοῖς Β, Γ, Δ τὸ μὲν Γ κατά τὴν ΓΚ ἀεὶ φερόμενον ἐστάναι δόξει, τὸ δὲ Β ὑποθειπόμενον εἰς τούναντίον δόξει φέρεσθαι, τὸ δὲ Δ, ἐπεὶ θᾶττον τοῦ Γ φέρεται, δόξει εἰς τοῦμπροσθεν· πλεῖον γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ ἀποστήσεται.

νβ'.

Ἐάν τινων φερομένων διαφαίνηται τι μὴ φερόμενον, δόξει τὸ μὴ φερόμενον εἰς τούναντίον φέρεσθαι.

φερέσθω τὰ Β, Δ, μενέτω δὲ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ὄμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν τὸ μὲν Β φερόμενον ἔχγιον ἔσται τοῦ Γ, τὸ δὲ Δ ἀποχωροῦν πορρώτερον. ὥστε δόξει τὸ Γ εἰς τούναντίον φέρεσθαι.

νγβ'.

Τοῦ ὄμματος ἔχγιον τοῦ ὄρωμένου προσιόντος δόξει τὸ ὄρώμενον ηὔξησθαι.

όράσθω γὰρ τὸ **ΒΓ** τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ **Z** κειμένου ὑπὸ τῶν **ZB**, **ZΓ** ἀκτίνων, καὶ μετακείσθω τὸ ὅμμα ἔδχιον τοῦ **ΒΓ** καὶ ἔστω ἐπὶ τοῦ **Δ**, καὶ ὄράσθω τὸ αὐτὸ ὑπὸ τῶν **ΔΒ**, **ΔΓ** ἀκτίνων. οὐκοῦν μείζων ἡ Δ γωνία τῆς **Z** γωνίας. τὰ δὲ ὑπὸ μειζόνων γωνιῶν ὄρώμενα μείζονα φαίνεται· δόξει ἄρα ηὔξησθαι τὸ **ΒΓ** τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ **Δ** ὅντος ἥπερ ἐπὶ τοῦ **Z**.

νγ'.

Τῶν ἵσω τάχει φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι.

φερέσθω γὰρ ἵστοταχῶς τὰ **B**, **K** ὡς ἐπὶ τὰ **Z** μέρη, καὶ ἀπὸ τοῦ **A** ὅμματος ἀκτίνες ἥχθωσαν αἱ **ΑΓ**, **ΑΔ**, **AZ**. οὐκοῦν τὸ **K** ἐλάσσονας ἔχει τὰς ἀπὸ τοῦ **A** ὅμματος ἀκτίνας ἥχμένας ἥπερ τὸ **B** ἐλαττον ἄρα διάστημα διελεύσεται καὶ πρότερον παραλήάσσον τὴν **AZ** ὅψιν δόξει ταχύτερον φέρεσθαι.

νδ'.

Τοῦ ὅμματος παραφερομένου τὰ πόρρω τῶν ὄρωμένων καταθείπεσθαι δόξει.

ἔστω γάρ ὅμμα τὸ **B**, ἀφ' οὗ ἥχθωσαν ἀκτίνες οἱ **ΒΓ**, **ΒΔ**, **BZ**, ὄρώμενα δὲ τὰ **K**, **Λ**. οὐκοῦν τοῦ ὅμματος παραφερομένου πρὸς τοῖς **Γ** μέρεσι θᾶττον παρεθεύσονται αἱ ὄψεις τὸ **K** ἥπερ τὸ **Λ**. δόξει ἄρα τὸ **K** ὑποθείπεσθαι, τὸ δὲ **Λ** εἰς τούναντίον φέρεσθαι, τουτέστιν ὡς ἐπὶ τὰ πρὸς τῷ **Z** μέρη.

νε'.

Τὰ αὐξανόμενα τῶν μεχεθῶν ἔδχιον δοκεῖ τῷ ὅμματι προσάχεσθαι.

ἔστω γὰρ ὄρώμενον τὸ **ΓΒ** ὑπὸ τῶν **ΚΒ**, **ΚΓ**. ἀκτίνων, καὶ ηὔξησθαι τὸ **ΒΓ** τῷ **ΒΔ**, καὶ ἀπὸ τοῦ **K** ὅμματος προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ **ΚΔ**. οὐκοῦν μείζων ἡ ὑπὸ **ΔΚΓ** γωνία τῆς ὑπὸ **ΒΚΓ** γωνίας. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὄρώμενα ἔδχιον φαίνεται. ἔδχιον ἄρα δόξει εἶναι τὸ **ΓΔ** ἥπερ τὸ **ΒΓ**.

νς'.

“Οσα μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἀποστήματι κεῖται μὴ παράληηλα κείμενα τῶν ἄκρων μὴ κατάληηλα κειμένων τῶν μέσων μηδὲ ἐπ' εὔθείας ὅντων, τὸ ὅλον σχῆμα ὅτε μὲν κοῖλον, ὅτε δὲ κυρτὸν ποιεῖ.

όράσθω γὰρ τὰ **B**, **Γ**, **Δ** τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ **K** κειμένου, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτίνες αἱ **ΚΒ**, **ΚΓ**, **ΚΔ**. οὐκοῦν τὸ ὅλον σχῆμα κοῖλον ἀν δόξειεν εἶναι. μετακινείσθω δὴ πάλιν τὸ ὄρώμενον καὶ ἔδχιον κείσθω τοῦ ὅμματος. οὐκοῦν τὸ **ΔΒΓ** δόξει κυρτὸν εἶναι.

νζ'.

Τετραγώνου ὑπάρχοντος ἐὰν ἀπὸ τῆς συναφῆς τῶν διαμέτρων πρὸς ὄρθας τις ἀναχθῆ τῷ τοῦ τετραγώνου ἐπιπέδῳ, ἐπὶ δὲ ταύτης τεθῆ τὸ ὅμμα, αἱ τε πλευραὶ τοῦ τετραγώνου καὶ αἱ διάμετροι ἵσαι φανοῦνται.

ἔστω γὰρ τετράγωνον τὸ **ΓΖ**, καὶ διάμετροι ἥχθωσαν αἱ **ΓΖ**, **ΚΔ**, καὶ ἀπὸ τοῦ **Θ** πρὸς ὄρθας ἥχθω τῷ ἐπιπέδῳ ἡ **ΘΒ**, τὸ δὲ ὅμμα κείσθω ἐπὶ τοῦ **B**, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτίνες αἱ **ΚΒ**, **ΒΔ**, **ΒΓ**, **BZ**. οὐκοῦν δύο αἱ **ZΘ**, **ΘΒ** δύο ταῖς **ΓΘ**, **ΘΒ** ἵσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ γωνίαι αἱ περιεχόμεναι ὑπ' αὐτῶν ἵσαι, τουτέστιν αἱ πρὸς τῷ

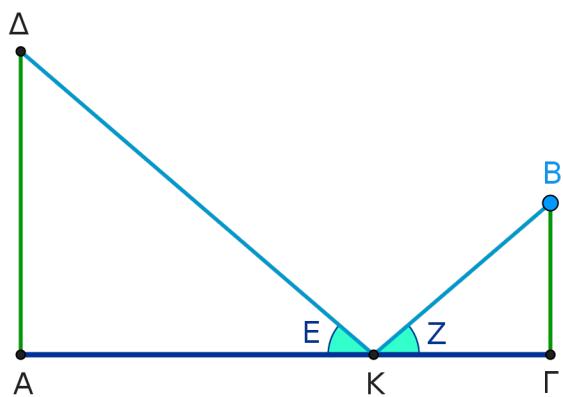
Θ· ἵση ἄρα καὶ ἡ ΖΒ βάσις τῇ ΒΓ βάσει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΚΒ τῇ ΒΔ ἵση ἔστιν. δύο δὴ αἱ ΖΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΚΒ, ΔΒ ἵσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ· καὶ εἰσὶν αἱ διάμετροι ἵσαι· ὥστε καὶ αἱ πρὸς τῷ Β γωνίαι ἵσαι ἔσονται. τὰ δὲ ὑπὸ ἵσων γωνιῶν ὄρθωμενα ἵσα φαίνεται· ἵσαι ἄρα φανοῦνται αἱ τε διάμετροι καὶ αἱ πλευραὶ τοῦ τετραγώνου.

Τῆς δὲ ἀπὸ τῶν ὄμμάτων ἐπὶ τὴν συναφὴν τῶν διαμέτρων μήτε πρὸς ὄρθὰς οὔσης τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἕκατέρᾳ τῶν ἀπὸ τῆς συναφῆς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου ἀχομένων μήτε ἵσας γωνίας περιεχούσης μετ' αὐτῶν αἱ διάμετροι ἄνισοι φανοῦνται. ὁμοίως γὰρ δείξομεν τὰ συμβαίνοντα, καθὰπερ καὶ ἐν τοῖς κύκλοις.

