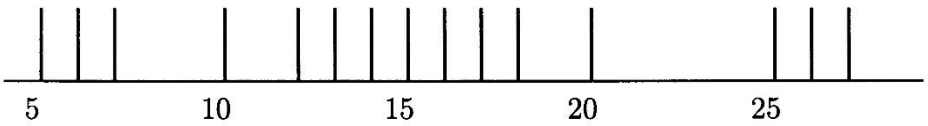
Práctica 3 de Estadística

3.1 Distribución de frecuencias de una variable medible.

Las muestras de variables medibles, tanto discretas como continuas, suelen contener en la mayoría de los casos muchos valores distintos. Esto trae consigo tablas de frecuencias en las que los valores de la variable se repiten muy poco, y por tanto, las frecuencias absolutas toman el valor 1 o valores muy bajos. Imaginemos una variable que tome los valores:

X	5	6	7	10	12	13	14	15	16	17	18	20	25	26	27

El diagrama de barras es:



La forma que adopta el diagrama no es muy informativa; si la variable toma muchos valores (en el ejemplo sólo son 15), la situación es peor. Por ello conviene agrupar los valores de forma adecuada como se ve en la siguiente sección.

3.2 Distribución de frecuencias agrupadas.

Tomemos una muestra de tamaño n y observemos una variable X. Supongamos que $x_1, x_2,...,x_n$ son los valores observados, ordenados de menor a mayor. Llamaremos *rango* de la muestra a la diferencia entre el mayor y menor de los valores:

$$R = x_n - x_1$$

Esta longitud la vamos a dividir en una serie de intervalos de igual amplitud, cuyo número dependerá del caso particular en estudio. Generalmente se toman los intervalos de igual amplitud pues producen distribuciones de frecuencias con gráficas más representativas; pero en ocasiones, si hay algún valor anormalmente grande o pequeño,

puede tomarse un intervalo con amplitud mayor para incluir dicho valor, sin necesidad de definir intervalos que no contengan ningún elemento.

Supongamos que decidimos dividir el rango en m intervalos I_1, ..., I_n disjuntos. Entonces la variable X pasa a ser considerada como categórica con m categorías, siendo cada categoría uno de los intervalos que llamaremos *Intervalos de clase.*

Se suele representar el intervalo de clase I_i por su valor central que representaremos por c_j y que llamaremos *marca de clase.* Este valor representa a todos los valores contenidos en su intervalo.

Se define como *frecuencia absoluta* del intervalo I_i y la representaremos por n_i, i = 0,1,... , m al número de valores de la muestra comprendidos entre los extremos del intervalo I_i. Se cumplirá:

$$\sum_{i=1}^{m} n_i = n$$

Se define como *frecuencia relativa* del intervalo I_i, representada por f_i a la proporción de valores muestrales que representa el intervalo I_i:

$$f_i = \frac{n_i}{n} \qquad \text{Se cumple que: } \sum_{i=1}^{m} f_i = 1$$

Un ejemplo de tabla de frecuencias agrupadas es el siguiente:

I_i	n_i	f_i
[70 — 100[	5	0.25
[100 — 130[	6	0.3
[130 — 160[	3	0.15
[160 — 190[	1	0.05
[190 — 220[	1	0.05
[220 — 250[	2	0.1
[250 — 280[	0	0
[280 — 310[	0	0
[310 — 340[	0	0
[340 — 370[	0	0
[370 — 400[	1	0.05
[400 — 430[	1	0.05
	20	1

También podemos definir otro tipo de frecuencias que serán de utilidad en algunos casos: las frecuencias acumuladas.

