

В серии:

Библиотека ALT Linux

Программирование на языке C++ в среде Qt Creator

Е. Р. Алексеев, Г. Г. Злобин, Д. А. Костюк,
О. В. Чеснокова, А. С. Чмыхало

Москва
ALT Linux
2014

УДК 004.43

ББК 32.973.26-018.1

A47

Программирование на языке C++ в среде Qt Creator:
A47 / Е. Р. Алексеев, Г. Г. Злобин, Д. А. Костюк, О. В. Чеснокова,
А. С. Чмыхало — М. : ALT Linux, 2014. — 308 с. : ил. — (Библиотека ALT Linux).

ISBN 978-5-905167-16-4

Книга является учебником по алгоритмизации и программированию на C++ и пособием по разработке визуальных приложений в среде Qt Creator. Также в книге описаны среда программирования Qt Creator, редактор Geany, кроссплатформенная библиотека построения графиков MathGL. При чтении книги не требуется предварительного знакомства с программированием.

Издание предназначено для студентов, аспирантов и преподавателей вузов, а также для всех, кто изучает программирование на C++ и осваивает кроссплатформенный инструментальный Qt для разработки программного обеспечения.

Сайт книги: <http://www.altlinux.org/Books:Qt-C++>

Книга адресована студентам, преподавателям инженерных и математических специальностей, а также научным работникам.

УДК 004.43

ББК 32.973.26-018.1

**По вопросам приобретения обращаться: ООО «Альт Линукс»
(495)662-38-83 E-mail: sales@altlinux.ru <http://altlinux.ru>**

Материалы, составляющие данную книгу, распространяются на условиях лицензии GNU FDL. Книга содержит следующий текст, помещаемый на первую страницу обложки: «В серии “Библиотека ALT Linux”». Название: «Программирование на языке C++ в среде Qt Creator». Книга не содержит неизменяемых разделов. Авторы разделов указаны в заголовках соответствующих разделов. ALT Linux — торговая марка компании ALT Linux. Linux — торговая марка Линуса Торвальдса. Прочие встречающиеся названия могут являться торговыми марками соответствующих владельцев.

ISBN 978-5-905167-16-4

© Е. Р. Алексеев, Г. Г. Злобин,
Д. А. Костюк, О. В. Чеснокова,
А. С. Чмыхало, 2014
© ALT Linux, 2014

Оглавление

Предисловие	5
Глава 1. Знакомство с языком C++	6
1.1 Первая программа на C++	6
1.2 Среда программирования Qt Creator	10
Глава 2. Общие сведения о языке C++	17
2.1 Алфавит языка	17
2.2 Данные	18
2.3 Константы	21
2.4 Структурированные типы данных	22
2.5 Указатели	23
2.6 Операции и выражения	24
2.7 Стандартные функции	35
2.8 Структура программы	37
2.9 Ввод и вывод данных	39
2.10 Задачи для самостоятельного решения	46
Глава 3. Операторы управления	51
3.1 Основные конструкции алгоритма	51
3.2 Составной оператор	53
3.3 Условные операторы	53
3.4 Операторы цикла	77
3.5 Решение задач с использованием циклов	84
3.6 Задачи для самостоятельного решения	104
Глава 4. Использование функций при программировании на C++	124
4.1 Общие сведения о функциях	124
4.2 Передача параметров в функцию	129
4.3 Возврат результата с помощью оператора return	131
4.4 Решение задач с использованием функций	133

4.5	Рекурсивные функции	150
4.6	Перегрузка функций	153
4.7	Шаблоны функций	156
4.8	Область видимости переменных в функциях	157
4.9	Функция <code>main()</code> . Параметры командной строки	158
4.10	Задачи для самостоятельного решения	160
Глава 5. Массивы		166
5.1	Статические массивы в C(C++)	166
5.2	Динамические массивы в C(C++)	169
5.3	Отличие статического и динамического массива	172
5.4	Основные алгоритмы обработки массивов	173
5.5	Указатели на функции	209
5.6	Совместное использование динамических массивов	213
5.7	Задачи для самостоятельного решения	221
Глава 6. Статические и динамические матрицы		233
6.1	Статические матрицы C(C++)	233
6.2	Динамические матрицы	234
6.3	Обработка матриц в C(C++)	236
6.4	Решение некоторых задач линейной алгебры	249
6.5	Задачи для самостоятельного решения	271
Глава 7. Организация ввода-вывода в C++		286
7.1	Форматированный ввод-вывод в C++	286
7.2	Работа с текстовыми файлами в C++	291
7.3	Обработка двоичных файлов	298
7.4	Функции <code>fscanf()</code> и <code>fprintf()</code>	303
Список литературы		305
Предметный указатель		306

Предисловие

Книга, которую открыл читатель, является с одной стороны учебником по алгоритмизации и программированию на C++, а с другой — пособием по разработке визуальных приложений в среде **QT Creator**. В книге описаны среда программирования **Qt Creator** и редактор **Geany**. При чтении книги не требуется предварительного знакомства с программированием.

В первой части книги (главы 1–9) на большом количестве примеров представлены методы построения программ на языке C++, особое внимание уделено построению циклических программ, программированию с использованием функций, массивов, матриц и указателей.

Вторая часть книги (глава 10) посвящена объектно-ориентированному программированию на C++.

В третьей части книги (главы 11–15) читатель научится создавать кроссплатформенные визуальные приложения с помощью **Qt Creator** и познакомится с библиотекой классов **Qt**.

В книге присутствуют задания для самостоятельного решения.

Приложениях описан текстовый редактор **Geany**, а также кроссплатформенная библиотека **MathGL** предназначена для построения различных двух- и трёхмерных графиков.

Главы 1–9 написаны Е. Р. Алексеевым и О. В. Чесноковой. Автором раздела по объектно-ориентированному программированию является Д. А. Костюк. Главы 11–15, посвящённые программированию с использованием инструментария **Qt**, написаны Г. Г. Злобиным и А. С. Чмыхало.

Авторы благодарят компанию ALT Linux (www.altlinux.ru) и лично Алексея Смирнова и Владимира Чёрного за возможность издать очередную книгу по свободному программному обеспечению.

Глава 1

Знакомство с языком C++

В этой главе читатель напишет свои первые программы на языке C(C++), познакомится с основными этапами перевода программы с языка C++ в машинный код. Второй параграф главы посвящён знакомству со средой Qt Creator.

1.1 Первая программа на C++

Знакомство с языком C++ начнём с написания программ, предназначенных для решения нескольких несложных задач.

Задача 1.1. Заданы две стороны прямоугольника a , b . Найти его площадь и периметр.

Как известно, периметр прямоугольника $P = 2 \cdot (a + b)$, а его площадь $S = a \cdot b$. Ниже приведён текст программы.

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int main()
4 {
5     float a,b,s,p;
6     cout<<"a=";
7     cin>>a;
8     cout<<"b=";
9     cin>>b;
10    p=2*(a+b);
11    s=a*b;
12    cout << "Периметр прямоугольника равен " << p <<endl;
13    cout << "Площадь прямоугольника равна " << s <<endl;
14    return 0;
15 }
```

Давайте построчно рассмотрим текст программы и познакомимся со структурой программы на C++ и с некоторыми операторами языка.

Строка 1. Указывает компилятору (а точнее, препроцессору), что надо использовать функции из стандартной библиотеки `iostream`. Библиотека `iostream` нужна для организации ввода с помощью инструкции `cin` и вывода — с помощью `cout`. В программе на языке C++ должны быть подключены все используемые библиотеки.

Строка 2. Эта строка обозначает, что при вводе и выводе с помощью `cin` и `cout` будут использоваться стандартные устройства (клавиатура и экран), если эту строку не указывать, то каждый раз при вводе вместо `cin` надо будет писать `std::cin`, а вместо `cout` -- `std::cout`.

Строка 3. Заголовок главной функции (главная функция имеет имя `main`). В простых программах присутствует только функция `main()`.

Строка 4. Любая функция начинается с символа `{`.

Строка 5. Описание вещественных (`float`) переменных `a` (длина одной стороны прямоугольника), `b` (длина второй стороны прямоугольника), `s` (площадь прямоугольника), `p` (периметр прямоугольника). Имя переменной¹ состоит из латинских букв, цифр и символа подчёркивания. Имя не может начинаться с цифры. В языке C++ большие и малые буквы различимы. Например, имена `PR_1`, `pr_1`, `Pr_1` и `pR_1` — разные.

Строка 6. Вывод строки символов `a=` с помощью `cout`. Программа выведет подсказку пользователю, что необходимо вводить переменную `a`

Строка 7. Ввод вещественного числа `a` с помощью `cin`. В это момент программа останавливается и ждёт, пока пользователь введёт значение переменной `a` с клавиатуры.

Строка 8. Вывод строки символов `b=` с помощью `cout`.

Строка 9. Ввод вещественного числа `b` с помощью `cin`.

Строка 10. Оператор присваивания для вычисления периметра прямоугольника (переменная `p`) по формуле $2 \cdot (a + b)$. В операторе присваивания могут использоваться круглые скобки и знаки операций: `+` (сложение), `-` (вычитание), `*` (умножение), `/` (деление).

Строка 11. Оператор присваивания для вычисления площади прямоугольника.

¹В литературе равнозначно используются термины «имя переменной» и «идентификатор».

Строка 12. Вывод строки «Периметр прямоугольника равен » и значения `p` на экран. Константа `endl` хранит строку «`\n`», которая предназначена для перевода курсора в новую строку дисплея². Таким образом строка

```
cout << "Периметр прямоугольника равен "<< p << endl;
```

выводит на экран текст "Периметр прямоугольника равен "³, значение переменной `p`, и переводит курсор в новую строку.

Строка 13. Вывод строки "Площадь прямоугольника равна ", значения площади прямоугольника `s`, после чего курсор переводится в новую строку дисплея.

Строка 14. Оператор `return`, который возвращает значение в операционную систему. Об этом подробный разговор предстоит в п. 4.9 Сейчас следует запомнить, если программа начинается со строки `int main()`, последним оператором должен быть `return 0`⁴.

Строка 15. Любая функция (в том числе и `main`) заканчивается символом `}`.

Мы рассмотрели простейшую программу на языке C++, состоящую из операторов ввода данных, операторов присваивания (в которых происходит расчет по формулам) и операторов вывода.

Любая программа на языке C++ представляет собой одну или несколько функций. В любой программе **обязательно** должна быть одна функция `main()`. С этой функции начинается выполнение программы. Правилom хорошего тона в программировании является разбиение задачи на подзадачи, и в главной функции чаще всего должны быть операторы вызова других функций. Общую структуру любой программы на языке C++ можно записать следующим образом.

```
Директивы препроцессора
Объявление глобальных переменных
Тип_результата f1 (Список_переменных)
{
Операторы
}
Тип_результата f2 (Список_переменных)
{
Операторы
}
```

²Обращаем внимание читателя, что символ пробел является обычным символом, который ничем не отличается от остальных. Для вывода пробела на экран его надо явно указывать в строке вывода.

³С пробелом после слова «равен».

⁴Вообще говоря, вместо нуля может быть любое целое число.

...

```
Тип_результата fn (Список_переменных)
{
  Операторы
}
Тип_результата main (Список_переменных)
{
  Операторы
}
```

На первом этапе знакомства с языком мы будем писать программы, состоящие только из функции `main`, без использования глобальных переменных. Структура самой простой на C(C++) имеет вид.

```
Директивы препроцессора
Тип_результата main (Список_переменных)
{
  Операторы
}
```

Введенная в компьютер программа на языке C++ должна быть переведена в двоичный машинный код (должен быть сформирован исполняемый файл). Для этого существуют специальные программы, называемые трансляторами. Все трансляторы делятся на два класса:

- *интерпретаторы* — трансляторы, которые переводят каждый оператор программы в машинный код, и по мере перевода операторы выполняются процессором;
- *компиляторы* переводят всю программу целиком, и если перевод всей программы прошел без ошибок, то полученный двоичный код можно запускать на выполнение.

Процесс перевода программы в машинный код называется *трансляцией*. Если в качестве транслятора выступает компилятор, то используют термин *компиляция* программы. При переводе программы с языка C++ в машинный код используются именно компиляторы, и поэтому применительно к языку C++ термины «компилятор» и «транслятор» эквивалентны.

Рассмотрим основные этапы обработки компилятором программы на языке C++ и формирования машинного кода.

1. Сначала программа обрабатывается препроцессором⁵, который обрабатывает директивы препроцессора, в нашем случае это ди-

⁵Препроцессор — это программа, которая преобразовывает текст директив препроцессора в форму, понятную компилятору. О данных на выходе препроцессора говорят, что они находятся в препроцессорированной форме.

рективы включения заголовочных файлов (файлов с расширением **.h**) — текстовых файлов, в которых содержится описание используемых библиотек. В результате формируется полный текст программы, который поступает на вход компилятора.

2. Компилятор разбирает текст программ на составляющие элементы, проверяет синтаксические ошибки и в случае их отсутствия формирует объектный код (файл с расширением **.o** или **.obj**). Получаемый на этом этапе двоичный код не включает в себя двоичные коды библиотечных функций и функций пользователя.
3. *Компоновщик* подключает к объектному коду программы объектные модули библиотек и других файлов (если программа состоит из нескольких файлов) и генерирует исполняемый код программы (двоичный файл), который уже можно запускать на выполнение. Этот этап называется компоновкой или сборкой программы.

После написания программы ее необходимо ввести в компьютер. В той книге будет рассматриваться работа на языке C++ в среде Qt Creator⁶. Поэтому перед вводом программы в компьютер надо познакомиться со средой программирования.

1.2 Среда программирования Qt Creator

Среда программирования Qt Creator (IDE IDE QT Creator) находится в репозитории большинства современных дистрибутивов Linux (ОС Linux Debian, ОС Linux Ubuntu, ОС ROSA Linux, ALT Linux и др.). Установка осуществляется штатными средствами вашей операционной системы (менеджер пакетов Synaptic и др.) из репозитория, достаточно установить пакет qtcreator, необходимые пакеты и библиотеки будут доставлены автоматически. Последнюю версию IDE Qt Creator можно скачать на сайте QtProject (<http://qt-project.org/downloads>). Скачанный установочный файл имеет расширение **.run**. Для установки приложения, необходимо запустить его на выполнение. Установка проходит в графическом режиме. После запуска програм-

⁶Тексты программ, приведённые в первой части книги (главы 1–9), без серьёзных изменений могут быть откомпилированы с помощью любого современного компилятора с языка C(C++). Авторы протестировали все программы из первой части книги с помощью QT Creator и IDE Geany (с использованием g++ версии 4.8).

мы пользователь увидит на экране окно, подобное представленному на рис. 1.1⁷.

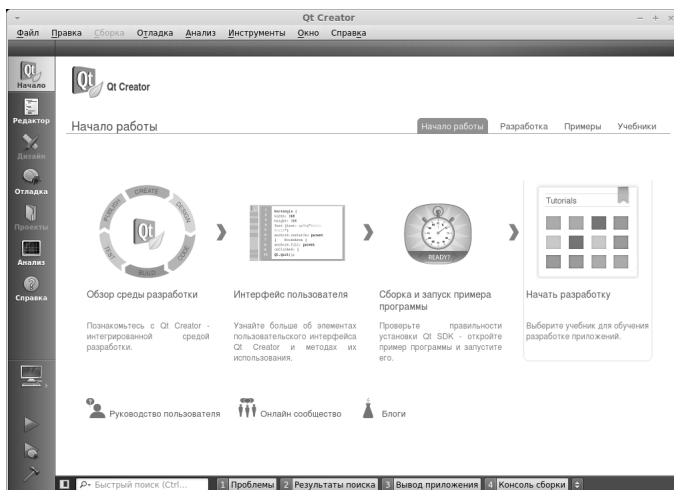


Рис. 1.1. Окно Qt Creator

При работе в Qt Creator вы находитесь в одном из режимов:

1. **Welcome** (Начало) — отображает экран приветствия, позволяя быстро загружать недавние сессии или отдельные проекты. Этот режим можно увидеть при запуске Qt Creator без указания ключей командной строки.
2. **Edit** (Редактор) — позволяет редактировать файлы проекта и исходных кодов. Боковая панель слева предоставляет различные виды для перемещения между файлами.
3. **Debug** (Отладка) — предоставляет различные способы для просмотра состояния программы при отладке;
4. **Projects** (Проекты) — используется для настройки сборки, запуска и редактирования кода.
5. **Analyze** (Анализ) — в Qt интегрированы современные средства анализа кода разрабатываемого приложения.

⁷Окно на вашем компьютере визуально может несколько отличаться от представленного на рис. 1.1, авторы использовали IDE Qt Creator версии 2.6.2, основанную на QT 5.0.1.

6. **Help** (Справка) — используется для вывода документации библиотеки Qt и Qt Creator.
7. **Output** (Вывод) — используется для вывода подробных сведений о проекте.

Рассмотрим простейшие приёмы работы в среде Qt Creator на примере создания консольного приложения для решения задачи 1.1. Для этого можно поступить одним из способов:

1. В меню **File** (Файл) выбрать команду **New File or Project** (Новый файл или проект) (комбинация клавиш **Ctrl+N**).
2. Находясь в режиме **Welcome** (Начало) главного окна QtCreator (рис. 1.1) щёлкаем по ссылке **Develop** (Разработка) и выбираем команду **Create Project** (Создать проект).

После это откроется окно, подобное представленному на рис. 1.2. Для создания простейшего консольного приложения выбираем **Non-Qt Project** (Проект без использования Qt) — **Plain C++ Project** (Простой проект на языке C++).

Далее выбираем имя проекта и каталог для его размещения (см. рис. 1.3)⁸. Следующие два этапа создания нашего первого приложения оставляем без изменения⁹. После чего окно IDE Qt Creator примет вид, подобное, представленное на рис. 1.4. Заменяем текст текста стандартного приложения, которое выводит текст «Hello, Word», на текст программы решения задачи 1.1.

Для сохранения текста программы можно воспользоваться **Сохранить** или **Сохранить всё** из меню **Файл**. Откомпилировать и запустить программу можно одним из следующих способов:

1. Пункт меню **Сборка-Запустить**.
2. Нажать на клавиатуре комбинацию клавиш **Ctrl+R**.
3. Щёлкнуть по кнопке **Запустить** (▶).

Окно с результатами работы программы представлено на рис. 1.5.

Авторы сталкивались с тем, что в некоторых дистрибутивах Ubuntu Linux и Linux Mint после установки Qt Creator не запускались консольные приложения. Если читатель столкнулся с подобной

⁸Рекомендуем для каждого (даже самого простого) проекта выбирать отдельный каталог. Даже самый простой проект — это несколько взаимосвязанных между собой файлов и каталогов.

⁹О назначении этих этапов будет рассказано в дальнейших разделах книги.

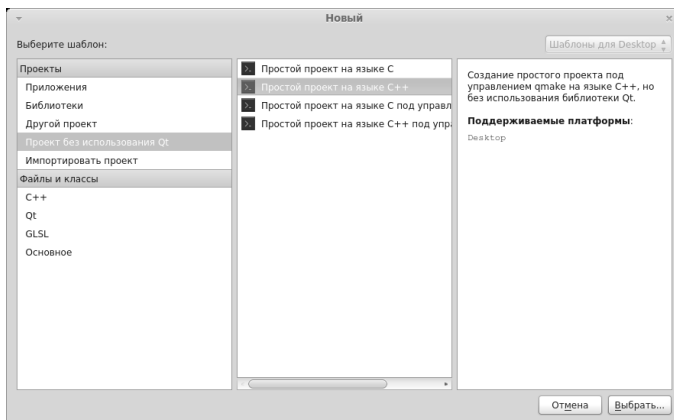


Рис. 1.2. Окно выбора типа приложения в Qt Creator

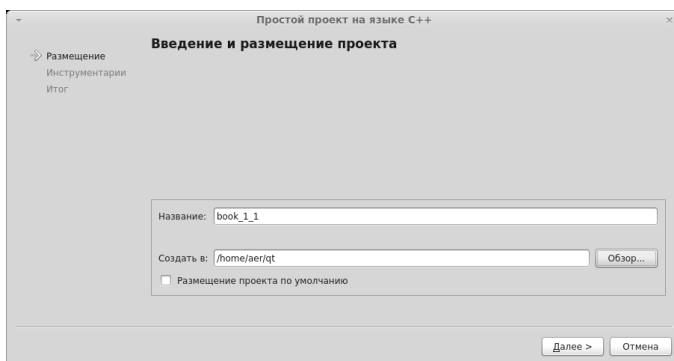


Рис. 1.3. Выбор имени и каталога нового проекта

проблемой, скорее всего надо корректно настроить терминал, который отвечает за запуск приложений в консоли. Для этого вызываем команду **Tools — Options — Environment** (см. рис. 1.6). Параметр **Terminal** (Терминал) должен быть таким же, как показано на рис. 1.6. Проверьте установлен ли в Вашей системе пакет **xterm**, и при необходимости доставьте его. После этого не должно быть проблем с запуском консольных приложений.

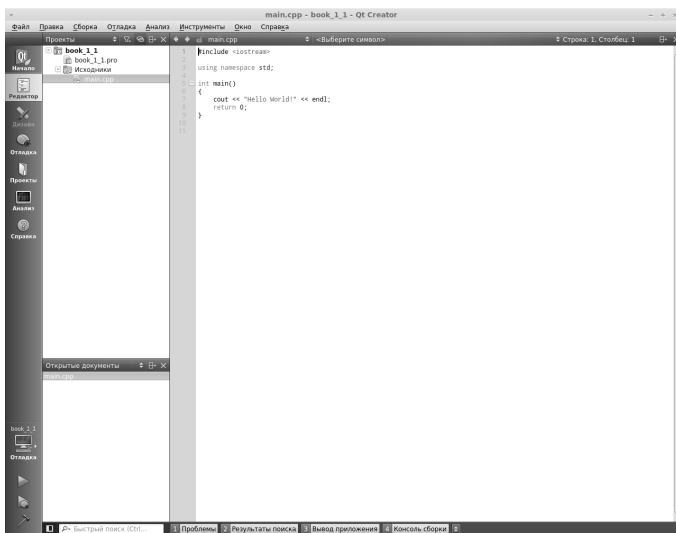


Рис. 1.4. Главное окно создания консольного приложения

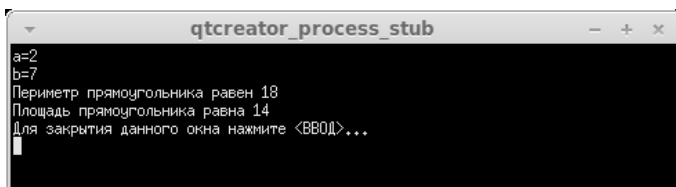


Рис. 1.5. Результаты работы программы решения задачи 1.1

Аналогичным образом можно создавать и запускать любое консольное приложение.

Дальнейшее знакомство со средой Qt Creator продолжим, решая следующую задачу.

Задача 1.2. Заданы длины трёх сторон треугольника a , b и c (см. рис. 1.7). Вычислить площадь и периметр треугольника

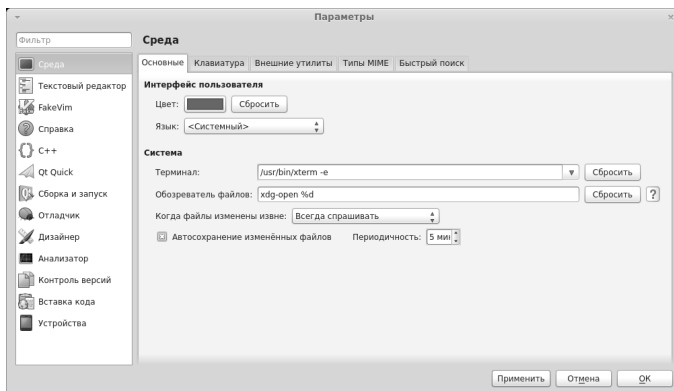


Рис. 1.6. Окно настроек среды Qt Creator

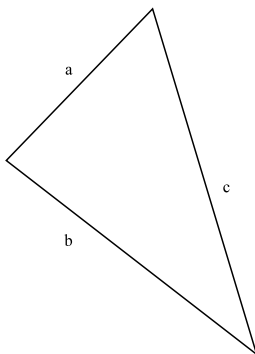


Рис. 1.7. Треугольник

Для решения задачи нам понадобится формула вычисления периметра $p = a + b + c$. Для вычисления площади можно воспользоваться формулой Герона $S = \sqrt{\frac{p}{2} \left(\frac{p}{2} - a\right) \left(\frac{p}{2} - b\right) \left(\frac{p}{2} - c\right)}$.

Решение задачи можно разбить на следующие этапы:

1. Определение значений a , b и c (ввод величин a , b , c с клавиатуры в память компьютера).
2. Расчет значений p и s по приведенным выше формулам.

3. Вывод p и s на экран дисплея.

Ниже приведен текст программы. Сразу заметим, что в тексте могут встречаться строки, начинающие с двух наклонных ($//$), являющиеся комментариями. *Комментарии* не являются обязательными элементами программы и ничего не сообщают компьютеру, они поясняют человеку, читающему текст программы, назначение отдельных элементов программы. В книге комментарии будут широко использоваться для пояснения отдельных участков программы.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main()
{
    float a,b,c,s,p;
    cout<<"Введите длины сторон треугольника"<<endl;
    //Ввод значений длин треугольника a,b,c.
    cin>>a>>b>>c;
    //Вычисление периметра треугольника.
    p=a+b+c;
    //Вычисление площади треугольника.
    s=sqrt(p/2*(p/2-a)*(p/2-b)*(p/2-c));
    //Вывод на экран дисплея значений площади и периметра треугольника.
    cout<<"Периметр треугольника равен "<<p<<" , его площадь
        равна "<<s<<endl;
    return 0;
}
```

