Álgebra lineal I, Grado en Matemáticas

Prueba de Evaluación Continua, curso 2018/19

Matrices, Sistemas lineales y Espacios Vectoriales

Ejercicio 1: (2 puntos)

Dos matrices A y B de orden n son semejantes si existe una matriz regular P tal que $A = PBP^{-1}$. Demuestre que si A y B son matrices semejantes de orden n y $A^2 - 3A = I_n$, entonces también se cumple $B^2 - 3B = I_n$.

(I_n denota la matriz identidad de orden n.)

Ejercicio 2: (4 puntos)

Dado el siguiente sistema lineal

$$\left\{ \begin{array}{ccccccl} ax & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & by & + & z & = & b \\ x & + & y & + & az & = & a \end{array} \right. \qquad \text{con } a, b \in \mathbb{K}$$

(a) Discuta el sistema para todos los valores de $a, b \in \mathbb{K}$.

(b) Resuelva los casos en que sea compatible e indeterminado.

Ejercicio 3: (4 puntos)

Sea V un $\mathbb{K}$ −espacio vectorial y $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ una base de V. Dados los subespacios vectoriales U y W definidos por:

$$U = L(v_1 + v_2,\, v_1 - 2v_3 + v_4), \quad W \equiv \left\{ \begin{array}{rcrcrcrl} x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & & & = 0 \\ -2x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = 0 \end{array} \right.$$

(a) Determine una base y unas ecuaciones implícitas del subespacio $U + V$.

(b) Determine una base y unas ecuaciones implícitas del subespacio $U \cap W$.