Álgebra Lineal I

Nota importante: El espacio máximo para escribir las respuestas es de dos folios por las dos caras. Si se envían más de dos folios, solamente se leerán los dos primeros

Problema 1

Sea $V = M_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de la matrices cuadradas 2x2 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y sean $S = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = d\}$ y $T = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = d,\ c = 2b\}$.

Calcular las bases de los subespacios $S + T$ y $S \cap T$. (3 puntos)

Problema 2

a) Sea E un espacio vectorial de tipo finito y consideremos una base suya $B = \{u_1, \ldots, u_n\}$. Sea F un segundo espacio vectorial (no necesariamente de tipo finito) y $v_1, \ldots v_n \in F$. Entonces existe una única aplicación lineal $f : E \to F$ tal que $f(u_1) = v_1, \ldots, f(u_n) = v_n$. (2 puntos)

b) Sea A una matriz nxn. Demostrar que si n es impar, $A^t.A = I_n$ (I_n es la matriz identidad nxn) y $det(A) = 1$, entonces $det(A - I_n) = 0$. (2 puntos)

Problema 3

Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ la aplicación lineal definida por $f(u_1, u_2, u_3) = (u_1 - u_2 + 2u_3, u_1 + 3u_2)$ y las bases $B_1 = \{(1,1,0), (1,0,-1), (0,1,1)\}$ y $B_2 = \{(1,1), (1,-1)\}$ a) Hallar la matriz asociada a f respecto a la base B_1 de $\mathbb{R}^3$ y la canónica de $\mathbb{R}^2$. b) Hallar la matriz asociada a f respecto a la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y la base B_2 de $\mathbb{R}^2$. (3 puntos)