Кроме используемой в предыдущей программе библиотеки `iostream`, в строке 2 подключим библиотеку `math.h`, которая служит для использования математических функций языка C(C++). В данной программе используется функция извлечения квадратного корня — $\text{sqrt}(x)$. Остальные операторы (ввода, вывода, вычисления значений переменных) аналогичны используемым в предыдущей программе.

Таким образом, выше были рассмотрены самые простые программы (линейной структуры), которые предназначены для ввода исходных данных расчёта по формулам и вывода результатов.

Глава 2

Общие сведения о языке C++

В этой главе читатель познакомится с основными элементами языка C++: алфавитом, переменными, константами, типами данных, основными операциями, стандартными функциями, структурой программы и средствами ввода вывода данных.

2.1 Алфавит языка

Программа на языке C++ может содержать следующие символы:

- прописные, строчные латинские буквы A, B, C, . . . , x, y, z и знак подчеркивания;
- арабские цифры от 0 до 9;
- специальные знаки: “ { } , | [] () + - / % * . \ ‘ : ? < = > ! & # ~ ; ^
- символы пробела, табуляции и перехода на новую строку.

Из символов алфавита формируют ключевые слова и идентификаторы. Ключевые слова — это зарезервированные слова, которые имеют специальное значение для компилятора и используются только в том смысле, в котором они определены (операторы языка, типы данных и т.п.). Идентификатор — это имя программного объекта, представляющее собой совокупность букв, цифр и символа подчеркивания. Первый символ идентификатора — буква или знак подчеркивания, но не цифра. Идентификатор не может содержать пробел. Прописные и строчные буквы в именах различаются, например, ABC, abc, Abc — три различных имени. Каждое имя (идентификатор) должно быть уникальным в пределах функции и не совпадать с ключевыми словами.

В тексте программы можно использовать комментарии. Если текст начинается с двух символов «косая черта» `//` и заканчивается символом перехода на новую строку или заключен между символами `/*` и `*/`, то компилятор его игнорирует.

```
/* Комментарий может выглядеть так! */
```

```
//А если вы используете такой способ,  
//то каждая строка должна начинаться  
//с двух символов «косая черта».
```

Комментарии удобно использовать как для пояснений к программе, так и для временного исключения фрагментов программы при отладке.

2.2 Данные

Для решения задачи в любой программе выполняется обработка каких-либо данных. Данные хранятся в памяти компьютера и могут быть самых различных типов: целыми и вещественными числами, символами, строками, массивами. Типы данных определяют способ хранения чисел или символов в памяти компьютера. Они задают размер ячейки, в которую будет записано то или иное значение, определяя тем самым его максимальную величину или точность задания. Участок памяти (ячейка), в котором хранится значение определенного типа, называется переменной. У переменной есть имя (идентификатор) и значение. Имя служит для обращения к области памяти, в которой хранится значение. Во время выполнения программы значение переменной можно изменить. Перед использованием любая переменная должна быть описана. Оператор описания переменных в языке C++ имеет вид:

```
тип имя_переменной;
```

или

```
тип список_переменных;
```

Типы данных языка C++ можно разделить на основные и составные.

К основным типам данных языка относят:

- `char` — символьный;
- `int` — целый;
- `float` — с плавающей точкой;
- `double` — двойной точности;
- `bool` — логический.

Для формирования других типов данных используют основные типы и так называемые спецификаторы. Типы данных, созданные на базе стандартных типов с использованием спецификаторов, называют составными типами данных. В C++ определены четыре спецификатора типов данных:

- `short` — короткий;
- `long` — длинный;
- `signed` — знаковый;
- `unsigned` — беззнаковый.

Далее будут рассмотрены назначение и описание каждого типа.

2.2.1 Символьный тип

Данные типа `char` в памяти компьютера всегда занимают один байт¹. Это связано с тем, что обычно под величину символьного типа отводят столько памяти, сколько необходимо для хранения любого из 256 символов клавиатуры. Символьный тип может быть со знаком или без знака (табл. 2.1).

Таблица 2.1: Символьные типы данных

Тип	Диапазон	Размер
<code>char</code>	-128...127	1 байт
<code>unsigned char</code>	0...255	1 байт
<code>signed char</code>	-128...127	1 байт

Пример описания символьных переменных:

```
char c, str; //Описаны две символьные переменные.
```

При работе с символьными данными нужно помнить, что если в выражении встречается одиночный символ, он должен быть заключен в одинарные кавычки. Например, `'a'`, `'b'`, `'+'`, `'3'`.

Последовательность символов, то есть строка, при использовании в выражениях заключается в двойные кавычки: `"Hello!"`.

2.2.2 Целочисленный тип

Переменная типа `int` в памяти компьютера может занимать либо два, либо четыре байта. Это зависит от разрядности процессора.

¹В кодировке `utf` каждый символ кириллицы занимает 2 байта.

Диапазоны значений целого типа представлены в таблице 2.2. По умолчанию все целые типы считаются знаковыми, т.е. спецификатор `signed` можно не указывать.

Таблица 2.2: Целые типы данных

Тип	Диапазон	Размер
<code>int</code>	$-2147483647 \dots 2147483647$	4 байта
<code>unsigned int</code>	$0 \dots 4294967295$	4 байта
<code>signed int</code>	$-2147483647 \dots 2147483647$	4 байта
<code>short int</code>	$-32767 \dots 32767$	2 байта
<code>long int</code>	$-2147483647 \dots 2147483647$	4 байта
<code>unsigned short int</code>	$0 \dots 65535$	2 байта
<code>signed short int</code>	$-32767 \dots 32767$	2 байта
<code>long long int</code>	$-(2^{63}-1) \dots (2^{63}-1)$	8 байт
<code>signed long int</code>	$-2147483647 \dots 2147483647$	4 байта
<code>unsigned long int</code>	$0 \dots 4294967295$	4 байта
<code>unsigned long long int</code>	$0 \dots 2^{64}-1$	8 байт

Пример описания целочисленных данных:

```
int a, b, c;
unsigned long int A, B, C;
```

2.2.3 Вещественный тип

Внутреннее представление вещественного числа в памяти компьютера отличается от представления целого числа. Число с плавающей точкой представлено в экспоненциальной форме $mE \pm p$, где m — мантисса (целое или дробное число с десятичной точкой), p — порядок (целое число). Для того чтобы перевести число в экспоненциальной форме к обычному представлению с фиксированной точкой, необходимо мантиссу умножить на десять в степени порядок. Например,

$$-6.42E + 2 = -6.42 \cdot 10^2 = -642,$$

$$3.2E - 6 = 3.2 \cdot 10^{-6} = 0.0000032$$

Обычно величины типа `float` занимают 4 байта, из которых один двоичный разряд отводится под знак, 8 разрядов под порядок и 23 под мантиссу. Поскольку старшая цифра мантиссы всегда равна 1, она не хранится.

Величины типа `double` занимают 8 байт, в них под порядок и мантиссу отводится 11 и 52 разряда соответственно. Длина мантиссы определяет точность числа, а длина порядка его диапазон. Спецификатор типа `long` перед именем типа `double` указывает, что под величину отводится 10 байт.

Диапазоны значений вещественного типа представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3: Вещественные типы данных

Тип	Диапазон	Размер
<code>float</code>	3.4E-38 ... 3.4E+38	4 байта
<code>double</code>	1.7E-308 ... 1.7E+308	8 байт
<code>long double</code>	3.4E-4932 ... 3.4E+4932	10 байт

Пример описания вещественных переменных:

```
double x1,x2,x3;  
float X, Y, Z;
```

2.2.4 Логический тип

Переменная типа `bool` может принимать только два значения `true` (истина) или `false` (ложь). Любое значение не равное нулю интерпретируется как `true`, а при преобразовании к целому типу принимает значение равное 1. Значение `false` представлено в памяти как 0.

Пример описания данных логического типа:

```
bool F, T;
```

2.2.5 Тип `void`

Множество значений этого типа пусто. Он используется для определения функций, которые не возвращают значения, для указания пустого списка аргументов функции, как базовый тип для указателей и в операции приведения типов.

2.3 Константы

Константы это величины, которые не изменяют своего значения в процессе выполнения программы. Оператор описания константы имеет вид:

```
const тип имя_константы = значение;
```

Константы в языке C++ могут быть целыми, вещественными, символьными или строковыми. Обычно компилятор определяет тип константы по внешнему виду, но существует возможность и явного указания типа, например,

```
const double pi=3.141592653589793
```

Кроме того, константа может быть определена с помощью директивы² `#define`. Эта директива служит для замены часто используемых констант, ключевых слов, операторов или выражений некоторыми идентификаторами. Идентификаторы, заменяющие текстовые или числовые константы, называют именованными константами. Основная форма синтаксиса директивы следующая:

```
#define идентификатор текст
```

Например,

```
#define PI 3.141592653589793
```

```
int main()
```

```
...
```

2.4 Структурированные типы данных

Структурированный тип данных характеризуется множественностью образующих его элементов. В C++ это массивы, строки, структуры и файлы.

Массив — совокупность данных одного и того же типа³. Число элементов массива фиксируется при описании типа и в процессе выполнения программы не изменяется.

В общем виде массив можно описать так:

```
тип имя [размерность_1] [размерность_2] ... [размерность_N];
```

Например,

```
float x[10];      //Описан массив из 10 целых чисел.
```

```
int a[3][4];      //Описан двумерный массив,  
                  //матрица из 3-х строк и 4-х столбцов.
```

```
double b[2][3][2]; //Описан трехмерный массив.
```

Для доступа к элементу массива достаточно указать его порядковый номер, а если массив многомерный (например, таблица), то несколько номеров:

²Структура программы и директивы описаны в п. 2.8

³Подробно работа с одномерными и двумерными массивами описана в главах 5 и 6.

имя_массива[номер_1][номер_2]...[номер_N]

Например: `x[5]`, `a[2][3]`, `b[1][2][2]`.

Элементы массива в C++ нумеруются с нуля. Первый элемент, всегда имеет номер ноль, а номер последнего элемента на единицу меньше заданной при его описании размерности:

```
char C[5]; //Описан массив из 5 символов,  
           //нумерация от 0 до 4.
```

Строка — последовательность символов⁴. В C++ строки описывают как массив элементов типа `char`. Например:

```
char s[25]; // Описана строка из 25 символов.
```

Структура⁵ это тип данных, который позволяет объединить разнородные данные и обрабатывать их как единое целое.

Например

```
struct fraction //Объявлена структура правильная дробь.  
{  
    //Определяем поля структуры:  
    int num;    // поле числитель,  
    int den;    // поле знаменатель.  
}  
...  
fraction d, D[20]; //Определена переменная d,  
                  //массив D[20], типа fraction.  
...  
d.num;           //Обращение к полю num переменной d.  
D[4].den;        //Обращение к полю den  
                 //четвертого элемента массива D.
```

2.5 Указатели

Указатели широко применяются в C++. Можно сказать, что именно наличие указателей сделало этот язык удобным для системного программирования. С другой стороны это одна из наиболее сложных для освоения возможностей C++. Идея работы с указателями состоит в том, что пользователь работает с адресом ячейки памяти.

Как правило, при обработке оператора объявления переменной
тип имя_переменной;

⁴Работа со строками описана в главе ??

⁵Работа со структурами описана в главе ??.

компилятор автоматически выделяет память под переменную `имя_переменной` в соответствии с указанным типом:

```
char C; //Выделена память под символьную переменную C
```

Доступ к объявленной переменной осуществляется по ее имени. При этом все обращения к переменной заменяются на адрес ячейки памяти, в которой хранится ее значение. При завершении программы или функции, в которой была описана переменная, память автоматически освобождается.

Доступ к значению переменной можно получить иным способом — определить собственные переменные для хранения адресов памяти. Такие переменные называют указателями. С помощью указателей можно обрабатывать массивы, строки и структуры, создавать новые переменные в процессе выполнения программы, передавать адреса фактических параметров функциям и адреса функций в качестве параметров.

Итак, указатель это переменная, значением которой является адрес памяти, по которому хранится объект определенного типа (другая переменная). Например, если `C` это переменная типа `char`, а `P` — указатель на `C`, значит в `P` находится адрес по которому в памяти компьютера хранится значение переменной `C`.

Как и любая переменная, указатель должен быть объявлен. При объявлении указателей всегда указывается тип объекта, который будет храниться по данному адресу:

```
тип *имя_переменной;
```

Например:

```
int *p;      //По адресу, записанному в переменной p,  
             //будет храниться переменная типа int
```

Звездочка в описании указателя, относится непосредственно к имени, поэтому чтобы объявить несколько указателей, ее ставят перед именем каждого из них:

```
float *x, y, *z; //Описаны указатели на вещественное  
//число -- x и z, само вещественное значение -- *x, *z.  
//а так же вещественная переменная y, её адрес -- &y.
```

2.6 Операции и выражения

Выражение задает порядок выполнения действий над данными и состоит из операндов (констант, переменных, обращений к функциям), круглых скобок и знаков операций. Операции делятся на унар-

ные (например, `-c`) и бинарные (например, `a+b`). В таблице 2.4 представлены основные операции языка C++.