Llamaremos *frecuencia acumulada absoluta* del valor x y se representa por N_x al número de valores de la muestra menores o iguales que x. Si x_1,... , x_m son los valores distintos ordenados crecientemente, con frecuencias absolutas n_1, ..., n_m respectivamente:

$$N_k = N_{x_k} = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

Se cumple:

$$\begin{aligned} N_1 &= n_1 \\ N_2 &= N_1 + n_2 \\ &\dots \\ N_i &= N_{i-1} + n_i \\ &\dots \\ N_m &= \sum_{i=1}^{m} n_i = n \end{aligned}$$

Llamaremos *frecuencia acumulada relativa* del valor x y la representaremos por F_x a la proporción de valores muestrales que representa el valor N_x, es decir:

$$F_x = \frac{N_x}{n}$$

En particular:

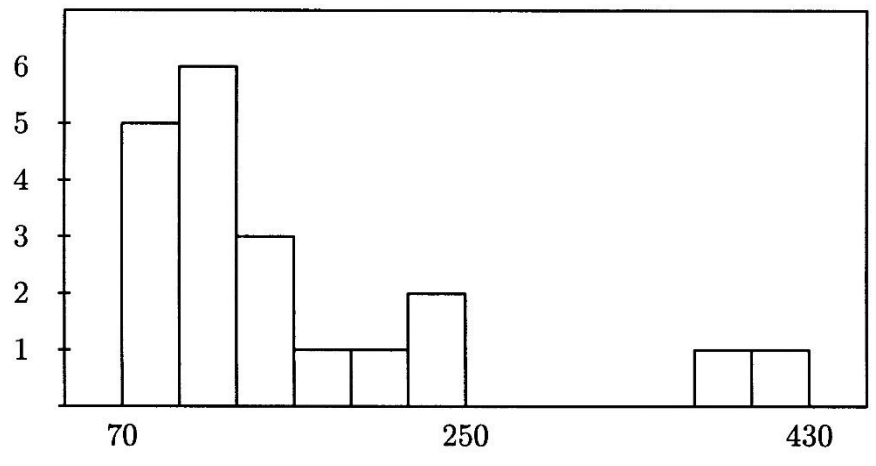
$$\begin{aligned} F_1 &= f_1 \\ F_2 &= F_1 + f_2 \\ &\dots \\ F_i &= F_{i-1} + f_i \\ &\dots \\ F_m &= \sum_{i=1}^{m} f_i = 1 \end{aligned}$$

Incorporando estos conceptos al ejemplo anterior, la tabla quedaría:

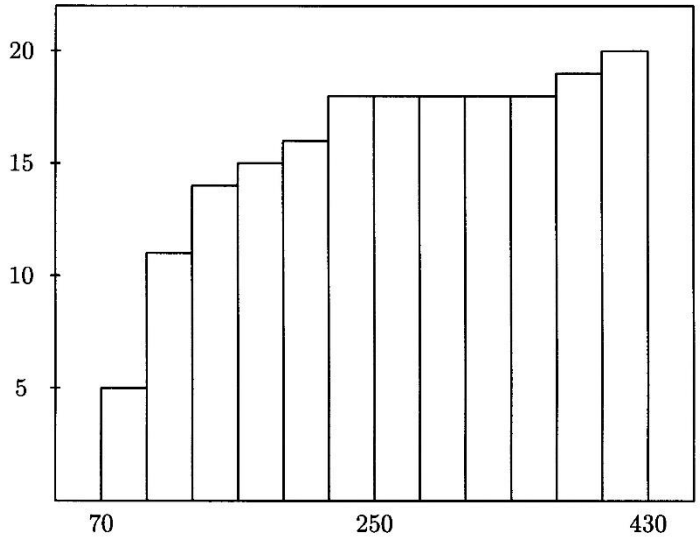
I_i	n_i	N_i	f_i	F_i
[70 — 100[	5	5	0.25	0.25
[100 — 130[	6	11	0.3	0.55
[130 — 160[	3	14	0.15	0.70
[160 — 190[	1	15	0.05	0.75
[190 — 220[	1	16	0.05	0.80
[220 — 250[	2	18	0.1	0.90
[250 — 280[	0	18	0	0.90
[280 — 310[	0	18	0	0.90
[310 — 340[	0	18	0	0.90
[340 — 370[	0	18	0	0.90
[370 — 400[	1	19	0.05	0.95
[400 — 430[	1	20	0.05	1
	20		1	

