

# Sistemas Inteligentes

## Tema 2: Estrategias de búsqueda (cont.)

Curso 2024-25

# Búsqueda A\*. Búsqueda óptima

- Una función heurística  $h(n)$  se dice que es **admisible** (garantiza la obtención de un camino de coste mínimo hasta un objetivo) cuando se cumple:

$$h(n) \leq h^*(n) \quad \forall n$$

- Decimos entonces que un algoritmo A que utiliza una función heurística admisible es un **algoritmo A\***
- Cuanto más correctamente estimemos  $h(n)$  menos nodos de búsqueda generaremos
- Problema: si nuestra función heurística nos devuelve un valor superior a  $h^*$ , para algún nodo, no se puede garantizar que encontremos la solución óptima

# Algoritmo A\*

---

## Algoritmo Algoritmo A\*

---

```

1: listaInterior  $\leftarrow \emptyset$ 
2: listaFrontera  $\leftarrow$  inicio
3: while listaFrontera  $\neq \emptyset$  do
4:    $n \leftarrow$  obtener nodo de listaFrontera con menor  $f(n) = g(n) + h(n)$ 
5:   listaFrontera.del( $n$ )
6:   listaInterior.add( $n$ )
7:   if  $n$  es meta then
8:     devolver reconstruir camino desde la meta al inicio (punteros)
9:   for all hijo  $m$  de  $n$  que no esté en listaInterior do
10:     $g'(m) \leftarrow n.g + c(n, m)$   $\triangleright g$  del nodo a explorar  $m$ 
11:    if  $m$  no está en listaFrontera then
12:      almacenar la  $f$ ,  $g$  y  $h$  del nodo en  $(m.f, m.g, m.h)$ 
13:       $m.padre \leftarrow n$ 
14:      listaFrontera.add( $m$ )
15:    else if  $g'(m)$  es mejor que  $m.g$  then  $\triangleright$  ¿nuevo camino mejor?
16:       $m.padre \leftarrow n$ 
17:      recalcular  $f$  y  $g$  del nodo  $m$ 
18: devolver no hay solución

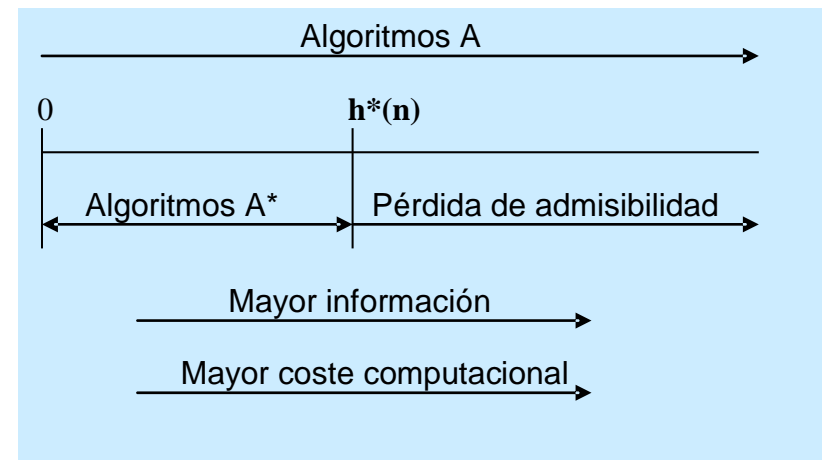
```

---

# Nivel de información heurístico

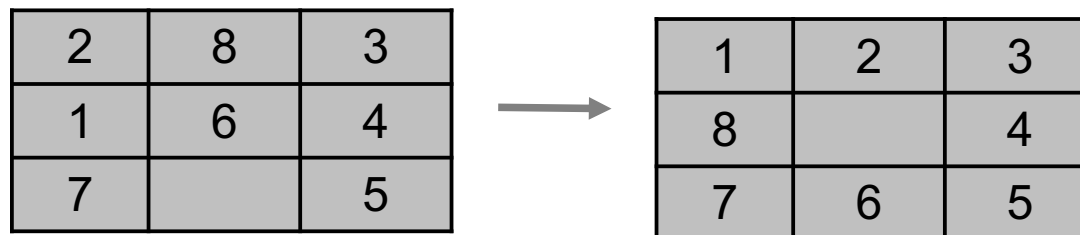
- En general el **nivel de información** de las heurísticas permite **encontrar antes la solución**, pero tiene la desventaja de requerir un **mayor coste computacional** para su cálculo. La figura muestra los *límites de la admisibilidad* en los algoritmos tipo A:

- $h(n) = 0$
- $h(n) \leq h^*(n)$
- $h(n) > h^*(n)$



# Ejemplo de heurísticas

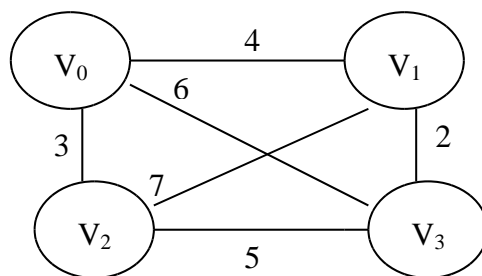
- 8-puzzle:



$h_1$  = número de piezas mal colocadas

$h_2$  = suma de las distancias de las piezas a sus posiciones en el objetivo (distancia de Manhattan)

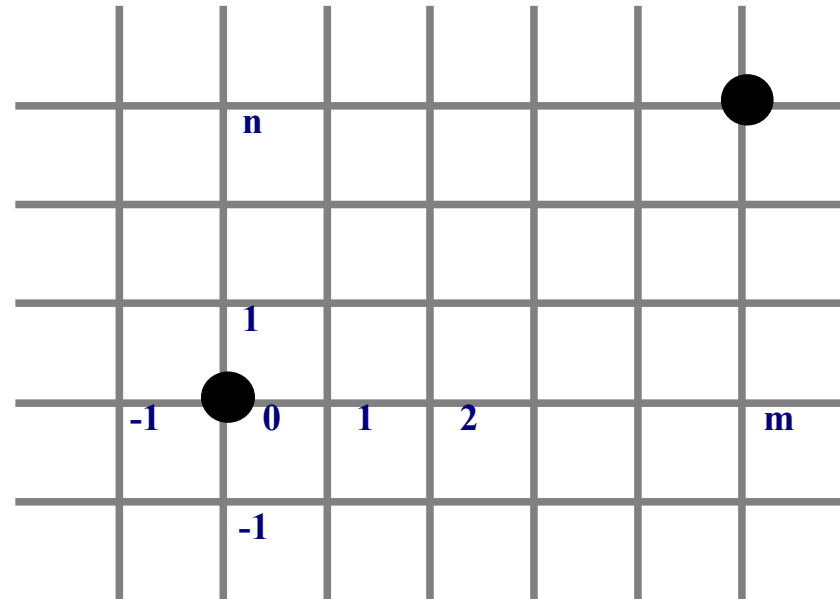
- Viajante de comercio:



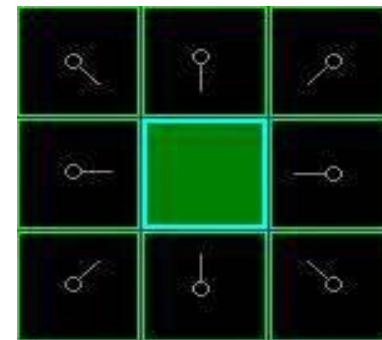
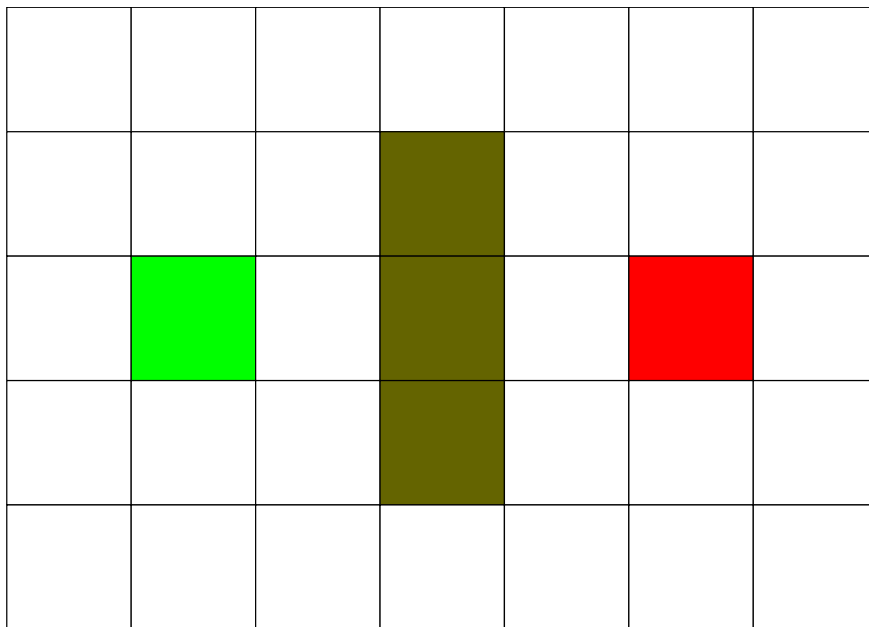
$h$  = suma de las distancias de las ciudades aun no visitadas a sus vecinos más cercanos