Таблица 2.4: Основные операции языка C++

Операция	Описание
Унарные операции	
<code>++</code>	увеличение значения на единицу
<code>--</code>	уменьшение значения на единицу
<code>~</code>	побитовое отрицание
<code>!</code>	логическое отрицание
<code>-</code>	арифметическое отрицание (унарный минус)
<code>+</code>	унарный плюс
<code>&</code>	взятие адреса
<code>*</code>	разадресация
<code>(type)</code>	преобразование типа
Бинарные операции	
<code>+</code>	сложение
<code>-</code>	вычитание
<code>*</code>	умножение
<code>/</code>	деление
<code>%</code>	остаток от деления
<code><<</code>	сдвиг влево
<code>>></code>	сдвиг вправо
<code><</code>	меньше
<code>></code>	больше
<code><=</code>	меньше или равно
<code>>=</code>	больше или равно
<code>==</code>	равно
<code>!=</code>	не равно
<code>&</code>	побитовая конъюнкция (И)
<code>^</code>	побитовое исключающее ИЛИ
<code> </code>	побитовая дизъюнкция (ИЛИ)
<code>&&</code>	логическое И
<code> </code>	логическое ИЛИ
<code>=</code>	присваивание
<code>*=</code>	умножение с присваиванием
<code>/=</code>	деление с присваиванием

Таблица 2.4 — продолжение

Операция	Описание
<code>+=</code>	сложение с присваиванием
<code>-=</code>	вычитание с присваиванием
<code>%=</code>	остаток от деления с присваиванием
<code><<=</code>	сдвиг влево с присваиванием
<code>>>=</code>	сдвиг вправо с присваиванием
<code>&=</code>	поразрядная конъюнкция с присваиванием
<code> =</code>	поразрядная дизъюнкция с присваиванием
<code>^=</code>	поразрядное исключающее ИЛИ с присваиванием
Другие операции	
<code>?</code>	условная операция
<code>,</code>	последовательное вычисление
<code>sizeof</code>	определение размера
<code>(тип)</code>	преобразование типа

Перейдем к подробному рассмотрению основных операций языка.

2.6.1 Операции присваивания

Обычная операция присваивания имеет вид:

имя_переменной=значение;

где **значение** это выражение, переменная, константа или функция. Выполняется операция так. Сначала вычисляется значение выражения указанного в правой части оператора, а затем его результат записывается в область памяти, имя которой указано слева.

Например,

```
b=3;    //Переменной b присваивается значение равное трем.
a=b;    // Переменной a присваивается значение b.
c=a+2*b; // Переменной c присваивается значение выражения.
c=c+1;  // Значение переменной c увеличивается на единицу.
a=a*3;  // Значение переменной a увеличивается в три раза.
```

Задача 2.1. Пусть в переменной **a** хранится значение равное 3, а в переменную **b** записали число 5. Поменять местами значения переменных **a** и **b**.

Для решения задачи понадобится дополнительная переменная **c** (см. рис. 2.1). В ней временно сохраняется значение переменной **a**. Затем, значение переменной **b** записывается в переменную **a**, а значение переменной **c** в переменную **b**.

```
c=a;    // Шаг 1. c=3
a=b;    // Шаг 2. a=5
b=c;    // Шаг 3. b=3
```

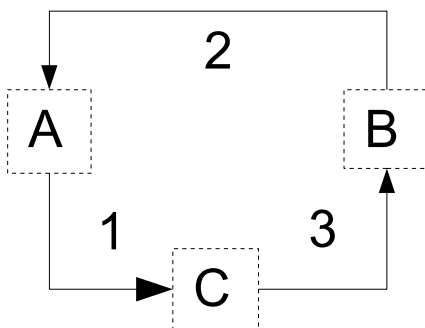


Рис. 2.1. Использование буферной переменной

Если в операторе присваивания левая и правая часть это переменные разных типов, то *происходит преобразование*: значение переменной в правой части преобразуется к типу переменной в левой части. Следует учитывать, что при этом можно потерять информацию или получить другое значение.

В C++ существует возможность присваивания нескольким переменным одного и того же значения. Такая операция называется *множественным присваиванием* и в общем виде может быть записана так:

```
имя_1 = имя_2 = ... = имя_N = значение;
```

Запись `a=b=c=3.14159/6;`

означает, что переменным `a`, `b` и `c` было присвоено одно и то же значение `3.14159/6`.

Операции `+=`, `-=`, `*=`, `/=` называют *составным присваиванием*. В таких операциях при вычислении выражения стоящего справа используется значение переменной из левой части, например так:

```
x+=p; //Увеличение x на p, то же что и x=x+p.
```

```
x-=p; //Уменьшения x на p, то же что и x=x-p.
```

```
x*=p; //Умножение x на p, то же что и x=x*p.
```

```
x/=p; //Деление x на p, то же что и x=x/p.
```

2.6.2 Арифметические операции

Операции $+$, $-$, $*$, $/$ относят к *арифметическим операциям*. Их назначение понятно и не требует дополнительных пояснений. При программировании арифметических выражений следует придерживаться простых правил. Соблюдать очерёдность выполнения арифметических операций. Сначала выполняются операции умножения и деления (1-й уровень), а затем сложения и вычитания (2-й уровень). Операции одного уровня выполняются последовательно друг за другом. Для изменения очерёдности выполнения операций используют скобки. Таблица 2.5 содержит примеры записи алгебраических выражений.

Таблица 2.5: Примеры записи алгебраических выражений

Математическая запись	Запись на языке C++
$2 \cdot a + b \cdot (c + d)$	<code>2*a+b*(c+d)</code>
$3 \cdot \frac{a+b}{c+d}$	<code>3*(a+b)/(c+d)</code>
$\frac{3 \cdot a - 2 \cdot b}{c \cdot d}$	<code>(3*a-2*b)/(c*d)</code> или <code>(3*a-2*b)/c/d</code>
$\frac{(b-a)^2}{c + \frac{1}{d-2}} - \frac{a^2+1}{b^2+cd}$	<code>(b-a)*(b-a)/(c+1/(d-2))-</code> <code>(a*a+1)/(b*b+c*d)</code>

Операции *инкремента* `++` и *декремента* `--` так же причисляют к арифметическим, так как они выполняют увеличение и уменьшение на единицу значения переменной. Эти операции имеют две формы записи: префиксную (операция записывается перед операндом) и постфиксную (операция записывается после операнда). Так, например оператор `r=r+1`; можно представить в префиксной форме `++r`; и в постфиксной `r++`. Эти формы отличаются при использовании их в выражении. Если знак декремента (инкремента) предшествует операнду, то сначала выполняется увеличение (уменьшение) значения операнда, а затем операнд участвует в выражении. Например,

`x=12;`

`y=++x;` //В переменных `x` и `y` будет храниться значение 13.

Если знак декремента (инкремента) следует после операнда, то сначала операнд участвует в выражении, а затем выполняется увеличение (уменьшение) значения операнда:

x=12;

y=x++; //Результат — число 12 в переменной y, а в x — 13.

Остановимся на *операциях целочисленной арифметики*.

Операция целочисленного деления / возвращает целую часть частного (дробная часть отбрасывается) в том случае если она применяется к целочисленным операндам, в противном случае выполняется обычное деление: $11/4=2$ или $11.0/4=2.75$.

Операция остаток от деления % применяется только к целочисленным операндам: $11\%4 = 3$.

К *операциям битовой арифметики* относятся следующие операции: &, |, ^, ~, <<, >>. В операциях битовой арифметики действия происходят над двоичным представлением целых чисел.

Арифметическое И (&). Оба операнда переводятся в двоичную систему, затем над ними происходит логическое поразрядное умножение операндов по следующим правилам:

$1\&1=1$, $1\&0=0$, $0\&1=0$, $0\&0=0$.

Например, если A=14 и B=24, то их двоичное представление — A=0000000000001110 и B=000000000011000. В результате логического умножения A and B получим 000000000001000 или 8 в десятичной системе счисления (рис. 2.2). Таким образом, $A\&B=14\&24=8$.

A=	000000000000000000001110	14
B=	000000000000000000011000	24
A and B =	00000000000000000001000	8

Рис. 2.2. Пример логического умножения

Арифметическое ИЛИ (|). Здесь также оба операнда переводятся в двоичную систему, после чего над ними происходит логическое поразрядное сложение операндов по следующим правилам:

$1|1=1$, $1|0=1$, $0|1=1$, $0|0=0$.

Например, результат логического сложения чисел A=14 и B=24 будет равен A or B=30 (рис. 2.3).

Арифметическое исключающее ИЛИ (^). Оба операнда переводятся в двоичную систему, после чего над ними происходит логическая поразрядная операция ^ по следующим правилам:

$1\^1=0$, $1\^0=1$, $0\^1=1$, $0\^0=0$.

A=	<table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0			
B=	или <table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	24
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0			
A or B =	<table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0			

Рис. 2.3. Пример логического сложения

Арифметическое отрицание (\sim). Эта операция выполняется над одним операндом. Применение операции \sim вызывает побитную инверсию двоичного представления числа (рис. 2.4).

A=	<table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1			
not A=	<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	not 13=-14
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0			

Рис. 2.4. Пример арифметического отрицания

Сдвиг влево ($M \ll L$). Число M , представленное в двоичной системе, сдвигается влево на L позиций. Рассмотрим операцию `15 shl 3`. Число 15 в двоичной системе имеет вид 1111. При сдвиге его на 3 позиции влево получим 1111000. В десятичной системе это двоичное число равно 120. Итак, `15 shl 3 = 120` (рис. 2.5). Заметим, что сдвиг на один разряд влево соответствует умножению на два, на два разряда — умножению на четыре, на три — умножению на восемь. Таким образом, операция $M \ll L$ эквивалентна умножению числа M на 2 в степени L .

<table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
← Сдвиг на три позиции																
<table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	15 shl 3=120
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0		

Рис. 2.5. Пример операции «Сдвиг влево»

Сдвиг вправо ($M \gg L$). Число M , представленное в двоичной системе, сдвигается вправо на L позиций, что эквивалентно целочисленному делению числа M на 2 в степени L . Например, `15 shr 1=7` (рис. 2.6), `15 shr 3=2`.

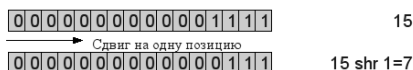


Рис. 2.6. Пример операции «Сдвиг вправо»

2.6.3 Логические операции

В C++ определены следующие логические операции `||` (или), `&&` (и), `!` (не). Логические операции выполняются над логическими значениями `true` (истина) и `false` (ложь). В языке C++ ложь — 0, истина — любое значение $\neq 0$. В таблице 2.6 приведены результаты логических операций.

Таблица 2.6: Логические операции

A	B	!A	A&&B	A B
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	1

2.6.4 Операции отношения

Операции отношения возвращают в качестве результата логическое значение. Таких операций шесть: `>`, `>=`, `<`, `<=`, `==`, `!=`. Результат операции отношения — логическое значение `true` (истина) или `false` (ложь).

2.6.5 Условная операция

Для организации разветвлений в простейшем случае можно использовать *условную операцию* `? : .` Эта операция имеет три операнда и в общем виде может быть представлена так:

условие ? выражение1 : выражение2;

Работает операция следующим образом. Если условие истинно (не равно 0), то результатом будет **выражение1**, в противном случае **выражение2**. Например, операция `y=x<0 ? -x : x;` записывает в переменную `y` модуль числа `x`.

2.6.6 Операция преобразования типа

Для приведения выражения к другому типу данных в C++ существует *операция преобразования типа*:

(тип) **выражение**;

Например, в результате действий `x=5; y=x/2; z=(float) x/2;` переменная `y` примет значение равное 2 (результат целочисленного деления), а переменная `z = 2.5`.

2.6.7 Операция определения размера

Вычислить размер объекта или типа в байтах можно с помощью *операции определения размера*, которая имеет две формы записи:

`sizeof (тип);` или `sizeof выражение;`

Например, предположим, что была описана целочисленная переменная `int k=3;`. Исходя из того, что тип `int` занимает в памяти 4 байта, в переменную `m=sizeof k;` будет записано число 4.

В результате работы команд `double z=123.456; p=sizeof (k+z);` значение переменной `p` стало равно 8, т. к. вещественный тип `double` более длинный (8 байтов) по сравнению с типом `int` (4 байта) и значение результата было преобразовано к более длинному типу. В записи операции `sizeof (k+z)` были использованы скобки. Это связано с тем, что операция определения типа имеет более высокий приоритет, чем операция сложения. При заданном значении `z=123.456;` та же команда, но без скобок `p=sizeof k+z;` вычислит `p=4+123.456=127.456`.

Команда `s = sizeof "Hello";` определит, что под заданную строку в памяти было выделено `s=6` байтов, т. к. объект состоит из 5 символов и один байт на символ окончания строки.

2.6.8 Операции с указателями

При работе с указателями часто используют операции *получения адреса* `&` и *разадресации* `*` (табл. 2.7).

Таблица 2.7: Операции получения адреса `&` и разадресации `*`

Описание	Адрес	Значение, хранящееся по адресу
тип <code>*p</code>	<code>p</code>	<code>*p</code>
тип <code>p</code>	<code>&p</code>	<code>p</code>

Операция получения адреса & возвращает адрес своего операнда.

Например:

```
float a;           //Объявлена вещественная переменная a
float *adr_a;      //Объявлен указатель на тип float
adr_a=&a;          //Оператор записывает в переменную adr_a
                  //адрес переменной a
```

*Операция разадресации ** возвращает значение переменной, хранящееся по заданному адресу, т.е. выполняет действие, обратное операции &:

```
float a;           //Объявлена вещественная переменная a.
float *adr_a;      //Объявлен указатель на тип float.
a=*adr_a;          //Оператор записывает в переменную a
                  //вещественное значение, хранящееся по адресу adr_a.
```

К указателям применяют *операцию присваивания*. Это значит, что значение одного указателя можно присвоить другому. Если указатели одного типа, то для этого применяют обычную операцию *присваивания*:

```
//Описана вещественная переменная и два указателя.
float PI=3.14159,*p1,*p2;
//В указатели p1 и p2 записывается адрес переменной PI.
p1=p2=&PI;
```

Если указатели ссылаются на различные типы, то при присваивании значения одного указателя другому, необходимо использовать преобразование типов. Без преобразования можно присваивать любому указателю указатель `void*`.

```
Рассмотрим пример работы с указателями различных типов:
float PI=3.14159;   //Объявлена вещественная переменная.
float *p1;          //Объявлен указатель на float.
double *p2;         //Объявлен указатель на double.
p1=&PI; //Переменной p1 присваивается значение адреса PI.
p2=(double *)p1;    //Указателю на double присваивается
                  //значение, которое ссылается на тип float.
```

В указателях `p1` и `p2` хранится один и тот же адрес (`p1=0012FF7C`), но значения, на которые они ссылаются разные (`*p1=3.14159`, `*p2=2.642140e-308`). Это связано с тем, указатель типа `*float` адресует 4 байта, а указатель `*double` — 8 байт. После присваивания `p2=(double *)p1`; при обращении к `*p2` происходит следующее: к переменной, хранящейся по адресу `p1`, дописывается еще следующих 4 байта из памяти. В результате значение `*p2` не совпадает со значением `*p1`.

Таким образом, при преобразовании указателей разного типа приведение типов разрешает только синтаксическую проблему присваивания. Следует помнить, что операция `*` над указателями различного типа, ссылающимися на один и тот же адрес, возвращает различные значения.

Над адресами C++ определены следующие *арифметические операции*:

- сложение и вычитание указателей с константой;
- вычитание одного указателя из другого;
- инкремент;
- декремент.

Сложение и вычитание указателей с константой `n` означает, что указатель перемещается по ячейкам памяти на столько байт, сколько занимает `n` переменных того типа на который он указывает. Например, пусть указатель имеет символьный тип и его значение равно 100. Результат сложения этого указателя с единицей — 101, так как для хранения переменной типа `char` требуется один байт. Если же значение указателя равно 100, но он имеет целочисленный тип, то результат его сложения с единицей будет составлять 104, так как для переменной типа `int` отводится четыре байта.

Эти операции применимы только к указателям одного типа и имеют смысл в основном при работе со структурными типами данных, например массивами.

Фактически получается, что значение указателя изменяется на величину `sizeof(тип)`. Если указатель на определенный тип увеличивается или уменьшается на константу, то его значение изменяется на величину этой константы, умноженную на размер объекта данного типа. Например:

```
//Объявление массива из 10 элементов.  
double mas[10]={1.29,3.23,7.98,5.54,8.32,2.48,7.1};  
double *p1;    //Объявление указателя на double  
p1=&mas[0];    //Присвоение указателю адреса  
                //нулевого элемента массива.  
p1=p1+3;       //Увеличение значения адреса на 3*8=24  
                //(размер типа double), в результате указатель  
                //сместится на три ячейки, размером double каждая.
```

Вычитание двух указателей определяет сколько переменных данного типа размещается между указанными ячейками. Разность двух

указателей это разность их значений, деленная на размер типа в байтах. Так разность указателей на третий и нулевой элементы массива равна трем, а на третий и девятый — шести. Суммирование двух указателей не допускается.

Операции *инкремента* и *декремента*, соответственно, увеличивают или уменьшают значение адреса:

```
double *p1;
float *p2;
int *i;
p1++; //Увеличение значения адреса на 8.
p2++; //Увеличение значения адреса на 4.
i++; //Увеличение значения адреса на 4.
```

К указателям так же применимы операции отношения `==`, `!=`, `<`, `>`, `<=`, `>=`. Иными словами указатели можно сравнивать. Например, если `i` указывает на пятый элемент массива, а `j` на первый, то отношение `i > j` истинно. Кроме того, любой указатель всегда можно сравнить на равенство с константой нулевого указателя (`NULL`)⁶. Однако, все эти утверждения верны, если речь идёт об указателях ссылающихся на один массив. В противном случае результат арифметических операций и операций отношения будет не определён.

2.7 Стандартные функции

В C++ определены *стандартные функции* над арифметическими операндами⁷. В таблице 2.8 приведены некоторые из них.

Таблица 2.8: Стандартные математические функции

Обозначение	Действие
<code>abs(x)</code>	Модуль целого числа x
<code>fabs(x)</code>	Модуль вещественного числа x
<code>sin(x)</code>	Синус числа x
<code>cos(x)</code>	Косинус числа x
<code>tan(x)</code>	Тангенс числа x
<code>atan(x)</code>	Арктангенс числа x , $x \in (-\frac{i\pi}{2}; \frac{i\pi}{2})$

⁶Константу нулевого указателя можно присвоить любому указателю и такой указатель при сравнении не будет равен любому реальному указателю.

⁷Работа с математическими функциями возможно только при подключении директивы `math.h` (п. 2.6)

Таблица 2.8 — продолжение

Обозначение	Действие
<code>acos(x)</code>	Арккосинус числа x
<code>asin(x)</code>	Арксинус числа x
<code>exp(x)</code>	Экспонента, e^x
<code>log(x)</code>	Натуральный логарифм, ($x > 0$)
<code>log10(x)</code>	Десятичный логарифм, ($x > 0$)
<code>sqrt(x)</code>	Корень квадратный, ($x > 0$)
<code>pow(x,y)</code>	Возведение числа x в степень y
<code>ceil(x)</code>	Округление числа x до ближайшего большего целого
<code>floor(x)</code>	Округление числа x до ближайшего меньшего целого

Примеры записи математических выражений с использованием встроенных функций представлены в таблице 2.9.