- Ὁψιν εἶναι εὔθεῖαν, ἵσ τὰ μέσα πάντα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ.
- Τὰ ὅρώμενα ἄπαντα καθ' εὔθείας ὀρᾶσθαι.
- Ἐνόπτρου τεθέντος ἐν ἐπιπέδῳ καὶ θεωρουμένου τινὸς ὕψους, ὃ πρὸς ὅρθάς ἔστι τῷ ἐπιπέδῳ, γίγνονται ἀνάλογον, ὡς ἡ μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ θεωροῦντος εὔθεία πρὸς τὴν μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ πρὸς ὅρθὰς ὕψους, οὕτω τὸ τοῦ θεωροῦντος ὕψος πρὸς τὸ πρὸς ὅρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ ὕψος.
- Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις τοῦ τόπου καταληφθέντος, ἐφ' ὃν ἡ κάθετος πίπτει ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου, οὐκέτι ὀρᾶται τὸ ὅρώμενον.
- Καὶ ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις καταληφθέντος τοῦ τόπου, δι' οὐ ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον ἀχεται τῆς σφαίρας, οὐκέτι ὀρᾶται τὸ ὅρώμενον. τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐν τοῖς κοίλοις συμβαίνει.
- Ἐὰν εἰς ἀχεῖον ἐμβληθῇ τι καὶ λάβῃ ἀπόστημα ὡς μηκέτι ὀρᾶσθαι, τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος ὅντος ἐὰν ὅδωρ ἔχειθῇ, ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν.

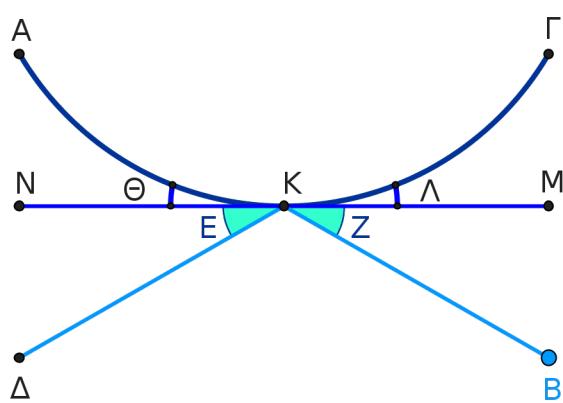
a'.

Άπο τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων καὶ κυρτῶν καὶ κοίλων αἱ ὄψεις ἐν ἵσαις γωνίαις ἀνακλήνται.

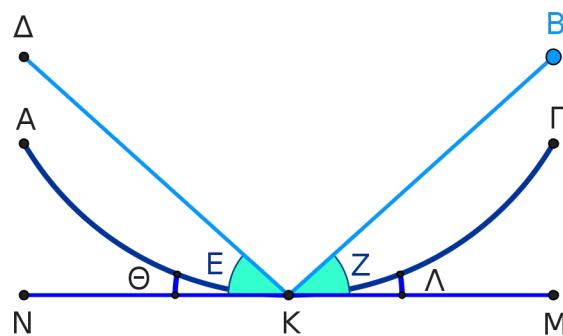


ἔστω ὅμμα τὸ **B**, ἐνοπτρον ἐπίπεδον τὸ **ΑΓ**, ὥσπις δ' ἀπὸ τοῦ ὅμματος φερέσθω ἡ **ΒΚ** καὶ ἀνακεκλάσθω ἐπὶ τὸ **Δ**. φημὶ δὴ τὴν **E** χωνίαν ἵσην εἶναι τῇ **Z**.

ἥχθωσαν κάθετοι ἐπὶ τὸ ἐνοπτρον αἱ **ΒΓ**, **ΔΑ**. οὐκοῦν ἔστιν, ὡς ἡ **ΒΓ** πρὸς **ΓΚ**, ἡ **ΔΑ** πρὸς **ΑΚ**· τοῦτο χάρι ἐν τοῖς ὅροις ὑπέκειτο· ὅμοιον ἄρα τὸ **ΒΓΚ** τρίγωνον τῷ **ΔΑΚ** τριγώνῳ. ἵση ἄρα ἡ **E** χωνία τῇ **Z** χωνίᾳ· τὰ δὲ ὅμοια τρίγωνα ἴσογώνια ἔστιν.



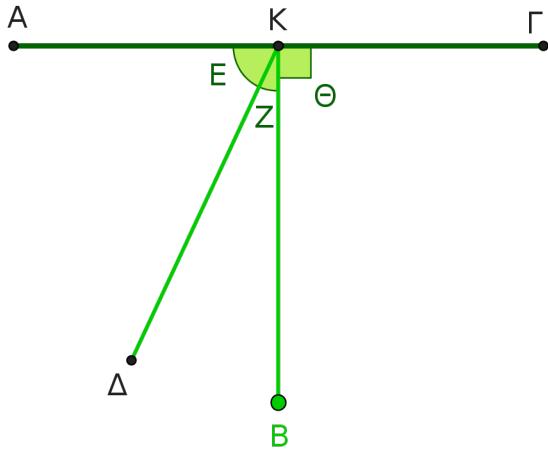
ἔστω δὴ κυρτὸν ἐνοπτρον τὸ **ΑΚΓ**, ὥσπις δὲ ἡ **ΒΚ** ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ **Δ**. ἥέχω, ὅτι ἵση ἔστιν ἡ **E**, **Θ** χωνία τῇ **Z**, **Λ**. παρέθηκα ἐπίπεδον ἐνοπτρον τὸ **NM**· ἵση ἄρα ἔστιν ἡ **E** χωνία τῇ **Z**. ἀλλὰ καὶ ἡ **Θ** τῇ **Λ** ἐφάπτεται χάρι ἡ **MN**. ὅλη ἄρα ἡ **E**, **Θ** ὅλη τῇ **Λ**, **Z** ἔστιν ἵση.



ἔστω δὴ πάλιν κοῖλον ἐνοπτρον τὸ **ΑΚΓ**, ὥσπις δὲ ἡ **ΒΚ** ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ **Δ**. ἥέχω, ὅτι ἡ **E** χωνία ἵση ἔστι τῇ **Z**. παρατεθέντος χάρι ἐπιπέδου ἐνόπτρου ἵση γίγνεται ἡ **Θ**, **E** χωνία τῇ **Z**, **Λ**. ἵση δὲ καὶ ἡ **Θ** τῇ **Λ**. ἀλιπή ἄρα ἡ **E** τῇ **Z** ἕσται.

β' .

Πρὸς ὅποιον ἀν τῶν ἐνόπτρων προσπέσῃ ὄψις ἵσας ποιοῦσα χωνίας, αὐτὴ δι' ἐαυτῆς ἀνακλασθήσεται.

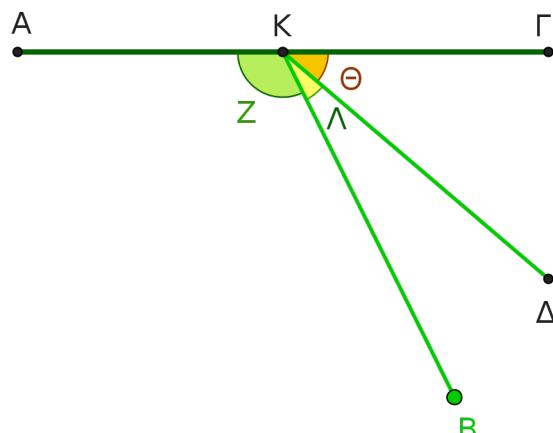


ἔστω ἐνοπτρον ἐπίπεδον τὸ ΑΓ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄψις δὲ ἡ BK προσπεπτωκέτω ἵσας ποιοῦσα χωνίας τὴν E, Z τῇ Θ. Πέχω, ὅτι ἀνακλωμένη ἡ BK ἐφ' ἐαυτῆς ἥξει, τουτέστιν ἐπὶ τὸ Β. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἡκέτω ἐπὶ τὸ Δ. καὶ ἐπειδὴ αἱ ὄψεις ἐν ἵσαις ἀνακλῶνται χωνίαις, ἵση ἔστιν ἡ E χωνία τῇ Θ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ E, Z χωνία τῇ Θ ἵση. καὶ ἡ E, Z ἄρα χωνία τῇ E χωνίᾳ ἔσται ἵση, ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι ὄπερ ἔστιν ἀδύνατον. ἡ ἄρα BK δι' αὐτῆς ἀνακλασθήσεται. ἡ δ' αὐτὴ ἀπόδειξις ἀρμόσειεν ἀν ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ τῶν κοίλων ἐνόπτρων.

 γ' .

Πρὸς ὅποιον ἀν τῶν ἐνόπτρων προσπίπτουσα ὄψις ἀνίσους ποιῆι χωνίας, οὕτε δι' ἐαυτῆς ἀνακλασθήσεται οὕτε ἐπὶ τῆς ἐλάσσονος χωνίας.

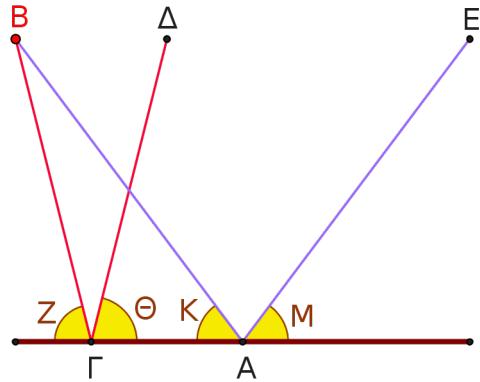
ἔστω ἐπίπεδον ἐνοπτρον τὸ ΑΚΓ, ὄψις δὲ ἡ BK προσπιπτέτω μείζονα ποιοῦσα χωνίαν τὴν Z τῆς Θ, Λ. Πέχω, ὅτι ἡ BK ἀνακλωμένη οὕτε αὐτὴ δι' ἐαυτῆς ἀνακλασθήσεται οὕτε ἐπὶ τὴν Θ, Λ χωνίαν. εἰ μὲν γὰρ ἥξει ἐπὶ τὸ Β, ἔσται ἡ Z χωνία τῇ Θ, Λ ἵση· ὄπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ μείζων. εἰ δὲ διὰ τοῦ Δ, ἵση ἔσται ἡ Z χωνία τῇ Θ· ἔστι δὲ μείζων. ἡ ἄρα BK ἀνακλασθήσεται ἐπὶ τὴν μείζονα χωνίαν τὴν Z· δυνατὸν γὰρ ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἵσην ἀφαιρεθῆναι. ἔστι δὲ ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ κοίλων.



