Álgebra Lineal I

Nota importante: El espacio máximo para escribir las respuestas es de dos folios por las dos caras. Si se envian más de dos folios, solamente se leerán los dos primeros

Problema 1

a) Demostrar que el determinante de un producto de matrices cuadradas es el producto de sus determinantes. (1,5 puntos)

b) Se considera el sistema de ecuaciones $Ax^t = y^t$ con $A \in M_{nxn}(\mathbb{R})$, $x \in \mathbb{R}^n$ e $y \in \mathbb{R}^n$. Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa y explicar razonadamente el motivo:

i) Si y^t pertenece al subespacio vectorial generado por las columnas de la matriz A, el sistema de ecuaciones es compatible determinado.

ii) Si $Ax^t = 0^t$ es compatible indeterminado e $y^t = 2a_1$, donde a_1 es la primera columna de la matriz A , entonce $Ax^t = y^t$ es tambien compatible indeterminado. (2 puntos)

Problema 2

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(K)$:

a) Probar que el conjunto $V = \{X \in M_2(K) : AX = XA\}$ es un subespacio vectorial de $M_2(K)$. (1,5 puntos)

b) Encontrar una base de V. (1,5 puntos)

Problema 3

Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$, una aplicación lineal tal que

$f(2,-3) = (1,1,1,1)$

$f(-1,2) = (2,1,0,2)$

Se pide:

a) Hallar la expresión de la aplicación f, es decir dado un vector $(v_1,v_2) \in \mathbb{R}^2$, determinar $f(v_1,v_2)$. (1 punto)

b) Hallar la matriz asociada a f respecto a las bases canónicas o estándar de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^4$. (1 punto)

C) Encontrar las ecuaciones implícitas del subespacio imagen de la aplicación lineal f. (1,5 puntos)