

반 : 금 / 화	학번 :	이름 :
-----------	------	------

- 반, 학번, 이름 기입을 잊지 마시다.
- 뼈대 코드와 테스트 케이스가 담겨있는 exam2.py 파일을 다운받아 코드를 작성합니다.
- 뼈대 코드에는 코딩을 도와주는 힌트가 담겨있습니다. 하지만 꼭 뼈대코드에 맞추어 작성할 필요는 없습니다.
- 파일 이름을 exam2-nnnn.py로 수정하여 제출합니다. 여기서 nnnn은 자신의 학번의 뒤 4자리입니다.

문제	1	2	3	4	5	6	총계
배점	2	2	8	8	6	4	30
득점							

1. [예상 소요 시간 : 총 2문제 약 2분]

[2점] 컴퓨터과학이 여는 세계 / The Innovators

<p>가. OX 문제 [다 맞아야 1점]</p> <p>(1) 입력의 크기를 n이라고 할 때, 실행비용이 2^n에 비례하는 알고리즘은 쓸 수 없는 비현실적인 알고리즘으로 분류한다.</p> <p>(2) 람다계산법의 관점에서 보면 컴퓨터 세계에서 언어와 논리는 동전의 양면일 뿐, 같은 것이라고 할 수 있다.</p>	<p>나. OX 문제 [다 맞아야 1점]</p> <p>(1) 프로그램을 메모리에 저장한 뒤 실행하는 아키텍처를 von Neumann 아키텍처라고 하며, 지금 사용하고 있는 상용컴퓨터는 모두 이 아키텍처를 기반으로 하고 있다.</p> <p>(2) Wikipedia는 오랜 역사와 전통을 자랑하는 백과사전인 Britannica의 웹 확장판으로 해당 출판사의 재정 지원으로 전 세계의 전문가들이 Crowdsourcing으로 만들었다.</p> <p>(3) GUI 개념은 Xerox PARC 연구소에서 Alan Kay가 처음 실현했지만, 실제로 상용 컴퓨터에 도입한 사례는 Apple 사의 Macintosh가 최초이다.</p>
---	---

2. [예상 소요 시간 : 총 1문제 약 7분]

[2점] 문자 하나로 구성된 문자열 char와 임의의 문자열 string을 인수로 받아서 char가 string에 나오는 횟수를 내주는 함수 occurred_in 함수를 작성하자. 첫 인수가 문자 하나로만 구성되어 있는지 검사할 필요는 없다. 다음 사례와 같이 작동하면 충분하다.

```
occurred_in('p', '') => 0
occurred_in('p', 'I love Python!') => 0
occurred_in('e', 'What happened to your college life?') => 5
```

3. [예상 소요 시간 : 총 4문제 약 36분]

```
def numbers_art(n):  
    for i in range(n):  
        for j in range(n):  
            print(j+1, end=' ')  
        print()
```

numbers_art(5)를 실행하면 다음과 같이 실행창에 출력한다.

```
1 2 3 4 5  
1 2 3 4 5  
1 2 3 4 5  
1 2 3 4 5  
1 2 3 4 5
```

위 함수를 적절히 수정하여 다음과 같이 실행창에 출력하도록 코드를 작성하자.

(1) [2점] numbers_art1(5)를 호출하면 다음과 같이 출력하는 numbers_art1 함수를 작성하자.

```
1 2 3 4 5  
1 2 3 4  
1 2 3  
1 2  
1
```

(2) [2점] numbers_art2(5)를 호출하면 다음과 같이 출력하는 numbers_art2 함수를 작성하자.

```
1  
1 2  
1 2 3  
1 2 3 4  
1 2 3 4 5
```

(3) [2점] numbers_art3(5)를 호출하면 다음과 같이 출력하는 numbers_art3 함수를 작성하자.

```
1 2 3 4 5  
 2 3 4 5  
   3 4 5  
    4 5  
     5
```

(4) [2점] numbers_art4(5)를 호출하면 다음과 같이 출력하는 numbers_art4 함수를 작성하자.

```
      5  
     4 5  
    3 4 5  
   2 3 4 5  
  1 2 3 4 5
```

4. [예상소요시간: 총 4문제 약 60분]

```
def is_prime(n):
    if n < 2:
        return False
    else:
        for i in range(2,n):
            if n % i == 0:
                return False
        return True
```

- (1) [2점] 소수(prime number)는 1과 자신으로 밖에 나누어 떨어지지 않는 1보다 큰 자연수이다. 위 함수는 인수 n 이 소수인지 아닌지 확인하는 함수이다. 실행 결과는 다음과 같다.

```
is_prime(0) => False
is_prime(1) => False
is_prime(2) => True
is_prime(3) => True
is_prime(4) => False
is_prime(5) => True
is_prime(6) => False
```

그런데 이 함수는 실행 효율면으로 개선의 여지가 있다. 예를 들면, 2를 제외한 짝수는 따져볼 필요도 없이 소수가 아닌데, 이 함수에서는 else 부분에 정수범위를 만든다. (비록 바로 2로 나누어짐을 확인하고 False를 내주긴 하지만 말이다.) 게다가 인수가 홀수인 경우, 홀수는 짝수로 나누어지는 경우는 없으므로 짝수로 나누는 시도는 할 필요조차 없는데, 여기서는 홀수와 짝수를 막론하고 모두 나누어 검사하여 실행시간을 낭비한다. 인수가 짝수인 경우에는 바로 False를 내주고(2만 예외), 인수가 홀수인 경우에는 홀수범위만 만들어 나누어지는지 검사하도록 위 함수를 수정하여 성능을 개선하자.