Таблица 2.9: Примеры записи математических выражений

Математическая запись	Запись на языке C++
$\sqrt[3]{(a+b)^2}$	<code>pow((a+b)*(a+b), 1./3)</code> или <code>pow(pow(a+b,2), 1./3)</code>
$\cos^4(x)$	<code>pow(cos(x), 4)</code>
e^{2x}	<code>exp(2*x)</code>
$e^{5 \sin(\frac{x}{2})}$	<code>exp(5*sin(x/2))</code>
$\sin^2(\sqrt{x})$	<code>pow(sin(sqrt(x)), 2)</code>
$\ln(x-2)$	<code>log(fabs(x-2))</code>
$\log_b a$	<code>log(a)/log(b)</code>
$\frac{\lg(x^2+1)}{\lg(4)}$	<code>log10(x*x+1)/log10(4)</code>
$\sin(x^2+y^2) + \cos\left(\frac{x^2+y^2}{2*y}\right) + \sqrt{x^2+y^2}$	<code>z=x*x+y*y;</code> <code>sin(z)+cos(z/(2*y))+sqrt(z);</code>

Определенную проблему представляет применение функции `pow(x,y)`. При программировании выражений, содержащих возведение в степень, надо внимательно проанализировать значения, которые могут принимать x и y , так как в некоторых случаях возведение x в степень y невыполнимо.

Так, ошибка возникает, если x — отрицательное число, а y — дробь. Предположим, что y — правильная дробь вида $\frac{k}{m}$. Если знаменатель m четный, это означает вычисление корня четной степени из отрицательного числа, а значит, операция не может быть выполнена. В противном случае, если знаменатель m нечетный, можно воспользоваться выражением $z = -\text{pow}(\text{fabs}(x), y)$. Например, вычисление кубического корня из вещественного числа можно представить командой:

```
z=(x<0) ? -pow(fabs(x),(double) 1/3) : pow(x,(double) 1/3);
```

2.8 Структура программы

Программа на языке C++ состоит из *функций*, *описаний* и *директив процессора*.

Одна из функций должна обязательно носить имя `main`. Элементарное описание функции имеет вид:

```
тип_результата имя_функции (параметры)
{
    оператор1;
    оператор2;
    ...
    операторN;
}
```

Здесь, `тип_результата` — это тип того значения, которое функция должна вычислить (если функция не должна возвращать значение, указывается тип `void`), `имя_функции` — имя, с которым можно обращаться к этой функции, `параметры` — список аргументов функции (может отсутствовать), `оператор1`, `оператор2`, ..., `операторN` — операторы, представляющие тело функции, они обязательно заключаются в фигурные скобки и каждый оператор заканчивается точкой с запятой. Как правило программа на C++ состоит из одной или нескольких, не вложенных друг в друга функций.

Основному тексту программы предшествуют *директивы препроцессора* предназначенные для *подключения библиотек*, которые в общем виде выглядят так:

```
#include <имя_файла>
```

Каждая такая строка дает компилятору команду присоединить программный код, который хранится в отдельном файле с расширением `.h`. Такие файлы называют *файлами заголовков*. С их помощью можно выполнять ввод-вывод данных, работать с математическими

функциями, преобразовывать данные, распределять память и многое другое. Например, описание стандартных математических функций находится в заголовочном файле `math.h`.

Общую структуру программы на языке C++ можно записать следующим образом:

```

директивы процессора
описание глобальных переменных
тип_результата main(параметры)
{
описание переменных главной функции;
    операторы главной функции;
}

тип_результата имя1(параметры1)
{
описание переменных функции имя1;
    операторы1;
}

тип_результата имя2(параметры2)
{
описание переменных функции имя2;
    операторы2;
}

.....

тип_результата имяN(параметрыN)
{
описание переменных функции имяN;
    операторыN;
}

```

По месту объявления переменные в языке Си можно разделить на три класса: локальные, глобальные и формальные параметры функции.

Локальные переменные объявляются внутри функции и доступны только в ней. Например:

```

int main()
{
//В функции main определена вещественная переменная s ,
    float s ;
    s = 4.5;    //и ей присвоено значение 4.5.
}
int f1 ()
{
//В функции f1 описана другая переменная s ,

```

```
    int s;  
    s=6;    //ей присвоено значение 6.  
}  
int f2()  
{  
    //В функции f2 определена еще одна переменная s,  
    long int s;  
    s=25;    //ей присвоено значение 25.  
}
```

Глобальные переменные описываются до всех функций и доступны из любого места программы. Например:

```
float s;    //Определена глобальная переменная s.  
int main()  
{  
    //В главной функции переменной s присваивается значение 4.5.  
    s=4.5;  
}  
int f1()  
{  
    //В функции f1 переменной s присваивается значение 6.  
    s=6;  
}  
int f2()  
{  
    //В функции f2 переменной s присваивается значение 2.1.  
    s=2.1;
```

Формальные параметры функций описываются в списке параметров функции. Работа с функциями подробно описана в главе 4.

2.9 Ввод и вывод данных

Ввод-вывод данных в языке C++ осуществляется либо с помощью функций ввода-вывода в стиле C, либо с использованием библиотеки классов C++. Преимущество объектов C++ в том, что они легче в использовании, особенно если ввод-вывод достаточно простой. Функции ввода-вывода унаследованные от C более громоздкие, но более гибко управляют форматированным выводом данных.

Функция

`printf(строка форматов, список выводимых переменных);`

выполняет форматированный *вывод переменных*, указанных в списке, в соответствии со строкой форматов.

Функция

`scanf(строка форматов, список адресов вводимых переменных);`

выполняет *ввод переменных*, адреса которых указаны в списке, в соответствии со строкой форматов.

Строка форматов содержит символы, которые будут выводиться на экран или запрашиваться с клавиатуры и так называемые спецификации. *Спецификации* это строки, которые начинаются символом % и выполняют управление форматированием:

% флаг ширина . точность модификатор тип

Параметры **флаг**, **ширина**, **точность** и **модификатор** в спецификациях могут отсутствовать. Значения параметров спецификаций приведены в таблице 2.10.

Таблица 2.10: Символы управления

Параметр	Назначение
Флаги	
-	Выравнивание числа влево. Правая сторона дополняется пробелами. По умолчанию выравнивание вправо.
+	Перед числом выводится знак «+» или «-»
Пробел	Перед положительным числом выводится пробел, перед отрицательным «-»
#	Выводится код системы счисления: 0 — перед восьмеричным числом, 0x (0X) перед шестнадцатеричным числом.
Ширина	
n	Ширина поля вывода. Если n позиций недостаточно, то поле вывода расширяется до минимально необходимого. Незаполненные позиции заполняются пробелами.
0n	То же, что и n, но незаполненные позиции заполняются нулями.
Точность	
ничего	Точность по умолчанию
n	Для типов e, E, f выводить n знаков после десятичной точки
Модификатор	
h	Для d, i, o, u, x, X тип short int.
l	Для d, i, o, u, x, X тип long int.
Тип	

Таблица 2.10 — продолжение

Параметр	Назначение
c	При вводе символьный тип <code>char</code> , при выводе один байт.
d	Десятичное <code>int</code> со знаком.
i	Десятичное <code>int</code> со знаком.
o	Восьмеричное <code>int unsigned</code> .
u	Десятичное <code>int unsigned</code> .
x, X	Шестнадцатеричное <code>int unsigned</code> , при <code>x</code> используются символы <code>a-f</code> , при <code>X</code> — <code>A - F</code> .
f	Значение со знаком вида <code>[-]dddd.dddd</code> .
e	Значение со знаком вида <code>[-]d.dddde[+ -]ddd</code> .
E	Значение со знаком вида <code>[-]d.ddddE[+ -]ddd</code> .
g	Значение со знаком типа <code>e</code> или <code>f</code> в зависимости от значения и точности.
G	Значение со знаком типа <code>e</code> или <code>F</code> в зависимости от значения и точности.
s	Строка символов.

Кроме того, строка форматов может содержать некоторые специальные символы, которые приведены в таблице 2.11.

Таблица 2.11: Специальные символы

Символ	Назначение
<code>\b</code>	Сдвиг текущей позиции влево.
<code>\n</code>	Перевод строки.
<code>\r</code>	Перевод в начало строки, не переходя на новую строку.
<code>\t</code>	Горизонтальная табуляция.
<code>\'</code>	Символ одинарной кавычки.
<code>\''</code>	Символ двойной кавычки.
<code>\?</code>	Символ ?

Первой строкой программы, в которой будут применяться функции ввода-вывода языка `C`, должна быть директива `#include <stdio.h>`. Заголовочный файл `stdio.h` содержит описание функций ввода-вывода.

Рассмотрим работу функций на примере следующей задачи.

Задача 2.2. Зная a , b , c — длины сторон треугольника, вычислить площадь S и периметр P этого треугольника.

Входные данные: a , b , c . Выходные данные: S , P .

Для вычисления площади применим формулу Герона:

$S = \sqrt{r \cdot (r - a) \cdot (r - b) \cdot (r - c)}$, где $r = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр.

Далее приведены две программы для решения данной задачи и результаты их работы (рис. 2.7–2.8). Сравните работу функций `printf` и `scanf` в этих программах.

```
//ЗАДАЧА 2.2 Вариант первый
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
using namespace std;
int main()
{
    float a,b,c,S,r; //Описание переменных.
    printf("a="); //Вывод на экран символов a=.
    //В функции scanf для вычисления адреса
    //переменной применяется операция &.
    scanf("%f",&a); //Запись в переменную a значения
    //введенного с клавиатуры.
    printf("b="); //Вывод на экран символов b=.
    scanf("%f",&b); //Запись в переменную b значения
    //введенного с клавиатуры.
    printf("c="); //Вывод на экран символов c=
    scanf("%f",&c); //Запись в переменную c значения
    //введенного с клавиатуры.
    r=(a+b+c)/2; //Вычисление полупериметра.
    S=sqrt(r*(r-a)*(r-b)*(r-c)); //Вычисление площади треугольника.
    printf("S=%5.2f \t",S); //Вывод символов S=,
    //значения S и символа
    //табуляции \t.
    //Спецификация %5.2f
    //означает, что будет
    //выведено вещественное
    //число из пяти знаков,
    //два из которых после точки.
    printf("p=%5.2f \n",2*r); //Вывод символов p=,
    //значения выражения 2*r
    //и символа окончания строки.
    //Оператор printf("S=%5.2f \t p=%5.2f \n",S,2*r);
    //выдаст тот же результат.
    return 0;
}
```

//ЗАДАЧА 2.2. Вариант второй

```
#include <iostream>
```

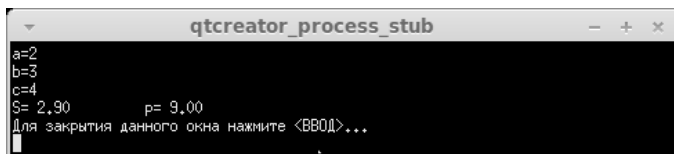


Рис. 2.7. Результаты работы программы к задаче 2.2 (вариант 1)

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
using namespace std;
int main()
{
    float a,b,c,S,r;
    printf("Vvedite a, b, c \n"); //Вывод на экран строки символов.
    scanf("%f%f%f",&a,&b,&c); //Ввод значений.
    r=(a+b+c)/2;
    S=sqrt(r*(r-a)*(r-b)*(r-c));
    printf("S=%5.2f \t p=%5.2f \n",S,2*r); //Вывод результатов.
    return 0;
}
```

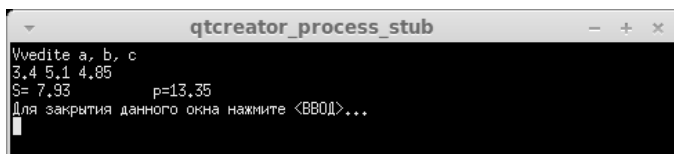


Рис. 2.8. Результаты работы программы к задаче 2.2 (вариант 2)

2.9.1 Объектно-ориентированные средства ввода-вывода.

Описание объектов для управления вводом-выводом содержится в заголовочном файле `iostream`. При подключении этого файла с помощью директивы `#include <iostream>` в программе автоматически создаются *объекты-поток*⁸ `cin` для ввода с клавиатуры и `cout` для

⁸Поток — виртуальный канал связи, создаваемый в программе для передачи данных

вывода на экран, а так же операции помещения в поток << и чтения из потока >>.

Итак, с помощью объекта `cin` и операции >> можно ввести значение любой переменной. Например, если переменная `i` описана как целочисленная, то команда `cin>> i;` означает, что в переменную `i` будет записано некое целое число, введенное с клавиатуры. Если нужно ввести несколько переменных, следует написать `cin>>x>>y>>z;`.

Объект `cout` и операция << позволяют вывести на экран значение любой переменной или текст. Текст необходимо заключать в двойные кавычки, кроме того, допустимо применение специальных символов `\t` и `\n` (таблица 2.11). Запись `cout<<i;` означает вывод на экран значения переменной `i`. А команда `cout<<x<<"\t"<<y;` выведет на экран значения переменных `x` и `y` разделенные символом табуляции.

Задача 2.3. Дано трехзначное число. Записать его цифры в обратном порядке и вывести на экран новое число.

Разберем решение данной задачи на конкретном примере. Здесь будут использоваться операции целочисленной арифметики.

Пусть $P=456$. Вычисление остатка от деления числа P на 10 даст его последнюю цифру (количество единиц в числе P): $456 \% 10 = 6$.

Операция деления нацело числа P на 10 позволит уменьшить количество разрядов и число станет двузначным:

$$456 / 10 = 45.$$

Остаток от деления полученного числа на 10 будет следующей цифрой числа P (количество десятков в числе P):

$$45 \% 10 = 5.$$

Последнюю цифру числа P (количество сотен) можно найти так:

$$456 / 100 = 4.$$

Так как в задаче требовалось записать цифры числа P в обратном порядке, значит в новом числе будет 6 сотен, 5 десятков и 4 единицы:

$$S = 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 4 = 654.$$

Далее приведен текст программы, реализующей данную задачу для любого трехзначного числа.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char *argv[])
{
    unsigned int P, S; //Определение целочисленных
                       //переменных без знака.
    cout<<"P=";       //Вывод на экран символов P=.
    cin>>P;            //Ввод заданного числа P.
    S=P%10*100+P/10%10*10+P/100; //Вычисление нового числа S.
```

```
cout<<"S="<<S<<endl;           //Вывод на экран символов S=
//и значения переменной S.
return 0;
}
```

Задача 2.4. Пусть целочисленная переменная *i* и вещественная переменная *d* вводятся с клавиатуры. Определить размер памяти, отведенной для хранения этих переменных и их суммы, в байтах. Вычислить сколько памяти будет выделено для хранения строки **С Новым Годом!**. Вывести на экран размеры различных типов данных языка C++ в байтах.

Далее приведён текст программы.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int i;           //Определение целочисленной переменной.
    double d;        //Определение вещественной переменной.

    cout<<"i= "; cin>>i; //Ввод переменной i.
    cout<<"d= "; cin>>d; //Ввод переменной d.
    //Размер памяти, отведенной под переменную i.
    cout<<"Размер i: "<<sizeof i<<"\n";
    //Размер памяти, отведенной под переменную d.
    cout<<"Размер d: "<<sizeof d<<"\n";
    //Размер памяти, отведенной под значение выражения i+d.
    cout<<"Размер i+d: "<<sizeof (i+d)<<"\n";
    cout<<"Размер строки <С Новым Годом!>:";
    //Размер памяти, отведенной под строку.
    cout<<sizeof "С Новым годом!"<<"\n";
    //Вычисление размеров различных типов данных:
    cout<<"Размер char: "<<sizeof (char)<<"\n";
    cout<<"Размер int: "<<sizeof (int)<<"\n";
    cout<<"Размер short int: "<<sizeof (short int)<<"\n";
    cout<<"Размер long int: "<<sizeof (long int)<<"\n";
    cout<<"Размер long long int:";
    cout<<sizeof (long long int)<<"\n";
    cout<<"Размер float: "<<sizeof (float)<<"\n";
    cout<<"Размер double: "<<sizeof (double)<<"\n";
    cout<<"Размер long double: "<<sizeof (long double)<<"\n";
    return 0;
}
```

Результаты работы программы⁹

⁹Обратите внимание, что при использовании кодировки utf-16 один кириллический символ занимает в памяти 2 байта.

