Pregunta 1 (2,5 puntos)

Demuestre que dados tres subconjuntos A, B, y C de un conjunto U se tiene:

$$A \cap B = A \cap C \iff A \cap \overline{B} = A \cap \overline{C}$$

Pregunta 2 (2,5 puntos)

Se define en \mathbb{R} la relación definida para todo $x, y \in \mathbb{R}$ mediante:

$$x \mathcal{R} y$$
 si y sólo si $x - y \in \mathbb{N}$

- a) Demuestre que $\mathcal R$ es una relación de orden en $\mathbb R$. ¿Es orden total?
- b) Dado el subconjunto $A \subset \mathbb{R}$, $A = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1\}$, determine, respecto del orden \mathbb{R} definido anteriormente, si A es un conjunto acotado en \mathbb{R} y especifique los maximales del conjunto A.

Pregunta 3 (2,5 puntos)

Demuestre, utilizando la identidad de Bézout que,

$$5^{n+1} + 6^{n+1}$$
 y $5^n + 6^n$

son dos números primos entre sí para todo $n \in \mathbb{N}^*$.

Pregunta 4 (2,5 puntos)

Resuelva en $\mathbb C$ la ecuación:

$$\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$$