- (2) [2점] 자연수 n 미만의 소수를 2부터 시작하여 모두 오름차순으로 나열한 리스트로 만들어 내주는 함수 `primes_less_than`을 작성하자. 다음과 같이 작동해야 하며, 위의 `is_prime`을 호출하면 비교적 쉽게 작성할 수 있다.

```
primes_less_than(2) => []
primes_less_than(3) => [2]
primes_less_than(10) => [2, 3, 5, 7]
primes_less_than(30) => [2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]
```

- (3) [2점] k 개의 소수를 2부터 시작하여 오름차순으로 리스트로 만들어 내주는 함수 `primes`를 작성하자. 다음과 같이 작동해야 하며, 위의 `is_prime`을 호출하면 비교적 쉽게 작성할 수 있다.

```
primes(0) => []
primes(1) => [2]
primes(5) => [2, 3, 5, 7, 11]
primes(10) => [2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29]
```

- (4) [2점] 차이가 2인 소수의 쌍을 쌍둥이 소수라고 한다. 즉, (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19) 등이 쌍둥이 소수이다. 쌍둥이 소수를 오름차순으로 k 쌍 찾아 리스트로 내주는 함수 `twin_primes`를 작성하자.

```
twin_primes(0) => []
twin_primes(1) => [(3, 5)]
twin_primes(5) => [(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31)]
twin_primes(10) => [(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109)]
```

5. [예상소요시간: 총 3문제 약 45분]

- (1) [2점] 시퀀스에서 순서는 그대로 둔채 임의로 몇 개의 원소를 제거한 리스트를 부분시퀀스(subsequence)라고 한다. 예를 들어, 리스트 시퀀스 [1, 2, 3, 4, 5, 6]에서, 임의로 몇 개의 원소를 제거한 [1, 2, 3, 5, 6], [3, 4, 5], [2, 6]은 부분시퀀스라고 할 수 있다. 그리고 원소를 하나도 제거하지 않은 [1, 2, 3, 4, 5, 6]과 모두 제거해 버린 []도 부분시퀀스로 취급한다. 하지만 순서가 바뀐 [2, 5, 4]는 부분시퀀스라고 할 수 없다.

임의의 리스트 시퀀스를 받아서 가능한 부분시퀀스를 모두 리스트로 모아 다음 예제와 같이 내주는 함수 `subsequences`를 작성하자.

```
subsequences([]) => [[]]
subsequences([1]) => [[], [1]]
subsequences([1, 2]) => [[], [1], [2], [1, 2]]
subsequences([1, 2, 3]) => [[], [1], [2], [1, 2], [3], [1, 3], [2, 3], [1, 2, 3]]
...
```

어떻게 만들지 알고리즘을 생각해보자. 예를 들어, `subsequences([1, 2, 3])`를 구하려면 맨 앞 원소부터 하나씩 차례로 다음과 같은 방법으로 부분시퀀스를 만들어 `subs`라는 이름의 변수에 모으면 된다.

- []는 모든 리스트 시퀀스의 부분시퀀스이므로 먼저 `subs`를 [[]]로 초기화 한다.
- 리스트의 맨 앞 원소인 1을 `subs`의 모든 원소의 뒤에 `append()`를 사용하여 붙인 다음, `subs`에 추가한다. 그러면 `subs`는 [[], [1]]이 된다.
- 다음 원소인 2를 `subs`의 모든 원소의 뒤에 `append()`를 사용하여 붙인 다음, `subs`에 추가한다. 그러면 `subs`는 [[], [1], [2], [1, 2]]가 된다.
- 다음 원소인 3을 `subs`의 모든 원소의 뒤에 `append()`를 사용하여 붙인 다음, `subs`에 추가한다. 그러면 `subs`는 [[], [1], [2], [1, 2], [3], [1, 3], [2, 3], [1, 2, 3]]이 된다.

