Ejercicios propuestos

1. Exprese la negación de las proposiciones siguientes y aplique las leyes de Morgan para simplificar esas negaciones.

   a) $(p \wedge q) \vee r$ *b*) $(p \vee q) \wedge r$ *c*) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

2. Utilice las leyes distributivas y simplifique las proposiciones siguientes:

   a) $(p \vee \neg q) \wedge \neg p$ *b*) $(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$ *c*) $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (p \wedge q)$

3. Dados los valores de las proposiciones $p = 1, q = 1, r = 0$, determínese el valor de las siguientes proposiciones:

   a) $(p \wedge r) \to q$ *b*) $\neg(p \wedge \neg q \wedge r)$ *c*) $[p \wedge (r \vee q)] \to q$ *d*) $\neg[q \to (\neg p \vee \neg r)]$

4. Construya la tabla de verdad de las proposiciones siguientes:

   a) $(p \wedge q) \to r$ *b*) $(r \to q) \vee r$ *c*) $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee r)$

   d) **Leyes transitivas:** (llamadas silogismo hipotético)

   i) $(p \to q) \wedge (q \to r) \Longrightarrow (p \to r)$ *ii*) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \Longrightarrow (p \leftrightarrow r)$

5. Describa de forma simbólica, es decir con letras y conectivas, las siguientes expresiones:

   a) Si salto en vertical entonces caigo en el mismo sitio. He saltado y no he caído en el mismo sitio. Luego no he saltado en vertical.

   b) Como la sucesión $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ es una sucesión decreciente y una sucesión acotada, entonces la sucesión es convergente, y su límite es 0.

   c) La gráfica de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$ es una parábola que corta al eje OX en los puntos $x = 1$ y $x = 2$, por ello, su vértice está situado en el punto de abcisa $x = \frac{3}{2}$.

6. Valídese mediante tabla de verdad las siguientes proposiciones:

   a) $p \to (q \to r) \Longrightarrow q \to (p \to r)$

   b) **Ley del silogismo:** $(p \to q) \Longrightarrow (q \to r) \to (p \to r)$

   c) **Ley de exportación:** $(p \wedge q) \to r \Longleftrightarrow p \to (q \to r)$

   d) **Ley de permutación:** $p \to (q \to r) \Longleftrightarrow q \to (p \to r)$

7. Valídese mediante refutación las leyes lógicas condicionales siguientes.

   a) **Leyes del dilema constructivo:**

- $(p \to r) \wedge (q \to r) \wedge (p \vee q) \Longrightarrow r$
- $(p \to r) \wedge (q \to s) \wedge (p \vee q) \Longrightarrow r \vee s$

b) **Ley del dilema destructivo:** $(\neg p \vee \neg q) \wedge (r \to p) \wedge (s \to q) \Longrightarrow \neg r \vee \neg s$

8. Determine la forma clausulada de cada una de las siguientes proposiciones:

   a) $(p \to q) \vee \neg q$
   b) $\neg p \wedge (r \to \neg q)$
   c) $[(\neg p \to \neg q) \vee \{(r \to p) \wedge (s \to q)\}] \to (\neg r \vee \neg s)$
   d) $[(p \to q) \vee p] \to \neg(q \wedge p)$
   e) **Ley de resolución:** $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee r) \Longrightarrow q \vee r$

9. Compruebe si cada pareja de proposiciones es una pareja de proposiciones equivalentes:

   a) $(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg p$ y $(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg p$
   b) $p \leftrightarrow (p \wedge q)$ y $\neg p \vee q$

10. Compruebe, construyendo su forma clausulada, si cada pareja de proposiciones es una pareja de proposiciones equivalentes:

    a) $(\neg p \to \neg q) \wedge (r \to p) \wedge (s \to q)$ y $\neg(r \wedge s)$
    b) $p \to (q \to r)$ y $(p \wedge q) \to r$

11. Construya dos proposiciones distintas que posean la misma tabla de verdad:

    a) 1100 *b*) 11001101 *c*) 10101010 *d*) 0110 *e*) 11100011

12. ¿Cuáles de las tres proposiciones siguientes son equivalentes a la proposición $(p \vee r) \wedge (p \vee q)$?

    a) $p \wedge (q \vee r)$ *b*) $(p \to \neg r) \wedge (p \to \neg q)$ *c*) $p \vee (q \wedge r)$