

Sin material permitido. Duración: **2 horas**. **Respuestas únicas** Respuesta Bien=1, Mal=-0.5 Sin contestar=0.

**Atención:** Si el número de respuesta Mal es mayor que 4, se resta 1 por cada una en lugar de 0.5.

---

### Pregunta 1

Se considera la relación  $T$  en  $\mathbb{R}^2$  definida por  $(x, y)T(z, t) \iff |x| + |y| = |z| + |t|$ .  
Entonces:

- A)  $R$  no es una relación de equivalencia.
- B) La elementos de la clase  $[(1, 2)]$  es el perímetro de una figura cuyo área es menor que 15.
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 2

Se considera la relación  $T$  en  $\mathbb{R}^2$  definida por  $(x, y)T(z, t) \iff |x| + |y| = |z| + |t|$ .  
Entonces:

- A)  $\text{Card}([(x, y)])$  es  $2^{\aleph_0}$ .
- B) Existe una biyección entre el conjunto cociente  $\mathbb{R}^2_{/T}$  y el intervalo  $[0, 2] \subset \mathbb{R}$ .
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 3

En el conjunto  $\mathbb{R}^3$  se consideran los conjuntos

$$A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid |x_1 - 1| \leq 1, |x_2 - 1| \leq 1, |x_3 - 1| \leq 1\}$$

$$B = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 \leq 1\} \text{ y la relación}$$

$(x_1, x_2, x_3)S(y_1, y_2, y_3)$  si se cumple alguna de las condiciones siguientes

$$x_1 < y_1 \text{ o } x_1 = y_1, \quad x_2 < y_2 \text{ o } x_2 = y_2, \quad x_3 \leq y_3.$$

- A)  $S$  es una relación de orden total y  $\min(A) = (0, 0, 0)$ .
- B)  $S$  es una relación de orden parcial y  $\inf(B) = (0, 1, 1)$ .
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 4

En el conjunto  $\mathbb{R}^3$  se consideran los conjuntos

$$A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid |x_1 - 1| \leq 1, |x_2 - 1| \leq 1, |x_3 - 1| \leq 1\}$$

$$B = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 \leq 1\} \text{ y la relación}$$

$(x_1, x_2, x_3)S(y_1, y_2, y_3)$  si se cumple alguna de las condiciones siguientes

$$x_1 < y_1 \text{ o } x_1 = y_1, \quad x_2 < y_2 \text{ o } x_2 = y_2, \quad x_3 \leq y_3.$$

- A)  $S$  es una relación de orden parcial y  $\sup(A) = (2, 2, 2)$ .
- B)  $S$  es una relación de orden total y  $\max(B) = (2, 1, 1)$ .
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 5

Sean las funciones  $f : [0, 1] \longrightarrow [1, 2]$  ,  $g : [1, 2] \longrightarrow [3, 4]$  y  $h : [3, 4] \longrightarrow [5, 6]$ . Si se sabe que  $g \circ f$  es biyectiva y que  $h \circ g$  también lo es, entonces:

- A)  $f$  es una función biyectiva entre  $[0, 1]$  y  $f([0, 1])$ .
- B)  $g$  no es una función biyectiva entre  $[1, 2]$  y  $g([1, 2])$ .
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 6

Sean las funciones  $f : [0, 1] \longrightarrow [1, 2]$  ,  $g : [1, 2] \longrightarrow [3, 4]$  y  $h : [3, 4] \longrightarrow [5, 6]$ . Si se sabe que  $g \circ f$  es biyectiva y que  $h \circ g$  también lo es, entonces:

- A)  $f$  es una función biyectiva.
- B) Ni  $f$  ni  $g$  son funciones inyectivas.
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 7

Se consideran las raíces  $z_1 = a_1 + ib_1$  y  $z_2 = a_2 + ib_2$  del número  $\sqrt{\frac{1}{3-4i}}$  en  $\mathbb{C}$  .  
Entonces:

- A)  $a_1 - a_2 = 0$ .
- B)  $(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2) = 1$ .
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 8

Se consideran las raíces  $z_1 = a_1 + ib_1$  y  $z_2 = a_2 + ib_2$  del número  $\sqrt{\frac{1}{3-4i}}$  en  $\mathbb{C}$  .  
Entonces:

- A)  $b_1 - b_2 = 0$ .
- B)  $\frac{|b_1|}{|b_2|} > 1$ .
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 9

Se consideran las siguientes afirmaciones:

1. Los órdenes de  $\mathbb{Q}$  y de  $\mathbb{R}$  son órdenes divisibles.
2.  $\aleph_0 < \text{card}(\mathbb{R}) < 2^{\aleph_0}$
3. El orden lexicográfico en  $\mathbb{R}^2$  es un orden parcial.
4. En un anillo pueden existir divisores de cero pero en un cuerpo no.
5. Para  $n \in \mathbb{N}$  se dice de  $P_n$  como una propiedad que se cumple. Si se demuestra que se cumpla  $P_n$  implica que se cumpla  $P_{n+1}$ , entonces se puede asegurar que la propiedad  $P_k$  se cumple para todo  $k \in \mathbb{N}$ .

Entonces:

- A) Hay más de tres afirmaciones ciertas.
- B) Hay menos de tres afirmaciones falsas.
- C) Ninguna de las otras respuestas.

### Pregunta 10

Se consideran las siguientes afirmaciones:

1. Los órdenes de  $\mathbb{Q}$  y de  $\mathbb{R}$  son órdenes divisibles.
2.  $\aleph_0 < \text{card}(\mathbb{R}) < 2^{\aleph_0}$
3. El orden lexicográfico en  $\mathbb{R}^2$  es un orden parcial.
4. En un anillo pueden existir divisores de cero pero en un cuerpo no.
5. Para  $n \in \mathbb{N}$  se dice de  $P_n$  como una propiedad que se cumple. Si se demuestra que se cumpla  $P_n$  implica que se cumpla  $P_{n+1}$ , entonces se puede asegurar que la propiedad  $P_k$  se cumple para todo  $k \in \mathbb{N}$ .

Entonces:

- A) Hay menos de dos afirmaciones ciertas.
- B) Hay más de dos afirmaciones falsas.
- C) Ninguna de las otras respuestas.