Examen de Álgebra Lineal I

NOTA IMPORTANTE: El espacio máximo para escribir las respuestas es de dos folios por las dos caras. Si se envían más de dos folios, solamente se leerán los dos primeros.

1.- A) Estudiar si $H = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x+y = z-t = 0\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$. (1 punto)

B) Sea $R[X]$ el espacio vectorial de los polinomios en la variable X con coeficientes reales,. Se considera en $R[X]$ los polinomios $f_1 = 1+X$, $f_2 = 1+X^2, f_3 = 1+X+X^2$. Estudiar si $\{f_1, f_2, f_3\}$ forman una base del subespacio vectorial $R_2[X]$, de los polinomios reales de grado menor o igual a dos. (1,5 puntos)

2.-A) Sea E un espacio vectorial de tipo finito, y sea L un subespacio vectorial de E. Demostrar que E/L es de tipo finito, y que se cumple que $dim(E/L) = dim(E) - dim(L)$. (2 puntos)

B) Sea $B = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ una base del espacio vectorial E, sea L el subespacio vectorial del que unas ecuaciones implícitas respecto de B son

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

y sea $v = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$. Obtener una base del espacio vectorial cociente E/L y calcular las coordenadas, respecto de dicha base, de la clase $[v]$. (2 puntos)

3.-Sea $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ una aplicación líneal de espacios vectoriales de la que se conoce

$$f((1,1,0,0)) = (0,1,0,-1) \text{ y } f((1,0,1,0)) = (1,1,1,0)$$

Hallar la matriz asociada, respecto de las bases canónicas, en los siguientes casos:

A) $Ker(f) = im(f)$ (1,5 puntos)

B) $f \circ f = f$ (2 puntos)