3.3 Representaciones gráficas

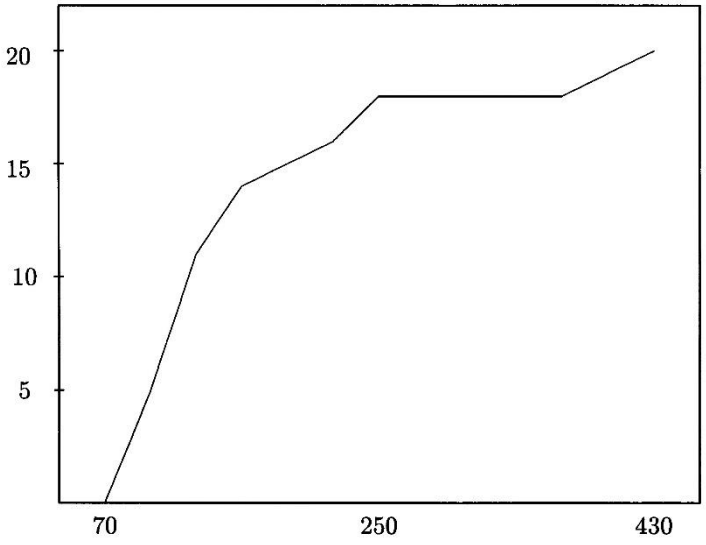
Como vimos, los diagramas de barras, a veces, dan poca información (cuando hay valores de la variable muy próximos); estos agrupamientos de valores pueden ser representados y observados con menor dificultad mediante un adecuado agrupamiento en intervalos. Esta representación recibe el nombre de *histograma.* En el ejemplo anterior tendríamos:



El histograma depende, obviamente, del número de intervalos en que se divide el rango. Si representamos el histograma de frecuencias acumuladas, tendríamos (a otra escala):



Otra representación gráfica interesante para las variables medibles, especialmente cuando son continuas o toman muchos valores distintos, es la gráfica que contiene las distribuciones agrupadas de frecuencias acumuladas, y que recibe el nombre de *Polígono acumulativo.* Se obtiene a partir del histograma de frecuencias acumuladas, sustituyendo los rectángulos por segmentos, formando una poligonal:



Se toma, como frecuencia acumulada del extremo inferior del primer intervalo como 0, y la frecuencia del extremo superior del último intervalo coincidirá con el valor máximo (*n* ó 1, según se consideren frecuencias absolutas o relativas). También se pueden unir los puntos medios de los segmentos superiores de los rectángulos.

3.4. Manejo de SPSS

3.4.1. Creación de variables definidas en intervalos

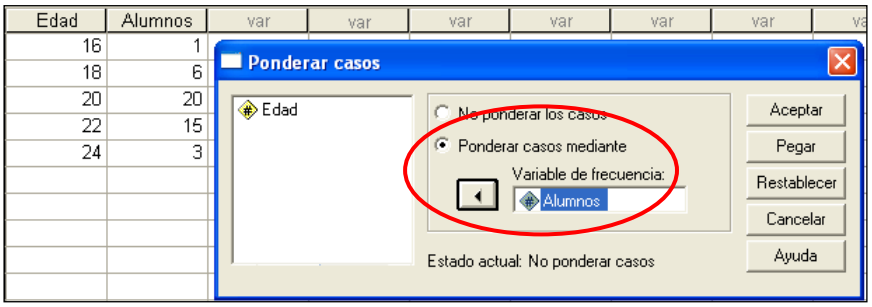
Cuando los valores para realizar un estudio se suministran en forma de tabla de frecuencias agrupada, se han de realizar una serie de operaciones para poder trabajar con la variable. Supongamos que tenemos la siguiente tabla de frecuencias agrupada con las edades de los alumnos en una clase de primero:

Edad del alumno	Núm. Alumnos
<17	1
17-19	6
19-21	20
21-23	15
>23	3

En primer lugar, deberemos calcular el valor central de cada intervalo. Para aquellos casos en que no se pueda (<17, >23), simplemente aplicamos el mismo incremento que al resto de intervalos:

Edad del alumno	Núm. Alumnos
16	1
18	6
20	20
22	15
24	3

Una vez hecho esto, introducimos las dos variables en SPSS, y escogemos la opción ‘Datos/Ponderar casos’. De esta manera, indicamos a SPSS que los valores de la variable ‘Edad’ aparecen tantas veces en la muestra como indica la variable ‘Alumnos’.