```
i= 23
d= 45.76
Размер i: 4
Размер d: 8
Размер i+d: 8
Размер <С Новым годом!>:26
Размер char: 1
Размер int: 4
Размер short int: 2
Размер long int: 4
Размер long long int:8
Размер float: 4
Размер double: 8
Размер long double: 12
```

2.10 Задачи для самостоятельного решения

2.10.1 Ввод-вывод данных. Операция присваивания.

Разработать программу на языке C++. Все входные и выходные данные в задачах — *вещественные числа*. Для ввода и вывода данных использовать функции `scanf` и `printf`.

1. Даны катеты прямоугольного треугольника a и b . Найти гипотенузу c и углы треугольника α , β , χ .
2. Известна гипотенуза c и прилежащий угол α прямоугольного треугольника. Найти площадь треугольника S и угол β .
3. Известна диагональ квадрата d . Вычислить площадь S и периметр P квадрата.
4. Дан диаметр окружности d . Найти ее длину L и площадь круга S .
5. Даны три числа — a , b , c . Найти их среднее арифметическое и среднее геометрическое.
6. Даны катеты прямоугольного треугольника a и b . Найти его гипотенузу c и периметр P .
7. Дан длина окружности L . Найти ее радиус R и площадь круга S .
8. Даны два ненулевых числа a и b . Найти сумму S , разность R , произведение P и частное d их квадратов.
9. Поменять местами содержимое переменных A и B и вывести новые значения A и B .
10. Точки A и B заданы координатами на плоскости: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$. Найти длину отрезка AB .

11. Заданы два катета прямоугольного треугольника a и b . Вычислить его площадь S и периметр P .
12. Даны переменные A, B, C . Изменить их значения, переместив содержимое A в B , B — в C , C — в A , и вывести новые значения переменных A, B, C .
13. Известна диагональ ромба d . Вычислить его площадь S и периметр P .
14. Найти значение функции $y = 4 \cdot (x + 1)^3 + 5 \cdot (x - 1)^5 + 2$ и ее производной при заданном значении x .
15. Даны два ненулевых числа a и b . Найти сумму S , разность R , произведение P и частное D их модулей.
16. Известны координаты вершин квадрата $ABCD$: $A(x_1, y_1)$ и $C(x_2, y_2)$. Найти его площадь S и периметр P .
17. Даны длины сторон прямоугольника a и b . Найти его площадь S и периметр P .
18. Известно значение периметра P равностороннего треугольника. Вычислить его площадь S .
19. Задан периметр квадрата P . Вычислить сторону квадрата a , диагональ d и площадь S .
20. Дана сторона квадрата a . Вычислить периметр квадрата P , его площадь S и длину диагонали d .
21. Три точки заданы координатами на плоскости: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ и $C(x_3, y_3)$. Найти длины отрезков AB и BC .
22. Даны переменные A, B, C . Изменить их значения, переместив содержимое A в C , C — в B , B — в A , и вывести новые значения переменных A, B, C .
23. Даны числа a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 . Найти их среднее арифметическое и среднее геометрическое значения.
24. Найти значение функции $y = \frac{3}{2} \cdot (x + 3)^4 - \frac{1}{5} \cdot (x - 1)^5$ и ее производной при заданном значении x .
25. Точки A и B заданы координатами в пространстве: $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$. Найти длину отрезка AB .

2.10.2 Операции целочисленной арифметики.

Разработать программу на языке C++. Все входные данные в задачах — целые числа. Для ввода и вывода данных использовать объектно-ориентированные средства ввода-вывода.

1. Расстояние L задано в сантиметрах. Найти количество полных метров в нем и остаток в сантиметрах.

2. Масса M задана в килограммах. Найти количество полных тонн в ней и остаток в килограммах.
3. Дан размер файла B в байтах. Найти количество полных килобайтов, которые занимает данный файл и остаток в байтах.
4. Дано двузначное число. Вывести на экран количество десятков и единиц в нем.
5. Дано двузначное число. Найти сумму его цифр.
6. Дано двузначное число. Найти произведение его цифр.
7. Дано двузначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр исходного числа.
8. Дано трехзначное число. Определить сколько в нем единиц, десятков и сотен.
9. Дано трехзначное число. Найти сумму его цифр.
10. Дано трехзначное число. Найти произведение его цифр.
11. Дано трехзначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр сотен и десятков исходного числа.
12. Дано трехзначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр сотен и единиц исходного числа.
13. Дано трехзначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр десятков и единиц исходного числа.
14. С начала суток прошло N секунд. Найти количество полных минут, прошедших с начала суток и остаток в секндах.
15. С начала суток прошло N секунд. Найти количество полных часов, прошедших с начала суток и остаток в секндах.
16. Дано двузначное число $\alpha \leq 88$. Вывести на экран число, которое получится если каждую цифру числа α увеличить на единицу.
17. Дано двузначное число $\alpha \geq 22$. Вывести на экран число, которое получится если каждую цифру числа α уменьшить на единицу.
18. Расстояние L задано в метрах. Найти количество полных километров в нем и остаток в метрах.
19. Масса M задана в граммах. Найти количество полных килограммов в ней и остаток в граммах.
20. Размер файла B дан в килобайтах. Найти количество полных мегабайтов, которые занимает данный файл и остаток в килобайтах.
21. Расстояние L задано в дециметрах. Найти количество полных метров в нем и остаток в сантиметрах.
22. С начала года прошло K дней. Найти количество полных недель, прошедших с начала года и осток в днях.
23. С начала года прошло K часов. Найти количество полных дней, прошедших с начала года и осток в часах.

24. Дано двузначное число $a \leq 44$. Вывести на экран число, которое получится если удвоить каждую цифру числа a .
25. Дано двузначное число $a \geq 22$. Вывести на экран число, которое получится если каждую цифру числа a уменьшить вдвое.

2.10.3 Встроенные математические функции

Разработать программу на языке C++. Все входные и выходные данные в задачах — *вещественные числа*. Для ввода и вывода данных использовать функции `scanf` и `printf`.

Вычислить значение выражения $y = f(x)$ при заданном значении x . Варианты заданий представлены в таблице 2.12.

Таблица 2.12: Задачи для самостоятельного решения

№	Выражение $f(x)$
1	$\sqrt[7]{x^2 + 2.7 \cdot \pi \cdot \cos \sqrt{ x^3 }} - 2 + e^x$
2	$\operatorname{tg}^4 x + \sin^2 \frac{\pi}{x} - e^{2x^2 + 3.6x - 1}$
3	$ x^4 - \cos x - \sqrt[9]{1 + \sqrt{x^6}} + \sin^3 \frac{\pi}{e^x + 1}$
4	$\log_4 e^x - 4 - \sqrt[7]{\left \frac{2 \cdot x}{3.21 + \cos^2 \frac{\pi}{7}} \right }$
5	$\sqrt[3]{\sqrt{ x }} + \operatorname{ctg}^2 x + \frac{e^x}{2 \cdot \pi} - x^3 $
6	$x^5 + \log_3^2(3x^2 + 5) + \sqrt[9]{(\pi - 6x^2)^2}$
7	$\frac{1 - \log x - \cos(2x - \pi) }{6 + x^{4x-1}} + \sqrt[5]{x^3}$
8	$e^{x + \frac{\pi}{3}} + \sqrt[3]{\operatorname{tg} \left \frac{x^5}{x^2 + 13.22} \right } + \cos^3 x$
9	$x^{1 + \frac{3 \cdot \pi}{4}} - 3x^3 - \sqrt[5]{(x + 1)^4 + \lg \left \frac{x}{x + 1} \right }$
10	$\sqrt[5]{x^3 + \cos \sqrt{ x^3 }} + \frac{e^x}{\cos(3 \cdot x + \frac{\pi}{15})}$
11	$e^{2x} + \sqrt[5]{\operatorname{ctg} \frac{(x - \pi)^9}{x^4 + 3.4}} + \sin^2 6.2x$
12	$\sqrt[5]{(x + \operatorname{tga})^2} - \frac{1 - \ln e^x + \cos \frac{\pi}{8} }{2}$

Таблица 2.12 — продолжение

№	Выражение $f(x)$
13	$\log(e^x + 27) - \sqrt{\left x^3 + \frac{\sqrt[5]{x^7} + 14}{\sin 5x + 5.1 \cdot \pi} \right }$
14	$\ln \cos(x - 2 \cdot \pi) - \sqrt[3]{1 + \frac{e^x}{\sin x - 3}}$
15	$\sqrt{\left x^3 + \frac{\sqrt[3]{x^4} - 1}{\sin x + \pi + e^x} \right }$
16	$\sqrt[3]{\frac{1 + 3 \cdot \pi}{1 + x^2}} + \arctg^2 x^3 $
17	$\tg^2 x + 3^{2x^2 - e^x} + \frac{\sqrt[7]{x^2}}{\cos^2 \pi x}$
18	$x^4 - \sqrt[5]{\pi - \sqrt{ x^3 }} + \sin^2 \frac{x}{x^2 + 1}$
19	$\log(e^x + 6) - \sqrt[3]{(x - 4)^2 + 1.47 \sin \sqrt{ \pi \cdot x }}$
20	$\frac{x^5}{\sin x - 7 } + \log^2(x^2 + 2.5) - \sqrt[3]{(\pi - 6.1x^2)^2}$
21	$\ctg^2 \frac{x \cdot \pi}{3} - \left(\sqrt{ x } - 3.4 \right)^{x^2 - 10} + \ln(x^2 + 3)$
22	$\log_5 x^3 - e^x - \sqrt[3]{\frac{2x}{\cos(x + 1.23 \cdot \pi)}}$
23	$\left \cos \frac{\pi}{7} - e^x \right - \sqrt[7]{2 + \sqrt{x^5}} + \ln \frac{x^4 + 1}{6}$
24	$\log(x^2 + 2) - \sin^2 x + \sqrt[5]{2 - \sqrt{ x }} + \sin \frac{\pi}{e^x + 1}$
25	$\log_2 e^x - \cos \frac{x}{\pi} + \sqrt[3]{\frac{ tg(2x) }{2.6 + x^2 + x^3}}$

Глава 3

Операторы управления

В этой главе описаны основные операторы языка C++: условный оператор `if`, оператор выбора `switch`, операторы цикла `while`, `do...while` и `for`. Изложена методика составления алгоритмов с помощью блок-схем. Приводится большое количество примеров составления программ различной сложности.

3.1 Основные конструкции алгоритма

При разработке простейших программ несложно перейти от словесного описания к написанию программы. Однако большинство реально разрабатываемых программ довольно сложные и созданию программы предшествует разработка алгоритма¹. *Алгоритм* — это чёткое описание последовательности действий, которые необходимо выполнить, для того чтобы при соответствующих исходных данных получить требуемый результат. Одним из способов представления алгоритма является *блок-схема*. При составлении блок-схемы все этапы решения задачи изображаются с помощью различных геометрических фигур. Эти фигуры называют блоками и, как правило, сопровождают надписями. Последовательность выполнения этапов указывают при помощи стрелок, соединяющих эти блоки. Типичные этапы решения задачи изображаются следующими геометрическими фигурами:

- блок начала-конца (рис. 3.1). Надпись внутри блока: «начало» («конец»);

¹От *algorithmi*, *algorismus*, первоначально латинская транслитерация имени математика аль-Хорезми.

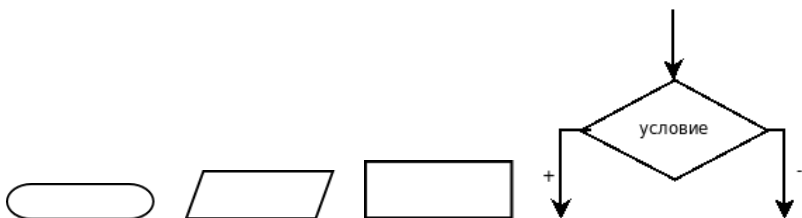


Рис. 3.1.
Блок начала-
конца алго-
ритма

Рис. 3.2.
Блок ввода-
вывода
данных

Рис. 3.3.
Арифметичес-
кий блок

Рис. 3.4. Условный блок

- блок ввода-вывода данных (рис. 3.2). Надпись внутри блока: ввод (вывод или печать) и список вводимых (выводимых) переменных;
- блок решения или арифметический (рис. 3.3). Внутри блока записывается действие, вычислительная операция или группа операций;
- условный блок (рис. 3.4). Логическое условие записывается внутри блока. В результате проверки условия осуществляется выбор одного из возможных путей (ветвей) вычислительного процесса.

Рассмотренные блоки позволяют описать три *основные конструкции алгоритма*: линейный процесс, разветвляющийся процесс и циклический процесс.

Линейный процесс это конструкция, представляющая собой последовательное выполнение двух или более операторов (рис. 3.5). *Разветвляющийся процесс* задает выполнение одного или другого оператора в зависимости от выполнения условия (рис. 3.6). *Циклический процесс* задает многократное выполнение оператора или группы операторов (рис. 3.7).

Не трудно заметить, что каждая из основных конструкций алгоритма имеет один вход и один выход. Это позволяет вкладывать конструкции друг в друга произвольным образом и составлять алгоритмы для решения задач любой сложности.

Одним из важных понятий при написании программ на C(C++) является понятие составного оператора.

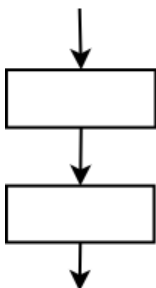


Рис. 3.5. Линейный процесс

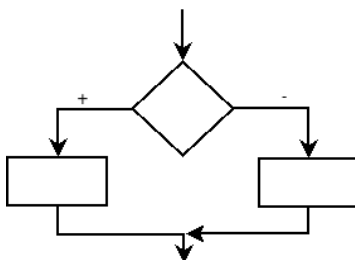


Рис. 3.6. Разветвляющийся процесс

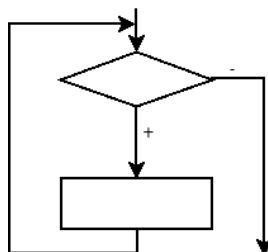


Рис. 3.7. Циклический процесс

3.2 Составной оператор

Составной оператор — это группа операторов, отделенных друг от друга точкой с запятой, начинающихся с открывающей фигурной скобки { и заканчивающихся закрывающей фигурной скобкой }:

```
{
    оператор_1;
    ...
    оператор_n;
}
```

Транслятор воспринимает составной оператор как одно целое.

Рассмотрим операторы языка C++, реализующие основные конструкции алгоритма.

3.3 Условные операторы

Одна из основных конструкций алгоритма — *разветвляющийся процесс*. Он реализован в языке C++ двумя условными операторами: `if` и `switch`. Рассмотрим каждый из них.

3.3.1 Условный оператор

При решении большинства задач порядок вычислений зависит от определенных условий, например, от исходных данных или от промежуточных результатов, полученных на предыдущих шагах программы. Для организации вычислений в зависимости от какого-либо усло-

вия в C++ предусмотрен *условный оператор* `if`, который в общем виде записывается следующим образом:

```
if (условие) оператор_1; else оператор_2;
```

где *условие* это логическое (или целое) выражение, переменная или константа.

Работает условный оператор следующим образом. Сначала вычисляется значение выражения, записанного в виде условия. Если оно не равно нулю, т.е. имеет значение истина (`true`), выполняется `оператор_1`. В противном случае, когда выражение равно нулю, т.е. имеет значение ложь (`false`), то — `оператор_2`. Алгоритм, который реализован в условном операторе `if`, представлен на рис. 3.8.

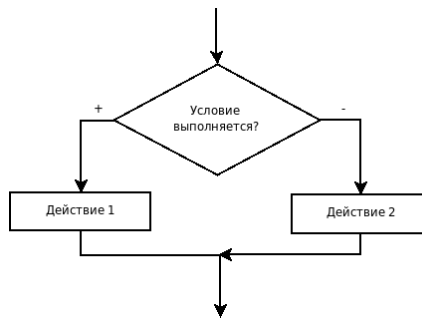


Рис. 3.8. Алгоритм условного оператора `if ... else`

Например, чтобы сравнить значения переменных `a` и `b` нужно написать следующий программный код:

```
cin>>a; cin>>b;
if (a==b) cout<<"a равно b";
else cout<<"a не равно b";
```

Внимание! Не путайте знак проверки равенства `==` и оператор присваивания `=`. Например, в записи `if (a=0) b=1;` синтаксической ошибки нет. Операция присваивания `a=0` формирует результат и его значение проверяется в качестве условия. В данном примере присваивание `b=1` не будет выполнено никогда, так как переменная `a` всегда будет принимать значение равное нулю, то есть ложь. Верная запись: `if (a==0) b=1;`

Внимание! Если в задаче требуется, чтобы в зависимости от значения условия выполнялся не один оператор, а несколько, их необхо-

можно заключать в фигурные скобки, как составной оператор. В этом случае компилятор воспримет группу операторов как один:

```
if (условие)
{
    оператор_1;
    оператор_2;
    ...
}
else
{
    оператор_3;
    оператор_4;
    ...
}
```

Альтернативная ветвь **else** в условном операторе может отсутствовать, если в ней нет необходимости:

```
if (условие) оператор;
```

или

```
if (условие)
{
    оператор_1;
    оператор_2;
    ...
}
```

В таком «усеченном» виде условный оператор работает так: **оператор** (группа операторов) либо выполняется, либо пропускается, в зависимости от значения выражения представляющего условие. Алгоритм этого условного процесса представлен на рис. 3.9.

Пример применения условного оператора, без альтернативной ветви **else** может быть таким:

```
if (условие)
cin>>a; cin>>b;
c=0;
//Значение переменной c изменяется
//только при условии, что a не равно b
if (a!=b) c=a+b;
cout<<"c="<<c;
```

Условные операторы могут быть вложены друг в друга. При вложениях условных операторов всегда действует правило: альтернатива **else** считается принадлежащей ближайшему **if**. Например, в записи

```
if (условие_1) if (условие_2) оператор_А; else оператор_Б;
```

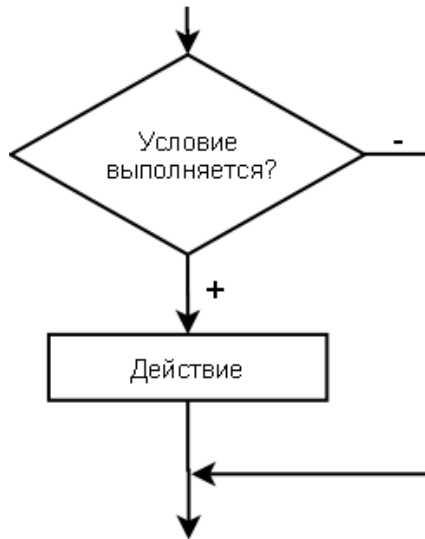


Рис. 3.9. Алгоритм условного оператора if

оператор_Б относится к условию_2, а в конструкции
 if (условие_1) {if (условие_2) оператор_А;}
 else оператор_Б;
 он принадлежит оператору if с условием_1.

Рассмотрим несколько задач с применением условных процессов.

Задача 3.1. Дано вещественное число x . Для функции, график которой приведен на рис. 3.10 вычислить $y = f(x)$.

Аналитически функцию представленную на рис. 3.10 можно записать так:

$$y(x) = \begin{cases} 4, & x \leq -2 \\ 1, & x \geq 1 \\ x^2, & -2 < x < 1 \end{cases}$$

Составим словесный алгоритм решения этой задачи:

1. Начало алгоритма.
2. Ввод числа x (аргумент функции).
3. Если значение x меньше либо равно -2, то переход к п. 4, иначе переход к п. 5.

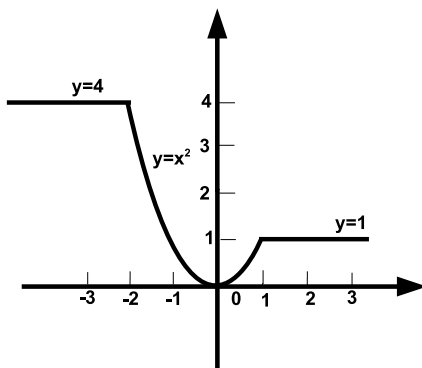


Рис. 3.10. Графическое представление задачи 3.1

4. Вычисление значения функции: $y = 4$, переход к п. 8.
5. Если значение x больше либо равно 1, то переход к п. 6, иначе переход к п. 7.
6. Вычисление значения функции: $y = 1$, переход к п. 8.
7. Вычисление значения функции: $y = x^2$.
8. Вывод значений аргумента x и функции y .
9. Конец алгоритма.

Блок-схема соответствующая описанному алгоритму представлена на рис. 3.11.

Текст программы на языке C++ будет иметь вид:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float X,Y;
    cout<<"X="; cin>>X;
    if (X<=-2) Y=4;
    else if (X>=1) Y=1;
    else Y=X*X;
    cout <<"Y=" <<Y<< endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.2. Даны вещественные числа x и y . Определить принадлежит ли точка с координатами $(x; y)$ заштрихованной области (рис. 3.12).

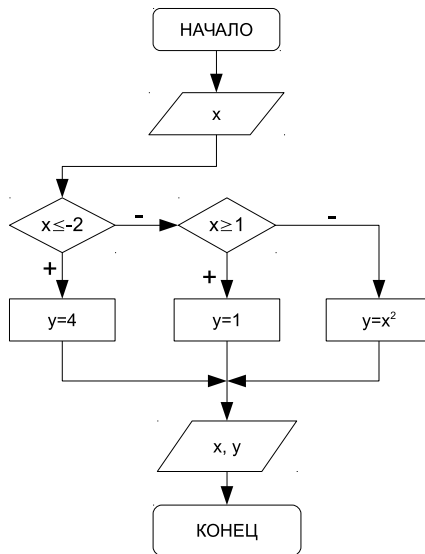


Рис. 3.11. Блок-схема алгоритма решения задачи 3.1

Как показано на рис. 3.12 плоскость ограничена линиями $x = -1$, $x = 3$, $y = -2$ и $y = 4$. Значит точка с координатами $(x; y)$ будет принадлежать этой плоскости, если будут выполняться следующие условия: $x \geq -1$, $x \leq 3$, $y \geq -2$ и $y \leq 4$. Иначе точка лежит за пределами плоскости.

Блок-схема, описывающая алгоритм решения данной задачи представлена на рис. 3.13.

Текст программы к задаче 3.2:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{float X,Y;
cout<<"X="; cin>>X;
cout<<"Y="; cin>>Y;
if (X>=-1 && X<=3 && Y>=-2 && Y<=4)
    cout <<"Точка принадлежит плоскости"<< endl;
else
    cout<<"Точка не принадлежит плоскости"<<endl;
return 0;
}

```

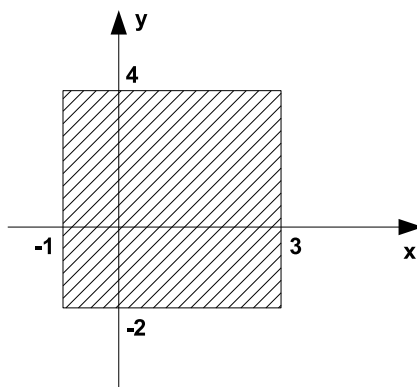


Рис. 3.12. Графическое представление задачи 3.2

Задача 3.3. Даны вещественные числа x и y . Определить принадлежит ли точка с координатами $(x; y)$ заштрихованной области (рис. 3.14).