# Problemas de camino mínimo

- **Coste actual óptimo**
  - $g^*((x, y)) = |x| + |y|$
- **Heurística admisible**
  - $h1((x,y)) = \sqrt{(m-x)^2 + (n-y)^2}$
- **Heurística óptima**
  - $h^*((x,y)) = |m-x| + |n-y|$



# Ejemplo detallado A\*



- $g(n)$  : coste de moverse entre nodos (recto 10, diagonal 14)
- $h(n)$  : distancia de Manhattan:  $|m-x| + |n-y|$   
Atención, no admisible para 8-con. utilizada por simplicidad...

# Ejemplo detallado

		f=40 g=0 h=40				f=inf g=inf h=0	



# Recordemos...

---

## Algoritmo Algoritmo A\*

---

```

1: listaInterior  $\leftarrow \emptyset$ 
2: listaFrontera  $\leftarrow$  inicio
3: while listaFrontera  $\neq \emptyset$  do
4:    $n \leftarrow$  obtener nodo de listaFrontera con menor  $f(n) = g(n) + h(n)$ 
5:   listaFrontera.del( $n$ )
6:   listaInterior.add( $n$ )
7:   if  $n$  es meta then
8:     devolver reconstruir camino desde la meta al inicio (punteros)
9:   for all hijo  $m$  de  $n$  que no esté en listaInterior do
10:     $g'(m) \leftarrow n.g + c(n, m)$   $\triangleright g$  del nodo a explorar  $m$ 
11:    if  $m$  no está en listaFrontera then
12:      almacenar la  $f$ ,  $g$  y  $h$  del nodo en  $(m.f, m.g, m.h)$ 
13:       $m.padre \leftarrow n$ 
14:      listaFrontera.add( $m$ )
15:    else if  $g'(m)$  es mejor que  $m.g$  then  $\triangleright$  ¿nuevo camino mejor?
16:       $m.padre \leftarrow n$ 
17:      recalcular  $f$  y  $g$  del nodo  $m$ 
18: devolver no hay solución

```

---

# Ejemplo detallado

	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40				
	f=60 g=10 h=50	f=40 g=0 h=40 1	f=40 g=10 h=30			f=inf g=inf h=0	
	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40				

# Ejemplo detallado

	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40				
	f=60 g=10 h=50	f=40 g=0 h=40 1	f=40 g=10 h=30 2			f=inf g=inf h=0	
	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40				

# Ejemplo detallado

		f=88 g=28 h=60	f=74 g=24 h=50				
	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40 3				
	f=60 g=10 h=50	f=40 g=0 h=40 1	f=40 g=10 h=30 2			f=inf g=inf h=0	
	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40				

# Ejemplo detallado

		f=88 g=28 h=60	f=74 g=24 h=50				
f=94 g=24 h=70	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50	f=54 g=14 h=40 3				
f=80 g=20 h=60	f=60 g=10 h=50 6	f=40 g=0 h=40 1	f=40 g=10 h=30 2			f=inf g=inf h=0	
f=94 g=24 h=70	f=74 g=14 h=60	f=60 g=10 h=50 5	f=54 g=14 h=40 4				
	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 g=24 h=50				