Una vez hemos ponderado, usaremos únicamente la variable ‘Edad’ para realizar los estudios, es decir, para SPSS es como si tuviéramos 45 casos (alumnos):

Edad	var	var	var	var	var	var	var	va
16								
18								
18								
18								
18								
18								
18								
20								
20								
⋮								

3.4.2. Recodificar una variable medible en intervalos

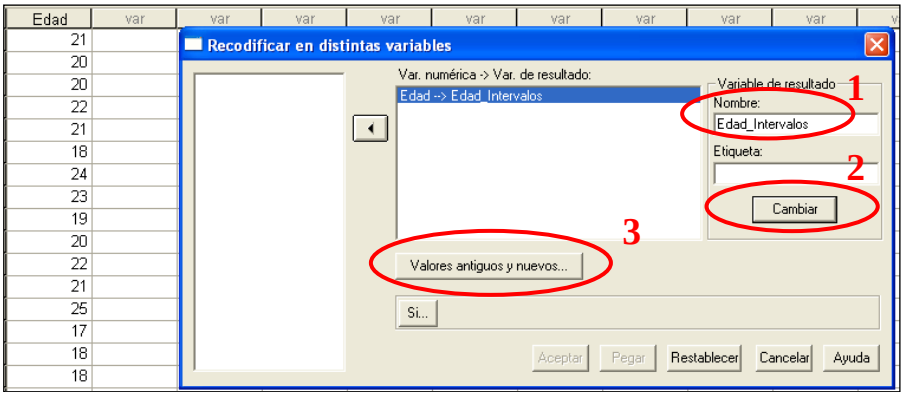
Otra posibilidad que se puede plantear es que nos suministren los valores y debamos agruparlos nosotros en intervalos. Supongamos el siguiente conjunto de datos perteneciente también a las edades de los alumnos de una clase:

21,20,20,22,21,18,24,23,19,20,22,21,25,17,18,18,19,20,19,20

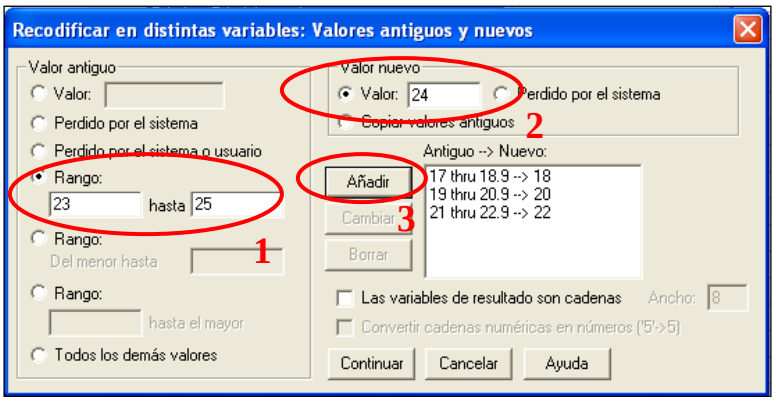
Primero deberemos conocer la amplitud de la muestra. Esto se puede averiguar con la opción ‘Analizar/Estadísticos Descriptivos/Descriptivos’, marcando la casilla ‘amplitud’ en el botón ‘Opciones’. También podemos calcularlo como diferencia entre los valores mínimo y máximo. Una vez hecho esto, escogeremos en cuántos intervalos queremos dividir la muestra o la anchura de los mismos. Para el ejemplo anterior, la amplitud es 25-17 = 8. Si dividimos la muestra en 4 intervalos, la amplitud de cada intervalo será 8/4 = 2. Con estos datos, podemos calcular los intervalos para dividir la muestra, empezando con el valor mínimo y añadiendo la amplitud del intervalo:

[17-19[, [19-21[, [21-23[, [23-25[

Para llevar a cabo este proceso, primero crearemos una variable con los datos originales, y una vez hecho esto, seleccionaremos la opción ‘Transformar/Recodificar/En distintas variables’. Aquí deberemos indicar la variable original y la nueva variable a crear (la que contiene los intervalos). Para completar la operación, deberemos pulsar en el botón ‘Cambiar’.