Составим уравнения линий, ограничивающих заданные плоскости. В общем виде уравнение прямой проходящей через точки с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) имеет вид:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Треугольник в первой координатной области ограничен линиями, проходящими через точки:

1. $(0, 1) - (4, 3)$;
2. $(4, 3) - (5, 1)$;
3. $(5, 1) - (0, 1)$.

Следовательно, уравнение первой линии

$$\frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{y - 1}{3 - 1} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y - 1}{2} \Rightarrow y = 1 + \frac{1}{2} \cdot x,$$

уравнение второй линии

$$\frac{x - 4}{5 - 4} = \frac{y - 3}{1 - 3} \Rightarrow x - 4 = \frac{y - 3}{-2} \Rightarrow -2 \cdot x + 8 = y - 3 \Rightarrow y = -2 \cdot x + 11$$

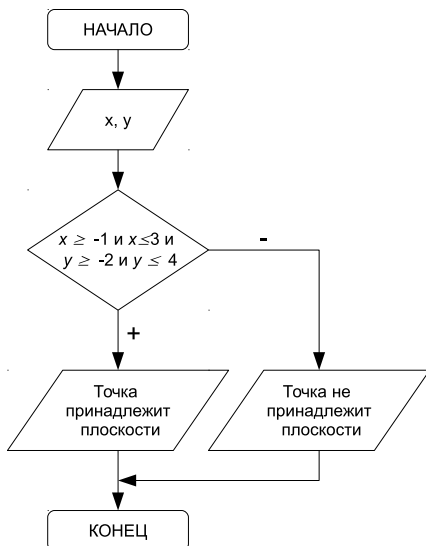


Рис. 3.13. Алгоритм решения задачи 3.2

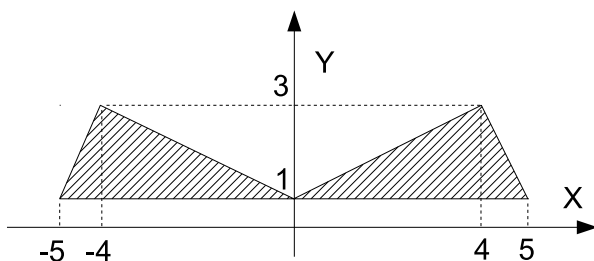


Рис. 3.14. Графическое представление задачи 3.3

и уравнение третьей линии $y = 1$.

Линии, которые формируют треугольник во второй координатной области, проходят через точки:

1. $(0, 1) - (-4, 3)$;
2. $(-4, 3) - (-5, 1)$;
3. $(-5, 1) - (0, 1)$;

Следовательно, уравнение первой линии

$$\frac{x-0}{-4-0} = \frac{y-1}{3-1} \Rightarrow \frac{x}{-4} = \frac{y-1}{2} \Rightarrow y = 1 - \frac{1}{2} \cdot x,$$

уравнение второй линии

$$\frac{x+4}{-5+4} = \frac{y-3}{1-3} \Rightarrow \frac{x+4}{-1} = \frac{y-3}{-2} \Rightarrow -2 \cdot x - 8 = -y + 3 \Rightarrow y = 2 \cdot x + 11$$

и уравнение третьей линии $y = 1$.

Таким образом, условие попадания точки в заштрихованную часть плоскости имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} y \leq 1 + \frac{1}{2} \cdot x \\ y \leq -2 \cdot x + 11 \\ y \geq 1 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \leq 1 - \frac{1}{2} \cdot x \\ y \leq 2 \cdot x + 11 \\ y \geq 1 \end{array} \right. .$$

Далее приведен текст программы для решения задачи 3.3.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float X,Y;
    cout<<"X="; cin>>X;
    cout<<"Y="; cin>>Y;
    if ((Y<=1+(float)1/2*X && Y<=-2*X+11 && Y>=1) ||
        (Y<=1-(float)1/2*X && Y<=2*X+11 && Y>=1))
        cout <<"Точка принадлежит плоскости"<< endl;
    else
        cout<<"Точка принадлежит плоскости"<<endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.4. Написать программу решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Исходные данные: вещественные числа a , b и c — коэффициенты квадратного уравнения.

Результаты работы программы: вещественные числа x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения либо сообщение о том, что корней нет.

Вспомогательные переменные: вещественная переменная d , в которой будет храниться дискриминант квадратного уравнения.

Составим словесный алгоритм решения этой задачи.

1. Начало алгоритма
2. Ввод числовых значений переменных a , b и c .

3. Вычисление значения дискриминанта d по формуле $d = b^2 - 4ac$
4. Если $d < 0$, то переход к п.5, иначе переход к п.6.
5. Вывод сообщения "Корней нет" и переход к п.8.
6. Вычисление корней $x1 = \frac{-b+\sqrt{d}}{2a}$ и $x2 = \frac{-b-\sqrt{d}}{2a}$.
7. Вывод значений $x1$ и $x2$ на экран
8. Конец алгоритма.

Блок-схема, соответствующая этому описанию представлена на рис. 3.15.

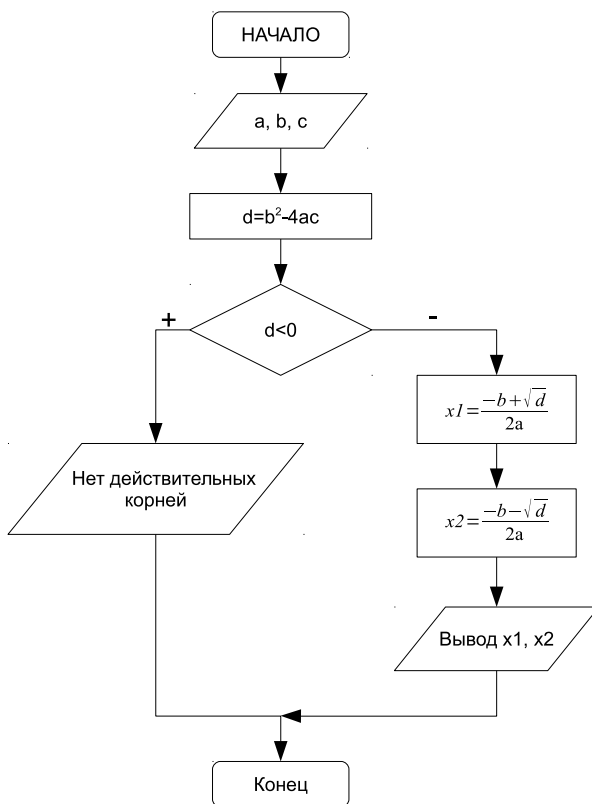


Рис. 3.15. Алгоритм решения квадратного уравнения

Текст программы, которая реализует решение квадратного уравнения:

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main()
{
    float a,b,c,d,x1,x2;
    //Ввод значений коэффициентов квадратного уравнения.
    cout<<"a="; cin>>a;
    cout<<"b="; cin>>b;
    cout<<"c="; cin>>c;
    d=b*b-4*a*c;      //Вычисление дискриминанта.
    if (d<0)
        //Если дискриминант отрицательный,
        //то вывод сообщения, о том что корней нет,
        cout<<"Нет вещественных корней";
    else
    {
        //иначе вычисление корней
        x1=(-b+sqrt(d))/2/a;
        x2=(-b-sqrt(d))/(2*a);
        //и вывод их значений.
        cout<<"X1="<<x1<<"\t X2="<<x2<<"\n";
    }
    return 0;
}
```

Задача 3.5. Составить программу нахождения действительных и комплексных корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Исходные данные: вещественные числа a , b и c — коэффициенты квадратного уравнения.

Результаты работы программы: вещественные числа x_1 и x_2 — действительные корни квадратного уравнения либо x_1 и x_2 — действительная и мнимая части комплексного числа.

Вспомогательные переменные: вещественная переменная d , в которой будет храниться дискриминант квадратного уравнения.

Можно выделить следующие этапы решения задачи:

1. Ввод коэффициентов квадратного уравнения a , b и c .
2. Вычисление дискриминанта d по формуле $d = b^2 - 4ac$.
3. Проверка знака дискриминанта. Если $d \geq 0$, то вычисление действительных корней: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{d}}{2a}$ и $x_2 = \frac{-b-\sqrt{d}}{2a}$ и вывод их на экран. При отрицательном дискриминанте выводится сооб-

щение о том, что действительных корней нет, и вычисляются комплексные корни² $x_1 = \frac{-b}{2a} + i\frac{\sqrt{|d|}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b}{2a} - i\frac{\sqrt{|d|}}{2a}$.

У обоих комплексных корней действительные части одинаковые, а мнимые отличаются знаком. Поэтому можно в переменной x_1 хранить действительную часть числа $\frac{-b}{2a}$, в переменной x_2 — модуль мнимой части $\frac{\sqrt{|d|}}{2a}$, а в качестве корней вывести $x_1 + i \cdot x_2$ и $x_1 - i \cdot x_2$.

На рис. 3.16 изображена блок-схема решения задачи. Блок 1 предназначен для ввода коэффициентов квадратного уравнения. В блоке 2 осуществляется вычисление дискриминанта. Блок 3 осуществляет проверку знака дискриминанта, если дискриминант отрицателен, то корни комплексные, их расчет происходит в блоке 4 (действительная часть корня записывается в переменную x_1 , модуль мнимой — в переменную x_2), а вывод — в блоке 5 (первый корень $x_1 + i \cdot x_2$, второй — $x_1 - i \cdot x_2$). Если дискриминант положителен, то вычисляются действительные корни уравнения (блок 6) и выводятся на экран (блок 7).

Текст программы, реализующей поставленную задачу:

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main()
{
    float a,b,c,d,x1,x2;
    cout<<"a="; cin>>a;
    cout<<"b="; cin>>b;
    cout<<"c="; cin>>c;
    d=b*b-4*a*c;
    if (d<0)
    { //Если дискриминант отрицательный, то вывод соответствующего сообщения.
        cout<<"Нет вещественных корней \n";
        x1=-b/(2*a); //Вычисление действительной части комплексных корней.
        x2=sqrt(fabs(d))/(2*a); //Вычисление модуля мнимой
                                //части комплексных корней
        //Сообщение о комплексных корнях уравнения вида ax^2+bx+c=0.
        cout<<"Комплексные корни уравнения \n";
        cout<<a<<"x^2+"<<b<<"x+"<<c<<"=0 \n";
        //Вывод значений комплексных корней в виде x1 ± ix2
        if (x2>=0)
        {
```

²Комплексные числа записываются в виде $a+ib$, где a — действительная часть комплексного числа, b — мнимая часть комплексного числа, i — мнимая единица $\sqrt{-1}$.

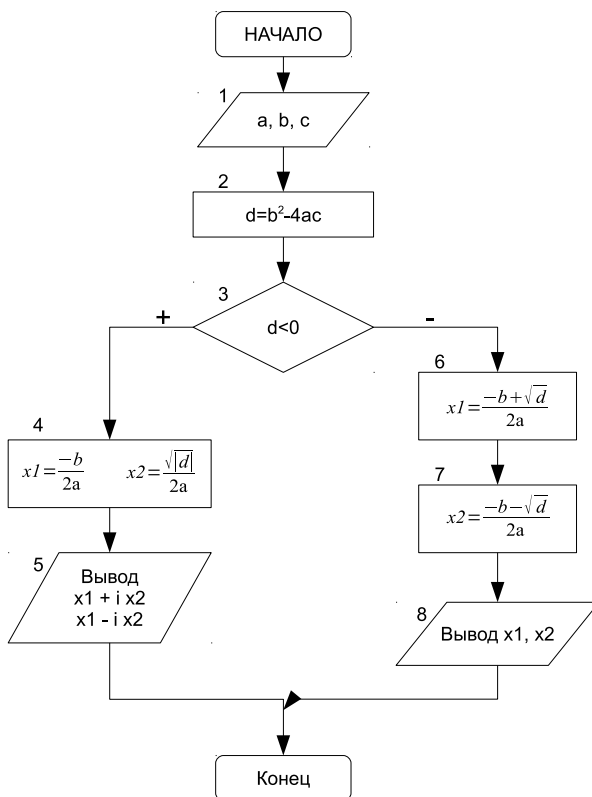


Рис. 3.16. Алгоритм решения задачи 3.5

```

    cout<<x1<<" "<<x2<<" i\t";
    cout<<x1<<" - "<<x2<<" i\n";
}
else
{
    cout<<x1<<" - "<<fabs(x2)<<" i\t";
    cout<<x1<<" + "<<fabs(x2)<<" i\n";
}
}
else
{
    //Если дискриминант положительный, вычисление действительных корней
    //и вывод их на экран.

```

```

x1=(-b+sqrt(d))/2/a;
x2=(-b-sqrt(d))/(2*a);
cout<<"Вещественные корни уравнения \n";
cout<<a<<"x^2+"<<b<<"x+"<<c<<"=0 \n";
cout<<"X1="<<x1<<"\t X2="<<x2<<"\n";
}
return 0;
}

```

Результаты работы программы к задаче 3.5 показаны на ниже.

```

a=-5
b=-3
c=-4
Нет вещественных корней
Комплексные корни уравнения
-5x^2+-3x+-4=0
-0.3-0.842615i -0.3+0.842615i
=====
a=2
b=-3
c=1
Вещественные корни уравнения
2x^2+-3x+1=0
X1=1 X2=0.5

```

Задача 3.6. Составить программу для решения кубического уравнения $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

Кубическое уравнение имеет вид

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (3.1)$$

После деления на a уравнение 3.1 принимает канонический вид:

$$x^3 + rx^2 + sx + t = 0, \quad (3.2)$$

где $r = \frac{b}{a}$, $s = \frac{c}{a}$, $t = \frac{d}{a}$.

В уравнении 3.2 сделаем замену $x = y - \frac{r}{3}$ и получим приведенное уравнение:

$$y^3 + py + q = 0, \quad (3.3)$$

где $p = \frac{3s-r^2}{3}$, $q = \frac{2r^3}{27} - \frac{rs}{3} + t$.

Число действительных корней приведенного уравнения (3.3) зависит от знака дискриминанта (табл. 3.1):

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2.$$

Таблица 3.1: Количество корней кубического уравнения

Дискриминант	Количество действительных корней	Количество комплексных корней
$D \geq 0$	1	2
$D < 0$	3	-

Корни приведенного уравнения могут быть рассчитаны по формулам Кардано:

$$\begin{aligned} y_1 &= u + v \\ y_2 &= \frac{-u+v}{2} + \frac{u-v}{2}i\sqrt{3} \\ y_3 &= \frac{-u+v}{2} - \frac{u-v}{2}i\sqrt{3}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $u = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{D}}$, $v = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{D}}$.

При отрицательном дискриминанте уравнение (3.1) имеет три действительных корня, но они будут вычисляться через вспомогательные комплексные величины. Чтобы избавиться от этого, можно воспользоваться формулами:

$$\begin{aligned} y_1 &= 2\sqrt[3]{\rho} \cos\left(\frac{\phi}{3}\right), \\ y_2 &= 2\sqrt[3]{\rho} \cos\left(\frac{\phi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right), \\ y_3 &= 2\sqrt[3]{\rho} \cos\left(\frac{\phi}{3} + \frac{4\pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $\rho = \sqrt{\frac{-p^3}{27}}$, $\cos(\phi) = \frac{-q}{2\rho}$.

Таким образом, при положительном дискриминанте кубического уравнения (3.3) расчет корней будем вести по формулам (3.4), а при отрицательном — по формулам (3.5). После расчета корней приведенного уравнения (3.3) по формулам (3.4) или (3.5) необходимо по формулам

$$x_k = y_k - \frac{r}{3}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

перейти к корням заданного кубического уравнения (3.1).

Блок-схема решения кубического уравнения представлена на рис. 3.18.

Описание блок-схемы. В блоке 1 вводятся коэффициенты кубического уравнения, в блоках 2–3 рассчитываются коэффициенты канонического и приведенного уравнений. Блок 4 предназначен для вычисления дискриминанта. В блоке 5 проверяется знак дискриминанта

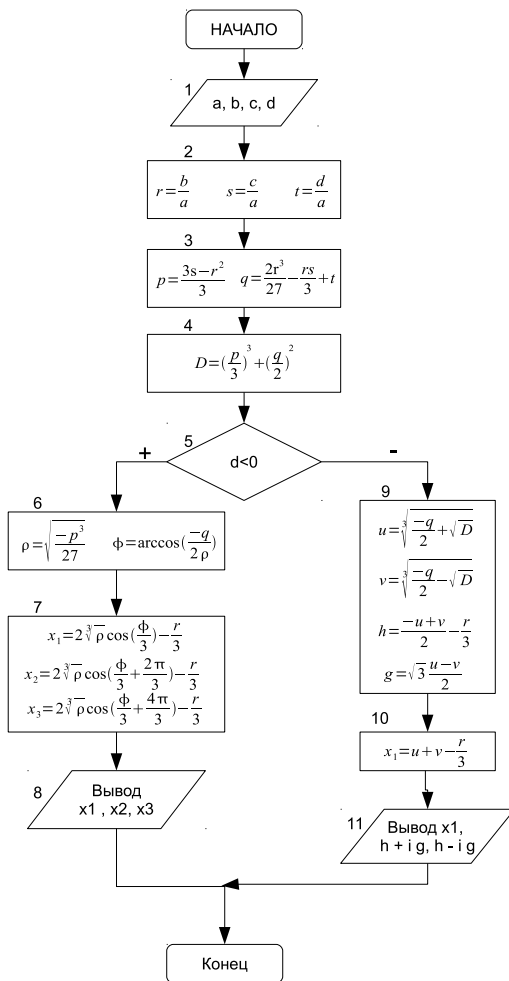


Рис. 3.17. Алгоритм решения кубического уравнения

кубического уравнения. Если он отрицателен, то корни вычисляются по формулам 3.5 (блоки 6–7). При положительном значении дискриминанта расчет идет по формулам 3.4 (блок 9, 10). Блоки 8 и 11 предназначены для вывода результатов на экран.