- (2) [2점] 순수 오르막 시퀀스(strictly increasing sequence)는 자연수 리스트의 일종으로 이어지는 수가 최소한 1 이상 증가하는 리스트이다. 예를 들어, [2, 7, 9, 11, 12, 15]는 이어지는 수가 계속 1 이상 증가하므로 순수 오르막 시퀀스이다. 반면, [2, 7, 7, 11, 12, 15]는 셋째 수가 증가하지 않았으므로 순수 오르막 시퀀스가 아니고, [2, 7, 9, 12, 11, 15]는 다섯째 수가 감소하였으므로 순수 오르막 시퀀스가 아니다. 원소가 1개 이하인 경우는 따지지 않고 순수 오르막 시퀀스로 하기로 한다. 임의의 자연수 리스트를 받아서 순수 오르막 시퀀스인지 검사해주는 `increasing` 함수를 작성하자. 즉, 인수가 순수 오르막 시퀀스이면 `True`를 내주고, 그렇지 않으면 `False`를 내주면 된다. 예를 들면

```
increasing([]) => True
increasing([2]) => True
increasing([1,2]) => True
increasing([2,2]) => False
increasing([3,2]) => False
increasing([1,2,3]) => True
increasing([1,3,2]) => False
increasing([3,2,1]) => False
```

- (3) [2점] 임의의 자연수 리스트 시퀀스의 부분시퀀스 중에서 가장 긴 순수 오름막 부분시퀀스의 길이를 내주는 `longest_increasing_subsequence` 함수를 작성하자. (1)과 (2)에서 작성한 두 함수를 활용하여 작성하면 비교적 간단하게 작성할 수 있다. 실행 사례는 다음과 같다.

```
print(longest_increasing_subsequence([])) => 0
print(longest_increasing_subsequence([3])) => 1
print(longest_increasing_subsequence([5,4])) => 1
print(longest_increasing_subsequence([2,4])) => 2
print(longest_increasing_subsequence([4,3,2])) => 1
print(longest_increasing_subsequence([4,2,7,5,9])) => 3
print(longest_increasing_subsequence([4,2,7,5,4,7,6,8,9,6])) => 5
```

6. [예상소요시간: 총 2문제 약 30분]

십진수는 10을 기수(base)로 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 10종류의 숫자를 사용하여 수를 표현한다. 예를 들어, 2016은 다음과 같이 해석한다.

$$2 * 10^{**3} + 0 * 10^{**2} + 1 * 10^{**1} + 6 * 10^{**0}$$

$$= 2 * 1000 + 0 * 100 + 1 * 10 + 6 * 1$$

이진수는 2를 기수로 0, 1의 2 종류의 숫자를 사용하여 수를 표현한다. 예를 들어, 10011은 다음과 같이 해석한다.

$$1 * 2^{**4} + 0 * 2^{**3} + 0 * 2^{**2} + 1 * 2^{**1} + 1 * 2^{**0}$$

이를 십진수로 바꾸면 다음과 같다.

$$1 * 2^{**4} + 0 * 2^{**3} + 0 * 2^{**2} + 1 * 2^{**1} + 1 * 2^{**0}$$

$$= 1 * 16 + 0 * 8 + 0 * 4 + 1 * 2 + 1 * 1$$

$$= 16 + 0 + 0 + 2 + 1$$

$$= 19$$

- (1) [2점] 이진수 문자열을 인수로 받아서 이를 십진수로 변환해주는 함수 `bin2dec`을 작성하자. 이진수 인수는 문자열 타입으로 받으며, 변환한 십진수는 정수 타입이다. 실행 사례는 다음과 같다.

```
bin2dec('0') => 0
bin2dec('1') => 1
bin2dec('110') => 6
bin2dec('10011') => 19
bin2dec('101010') => 42
```

다음의 변환 사례를 공부하여 변환 알고리즘을 먼저 이해하고 이 알고리즘 대로 함수를 작성한다.

'110'			'10011'					'101010'					
0	1	2	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
'1'	'1'	'0'	'1'	'0'	'0'	'1'	'1'	'1'	'0'	'1'	'0'	'1'	'0'
2^2	2^1	2^0	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
↓	↓		↓			↓	↓	↓		↓		↓	
$2^2 + 2^1$			2^4	+		$2^1 + 2^0$		2^5	+	2^3	+	2^1	
$= 4 + 2$			$= 16$	+		$= 2 + 1$		$= 32$	+	$= 8$	+	$= 2$	
$= 6$			$= 19$					$= 42$					

- (2) [2점] 십진수를 인수로 받아서 이를 이진수 문자열로 변환해주는 함수 `dec2bin`을 작성하자. 십진수 인수는 정수 타입으로 받으며, 변환한 이진수는 문자열 타입이다. 실행 사례는 다음과 같다.

```
dec2bin(0) => '0'
```

```
dec2bin(1) => '1'
```

```
dec2bin(6) => '110'
```

```
dec2bin(19) => '10011'
```

```
dec2bin(42) => '101010'
```

다음의 변환 사례를 공부하여 변환 알고리즘을 먼저 이해하고 이 알고리즘 대로 함수를 작성한다.

```

      6  --%2--> 0
      //2 |
      3  --%2--> 1
      //2 |
      1
      '110'
```

```

      19 --%2--> 1
      //2 |
      9  --%2--> 1
      //2 |
      4  --%2--> 0
      //2 |
      2  --%2--> 0
      //2 |
      1
      '10011'
```

```

      42 --%2--> 0
      //2 |
      21 --%2--> 1
      //2 |
      10 --%2--> 0
      //2 |
      5  --%2--> 1
      //2 |
      2  --%2--> 0
      //2 |
      1
      '101010'
```