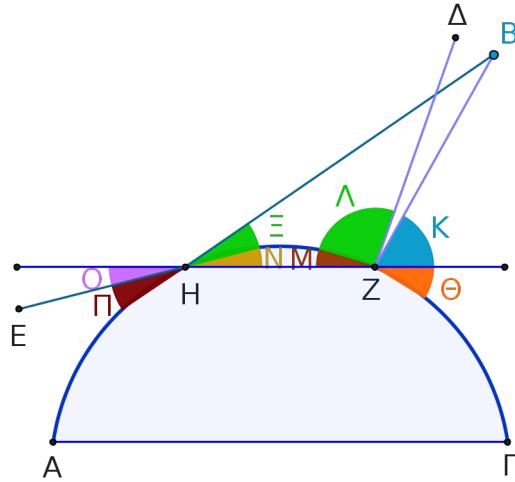
δ' .

Αἱ ὄψεις ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων καὶ κυρτῶν ἀνακλώμεναι οὔτε συμπεσοῦνται ἀλλήλαις οὔτε παράλληλοι ̄σονται.

̄στω ἐπίπεδον ἐνοπτρον τὸ ΑΓ , ὅμα δὲ τὸ Β , ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ ΒΓΔ , ΒΑΕ . Πέχω, ὅτι αἱ ΓΔ , ΑΕ οὔτε παράλληλοι εἰσιν οὔτε συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Δ , Ε . ἐπεὶ γὰρ ̄ση ἐστὶν ἡ Ζ χωνία τῇ Θ , ἡ δὲ Κ τῇ Μ , μείζων δὲ ἡ Ζ τῆς Κ διὰ τὸ ἔκτὸς εἶναι ἐν τῷ ΒΑΓ τριγώνῳ, μείζων ἀν εἴη καὶ ἡ Θ τῆς Μ . οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΓΔ τῇ ΑΕ ἐστιν, οὔδε συμπίπτουσιν ἐπὶ τὰ Ε , Δ .

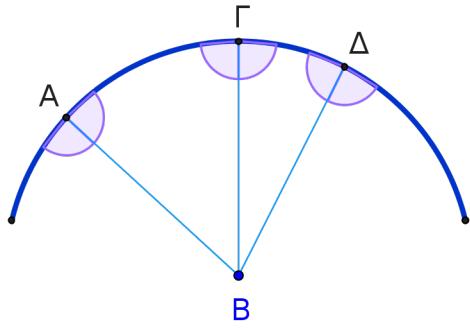


̄στω πάλιν κυρτὸν ἐνοπτρον τὸ AZΓ , ὅμα δὲ τὸ Β , ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ BZΔ , BHE . Πέχω, ὅτι αἱ ΖΔ , EH οὔτε παράλληλοι εἰσιν οὔτε συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Ε , Δ . ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ HZ εύθεῖα καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα. ἐπεὶ ̄ση ἐστὶν ἡ Κ , Θ τῇ Λ διὰ τὸ ἐν ̄σαις ἀνακλᾶσθαι χωνίαις, εἴη ἀν μείζων ἡ Λ , Μ τῆς Κ . ἡ δὲ Κ τῆς Ν , Ξ ἐστι μείζων, ἡ δὲ Ν , Ξ τῆς Ο , Π μείζων αὐτὴ γὰρ ἡ Ξ ̄ση ἐστὶ τῇ Ο , Π μείζων ἄρα ἡ Λ , Μ τῆς Ο , Π . πολλῷ ἄρα ἡ Λ , Μ τῆς Ο μείζων ἐστίν. οὐκ ἄρα συμπεσοῦνται αἱ ΖΔ , HE εύθεῖαι οὔδε παράλληλοι εἰσιν.

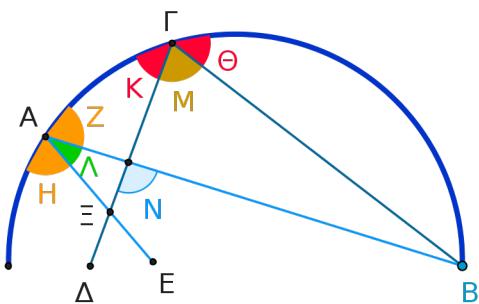


ϵ' .

Ἐν τοῖς κοῖλοις ἐνόπτροις ἔὰν ἢ ἐπὶ τὸ κέντρον ἢ ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ ἔκτὸς τῆς περιφερείας θῆσ τὸ ὅμμα, τουτέστι μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας, αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι συμπεσοῦνται.



ἔστω κοῖλον ἐνοπτρον τὸ ΑΓΔ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ Β, καὶ κείσθω τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ Β, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ Β ὄψεις πρὸς τὴν περιφέρειαν αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ. Ἱσαι ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς σημείοις τοῖς Α, Δ, Γ χωνίαι· ἡμικυκλίου δάρεισιν. αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι δι’ ἑαυτῶν ἀνακλασθήσονται αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ· τοῦτο δάρεισιν. ὥστε συμπεσοῦνται κατὰ τὸ Β.



ἔστω πάλιν κοῖλον ἐνοπτρον τὸ ΑΓΒ, ὅμμα δὲ τὸ Β, κείσθω δὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΓ, ΒΑ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεῖα. ἐπεὶ μεῖζον τὸ ΑΓΒ τμῆμα τοῦ ΒΓ τμήματος, μεῖζων δὲ Ζ χωνία τῆς Θ χωνίας. καὶ δὴ Η ἄρα τῆς Κ μεῖζων. αἱ ὄψεις Ζ, Η τῶν Θ, Κ μεῖζουσι εἰσὶν. λοιπὴ ἄρα δὴ Λ τῆς Μ ἐλάσσων· ποιηθῆσθαι δηλοῖτον ἄρα τῆς Ν. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ ΓΔ, ΑΕ κατὰ τὸ Ξ. ὁμοίως δειχθήσεται, κανὸς ἔκτὸς τῆς περιφερείας πίπτῃ τὸ ὅμμα, ὥστε ἐπὶ τοῦ ἐξῆς θεωρήματος.

s' .

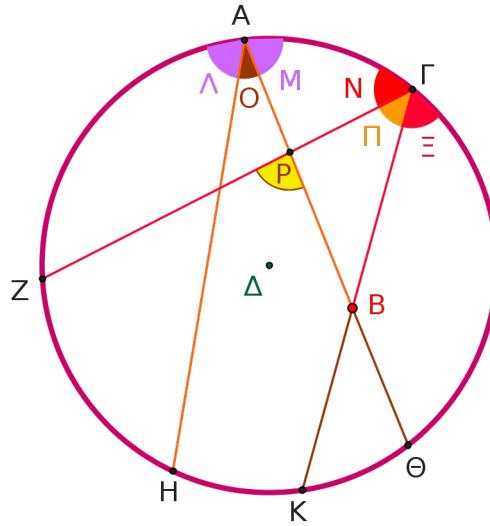
Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἔὰν ἀνὰ μέσον τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας θῆσ τὸ ὅμμα, δὲ μὲν συμπεσοῦνται αἱ ὅψεις ἀνακλώμεναι, δὲ δὲ οὐ συμπεσοῦνται.

Ἐστω ἐνοπτρον κοῖλον τὸ **ΑΓ**, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ **Δ**, ὅμμα δὲ κείσθω τὸ **Β** μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας, ὅψεις δὲ αἱ **ΒΑ**, **ΒΓ** ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ **Η**, **Ζ**, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ὅψεις ἕως τοῦ ἐνόπτρου αἱ **ΑΘ**, **ΓΚ**. ἡ **ΑΘ** δὴ τῆς **ΓΚ** ἡ μείζων ἐστὶν ἥ ἴση ἥ ἐλάσσων.

εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἥ **ΑΘ** ὅψις τῆς **ΓΚ** ὅψει, ἴση ἐστὶ καὶ ἥ **ΑΓΘ** περιφέρεια τῆς **ΓΘΚ** περιφερείᾳ. ὥστε καὶ ἡ **Μ** χωνία τῆς **Ξ** αἱ χωνίαι εἰσὶν ἀλλήλαις. καὶ αἱ **Μ**, **Λ** χωνίαι ἄρα ταῖς **Ν**, **Ξ** εἰσιν ἴσαι διὰ τὴν ἀνάκλασιν. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ **Ο** τῆς **Π** ἴση ἐστὶν. μείζων ἄρα ἡ **Ρ** τῆς **Ο**. ἐπεὶ δὲ τὸ ἐκτὸς εἶναι, ἡ δὲ **Π** τῆς **Ο** ἴση, καὶ ἡ **Ρ** ἄρα τῆς **Ο** μείζων ἐστὶν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ **ΟΡΖ**. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ **ΓΖ**, **ΑΗ** ὡς ἐπὶ τὰ **Η**, **Ζ**.