Текст программы с комментариями приведен ниже³.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
#define pi 3.14159 //Определение константы
int main()
{
    float a,b,c,d,D,r,s,t,p,q,ro,fi,x1,x2,x3,u,v,h,g;
    //Ввод коэффициентов кубического уравнения.
    cout<<"a="; cin>>a;
    cout<<"b="; cin>>b;
    cout<<"c="; cin>>c;
    cout<<"d="; cin>>d;
    //Расчет коэффициентов канонического уравнения по формуле 3.2
    r=b/a; s=c/a; t=d/a;
    //Вычисление коэффициентов приведенного уравнения по формуле 3.3
    p=(3*s-r*r)/3; q=2*r*r*r/27-r*s/3+t;
    //Вычисление дискриминанта кубического уравнения
    D=(p/3)*(p/3)*(p/3)+(q/2)*(q/2);
    if (D<0)
    {
        //Формулы 3.5
        ro=sqrt((float)(-p*p*p/27));
        fi=-q/(2*ro);
        fi=pi/2-atan(fi/sqrt(1-fi*fi));
        x1=2*pow(ro,(float)1/3)*cos(fi/3)-r/3;
        x2=2*pow(ro,(float)1/3)*cos(fi/3+2*pi/3)-r/3;
        x3=2*pow(ro,(float)1/3)*cos(fi/3+4*pi/3)-r/3;
        cout<<"\n x1="<<x1<<"\t x2="<<x2;
        cout<<"\t x3="<<x3<<"\n";
    }
    else
    {
        //Формулы 3.4
        if (-q/2+sqrt(D)>0) u=pow((-q/2+sqrt(D)),(float)1/3);
        else
        if (-q/2+sqrt(D)<0) u=-pow(fabs(-q/2+sqrt(D)),(float)1/3);
        else u=0;
        if (-q/2-sqrt(D)>0) v=pow((-q/2-sqrt(D)),(float)1/3);
        else
        if (-q/2-sqrt(D)<0) v=-pow(fabs(-q/2-sqrt(D)),(float)1/3);
```

³При расчете величин u и v в программе предусмотрена проверка значения подкоренного выражения.

Если $\frac{-q}{2} \mp \sqrt{D} > 0$, то $u = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{D}}$, а $v = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{D}}$.

Если $\frac{-q}{2} \mp \sqrt{D} < 0$, то $u = \sqrt[3]{|\frac{-q}{2} + \sqrt{D}|}$, а $v = \sqrt[3]{|\frac{-q}{2} - \sqrt{D}|}$.

Соответственно, при нулевом значении подкоренного выражения u и v обращаются в ноль

```

else v=0;
x1=u+v-r/3; //Вычисление действительного корня
              //кубического уравнения.
h=-(u+v)/2-r/3; //Вычисление действительной
g=(u-v)/2*sqrt((float)3); //и мнимой части комплексных корней
cout<<"\n x1="<<x1;
if (x2>=0)
{
    cout<<x1<<"+"<<x2<<"i\t";
    cout<<x1<<"-"<<x2<<"i\n";
}
else
{
    cout<<x1<<"-"<<fabs(x2)<<"i\t";
    cout<<x1<<"+"<<fabs(x2)<<"i\n";
}
}
if (g>=0)
{
    cout<<"\t x2="<<h<<"+"<<g<<"i";
    cout<<"\t x3="<<h<<"-"<<g<<"i \n";
}
else
{
    cout<<"\t x2="<<h<<"-"<<fabs(g)<<"i";
    cout<<"\t x2="<<h<<"+"<<fabs(g)<<"i";
}
}
return 0;
}

```

Задача 3.7. Заданы коэффициенты a , b и c биквадратного уравнения $ax^4 + bx^2 + c = 0$. Найти все его действительные корни.

Входные данные: a , b , c .

Выходные данные: x_1 , x_2 , x_3 , x_4 .

Для решения биквадратного уравнения необходимо заменой $y = x^2$ привести его к квадратному уравнению $ay^2 + by + c = 0$ и решить это уравнение.

Опишем алгоритм решения этой задачи (рис. 3.18):

1. Ввод коэффициентов биквадратного уравнения a , b и c (блок 1).
2. Вычисление дискриминанта уравнения d (блок 2).
3. Если $d < 0$ (блок 3), вывод сообщения, что корней нет (блок 4), а иначе определяются корни соответствующего квадратного уравнения y_1 и y_2 (блок 5).
4. Если $y_1 < 0$ и $y_2 < 0$ (блок 6), то вывод сообщения, что корней нет (блок 7).

5. Если $y_1 \geq 0$ и $y_2 \geq 0$ (блок 8), то вычисляются четыре корня по формулам $\pm\sqrt{y_1}, \pm\sqrt{y_2}$ (блок 9) и выводятся значения корней (блок 10).
6. Если условия 4) и 5) не выполняются, то необходимо проверить знак y_1 . Если $y_1 \geq 0$ (блок 11), то вычисляются два корня по формуле $\pm\sqrt{y_1}$ (блок 12), иначе (если $y_2 \geq 0$) вычисляются два корня по формуле $\pm\sqrt{y_2}$ (блок 13). Вывод вычисленных значений корней (блок 14).

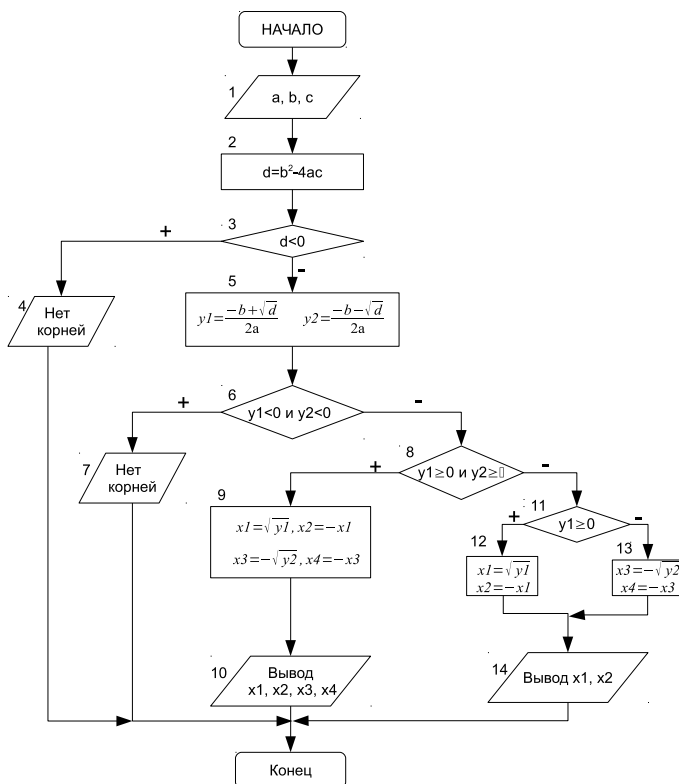


Рис. 3.18. Алгоритм решения биквадратного уравнения

Текст программы решения биквадратного уравнения приведен ниже.

Внимание! Если в условном операторе проверяется двойное условие необходимо применять логические операции `||`, `&&`, `!`. Например, условие «если y_1 и y_2 положительны» правильно записать так: `if (y1>=0 && y2>=0)`.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;

int main()
{
    //Описание переменных:
    //a, b, c — коэффициенты биквадратного уравнения,
    //d — дискриминант,
    //x1, x2, x3, x4 — корни биквадратного уравнения,
    //y1, y2 — корни квадратного уравнения  $ay^2+by+c=0$ ,
    float a, b, c, d, x1, x2, x3, x4, y1, y2;
    //Ввод коэффициентов уравнения.
    cout<<"a="; cin>>a;
    cout<<"b="; cin>>b;
    cout<<"c="; cin>>c;
    d=b*b-4*a*c; //Вычисление дискриминанта.
    if (d<0) //Если дискриминант отрицательный,
        //вывод сообщения «Корней нет».
        cout<<"Нет действительных корней \n";
    else //Если дискриминант положительный,
    {
        //Вычисление корней соответствующего квадратного уравнения.
        y1=(-b+sqrt(d))/2/a;
        y2=(-b-sqrt(d))/(2*a);
        //Если оба корня квадратного уравнения отрицательные,
        if (y1<0 && y2<0)
            //вывод сообщения «Корней нет»
            cout<<" Нет действительных корней \n";
        //Если оба корня квадратного уравнения положительные,
        else if (y1>=0 && y2>=0)
        {
            //Вычисление четырех корней биквадратного уравнения
            x1=sqrt(y1);
            x2=-x1;
            x3=sqrt(y2);
            x4=-sqrt(y2);
            //Вывод корней уравнения на экран.
            cout<<"\t X1="<<x1<<"\t X2="<<x2;
            cout<<"\t X3="<<x3<<"\t X4="<<x4<<"\n";
        }
        //Если не выполнились условия
        //1.  $y_1<0$  и  $y_2<0$ 
        //2.  $y_1>=0$  и  $y_2>=0$ ,
        //то проверяем условие  $y_1>=0$ .
        else if (y1>=0) //Если оно истинно
        {
            //вычисляем два корня биквадратного уравнения.
```



```

    x1=sqrt(y1);
    x2=-x1;
    cout<<"X1="<<x1<<"\t X2="<<x2<<"\n";
}
else
{ //Если условие  $y1 \geq 0$  ложно, то вычисляем два корня
  //биквадратного уравнения
  x1=sqrt(y2);
  x2=-x1;
  cout<<"X1="<<x1<<"\t X2="<<x2<<"\n";
}
}
return 0;
}

```

Читателю предлагается самостоятельно модифицировать программу таким образом, чтобы она находила все корни (как действительные, так и комплексные) биквадратного уравнения.

3.3.2 Оператор варианта

Оператор варианта **switch** необходим в тех случаях, когда в зависимости от значений какой-либо переменной надо выполнить те или иные операторы:

```

switch (выражение)
{
case значение_1: Операторы_1; break;
case значение_2: Операторы_2; break;
case значение_3: Операторы_3; break;
...
case значение_n: Операторы_n; break;
default: Операторы; break;
}

```

Оператор работает следующим образом. Вычисляется значение выражения (оно должно быть целочисленным). Затем выполняются операторы, помеченные значением, совпадающим со значением выражения. То есть, если выражение принимает **значение_1**, то выполняются операторы_1. Если выражение принимает **значение_2**, то выполняются операторы_2 и так далее. Если выражение не принимает ни одно из значений, то выполняются операторы расположенные после ключевого слова **default**.

Альтернативная ветвь **default** может отсутствовать, тогда оператор имеет вид:

```

switch (выражение)

```

```
{
case значение_1: Операторы_1; break;
case значение_2: Операторы_2; break;
case значение_3: Операторы_3; break;
...
case значение_n: Операторы_n; break;
}
```

Оператор **break** необходим для того, чтобы осуществить выход из оператора **switch**. Если оператор **break** не указан, то будут выполняться следующие операторы из списка, не смотря на то, что значение, которым они помечены, не совпадает со значением выражения.

Рассмотрим применение оператора варианта.

Задача 3.8. Вывести на печать название дня недели, соответствующее заданному числу D , при условии, что в месяце 31 день и 1-е число — понедельник.

Для решения задачи воспользуемся операцией $\%$, позволяющей вычислить остаток от деления двух чисел, и условием, что 1-е число — понедельник. Если в результате остаток от деления (обозначим его R) заданного числа D на семь будет равен единице, то это понедельник, двойке — вторник, тройке — среда и так далее. Следовательно, при построении алгоритма необходимо использовать семь условных операторов, как показано рис. 3.19. Решение задачи станет значительно проще, если при написании программы воспользоваться оператором варианта **switch**:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{unsigned int D,R; //Описаны целые положительные числа.
  cout<<"D="; cin>>D; //Ввод числа от 1 до 31.
  R=D%7;
  switch (R)
  {
    case 1: cout<<"Понедельник \n"; break;
    case 2: cout<<"Вторник \n"; break;
    case 3: cout<<"Среда \n"; break;
    case 4: cout<<"Четверг \n"; break;
    case 5: cout<<"Пятница \n"; break;
    case 6: cout<<"Суббота \n"; break;
    case 0: cout<<"Воскресенье \n"; break;
  }
  return 0;
}
```

В предложенной записи оператора варианта отсутствует ветвь **default**. Это объясняется тем, что переменная R может принимать

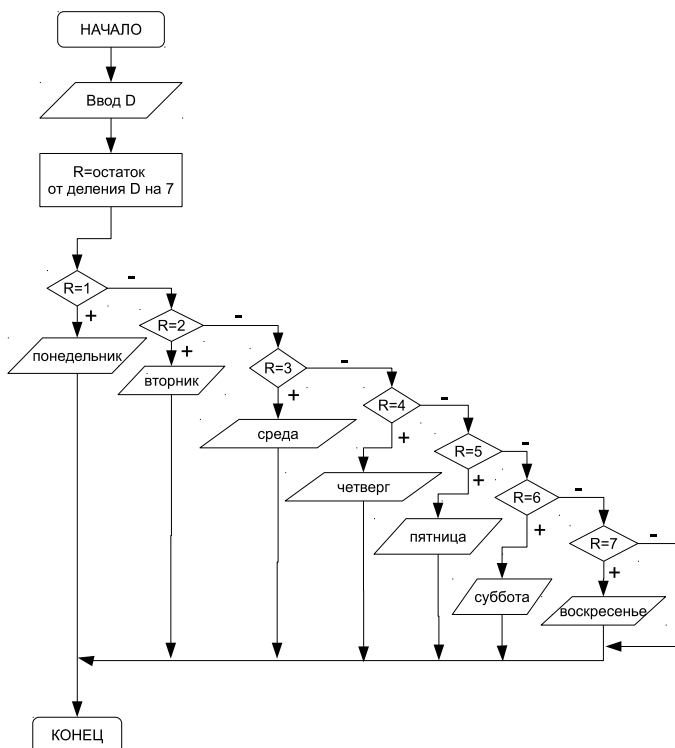


Рис. 3.19. Алгоритм решения задачи 3.8

только одно из указанных значений, т.е. 1, 2, 3, 4, 5, 6 или 0. Однако программа будет работать неправильно, если пользователь введет значение D превышающее 31. Чтобы избежать подобной ошибки лучше сделать дополнительную проверку входных данных:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int D,R;
    cout<<"\n D="; cin>>D;
    if (D<32) //Проверка введенного значения.
    {
        R=D%7;
    }
}

```

```

switch (R)
{
    case 1: cout<<"Понедельник \n"; break;
    case 2: cout<<"Вторник \n"; break;
    case 3: cout<<"Среда \n"; break;
    case 4: cout<<"Четверг \n"; break;
    case 5: cout<<"Пятница \n"; break;
    case 6: cout<<"Суббота \n"; break;
    case 0: cout<<"Воскресенье \n"; break;
}
}
//Сообщение об ошибке в случае некорректного ввода.
else cout<<"ОШИБКА! \n";
return 0;
}

```

Задача 3.9. По заданному номеру месяца m вывести на экран его название.

Для решения данной задачи необходимо проверить выполнение четырех условий. Если заданное число m равно 12, 1 или 2, то это зима, если m попадает в диапазон от 3 до 5, то — весна, лето определяется принадлежностью числа m диапазону от 6 до 8 и, соответственно, при равенстве переменной m 9, 10 или 11 — это осень. Понятно, что область возможных значений переменной m находится в диапазоне от 1 до 12 и если пользователь введет число не входящее в этот интервал, то появится сообщение об ошибке.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int m; //Описано целое положительное число.
    cout<<"m="; cin>>m;
    switch (m)
    {
//В зависимости от значения m выводится название месяца.
        case 1: cout<<"Январь \n"; break;
        case 2: cout<<"Февраль \n"; break;
        case 3: cout<<"Март \n"; break;
        case 4: cout<<"Апрель \n"; break;
        case 5: cout<<"Май \n"; break;
        case 6: cout<<"Июнь \n"; break;
        case 7: cout<<"Июль \n"; break;
        case 8: cout<<"Август \n"; break;
        case 9: cout<<"Сентябрь \n"; break;
        case 10: cout<<"Октябрь \n"; break;
        case 11: cout<<"Ноябрь \n"; break;
        case 12: cout<<"Декабрь \n"; break;
    }
}

```

```
//Если значение переменной m выходит за пределы области  
//допустимых значений, то выдается сообщение.  
    default: cout<<"ОШИБКА! \n"; break;  
}  
return 0;  
}
```

3.4 Операторы цикла

Циклический процесс или просто *цикл* это повторение одних и тех же действий. Последовательность действий, которые повторяются в цикле, называют *телом цикла*. Один проход цикла называют *шагом* или *итерацией*. Переменные, которые изменяются внутри цикла, и влияют на его окончание, называются *параметрами цикла*.

При написании циклических алгоритмов следует помнить следующее. Во-первых, чтобы цикл имел шанс когда-нибудь закончиться, содержимое его тела должно обязательно влиять на условие цикла. Во-вторых, условие должно состоять из корректных выражений и значений, определенных еще до первого выполнения тела цикла.

В С++ для удобства пользователя предусмотрены три оператора, реализующих циклический процесс: `while`, `do...while` и `for`.

3.4.1 Оператор цикла с предусловием

На рис. 3.20 изображена блок-схема алгоритма *цикла с предусловием*. Оператор, реализующий этот алгоритм в С++ имеет вид:

while (условие) оператор;

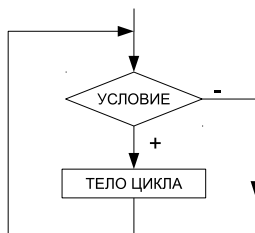


Рис. 3.20. Алгоритм циклической структуры с предусловием

Работает цикл с предусловием следующим образом. Вычисляется **условие**. Если оно истинно (не равно нулю), выполняется **оператор**. В противном случае цикл заканчивается, и управление передается оператору, следующему за телом цикла. Условие вычисляется перед каждой итерацией цикла. Если при первой проверке выражение равно нулю, цикл не выполнится ни разу. Тип выражения должен быть арифметическим или приводимым к нему.

Если тело цикла состоит более чем из одного оператора, необходимо использовать составной оператор:

```
while (условие)
{
    оператор 1;
    оператор 2;
    ...
    оператор n;
}
```

Рассмотрим пример. Пусть необходимо вывести на экран таблицу значений функции $y = e^{\sin(x)} \cos(x)$ на отрезке $[0; \pi]$ с шагом 0.1. Применив *цикл с предусловием* получим:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define PI 3.14159
using namespace std;
int main()
{
    float x, y; //Описание переменных
    x=0;        //Присваивание параметру цикла стартового значения
    //Цикл с предусловием
    while (x<=PI) //Пока параметр цикла не превышает конечное значение
    { //выполнять тело цикла
        y=exp(sin(x))*cos(x); //Вычислить значение y
        //Вывод на экран пары x и y.
        printf("\t x=%5.2f \t y=%5.4f \n",x,y);
        x+=0.1; //Изменение параметра цикла
        //(переход к следующему значению x)
    } //Конец цикла
    return 0;
}
```

В результате работы данного фрагмента программы на экран последовательно будут выводиться сообщения со значениями переменных x и y :

```
x= 1.00    y=1.2534
x= 1.10    y=1.1059
```

x= 1.20	y=0.9203
x= 1.30	y=0.7011
x= 1.40	y=0.4553
x= 1.50	y=0.1918
x= 1.60	y=-0.0793
x= 1.70	y=-0.3473
x= 1.80	y=-0.6017
x= 1.90	y=-0.8328
x= 2.00	y=-1.0331
x= 2.10	y=-1.1969
x= 2.20	y=-1.3209
x= 2.30	y=-1.4045
x= 2.40	y=-1.4489
x= 2.50	y=-1.4576
x= 2.60	y=-1.4348
x= 2.70	y=-1.3862
x= 2.80	y=-1.3172
x= 2.90	y=-1.2334
x= 3.00	y=-1.1400
x= 3.10	y=-1.0416

3.4.2 Оператор цикла с постусловием

В цикле с предусловием предварительной проверкой определяется, выполнять тело цикла или нет, до первой итерации. Если это не соответствует логике алгоритма, то можно использовать *цикл с постусловием*. На рис. 3.21. видно, что в этом цикле проверяется, делать или нет очередную итерацию, лишь после завершения предыдущей. Это имеет принципиальное значение лишь на первом шаге, а далее циклы ведут себя идентично.

