Álgebra Lineal I

Nota importante: El espacio máximo para escribir las respuestas es de dos folios por las dos caras. Si se envían más de dos folios, solamente se leerán los dos primeros

Problema 1

Sea $V = M_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de la matrices cuadradas 2x2 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y sean $S = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = d\}$ y $T = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = d,$ $c = 2b\}$.

Calcular las bases de los subespacios $S + T$ y $S \cap T$. (3 puntos)

Problema 2

A) Sea E un espacio vectorial de tipo finito, y sea L un subespacio vectorial de E. Demostrar que E/L es de tipo finito, y que se cumple que $dim(E/L) = dim(E) - dim(L)$. (2 puntos)

B) Sea $B = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ una base del espacio vectorial E, sea L el subespacio vectorial del que unas ecuaciones implícitas respecto de B son

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

y sea $v = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$. Obtener una base del espacio vectorial cociente E/L y calcular las coordenadas, respecto de dicha base, de la clase $[v]$. (2 puntos)

Problema 3

Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la aplicación lineal definida por $f(u_1, u_2, u_3) = (u_1 - u_2 + 2u_3, u_1 + 3u_2)$ y las bases $B_1 = \{(1,1,0), (1,0,-1), (0,1,1)\}$ y $B_2 = \{(1,1), (1,-1)\}$ a) Hallar la matriz asociada a f respecto a la base B_1 de $\mathbb{R}^3$ y la canónica de $\mathbb{R}^2$. b) Hallar la matriz asociada a f respecto a la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y la base B_2 de $\mathbb{R}^2$. (3 puntos)