τὸ δὲ αὐτὸ ἐσται, καν μείζων ἥ **ΑΘ** ὅψις τῆς **ΓΚ** μείζονες δὲ ἐσονται αἱ **Λ**, **Μ** χωνίαι τῶν **Ν**, **Ξ**, ἡ δὲ **Π** τῆς **Ο** μείζων ἐσται καὶ ἡ **Ρ** τῆς **Ο**.

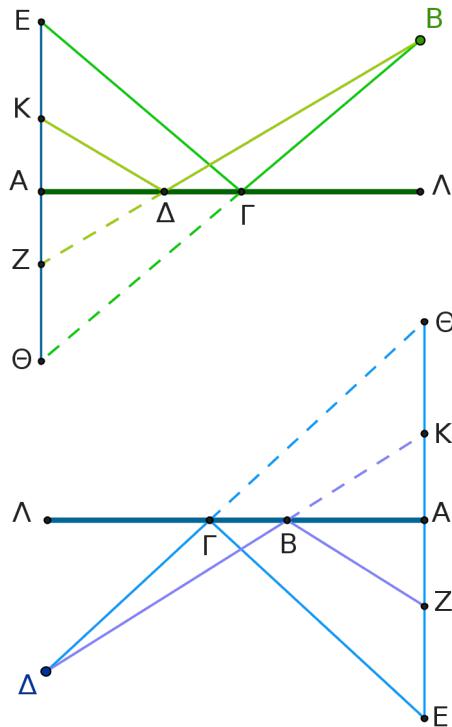
ἔὰν δὲ ἡ **ΑΘ** εὐθεῖα ἐλάσσων ἥ τῆς **ΓΚ**, διὰ τὰ αὐτὰ μείζων ἐσται ἡ **Ο** χωνία τῆς **Π**. ἐστι δὲ καὶ ἡ **Ρ** τῆς **Π** μείζων. οὐδὲν ἄρα κωιτύει ἴσην εἶναι τὴν **Ρ** τῆς **Ο** ἥ ἐλάσσονα τῆς **Ο**, καὶ μὴ συμπίπτειν τὴν **ΑΗ** τῇ **ΓΖ**. φανερὸν δέ, ὅτι, καν τε μείζων ἥ ἡ **ΑΘ** περιφέρεια τῆς **ΓΚ**, ἔάν τε ἴση, ἡ σύμπτωσις τῶν ἀνακλάσεων οὔτε ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου οὔτε ἐκτὸς οὐ μὴ χίνηται, ἀλλ' ἐντὸς μόνον.



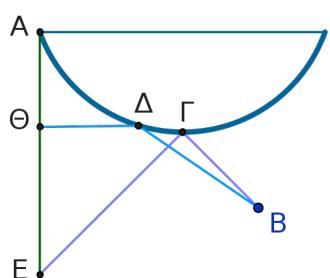
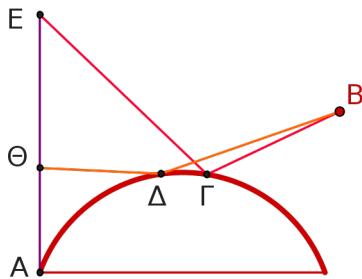
ζ' .

Τὰ ὑψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων ἀνεστραμμένα φαίνεται.

ἔστω ὑψος μὲν τὸ AE , ἐνοπτρον δὲ ἐπίπεδον τὸ AL , ὅμma δὲ τὸ B , ὥψεις δὲ αἱ $BΓ$, $BΔ$ ἀνακλήμεναι ἐπὶ τὰ E , K . οὐκοῦν φαίνεται ἐκβληθεισῶν τῶν ὥψεων ἐπ' εὔθείας τὸ μὲν E τὸ ἄνω ἐπὶ τοῦ $Θ$ κάτω ὅντος, τὸ δὲ K κάτω ὅν ἐπὶ τοῦ Z τοῦ ἄνω ὅντος. ὥστε ἀνεστραμμένα ἔστι τῇ φαντασίᾳ.

 η' .

Τὰ ὑψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων ἀνεστραμμένα φαίνεται.

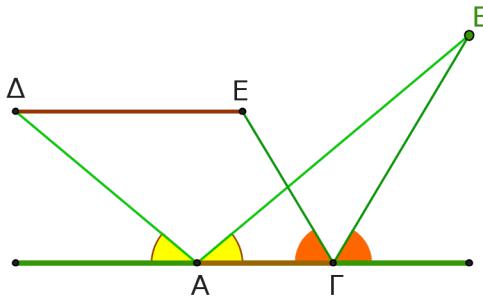


ἔστω ὑψος τὸ AE , ἐνοπτρον δὲ κυρτὸν τὸ $AΔΓ$, ὥψεις δὲ αἱ $BΔ$, $BΓ$ ἀνακλήμεναι ἐπὶ τὰ E , $Θ$. δέδεικται, ὅτι οὐ συμπεσοῦνται. τὰ δὲ λοιπὰ ὁμοίως τοῖς ἐν τοῖς ἐπιπέδοις.

ἔστω πάλιν βάθος τὸ AE , ἐνοπτρον δὲ κυρτὸν τὸ $AΓ$, ὅμma δὲ τὸ B , ὥψεις δὲ ἀνακλήμεναι ἐπὶ τὰ E , $Θ$ αἱ $BΓE$, $BΔΘ$. τὰ δὲ λοιπὰ καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις.

θ' .

Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων, ὡς τῇ ἀληθείᾳ ἔχει, οὕτω καὶ φαίνεται.



ἔστω ὅμμα τὸ **B**, μῆκος δὲ πλάγιον τὸ **ΔΕ**, ἐνοπτρον δὲ τὸ **ΑΓ**. οὐκοῦν ἀνακλασθεισῶν τῶν ὄψεων φαίνεται τὸ μὲν **Δ** ἐπὶ τὸ **A**, τὸ δὲ **E** ἐπὶ τὸ **Γ**, καὶ ἔστιν οὕτω τῇ φαντασίᾳ, καθάπερ καὶ τῇ ἀληθείᾳ ἔχει, τὸ ἔχοντον ἔχον, τὸ ἀπώτερον ἀπώτερον.

 ι' .

Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων, καθάπερ ἔστιν ἀληθῶς, καὶ φαίνεται.

ἔστω μῆκος τὸ **ΕΔ**, ὅμμα δὲ τὸ **B**, ἐνοπτρον δὲ κυρτὸν τὸ **ΑΓ**, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ **E, Δ**. τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτά.

 $\iota\alpha'$.

Τὰ ὑψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων, ὅσα μέν ἔστιν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τῶν ὄψεων, ἀνεστραμμένα φαίνεται καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις, ὅσα δὲ ἔστιν ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως, καθάπερ ἔστιν, καὶ φαίνεται.

ἔστω κοίλον ἐνοπτρον τὸ **ΑΓ**, ὅμμα δὲ τὸ **B**, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ **ΒΑ, ΒΓ**, σύμπτωσις δὲ αὐτῶν ἐπὶ τὸ **Z**, ὕψη δὲ τὸ τε **ΔΕ** καὶ τὸ **ΚΝ**, καὶ τὸ μὲν **KN** ἐντὸς τῆς τοῦ **Z** συμπτώσεως, τὸ δὲ **ΔΕ** ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως. οὐκοῦν ἐκβληθεισῶν τῶν ὄψεων καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις φαίνεται τὸ μὲν **K** ἐπὶ τοῦ **M** τὸ δὲ **N** ἐπὶ τοῦ **L**. ὥστε ἀνεστραμμένα φαίνεται. πάλιν ἐπὶ τοῦ ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως ὕψους φαίνεται τὸ μὲν **Δ** ἐπὶ τοῦ **H**, τὸ δὲ **E** ἐπὶ τοῦ **Θ**, ὡς ἔχει, οὕτως φαίνεται.

πάλιν βάθος μὲν τὸ **ΔΕ** καὶ **ΚΘ**, ἐνοπτρον δὲ κοίλον τὸ **ΑΓ**, ὅμμα δὲ τὸ **B**, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι καὶ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ **Z**. οὐκοῦν ἐκβληθεισῶν τῶν ὄψεων ὁμοίως τὰ μὲν **K, Θ** φαίνεται ἀνεστραμμένα, τὸ μὲν **K** κατὰ τὸ **Γ**, τὸ δὲ **Θ** κατὰ τὸ **A**, καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις, τὰ δὲ **Δ, E**, καθάπερ καὶ ἔστιν, τὸ μὲν **E** κάτω κατὰ τὸ **A**, τὸ δὲ **Δ** ἄνω κατὰ τὸ **Γ**.

ιβ'.

Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων, ὅσα μὲν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως κεῖται τῶν ὄψεων, καθάπερ ἔστιν, οὕτω καὶ φαίνεται, ὅσα δ' ἐκτός, ἀντεστραμμένα.

ἔστω χάρη μήκη μὲν πλάγια τὰ ΕΔ, ΘΚ, κοῖλον δὲ ἐνοπτρον τὸ ΑΓ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλήμεναι καὶ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ Η αἱ ΒΑΔ, ΒΓΕ, καὶ τὸ μὲν ΘΚ πλάγιον μῆκος ἔστω ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τῆς Η, τὸ δὲ ΔΕ ἐκτός. οὔκοῦν τὰ μὲν Θ, Κ κατὰ φύσιν φαίνεται, καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις, τὰ δὲ Ε, Δ ἀντεστραμμένα· τὸ μὲν χάρη Δ ἐπὶ τοῦ Α φαίνεται, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τοῦ Γ.

ιχ'.