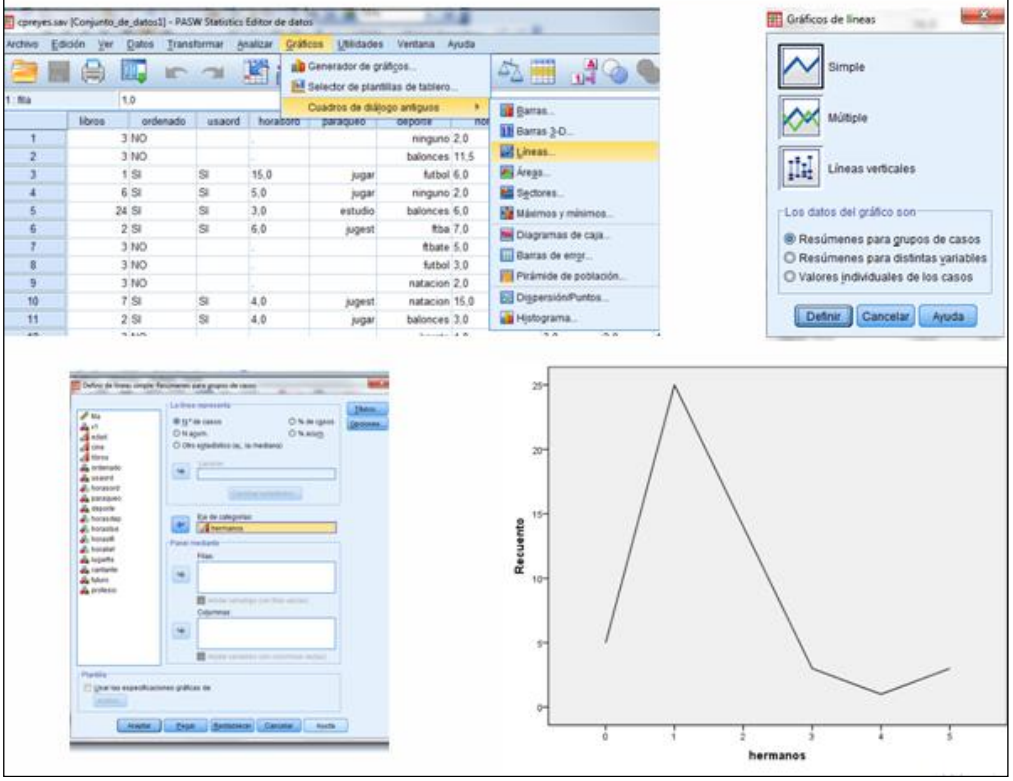
Una vez hayamos hecho esto, pulsaremos en el botón ‘Valores antiguos y nuevos…’ para especificar los intervalos de la variable original que vamos a agrupar, y el nuevo valor que le asignamos (por lo general, el valor central de dicho intervalo). Hemos de tener siempre en cuenta que los intervalos han de ser disjuntos, esto es, no puede coincidir el final de un intervalo con el inicio del siguiente.



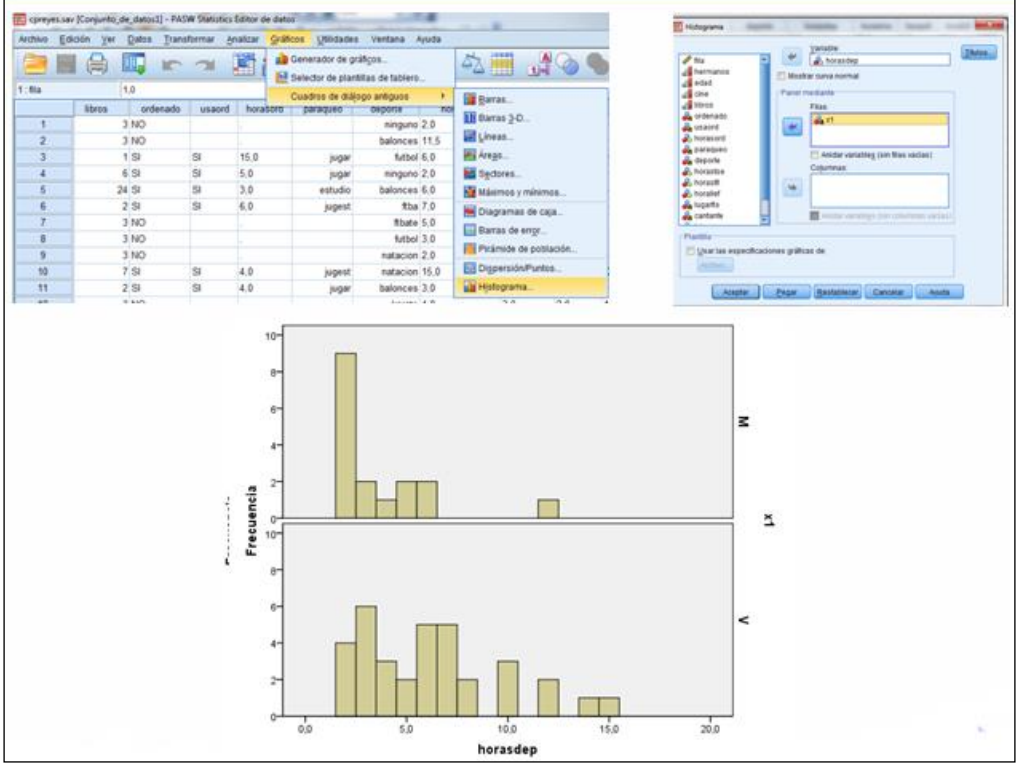
3.4.3. Histogramas y Polígonos de Frecuencias

