A continuación se muestra el examen

Pregunta 1

Sea $U = \mathbb{Z}$ el universo de las variables x e y. Consideramos las proposiciones:

p; $\forall x\, \exists y$ tal que $x + y > 0$
.

q; $\exists x\, \forall y$ tal que $x + y > 0$
.

r; $\forall x\, \forall y$ se tiene $x + y > 0$.

s; $\exists x\, \forall y$ tal que $y^2 > x$.

Se tiene:

A

Ninguna de las otras respuestas.

B

q es falsa y s es verdadera.

C

p y r son falsas.

Pregunta 2

Sean A, B y C subconjuntos arbitrarios no vacíos de un conjunto X, que tiene al menos dos elementos. Si $C \cup B = B \cap A$ entonces, necesariamente se tiene que:

A

Ninguna de las otras respuestas.

B

$C \subset B \subset A$.

C

$A \subset B \subset C$.

Pregunta 3

Consideramos las relaciones definidas en $\mathbb{N}^*$ por:

p
; $n \mathscr{R}_1 m$ si y sólo si n divide a m
.

q
; $n \mathscr{R}_2 m$ si y sólo si $n^2 + m^2 = 2mn + 2n$
.

r
; $n \mathscr{R}_3 m$ si y sólo si $n^2 + m^2 = 2mn$
.

s
; $n \mathscr{R}_4 m$ si y sólo si $n^2 = m^2$
.

Única y exclusivamente son relaciones de equivalencia en $\mathbb{N}^*$:

A
La de r y la de s.

B
La de p y la de q.

C
Ninguna de las otras respuestas.

Pregunta 4

Consideramos las relaciones definidas en $\mathbb{N}$ por:

p
; $n \mathscr{R}_1 m$ si y sólo si $n - m \geq 1$
.

q
; $n \mathscr{R}_2 m$ si y sólo si $n - m \leq 1$
.

r
; $n \mathscr{R}_3 m$ si y sólo si $\exists k \in \mathbb{N} \;\; m^2 = k - n^2$
.

s
; $n \mathscr{R}_4 m$ si y sólo si $\exists k \in \mathbb{N} \;\; m^2 = k + n^2$
.

Única y exclusivamente son relaciones de orden en $\mathbb{N}$:

A
La de r y la de s.

B
La de p y la de q.

C
Ninguna de las otras respuestas.

Pregunta 5

Se considera el anillo $(\mathbb{Z}^2, +, \cdot)$ con las operaciones

$$(a, b) + (a', b') = (a + a' \,,\, b + b') \text{ y } (a, b) \cdot (a', b')$$

para todo $(a, b), (a', b') \in \mathbb{Z}^2$. Sean $I = \mathbb{Z} \times \{0\}$ y $J = \{0\} \times \mathbb{Z}$. Se tiene:

A

Ninguna de las otras respuestas.

B

J es ideal de $(\mathbb{Z}^2, +, \cdot)$.

C

I es ideal de $(\mathbb{Z}^2, +, \cdot)$.

Pregunta 6

Sean $a, b \in \mathbb{N}^*$ tales que el cociente y resto de la división entera de a entre b son 18 y 48, respectivamente.

Consideramos las afirmaciones:

p; El resto de la división entera de a entre 18 es 12
.

q; El resto de la división entera de a entre $2b$ es 96.

r; a es múltiplo de 6.

s; El cociente de la división entera de $2a$ entre $2b$ es 96.

Las únicas afirmaciones verdaderas son:

A

p y r.

B

q y s.

C

Ninguna de las otras respuestas.

Pregunta 7

Sean a y b dos números reales cualesquiera. Consideremos las afirmaciones:

p; Si $0 < a < b$ entonces $0 < 1/a < 1/b$.

q; Si $a < b$ entonces $a^2 < b^2$.

r; Si $a < b$ entonces $a^2 < ab$.

s; Si $a < b$ entonces $1 - a > 1 - b$.

Las siguientes afirmaciones son siempre verdaderas:

A

q y r.

B

Ninguna de las otras respuestas.

C

p y s.

Pregunta 8

Para $z = -\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$, se tiene:

A

Ninguna de las otras respuestas.

B

$z^2 = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$.

C

$z = 2e^{i\frac{15\pi}{8}}$.

Pregunta 9

Sea E un conjunto tal que $\mathrm{card}(E) = n$ siendo n impar. La suma de los cardinales de todos los subconjuntos de E es:

A

Ninguna de las otras respuestas.

B

$n2^{n-1}$.

C

$(n-1)2^n$.

Pregunta 10

Sea $f\colon \mathscr{P}(\mathbb{N}) \to \mathscr{P}(\mathbb{N})$ la aplicación definida por

$$f(A) = \left\{ \frac{n-1}{2} \mid n \in A \wedge n \text{ es imp}\right.$$

para todo $A \in \mathscr{P}(\mathbb{N})$. Se tiene:

A

f es una aplicación inyectiva.

B

f es una aplicación sobreyectiva.

C

Ninguna de las otras respuestas.