Δυνατόν ἔστι διὰ πλειόνων ἐνόπτρων ἐπιπέδων ἵδεῖν τὸ αὐτό.

ἔστω, ὃ δεῖ ὀφθῆναι, τὸ Α, ὅμμα δὲ τὸ Β, ἐνοπτρα δὲ τρία τὰ ΓΔ, ΔΕ, EZ. ἥχθω δὴ κάθετος ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ ΓΔ ἐνοπτρον ἡ ΒΓ, ἵση δὲ ἡ ΒΓ τῇ ΓΣ, καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ EZ κάθετος ἡ AZ, καὶ τῇ AZ ἵση ἡ ΖΘ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ ΔΕ ἐνοπτρον κάθετος ἥχθω ἡ ΘΚ, καὶ ἔστω τῇ ΘΚ ἵση ἡ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Σ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΜΞΣ, ἀπὸ δὲ τοῦ Μ ἐπὶ τὸ Θ ἡ ΜΡΘ, ἐπεζεύχθωσαν δὲ καὶ αἱ ΑΡ, ΒΞ. ἐπεὶ οὖν ἵση ἔστιν ἡ ΒΓ τῇ ΓΣ, καὶ ὁρθαὶ αἱ πρὸς τῷ Γ γωνίαι, δύο δὴ αἱ ΒΓ, ΓΦ δυσὶ ταῖς ΣΓ, ΓΦ ἵσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΦ ὁρθὴ οὕσα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΣΓΦ ὁρθῇ οὕσῃ ἵση ἔστιν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἵσαι ἔσονται, ὑφ' ἀς αἱ ἵσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν πρὸς τῷ Β γωνία τῇ πρὸς τῷ Σ, ἡ δὲ Ξ γωνία τῇ Τ. ἀλλ' ἡ Τ τῇ Ν ἔστιν ἵση· κατὰ κορυφὴν χάρη· ὥστε ἵση ἔστιν καὶ ἡ Ν γωνία τῇ Ξ. ἡ ἄρα ΒΞ ὄψις ἀνακλασθήσεται ἐπὶ τὸ Μ. πάλιν ἐπεὶ ἵση ἔστιν ἡ ΘΚ τῇ ΚΛ, καὶ ὁρθαὶ δὲ αἱ πρὸς τῷ Κ, ἵση ἔστιν ἡ Ο γωνία τῇ Π. ἀνακλᾶται ἄρα ἡ αὐτὴ ὄψις ἡ ΒΞΜ ἐπὶ τὸ Ρ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τὸ Α διὰ τὸ ἵσην εἶναι τὴν ὑπὸ ZPA γωνίαν τῇ ὑπὸ EPM ὁμοίως ταῖς λοιπαῖς ἀποδείξεσιν. ὁρᾶ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος ὄψις τὸ Α διὰ τῶν τριῶν ἐνόπτρων ὅντων ἐπιπέδων τῶν ΓΔ, ΔΕ, EZ.

ιδ'.

"Ἔστι δὲ καὶ, δι' ὅσων ἂν τις ἐπιτάξῃ ἐνόπτρων ἐπιπέδων, ἵδεῖν τὸ αὐτό· δεῖ δὲ κατὰ τὸν ἀφιθμὸν τῶν ἐνόπτρων ποιηύχωνον ἴσοπλευρόν τε καὶ ἴσογώνιον συνίστασθαι δυσὶ πλείους ἔχον πλευρὰς τῶν ἐνόπτρων.

ἔστω χάρη, ὃ μὲν ὀφθῆναι δεῖ, τὸ Α, ὅμμα δὲ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἀναγεγράφθω ποιηύχωνον ἴσοπλευρόν τε καὶ ἴσογώνιον δύο πλευρὰς πλείους ἔχον τῶν ἐνόπτρων καὶ ἔστω τὸ ΑΒΔ ποιηύχωνιον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ γραφομένου περὶ τὸ ποιηύχωνον τὸ Θ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΓ, ΘΕ, ΘΔ, ΘΒ, ΘΑ ἐπὶ τὰς γωνίας, καὶ προσκείσθωσαν ἐνοπτρα ἐπίπεδα πρὸς ὁρθὰς ταῖς ἐπεζευχμέναις. ἐπεὶ οὖν ἵση ἔστιν ἡ ΖΛ γωνία τῇ ΝΚ ὁρθὴ χάρη ἔστιν ἑκατέρα· ὥν ἡ Ν τῇ Λ ἵση ἔστιν, λοιπὴ ἄρα ἡ Ζ τῇ Κ ἵση ἔστιν. ὥστε ἡ ἀνακλασις τῆς ΒΓ ὄψεως ἐπὶ τὸ Δ ἔσται· διὰ χάρη ἵσων γωνιῶν αἱ ἀνακλάσεις γίνονται. ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ πρὸς τοῖς Δ, Ε σημείοις γωνίαι ἵσαι αἱ πρὸς τοῖς ἐνόπτροις. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος ὄψις ἀνακλημένη καὶ προσπεσούσα πρὸς πάντα τὰ ἐνοπτρα ἥξει ἐπὶ τὸ Α.

ιε'.

Ἐστι δὲ καὶ διὰ κυρτῶν ἐνόπτρων καὶ διὰ κοίλων ἵδεῖν τὸ αὐτό.

Ἐστω χάρη, ὃ δεῖ ἵδεῖν, τὸ Α, ὅμμα δὲ τὸ Β, καὶ ὁμοίως ἀναχειράφθω ποιῶνταν οἰστόπλευρόν τε καὶ ισοχώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ, καὶ πρὸς τοῖς Γ, Δ, Ε σημείοις ἔστω ἐνόπτρα ἐπίπεδα, ἀφ' ὧν ὁρᾶται τὸ Α, καθάπερ δέδεικται, καὶ προσκείσθω τούτοις κοῖλα ἢ κυρτὰ ἐνόπτρα κατὰ τὰς ἀφὰς τῶν ὄψεων. οὐκοῦν ἵστιν ἡ μὲν Ζ τῇ Θ, ἡ δὲ Κ τῇ Λ· ὅλη ἄρα ἡ ΚΖ ἵστιν ἐπὶ τῇ ΘΛ. ἀνακλασθήσεται ἄρα ἡ ὄψις ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Α. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ κυρτῶν ἢ κοίλων ὄντων ἀπάντων καὶ ἀναμεμιχμένων ἔστιν ἵδεῖν τὸ αὐτό.

ΙΣ'.

Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις ἔκαστον τῶν ὄρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὄρωμένου κάθετον ὁρᾶται.

Ἐστω ἐνόπτρον ἐπίπεδον τὸ ΓΔ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄρώμενον δὲ τὸ Α, καὶ ἔστω κάθετος ἡ ἀπὸ τοῦ ὄρωμένου ἐπὶ τὸ ἐνόπτρον ἡ ΑΓ. οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπέκειτο ἐν τοῖς φαινομένοις, ὅτι καταληφθέντος τοῦ τόπου τοῦ Γ οὐχ ὁρᾶται τὸ Α, τὸ Α ἄρα ὀφθήσεται ἐπ' εὔθείας τῇ ΑΓ. ἀλλὰ δὴ καὶ ἐπ' εὔθείας τῇ ΒΔ ὄψει· κατὰ τὸ Ε ἄρα· ὑπέκειτο χάρη ἡμῖν τὸ εὐθύν, οὐ τὸ μέσον τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ· ὥστε εὔθεία ἔσται ἡ ΑΕ καὶ ἡ ΒΕ.

ΙΖ'.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἔκαστον τῶν ὄρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὄρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀχομένην εὔθειαν ὁρᾶται.

Ἐστω κυρτὸν ἐνόπτρον τὸ ΓΔ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄψις δὲ ἡ ΒΔ ἀνακλαμένη ἐπὶ τὸ Α, καὶ ὄράσθω τὸ Α, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΔ ὄψις ἐπὶ τὸ Ε. οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπέκειτο ἐν τοῖς φαινομένοις, ὅτι καταληφθέντος τοῦ Γ τὸ Α οὐχ ὁρᾶται, ὀφθήσεται ἄρα ἐπ' εὔθείας τῇ ΑΓ κατὰ τὴν σύμβασιν τῆς ΒΔ ὄψεως καὶ [ἀπὸ] τῆς ΑΓ ἐπὶ τοῦ Ε, καθάπερ ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις.

Ιη'.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἔκαστον τῶν ὄρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὄρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀχομένην εὔθειαν ὁρᾶται.

Ἐστω κοίλον ἐνόπτρον τὸ ΓΔ, ὄψις δὲ ἀνακλαμένη ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Α ὄρώμενον, τῆς δὲ σφαίρας κέντρον ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθω εὔθεία καὶ ἐκβεβλήσθω. οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπέκειτο ἐν τοῖς φαινομένοις, ὅτι καταληφθέντος τοῦ τόπου τοῦ Δ τὸ Α οὐχ ὁρᾶται, ὥστε φαίνεται ἐπ' εὔθείας τῇ ΑΕ, ὀφθήσεται ἄρα κατὰ τὴν συμβολὴν τῆς ΑΔ εὔθείας καὶ τῆς ΒΓ ὄψεως κατὰ τὸ Ζ.

Ιθ'.

Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις τὰ δεξιὰ ἀριστερὰ φαίνεται καὶ τὰ ἀριστερά δεξιά καὶ τὸ εἴδωλον ἵσον τῷ ὄρωμένῳ, καὶ τὸ ἀπόστημα τὸ ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου ἵσον ἔστιν.