# Ejemplo detallado

	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 9 g=24 h=50	f=74 11 g=34 h=40	f=74 g=44 h=30		
f=94 g=24 h=70	f=74 g=14 h=60	f=60 7 g=10 h=50	f=54 3 g=14 h=40				
f=80 g=20 h=60	f=60 6 g=10 h=50	f=40 1 g=0 h=40	f=40 2 g=10 h=30			f=inf g=inf h=0	
f=94 g=24 h=70	f=74 10 g=14 h=60	f=60 5 g=10 h=50	f=54 4 g=14 h=40				
f=108 g=28 h=80	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 8 g=24 h=50	f=74 g=34 h=40			
		f=108 g=38 h=70	f=94 g=34 h=60	f=88 g=38 h=50			

# Ejemplo detallado

	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 9 g=24 h=50	f=74 11 g=34 h=40	f=74 12 g=44 h=30	f=74 g=54 h=20	f=102 g=72 h=30
f=94 g=24 h=70	f=74 g=14 h=60	f=60 7 g=10 h=50	f=54 3 g=14 h=40		f=74 g=54 h=20	f=68 13 g=58 h=10	f=88 g=68 h=20
f=80 g=20 h=60	f=60 6 g=10 h=50	f=40 1 g=0 h=40	f=40 2 g=10 h=30		f=82 g=72 h=10	f=68 g=68 h=0	f=82 g=72 h=10
f=94 g=24 h=70	f=74 10 g=14 h=60	f=60 5 g=10 h=50	f=54 4 g=14 h=40				
f=108 g=28 h=80	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 8 g=24 h=50	f=74 g=34 h=40			
		f=108 g=38 h=70	f=94 g=34 h=60	f=88 g=38 h=50			

# Ejemplo detallado

	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 9 g=24 h=50	f=74 11 g=34 h=40	f=74 12 g=44 h=30	f=74 g=54 h=20	f=102 g=72 h=30
f=94 g=24 h=70	f=74 g=14 h=60	f=60 7 g=10 h=50	f=54 3 g=14 h=40		f=74 g=54 h=20	f=68 13 g=58 h=10	f=88 g=68 h=20
f=80 g=20 h=60	f=60 6 g=10 h=50	f=40 1 g=0 h=40	f=40 2 g=10 h=30		f=82 g=72 h=10	f=68 14 g=68 h=0	f=82 g=72 h=10
f=94 g=24 h=70	f=74 10 g=14 h=60	f=60 5 g=10 h=50	f=54 4 g=14 h=40				
f=108 g=28 h=80	f=94 g=24 h=70	f=80 g=28 g=20 h=60	f=74 8 g=24 h=50	f=74 g=34 h=40			
		f=108 g=38 h=70	f=94 g=34 h=60	f=88 g=38 h=50			



# Inconvenientes de mantener la admisibilidad

- El mantenimiento de la admisibilidad fuerza al algoritmo a **consumir mucho tiempo** en discriminar caminos cuyos costes no varían muy significativamente
- Principal desventaja: se queda sin espacio debido a que mantiene todos los nodos generados en memoria
- No es práctico para problemas grandes
- Dos soluciones:
  - Algoritmos que mejoran el coste espacial: A\*PI (A\* por profundización iterativa), A\* SRM (A\* acotada por memoria simplificada), búsqueda primero el mejor recursiva
  - Aumentar la velocidad a costa de una pérdida acotada de calidad → **técnicas de relajación de la restricción de optimalidad**

# Relajación de la restricción de optimalidad

- 1. Técnica de ajuste de pesos

- El objetivo de esta técnica es definir una función  $f()$  ponderada,  $f_w()$ , como alternativa a la utilizada en  $A^*$

$$f_w(n) = (1-w)g(n) + w h(n)$$

- **$g(n)$** : Proporciona la componente en anchura de la búsqueda.
- **$h(n)$** : Nos indica la proximidad al objetivo.
- Variando de forma continua  $w$  dentro del rango  $0 \leq w \leq 1$  obtenemos **estrategias mixtas intermedias**.
- Si  $h(n)$  es admisible tenemos que:
  - En el rango  $0 \leq w \leq 1/2$ ,  $A^*$  con  $f_w(n)$  también es admisible.
  - Dependiendo de la diferencia existente entre  $h(n)$  y  $h^*(n)$ ,  $A^*$  con  $f_w(n)$  puede perder la admisibilidad en el rango  $1/2 < w \leq 1$