El Histograma y el Polígono de frecuencias son dos herramientas gráficas para el análisis agrupado de variables medibles. Para realizar un Polígono de frecuencias, primero hemos de recodificar la variable con alguno de los métodos vistos en los puntos 3.4.1. y 3.4.2. Una vez hecho esto, elegimos la opción ‘Gráficos>cuadro de diálogo antiguos>Líneas’. En el caso del Histograma escogeremos la opción ‘Gráficos>cuadro de diálogo antiguos>Histograma’ y seleccionaremos la variable.

Polígono de frecuencias



Histograma



3.5 Ejercicios

1. El rendimiento –referido a capacidad de procesamiento– de los 60 clusters de los distintos departamentos de una gran empresa es el siguiente, medido en GFLOPS (10^9 operaciones en coma flotante por segundo):

Rendimiento (GFlops)	Número de clusters
Menos de 31	1
De 31 a 60	1
De 61 a 90	17
De 91 a 120	30
De 121 a 150	3
De 151 a 180	4
De 181 a 210	2
Más de 210	2

Para analizar la distribución de la capacidad de procesamiento disponible en la empresa, se pide:

a) Construye la tabla de frecuencias completa.
b) Representa el histograma.
c) Explica e interpreta los resultados obtenidos en los apartados anteriores.

2. De la misma empresa, se ha contabilizado la capacidad de almacenamiento de los clusters, medida en GB, obteniendo:

730, 600, 680, 590, 620, 760, 830, 610, 800, 790, 600, 840, 612, 935, 940,
650, 810, 690, 740, 750, 690, 800, 680, 750, 800, 900, 602, 614, 880, 699,
650, 780, 820, 740, 790, 630, 800, 770, 760, 670, 920, 850, 813, 875, 625,
650, 700, 680, 800, 770, 730, 660, 810, 780, 750, 911, 950, 710, 666, 870,
690, 710, 790, 700, 640, 720, 820, 740, 790, 630, 888, 601, 911, 949, 812

Agrupando las capacidades en intervalos de clase de longitud 50, obtener el histograma, el polígono de frecuencias y el polígono de frecuencias acumuladas. Explica e interpreta los resultados obtenidos.

3. Las dos tablas siguientes muestran datos sobre peticiones http diarias sobre un servidor web. La primera tabla representa las peticiones de URLs internas y la segunda las externas.

Peticiones HTTP de URLs internas						
345	634	456	32	666	9	671
754	399	621	43	333	71	371
234	11	887	448	452	875	121
345	353	789	594	22	943	30

Peticiones HTTP de URLs externas						
324	39	519	21	984	720	921
452	52	410	61	197	317	173
852	85	297	621	662	222	81
624	712	271	424	49	91	73

a) Utilizar alguna de las técnicas presentadas en este capítulo para estudiar ambas distribuciones. Explica e interpreta los resultados obtenidos.
b) ¿Qué conclusiones generales pueden extraerse?