Ἐστω ἐπίπεδον ἐνόπτρον τὸ ΑΓ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Δ, ὄρώμενον δὲ ἔστω τὸ ΕΔ, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Δ ἐπὶ τὸ ἐνόπτρον κάθετοι ἥχθωσαν αἱ ΕΖ, ΔΘ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, ἐκβεβλήσθωσαν δὲ καὶ αἱ ΒΓ, ΒΑ ὄψεις καὶ

συμπιπτέτωσαν ταῖς καθέτοις κατὰ τὰ Κ, Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΚ. οὐκοῦν φαίνεται τὸ μὲν Ε ἐπὶ τοῦ Κ, τὸ δὲ Δ ἐπὶ τοῦ Λ· τοῦτο γὰρ προεδείχθη. τὰ ἄρα ἀριστερὰ δεξιὰ φαίνεται καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερὰ. καὶ ἐπεὶ ἵση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΚΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν ΖΓΕ, καὶ εἰσιν ὄρθαι αἱ πρὸς τῷ Ζ, ἵση ἀν εἴη καὶ ἡ ΖΚ τῇ ΖΕ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘΛ. ἵσον ἄρα τὸ ἀπόστημα, ὃ ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου τὸ ΕΔ, τῷ, ὃ ἀπέχει τὸ εἰδωλον τὸ ΚΛ. καὶ ἵσον τὸ ὀρώμενον τὸ ΕΔ τῷ εἰδώλῳ τῷ ΚΛ διὰ τὸ ἵσην εἶναι τὴν μὲν ΕΖ τῷ ΖΚ, τὴν δὲ ΔΘ τῇ ΘΛ, κοινὴν δὲ καὶ πρὸς ὄρθας τὴν ΘΖ.

κ'.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ φαίνεται καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερά, καὶ τὸ ἀπόστημα ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου τὸ εἰδωλον ἔλασσον ἔχει.

Ἶστω ἐνοπτρον κυρτὸν τὸ ΑΓ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ Θ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ Δ, Ε, ὀρώμενον δὲ τὸ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κέντρου ἥχθωσαν ἐπὶ τὰ Δ, Ε αἱ ΘΔ, ΘΕ, καὶ ἐκβεβήσθωσαν αἱ ὄψεις ἐπὶ τὰ Ζ, Η, καὶ ἐπεζεύχθω τὸ ΖΗ εἰδωλον. οὐκοῦν τὸ μὲν Δ φαίνεται ἐπὶ τοῦ Η, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τοῦ Ζ. τὰ ἄρα δεξιὰ ἀριστερὰ φαίνεται καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιά. Πέρι, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΕΛ τῆς ΛΖ. ἥχθω γὰρ διὰ τοῦ Α ἐφαπτομένη τῆς περιφερείας ἡ ΡΑΚ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΒΑ, ΑΕ πρὸς τὴν περιφέρειαν ἵσας ποιοῦσι γωνίας διὰ τὴν ἀνάκλασιν, ἐφάπτεται δὲ ἡ ΚΑΡ, δίκα ἀν εἴη τετμημένη ἡ ὑπὸ τῶν ΕΑΖ γωνία. καὶ ἀμβλεῖα ἐστὶν ἡ Κ γωνία· μείζων ἄρα ἡ ΕΚ τῆς ΚΖ· πολλῷ μᾶλλον ἡ ΕΔ τῆς ΛΖ. ἔλασσον ἄρα ἀπέχει τὸ εἰδωλον τὸ ΖΗ ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου, μείζον δὲ τὸ ὀρώμενον τὸ ΕΔ.

κα'.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὸ εἰδωλον ἔλασσόν ἐστι τῶν ὀρωμένων.

Ἶστω γὰρ κυρτὸν ἐνοπτρον τὸ ΑΟΓ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ ΒΑ, ΒΓ ἐπὶ τὰ Δ, Ε. οὐκοῦν ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου θεωρεῖται τὸ ΕΔ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. παρακείσθω δὴ ἐνοπτρον ἐπίπεδον τὸ ΑΓ ἀπόμενον τῶν ὄψεων κατὰ τὰ Α, Γ. οὐκοῦν ἡ ὄψις ἡ μέλιθουσα ἴδεῖν τὸ Ε ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐνόπτρου οὐκ ἔστιν ἡ ΒΑΕ· οὐ γὰρ ποιεῖ γωνίας ἵσας πρὸς τῷ ἐπιπέδῳ ἐνόπτρω. οὐδὲ μὴν κλασθήσεται μεταξὺ τῶν Α, Γ. κεκλιάσθω γάρ, εἰ δυνατόν, καὶ ἔστω ἡ ΒΖΕ ὄψις. ἵση ἄρα ἡ Η γωνία τῇ Θ διὰ τὴν ἀνάκλασιν. ἡ δὲ Θ μείζων τῆς NI, ἡ δὲ Μ τῆς Η· ὥστε καὶ ἡ Μ τῆς NI μείζων ἔστιν· ὅπερ ἀδύνατον. αὐτὴ γὰρ ἡ Ι μείζων τῆς Μ ἔστιν· ἵση γάρ ἔστιν ὅπῃ τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ. ἐκτὸς ἄρα ἀνακλασθήσεται τοῦ Α. κεκλιάσθω καὶ ἔστω ἡ ΒΚΕ. ὅμοιως δὲ καὶ ἡ ΒΛΔ πεσεῖται ἐκτός. τὸ ἄρα ΕΔ ὑπὸ μείζονος γωνίας θεωρεῖται ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐνόπτρου τῆς περιεχομένης ὑπὸ ΚΒΛ ἥπερ ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ. ἵσον δὲ ἐδείχθη φαινόμενον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐνόπτρω. φανερὸν οὖν, ὅτι ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τὸ εἰδωλον ἔλασσον φαίνεται τοῦ ὀρωμένου.

κβ'.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἀπὸ τῶν ἔλασσόνων ἐνόπτρων ἔλασσονα φαίνεται τὰ εἰδωλα.

Ἶστω σφαῖρα μείζων μὲν ἡ ΑΓ, ἔλασσον δὲ ἡ ΕΛ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ Θ, ὅμμα δὲ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΑΘ, καὶ ἀπὸ τῆς σφαίρας ἀνακεκλάσθω ὄψις ἡ ΒΓΔ. Πέρι, ὅτι ἡ ἀνακλασθησμένη ὄψις ἀπὸ τῆς ἔλασσονος σφαίρας ἐπὶ τὸ Δ οὔτε διὰ τοῦ Γ πεσεῖται οὔτε ἐκτὸς τοῦ Γ. πιπτέτω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατόν, διὰ

τοῦ Γ, καὶ ἀνακεκλάσθω ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἔστω ἡ ΒΕΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Κ. δίκα δὴ τεμεῖ ἡ ΘΓΚ τὴν ὑπὸ τῶν ΒΓΔ χωνίαν διὰ τὸ τὴν ΒΓΔ ἵσας ποιεῖν χωνίας πρὸς τῇ περιφερείᾳ διὰ τὴν ἀνάκλασιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Ε ἐπιζευχνυμένη καὶ ἐκβληθεῖσα δίκα τεμεῖ τὴν ὑπὸ ΒΕΔ. τεμνέτω καὶ ἔστω ἡ ΘΕΖ. ἐπεὶ μείζων ἔστιν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΕΔ, καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς ἡμίσειας μείζων ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΓΚ τῆς ὑπὸ ΒΕΖ. ἔστι δὲ καὶ ἐλάσσων· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἥξει διὰ τοῦ Γ ἡ ἀνακλωμένη ὄψις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

ὑποκείσθω δὲ πάλιν τὰ αὐτά, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἀνακλωμένη ὄψις ἡ ΒΕΔ ἐκτὸς πιπτέτω τοῦ Γ, καὶ τεμνέτω ἡ ΒΕ τὴν μείζονα σφαῖραν κατὰ τὸ Ζ. ἡ δὴ ἀπὸ τοῦ Ζ ἀνακλωμένη ὄψις ἡ ΒΖΚ οὐ συμπεσεῖται τῇ ΓΔ· τοῦτο γὰρ δέδεικται. τῇ ἄρα ΕΔ συμπιπτέτω κατὰ τὸ Κ. ἡ ἄρα ΒΖΚ ὄψις ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ μείζονος ἐνόπτρου ὁρᾶ τὸ Κ, καὶ ἡ αὐτὴ ἡ ΒΕΚ ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου ὁρᾶ τὸ αὐτὸ Κ· τοῦτο δὲ ἐπάνω ἐδείχθη ἀδύνατον. μεταξὺ ἄρα πεσεῖται τῶν Γ, Α ἡ ἀνακλωμένη ὄψις ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου ἐπὶ τὸ Δ. ὅμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ἐτέρου μέρους τὸ αὐτὸ ποιοῦσα. ὑπὸ ἐλάσσονος ἄρα χωνίας θεωρεῖται τῆς πρὸς τῷ Β χιγνομένης ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου ἥπερ ἀπὸ τοῦ μείζονος. ἐλασσον ἄρα φαίνεται τὸ εἰδωλον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου.

κχ'.

Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ εἰδωλα κυρτὰ φαίνεται.