# Relajación de la restricción de optimalidad

- 2.Técnica de la admisibilidad- $\epsilon$

- Objetivo: aumentar la velocidad de búsqueda a costa de obtener una solución subóptima
- Un algoritmo es **admisible- $\epsilon$**  cuando para cualquier grafo termina siempre dando como resultado una solución cuyo coste no excede del coste óptimo,  $C^*$  , por un factor  $1+\epsilon$ :

$$f(\text{sol}) \leq (1+\epsilon)C^*$$

- Técnicas de admisibilidad- $\epsilon$

- **2.1. Ponderación Dinámica**
- **2.2. Estimación de coste de búsqueda**

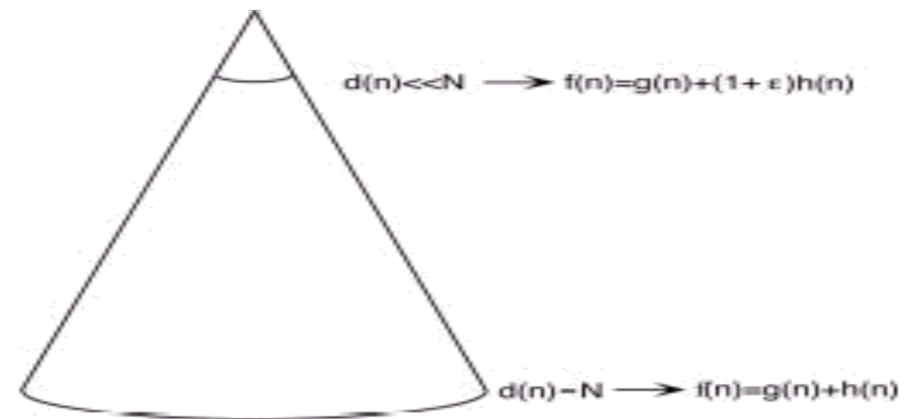
# Relajación de la restricción de optimalidad

- 2.1.Técnica de ponderación dinámica o APD

$$f(n) = g(n) + h(n) + \epsilon [1 - d(n)/N] h(n)$$

- Donde:

- $d(n)$  es la profundidad del nodo  $n$  y  $N$  nos proporciona la profundidad de un nodo solución (se supone conocida).
- ¿Qué ocurre en los niveles iniciales?
- ¿Y en los cercanos a la solución?



# Relajación de la restricción de optimalidad

- 2.2. Alg. de estimación de coste de búsqueda  $A_\epsilon^*$ 
  - Utiliza una lista adicional denominada **Lista\_focal (Lf)**
  - Esta lista es una sublista de Lista\_Frontera (LF) que contiene únicamente aquellos nodos cuya  $f(n)$  no excede del mejor valor de cualquier  $f(n)$  dentro de la Lista\_Frontera por un factor  $(1+\epsilon)$ :
$$Lf = \{n: f(n) \leq (1+\epsilon) \min(f(m))\}, m \in LF$$
  - $A_\epsilon^*$  opera de forma idéntica al algoritmo  $A^*$  **salvo que selecciona aquel nodo de Lista\_focal con menor valor de  $Hf(n)$ , una segunda heurística**, además de  $h(n)$ , que estima el coste computacional requerido para completar la búsqueda a partir del nodo  $n$

# Relajación de la restricción de optimalidad

- **Comparación de técnicas de admisibilidad- $\epsilon$** 
  - El algoritmo de ponderación dinámica es más sencillo, pero únicamente es aplicable a problemas donde se conoce la profundidad en la cual nos va a aparecer la solución, o disponemos de una cota superior de dicha profundidad. Sólo en estos casos se garantiza la admisibilidad- $\epsilon$
  - En cuanto al algoritmo  $A\epsilon^*$  la separación en dos heurísticas permite incorporar estimaciones de coste no integradas con las funciones  $g(n)$  y  $h(n)$  (por ejemplo, proximidad a la solución)

# Bibliografía

- Stuart Russell, Peter Norving. “Inteligencia Artificial. Un enfoque Moderno” Ed. Pearson. Prentice Hall.