Álgebra Lineal I

Nota importante: El espacio máximo para escribir las respuestas es de dos folios por las dos caras. Si se envían más de dos folios, solamente se leerán los dos primeros. En todos los problemas no sirve poner la solución correcta, es necesario para obtener la nota correspondiente el justificar la respuesta.

Problema 1

Sean A y B dos matrices $m \times n$ y $n \times m$ respectivamente, con $m < n$. Calcular los rangos de ambas matrices, sabiendo que $det(AB) \neq det(BA)$.

(3,5 puntos).

Problema 2

Dado el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ y los subespacios

$S_1 = \{(x,y,z) \mid x = 0\}$, $S_2 = \{(x,y,z) \mid y = 0\}$, $S_3 = \{(x,y,z) \mid y = z = 0\}$.

a) Estudiar si $S_1 + S_2$ es igual a $S_1 \cup S_2$.

b) Estudiar si $S_1 + S_2$ es suma directa.

c) Estudiar si $\mathbb{R}^3$ es suma directa de S_1 y S_3.

(3 puntos).

Problema 3

Sea $B_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $B_2 = \{v_1, v_2, v_3\}$ dos bases de $\mathbb{R}^3$, y sea f la aplicación lineal $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^3$ tal que

$$f(u_1 - u_2) = 2v_1 - v_2 + v_3,\ f(2u_2 + u_3) = v_1 - 3v_2,\ f(-u_1 - u_3) = 5v_3.$$

Determinar la matriz asociada a f respecto de la base B_1 en el espacio de partida y la base B_2 en el espacio de llegada.

(3,5 puntos).