ἔστω κυρτὸν ἐνοπτρὸν τὸ ΑΓ, ὅμμα δὲ τὸ Ε, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ ΕΑ, ΕΓ ἐπὶ τὰ Δ, Β, ἡ δὲ ΖΕ ἀνακλωμένη δι' ἑαυτῆς ἐπὶ τὸ Ε. οὔκοῦν τῶν ὄψεων μέχισται μέν εἰσι τῷ μήκει αἱ πορρωτάτω, ἐλάχισται δὲ αἱ κατὰ μέσον, ὥσπερ ἡ ΕΖ. φαίνεται ἄρα τοῦ ἐνόπτρου ἔχγιον μᾶλλον τὸ Ε, πορρωτάτω δὲ τὸ Β καὶ τὸ Δ. ὥστε ὅλον κυρτὸν φαίνεται.

κδ'.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐπὶ τοῦ κέντρου τὸ ὅμμα τεθῇ, αὐτὸ μόνον φαίνεται τὸ ὅμμα.

ἔστω κοίλον ἐνοπτρὸν τὸ ΑΓΔ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, ὄψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ. οὔκοῦν ἵση ἡ Ε χωνία τῇ Ζ. ἥξει ἄρα ἀνακλωμένη ἡ ΒΓ ὄψις ἐπὶ τὸ Β. ὅμοίως δὲ καὶ αἱ λοιπαί. αὐτὸ μόνον ἄρα ὁρᾶται τὸ Β.

κε'.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐπὶ τῆς περιφερείας θῆσ τὸ ὅμμα ἡ Ξω τῆς περιφερείας, οὐ φαίνεται τὸ ὅμμα.

ἔστω κοίλον ἐνοπτρὸν τὸ ΑΓΒ, καὶ τὸ ὅμμα κείσθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ τὸ Β, ὄψεις δὲ προσπιπτέτωσαν αἱ ΒΑ, ΒΓ καὶ ἀνακεκλάσθωσαν. οὔκοῦν μείζων ἔστιν ἡ μὲν ΜΘ χωνία τῆς Κ, ἡ δὲ ΕΛ τῆς Ζ.

ώστε οὐκ ἀνακλασθήσονται αἱ ΒΑ, ΒΓ ὄψεις ἐπὶ τὸ Β ὅμμα. εἰς τὸ ὅμμα δὲ εἰ ἀνεκλῶντο, ἵσαι ἄν αἱ χωνίαι πρὸς τοῖς Α, Γ ἐχίγνοντο. δειχθήσεται δέ, κἄν ἐκτὸς τῆς περιφερείας χένηται τὸ ὅμμα, τὰ αὐτὰ συμβαίνοντα, τουτέστι τὸ μὴ ὁρᾶσθαι τὸ ὅμμα διὰ τὸ τὰς ἀνακλάσεις μὴ χεινέσθαι ἐπ' αὐτό.

κς'.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἔὰν ἐκβαθὸν διάμετρον τῆς σφαίρας ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς ὥρθὰς ἀναγάγῃς καὶ εἰς τὸ ἔτερον μέρος θῆσ τὸ ὅμμα, οὐδὲν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ μέρει, ἐν τῷ τὸ ὅμμα ἐστίν, ὁφθήσεται, τουτέστιν οὕτε τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου οὕτε τῶν ἐκτὸς τῆς διαμέτρου.

ἔστω κοῖλον ἐνοπτρον τὸ ΑΓΔ, διάμετρος δὲ ἔστω τῆς σφαίρας ἡ ΑΔ, καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὥρθὰς ἀνεστάτῳ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Ζ ἡ ΖΓ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ὅψις δὲ ἡ ΒΕ. οὐκοῦν ἡ ΒΕ ἀνακλωμένη οὐχ ἥξει οὕτε ἐπὶ τὸ Β οὕτε ἐπὶ τὸ Ζ· ἐν γὰρ ἵσαις χωνίαις ἀνακλᾶται. ἥξει ἄρα ὡς ἡ ΕΘ. ὁμοίως δὲ καὶ ἔὰν ἐντὸς ἐμπέσῃ τὸ ὅμμα, ὅπου τὸ Θ, ἡ ἐπὶ τῆς διαμέτρου, ὅπου τὸ Μ ἀνακλώμεναι αἱ ΘΚ, ΜΝ ἥξουσιν ὡς αἱ ΚΛ, ΝΞ. οὐκ ἄρα ὁρᾶται οὐδὲν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ μέρει, ὅπου ἐστὶ τὸ ὅμμα, οὕτε τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου οὕτε τῶν ἐκτὸς τῆς διαμέτρου.

κζ'.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἔὰν ἐπὶ τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὅμματα ἵσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου, οὐδέτερον τῶν ὁμμάτων ὁφθήσεται.

ἔστω κοῖλον ἐνοπτρον τὸ ΑΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Ζ, πρὸς ὥρθὰς δὲ ἡ ΖΓ, ὅμματα δὲ τὰ Β, Ε ἵσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου, ὅψις δὲ ἡ ΒΓ. οὐκοῦν ἀνακλωμένη ἥξει ἐπὶ τὸ Ε· ἐν ἵσαις χωνίαις ἀνακλᾶται. ἄλλῃ δὲ οὐδεμίᾳ ἥξει ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Ε. εἰ γὰρ ἥξει ὡς ἡ ΒΘ, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΕ, ΘΖ· δίχα ἄρα τμηθήσεται ἡ ὑπὸ ΒΘΕ ὑπὸ τῆς ΖΘ, καὶ ἀνάλογον ἔσται ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΕ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΕ· ὅπερ ἀδύνατον· ἡ μὲν γὰρ ΒΘ μείζων ἐστὶ τῆς ΘΕ, ἡ δὲ ΒΖ ἵση τῇ ΖΕ. οὐδεμίᾳ ἄρα ἥξει ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Ε. μία ἄρα ὅψις μόνον ἀνακλασθήσεται ἐφ' ἐκατέρου τῶν Β, Ε ὁμμάτων, καὶ οὐκ ὁφθήσεται τὸ Ε· οὐ γὰρ συμπεσεῖται ἡ ΒΓ ἐκβαλλομένη τῇ ΒΔ ἐπὶ τὰ Γ, Δ μέρη, ἐφαίνετο δὲ ἐκαστον κατά τὴν συμβολὴν μόνον τῶν ὁρωμένων οὐδὲ ἡ ΕΓ οὐ μὴ συμπέσῃ τῇ ΕΔ ἐπὶ τὰ Γ, Α, μέρη· ἐν γὰρ τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐκαστον τῶν ὁρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀχομένην εύθεῖαν ὁρᾶται.

κη'.

Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἔὰν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου δίχα τεμὰν καὶ πρὸς ὥρθὰς ἀχαγὸν θῆσ τὰ ὅμματα ἵσον ἀπέχοντα τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πρὸς ὥρθὰς ἡ ἀνὰ μέσον τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πρὸς ὥρθὰς ἡ ἐπ' αὐτῆς τῆς πρὸς ὥρθάς, οὐδέτερον τῶν ὁμμάτων φαίνεται.

ἔστω κοῖλον ἐνοπτρον τὸ ΑΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ ἡ πρὸς ὥρθὰς ἡ ΚΓ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Π, πρὸς ὥρθὰς δὲ αὐτῇ ἔστω ἡ ΕΠΖ, καὶ ὅμματα τὰ Β, Θ μεταξὺ κείμενα τῆς τε διαμέτρου τῆς ΑΔ καὶ τῆς ΕΖ ἐν παραλλήλοις ταῖς ΕΖ, ΒΘ ἵσον ἀπέχοντα τῆς ΚΓ, ὅψις δὲ ἔστω ἡ ΒΓ ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ Θ· ἵσας γὰρ ποιεῖ χωνίας πρὸς τῇ περιφερείᾳ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΖΕ τῇ ΒΘ καὶ ἵσην τὴν ΒΝ τῇ ΝΘ. καὶ ἐπιζεύχθεῖσαι αἱ ΚΒ, ΚΘ ἐκβεβλήσθωσαν, ἐκβεβλήσθω δὲ καὶ ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Φ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΒΚ, μείζων ἐστὶν ἡ Ρ χωνία τῆς Ι. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΘ μείζων τῆς ὑπὸ ΘΒΚ, τουτέστι τῆς ὑπὸ ΒΘΚ. οὐκ ἄρα συμπεσεῖται ἡ ΒΓ τῇ ΚΘ. οὐκ ἄρα ὁφθήσεται τὸ Θ· κατὰ γὰρ τὴν συμβολὴν φαίνεται τῶν ΒΓ, ΚΘ.

ἔστω πάλιν τὰ αὐτὰ τῇ ἐπάνω, τὰ δὲ Β, Θ ὁμματα ἔστωσαν ἐπὶ τῆς δίχα καὶ πρὸς ὥρθὰς τεμνούσης τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τῆς ΑΔ. ἐπεὶ οὖν ἵση ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΒΖ, ἡ δὲ ΓΘ τῇ ΖΘ, παραλλήλος ἀν εἴη ἡ ΒΓ τῇ ΖΘ. οὐκ ἄρα συμπεσεῖται ἡ

ΒΓ ὅψις τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ ὄρώμενον, τουτέστι τῇ **ZΘ**, ἐπὶ τὰ **Θ, Γ** μέρη. ὕστε οὐ φαίνεται τὸ **Θ** ὅμμα· κατὰ γὰρ τὴν συμβολὴν ἐφαίνετο τῶν **ΒΓ, ZΘ**.

ἔστω πάλιν τὰ αὐτά, τῆς δὲ δικοτομίας ἀνωτέρω κείσθω τὰ ὅμματα τὰ **Β, Γ** ἵσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς **ZA**. φημὶ δὴ φαίνεσθαι τὰ **Β, Γ** καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερὰ καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ καὶ τὸ εἰδωλὸν μεῖζον τοῦ προσώπου καὶ τὸ ἀπόστημα ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου ἔχον μεῖζον τὸ εἰδωλόν. ἔστω γὰρ ἡ **BA** ὅψις ἀνακλωμένη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ **Z** κέντρου ἐπὶ τὰ **Β, Γ** αἱ **ZB, ZΓ**, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ **BA**. ἐπεὶ οὖν δικοτομία ἐστὶ τὸ **N**, μεῖζων ἐστὶν ἡ **BZ** τῆς **BA** καὶ ἡ **K** χωνία τῆς **E**. ἵση δὲ ἡ **K** τῇ **Δ** μεῖζων ἄρα καὶ ἡ **Δ** τῆς **E**. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ **ZB, ΓΑ** ἐκβληθεῖσαι. συμπιπτέωσαν κατὰ τὸ **P**. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ **BA, ZΓ** συμπεσοῦνται κατὰ τὸ **Θ**. ὁφθήσεται ἄρα τὸ μὲν **Γ** ἐπὶ τοῦ **Θ**, τὸ δὲ **Β** ἐπὶ τοῦ **P**, καὶ φαίνεται τὰ μὲν δεξιὰ ἀριστερά, τὰ δὲ ἀριστερὰ δεξιά.

ἄλλὰ μὴν καὶ μεῖζων ἡ **ΘΠ** τῆς **ΒΓ** παράληηθοι γάρ εἰσιν. τὸ ἄρα εἰδωλὸν φαίνεται μεῖζον καὶ μεῖζων ἀπέχον τοῦ ἐνόπτρου μεῖζων γάρ ἡ **ΜΑ** τῆς **ΑΛ**.

ἐὰν δὲ ἔξω τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὅμματα, τὰ δεξιὰ φαίνεται δεξιὰ καὶ τὰ ἀριστερὰ ἀριστερὰ καὶ τὸ εἰδωλὸν ἔλασσον τοῦ προσώπου καὶ ἐν τῷ ἀνὰ μέσον τοῦ προσώπου καὶ τοῦ ἐνόπτρου.

ἔστω γὰρ ὅμματα τὰ **Β, Γ**, κέντρον δὲ τὸ **Z** τοῦ ἐνόπτρου, καὶ τῇ διαμέτρῳ πρὸς ὥρθας ἔστω ἡ **AZΔ**, καὶ ταύτῃ πρὸς ὥρθας ἡ **ΒΓ**, καὶ ἵση τῇ **BA** ἔστω ἡ **ΑΓ**, καὶ ὅψις ἡ **ΒΔ** ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ **Γ** καὶ διὰ τοῦ κέντρου αἱ **BZK, ΓΖΕ**, καὶ ἀπὸ τῶν **E, K** ἡ **ΚΕ** ἐπεζεύχθω. οὐκοῦν τὸ μὲν **B** ἐπὶ τοῦ **K** φαίνεται, τὸ δὲ **Γ** ἐπὶ τοῦ **E**. τὰ ἄρα δεξιὰ δεξιά καὶ τὰ ἀριστερὰ ἀριστερὰ φαίνεται καὶ τὸ **EK** εἰδωλὸν ἔλασσον τοῦ **ΒΓ** προσώπου· παράληηθος γάρ ἐστιν ἡ **EK** τῇ **ΒΓ** καὶ ἀνὰ μέσον τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ προσώπου φαίνεται τὸ εἰδωλον.

ἀναχομένου δὲ τοῦ προσώπου ἔτι ἔλασσον φαίνεται τὸ εἰδωλον. ἔστω γάρ τὸ **MN** πρόσωπον τὸ αὐτὸ τῷ **ΒΓ** ἀφεστηκὸς ἀπὸ τοῦ **ΒΓ** κείμενον ὁμοίως. οὐκοῦν

ἡ ἀπὸ τοῦ **M** ἐπὶ τὸ **Z** κέντρον ἐπιζεύχθεῖσα καὶ ἐκβληθεῖσα ἀνώτερον πεσεῖται τοῦ **K** ὡς τὸ **Λ**, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ **N** ἐπὶ τὸ **Z** ἀνώτερον τοῦ **E** ὡς τὸ **Θ**. φαίνεται ἄρα τὸ **MN** ὡς τὸ **ΟΛ**. καὶ ἐστιν ἔλασσον τὸ **ΘΛ** τοῦ **EK** καὶ ἔχγιον τοῦ ἐνόπτρου.

κθ'.

Δυνατόν ἐστιν ἔνοπτρον κατασκευασθῆναι ὕστε ἐν τῷ αὐτῷ φαίνεσθαι πλείω πρόσωπα, τὰ μὲν μεῖζονα, τὰ δὲ ἔλασσονα, καὶ τὰ μὲν ἔχγιον, τὰ δὲ πορρώτερον, καὶ τῶν μὲν τὰ δεξιὰ δεξιά, τα δὲ ἀριστερὰ ἀριστερά, τῶν δὲ τὰ ἀριστερὰ δεξιά, τα δὲ δεξιὰ ἀριστερά.

ἔστω γὰρ ἐπίπεδον τὸ **ΑΜ** οὐκοῦν ἐν τούτῳ γένοιτο ἀν κυρτὰ μὲν ἔνοπτρα οἵα τα **ΑΟΓ, ΘΡΚ**, κοῖλα δὲ οἴα τὰ **ΓΔΕ, ΖΗΘ** ἐπίπεδα δὲ οἴα τὰ **EZ**,

ἅ'.

Ἐκ τῶν κοίλων ἐνόπτρων πρὸς τὸν ἥριον τεθέντων πῦρ ἔξαπτεται.

ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ **ΑΒΓ**, ἥριος δὲ ὁ **EZ**, κέντρον δὲ τοῦ κατόπτρου τὸ **Θ**, καὶ ἀπὸ τινος σημείου τοῦ **Δ** ἐπιζεύχθεῖσα μὲν ἐπὶ τὸ **Θ** κέντρον ἡ **ΔΘ** ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ **Β**, προσπεπτωκέτω δὲ ἡ **ΔΓ** ἀκτὶς καὶ ἀνακεκλάσθω ἐπὶ τὸ **K**. ἀνακλασθήσεται δὴ ἐπάνω τοῦ **Θ** κέντρου ἡ γάρ χωνία ἡ πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἡ **Π** ἐλάσσων ἐστὶ τῇ **τῇ** πρὸς τῇ περιφερείᾳ λοιπῆς τῆς ὑπὸ **ΒΓΔ**. καὶ ἔστω ἡ **AB** περιφέρεια ἵση τῇ **ΒΓ**, καὶ ἀπὸ τοῦ **Δ** ἄλλῃ τις ἀκτὶς προσπιπτέω ἡ **ΔΑ**. φανερὸν οὖν, ὅτι ἀνακλωμένη ἡ

ΑΔ ἀκτὶς πεσεῖται ἐπὶ τὸ **Κ** διὰ τὸ ἵσην εἶναι τὴν **ΑΒ** περιφέρειαν τῇ **ΒΓ**. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ **Δ** προσπίπτουσαι πρὸς τὸ ἔνοπτρον καὶ ἵσας ἀποθαμβάνουσαι εἰς τὸ αὐτὸ συμπεσοῦνται τῇ **ΒΘ** ἀνώτερον τοῦ **Θ**.

ἔστω πάλιν κοῦλον ἔνοπτρον τὸ **ΑΒΓ**, ἥλιος δὲ ὁ **ΔΕΖ**, καὶ ἀπό τινος σημείου τοῦ **Ε** διὰ τοῦ **Θ** κέντρου ἔστω ἡ **ΕΘΒ**, καὶ ἀπ’ ἄλλων [διὰ] τῶν **Δ**, **Ζ** αἱ **ΔΘΓ**, **ΖΘΑ**. ούκοῦν προδεδείχαμεν, ὅτι αἱ ἀπὸ τοῦ **Ε** ἀκτῖνες συμπεσοῦνται εἰς ἑαυτὰς διὰ τὰς **Π**, **Ρ** γωνίας ἵσας οὕσας· διάμετροι χάρεισιν· αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ **Ζ** διὰ τὰς

Κ, **Λ** γωνίας, αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ **Δ** ἐπὶ τὴν **ΔΓ** διὰ τὰς **Ν**, **Ξ**, γωνίας ἵσας οὕσας. ὅτι δὲ πᾶσαι αὐταὶ εἰς ἑαυτὰς ἀνακλῶνται, δῆλον· ἐκ τοῦ χάρεισιν αἱ ἡμικύκλια ποιοῦσιν, αἱ δὲ τῶν ἡμικυκλίων γωνίαι ἵσαι εἰσίν· δι’ ἵσων ἄρα γωνιῶν αἱ ἀνακλάσεις γίγνονται· εἰς ἑαυτὰς οὖν ἀνακλῶνται. πᾶσαι ἄρα συμπεσοῦνται ἀπὸ πάντων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς διὰ τοῦ κέντρου καὶ ἐν τῷ κέντρῳ [ἀκτῖνας]. τούτων οὖν τῶν ἀκτίνων ἐκθερμαίνομένων περὶ τὸ κέντρον πῦρ ἀθροίζεται. ὥστε ἐνταῦθα στύππιον τεθὲν ἔξαφθήσεται.