В C++ *цикл с постусловием* реализован конструкцией

do оператор **while** (условие);

здесь **условие** — логическое или целочисленное выражение, или, если тело цикла состоит более чем из одного оператора:

```
do
{
    оператор_1;
    оператор_2;
    ...
    оператор_n;
}
while (условие);
```

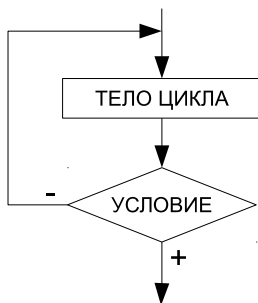


Рис. 3.21. Алгоритм циклической структуры с постусловием

Работает цикл следующим образом. В начале выполняется оператор, представляющий собой тело цикла. Затем вычисляется условие. Если оно истинно (не равно нулю), оператор тела цикла выполняется ещё раз. В противном случае цикл завершается, и управление передаётся оператору, следующему за циклом.

Таким образом, не трудно заметить, что цикл с постусловием всегда будет выполнен хотя бы один раз, в отличие от цикла с предусловием, который может не выполниться ни разу.

Если применить цикл с постусловием для создания программы, которая выводит таблицу значений функции $y = e^{\sin(x)} \cos(x)$ на отрезке $[0; \pi]$ с шагом 0.1, получим:

```

#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define PI 3.14159
using namespace std;
int main()
{
    float x, y; //Описание переменных
    x=0; //Присваивание параметру цикла стартового значения
    do //Цикл с постусловием
    { //Выполнять тело цикла
        y=exp(sin(x))*cos(x);
        printf(" \t x=%5.2f \t y=%5.4f \n",x,y);
        x+=0.1; //Изменение параметра цикла
    }
    while(x<=PI); //пока параметр цикла не превышает конечное значение
    return 0;
}

```


Результаты работы этой программы будут такими же как на стр. 78.

3.4.3 Оператор цикла `for` с параметром

Кроме того, в C++ предусмотрен *цикл `for` с параметром*:

```
for (начальные_присваивания;условие;последствие)  
оператор;
```

где **начальные_присваивания** — оператор или группа операторов, разделённых запятой⁴, применяются для присвоения начальных значений величинам, используемым в цикле, в том числе параметру цикла, и выполняются один раз в начале цикла; **условие** — определяет условие входа в цикл, если условие истинно (не равно нулю), то цикл выполняется; **последствие** — оператор или группа операторов, разделённых запятой, которые выполняются после каждой итерации и служат для изменения параметра цикла; **оператор** — любой оператор языка, представляющий собой тело цикла. **Последствие** или **оператор** должны влиять на условие, иначе цикл никогда не закончится. **Начальные_присваивания**, **выражение** или **приращение** в записи оператора `for` могут отсутствовать, но при этом «точки с запятой» должны оставаться на своих местах.

Опишем алгоритм работы цикла `for`:

1. Выполняются **начальные_присваивания**.
2. Вычисляется **условие**, если оно не равно 0 (**true**), то выполняется переход к п.3. В противном случае выполнение цикла завершается.
3. Выполняется **оператор**.
4. Выполняется оператор **последствие** и осуществляется переход к п.2, опять вычисляется значение **выражения** и т.д.

Понятно, что этот алгоритм представляет собой цикл с предусловием (рис. 3.22).

В дальнейшем, чтобы избежать создания слишком громоздких алгоритмов, в блок-схемах цикл `for` будем изображать, так как показано на рис. 3.23.

В случае если тело цикла состоит более чем из одного оператора, необходимо использовать составной оператор:

⁴Запятая в C++ это операция последовательного выполнения операторов



Рис. 3.22. Алгоритм работу цикла с параметром

```

for (начальные_присваивания; условие; приращение)
{
    оператор_1;
    ...
    оператор_n;
}
  
```

Применение цикла `for` рассмотрим на примере печати таблицы значений функции $y = e^{\sin(x)} \cos(x)$ на отрезке $[0; \pi]$ с шагом 0.1:

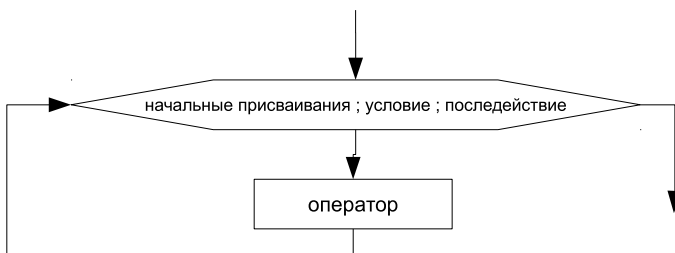


Рис. 3.23. Блок-схема цикла с параметром

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define PI 3.14159
using namespace std;
int main()
{
  
```

```
float x, y;  
//Параметру цикла присваивается начальное значение,  
//если оно не превышает конечное значение,  
//то выполняются операторы тела цикла  
//и значение параметра изменяется,  
//в противном случае цикл заканчивается.  
for (x=0;x<=PI;x+=0.1)  
{  
    y=exp(sin(x))*cos(x);  
    printf("\t x=%5.2f \t y=%5.4f \n",x,y);  
}  
return 0;  
}
```

Программный код выдаст результат представленный на стр. 78.

3.4.4 Операторы передачи управления

Операторы передачи управления принудительно изменяют порядок выполнения команд. В C++ таких операторов четыре: `goto`, `break`, `continue` и `return`.

Оператор `goto` метка, где метка обычный идентификатор, применяются для безусловного перехода, он передает управление оператору с меткой: метка: оператор;⁵.

Оператор `break` осуществляет немедленный выход из циклов `while`, `do...while` и `for`, а так же из оператора выбора `switch`. Управление передается оператору, находящемуся непосредственно за циклом или оператором выбора.

Оператор `continue` начинает новую итерацию цикла, даже если предыдущая не была завершена.

Оператор `return` выражение завершает выполнение функции и передает управление в точку ее вызова. Если функция возвращает значение типа `void`, то выражение в записи оператора отсутствует. В противном случае выражение должно иметь скалярный тип.

⁵Обычно применение оператора `goto` приводит к усложнению программы и затрудняет отладку. Он нарушает принцип структурного программирования, согласно которому все блоки, составляющие программу, должны иметь только один вход и один выход. В большинстве алгоритмов применения этого оператора можно избежать

3.5 Решение задач с использованием циклов

Рассмотрим использование циклических операторов на конкретных примерах.

Задача 3.10. Написать программу решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Предусмотреть проверку ввода данных.

Решение квадратного уравнения было подробно рассмотрено в задаче 3.4. Однако алгоритм изображенный на рис. 3.15 не будет работать, если пользователь введет нулевое значение в переменную a (при попытке вычислить корни уравнения произойдет деление на ноль). Чтобы избежать подобной ошибки нужно в программе предусмотреть проверку входных данных, например, так как показано на рис. 3.24. Вводится значение переменной a , если оно равно нулю, то ввод повторяется, иначе следует алгоритм вычисления корней квадратного уравнения. Здесь применяется *цикл с постусловием*, так как значение переменной необходимо ввести, а затем проверить его на равенство нулю.

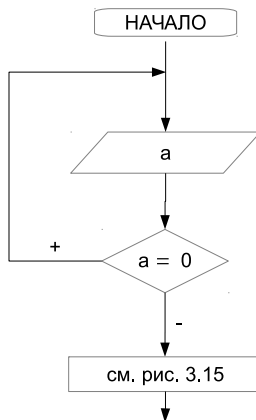


Рис. 3.24. Блок-схема проверки ввода данных

Программа решения задачи:

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main()
{
```

```

float a, b, c, d, x1, x2;
//Проверка ввода значения коэффициента a.
do //Выполнять тело цикла пока a равно нулю
{
    cout<<"a="; cin>>a;
}
while (a==0);
cout<<"b="; cin>>b;
cout<<"c="; cin>>c;
d=b*b-4*a*c;
if (d<0) cout<<"Нет вещественных корней";
else
{
    x1=(-b+sqrt(d))/2/a;
    x2=(-b-sqrt(d))/(2*a);
    cout<<"X1="<<x1<<"\t X2="<<x2<<"\n";
}
return 0;
}

```

Задача 3.11. Найти наибольший общий делитель (НОД) натуральных чисел A и B .

Входные данные: A и B .

Выходные данные: A — НОД.

Для решения поставленной задачи воспользуемся алгоритмом Евклида: будем уменьшать каждый раз большее из чисел на величину меньшего до тех пор, пока оба значения не станут равными, так, как показано в таблице 3.2.

Таблица 3.2: Поиск НОД для чисел $A = 25$ и $B = 15$.

Шаг	A	B
Исходные данные	25	15
Шаг 1	10	15
Шаг 2	10	5
Шаг 3, НОД	5	5

В блок-схеме, представленной на рис. 3.25, для решения поставленной задачи используется *цикл с предусловием*, то есть тело цикла повторяется до тех пор, пока A не равно B . Следовательно, при создании программы воспользуемся циклом **while**:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{

```

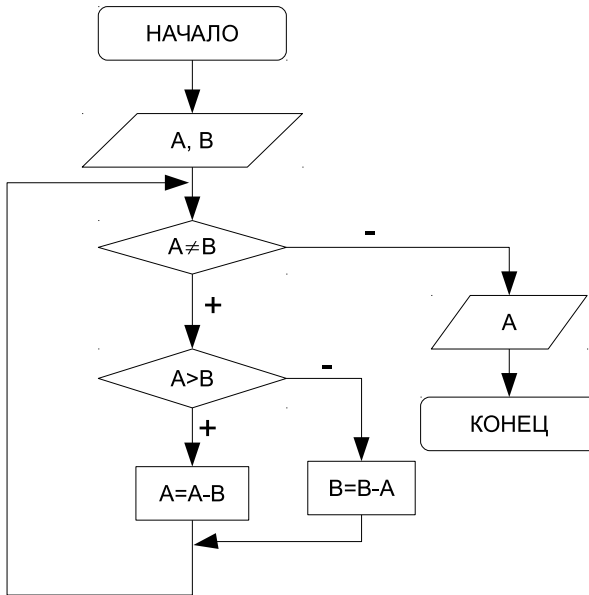


Рис. 3.25. Поиск наибольшего общего делителя двух чисел.

```

unsigned int a,b;
cout<<"A="; cin>>a;
cout<<"B="; cin>>b;
//Если числа не равны, выполнять тело цикла
while (a!=b)
//Если число A больше, чем B, то уменьшить его значение на B,
    if (a>b) a=a-b;
//иначе уменьшить значение числа B на A
    else b=b-a;
cout<<"НОД="<<a<<"\n";
return 0;
}
  
```

Результат работы программы не изменится, если для ее решения воспользоваться циклом с постусловием **do...while**:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int a,b;
  
```

```

cout<<"A="; cin>>a;
cout<<"B="; cin>>b;
do
    if (a>b) a=a-b; else b=b-a;
while (a!=b);
cout<<"НОД="<<a<<"\n";
return 0;
}

```

Задача 3.12. Вычислить факториал числа N ($N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$).

Входные данные: N — целое число, факториал которого необходимо вычислить.

Выходные данные: **factorial** — значение факториала числа N , произведение чисел от 1 до N , целое число.

Промежуточные переменные: i — параметр цикла, целочисленная переменная, последовательно принимающая значения 2, 3, 4 и так далее до N .

Блок-схема приведена на рис. 3.26.

Итак, вводится число N . Переменной **factorial**, предназначенной для хранения значения произведения последовательности чисел, присваивается начальное значение, равное единице. Затем организуется цикл, параметром которого выступает переменная i . Если значение параметра цикла не превышает N , то выполняется оператор тела цикла, в котором из участка памяти с именем **factorial** считывается предыдущее значение произведения, умножается на текущее значение параметра цикла, а результат снова помещается в участок памяти с именем **factorial**. Когда параметр i превысит N , цикл заканчивается, и на экран выводится значение переменной **factorial**, которая была вычислена в теле цикла.

Обратите внимание, как в программе записан *оператор цикла*. Здесь операторы ввода и операторы присваивания стартовых значений записаны как *начальные присваивания* цикла **for**, а оператор накопления произведения и оператор модификации параметра цикла представляют собой *приращение*:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned long long int factorial;
    unsigned int N, i;
    for (cout<<"N=",cin>>N, factorial=1,i=2;i<=N; factorial*=i,i++);
    cout<<"факториал="<<factorial<<"\n";
    return 0;
}

```

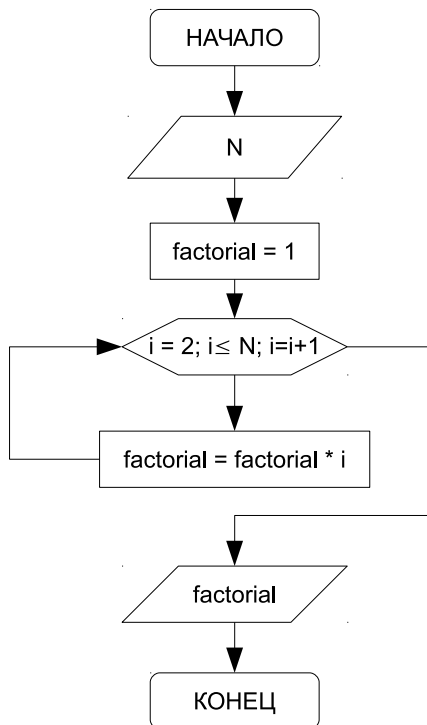


Рис. 3.26. Алгоритм вычисления факториала.

}

Задача 3.13. Вычислить сумму натуральных чётных чисел, не превышающих N .

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: S — сумма четных чисел.

Промежуточные переменные: i — параметр цикла, принимает значения 2, 4, 6, 8 и так далее, также имеет целочисленное значение.

При сложении нескольких чисел необходимо накапливать результат в определённом участке памяти (S), каждый раз считывая из этого участка (S) предыдущее значение суммы (S) и прибавляя к нему слагаемое i . Для выполнения первого оператора накопления суммы из участка памяти необходимо взять такое число, которое не влияло

бы на результат сложения. Перед началом цикла переменной, предназначенной для накапливания суммы, необходимо присвоить значение нуль. Блок-схема решения этой задачи представлена на рис. 3.27.

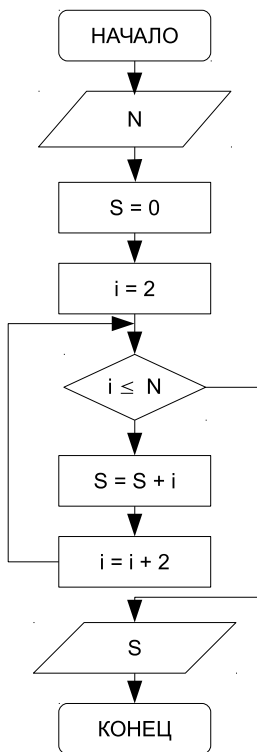


Рис. 3.27. Алгоритм вычисления суммы четных, натуральных чисел.

Решим задачу двумя способами: с применением циклов **while** и **for**:

```
//Решение задачи с помощью цикла while  
#include <iostream>  
using namespace std;  
int main()  
{  
    unsigned int N,i,S;  
    cout<<"N="; cin>>N;  
    S=0;
```

```

i=2;
while (i<=N)
{
    S=S+i;
    i=i+2;
}
cout<<"S="<<S<<"\n";
return 0;
}
//_____
//Решение задачи с помощью цикла for
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int N,i,S;
    for (cout<<"N=" , cin>>N,S=0,i=2;i<=N;S+=i , i+=2);
        cout<<"S="<<S<<"\n";
    return 0;
}

```

Задача 3.14. Дано натуральное число N . Определить K — количество делителей этого числа, меньших самого числа (Например, для $N=12$ делители 1, 2, 3, 4, 6. Количество $K=5$).

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: целое число K — количество делителей N .

Промежуточные переменные: i — параметр цикла, возможные делители числа N .

В блок-схеме, изображенной на рис. 3.28, реализован следующий алгоритм: в переменную K , предназначенную для подсчета количества делителей заданного числа, помещается значение, которое не влияло бы на результат, т.е. нуль. Далее организовывается цикл, в котором изменяющийся параметр i выполняет роль возможных делителей числа N . Если заданное число N делится нацело на параметр цикла i , это означает, что i является делителем N , и значение переменной K следует увеличить на единицу. Цикл необходимо повторить $\frac{N}{2}$ раз.

Текст программы на C++:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int N,i,K;
    cout<<"N=" ; cin>>N;
    for (K=0,i=1;i<=N/2;i++) if (N%i==0) K++;
}

```

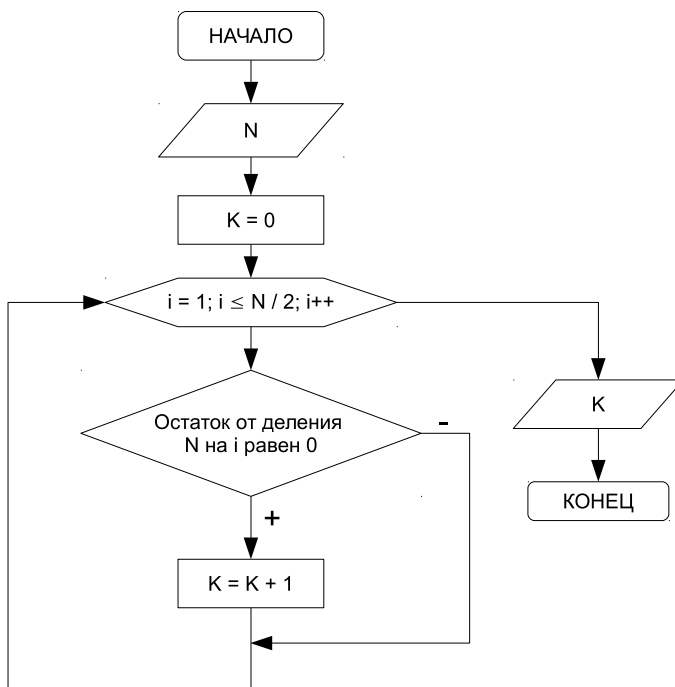


Рис. 3.28. Алгоритм определение делителей натурального числа.

```

cout << "K=" << K << "\n";
return 0;
}

```

Задача 3.15. Дано натуральное число N . Определить, является ли оно простым. Натуральное число N называется простым, если оно делится без остатка только на единицу и на само себя. Число 13 — простое, так как делится только на 1 и 13, а число 12 таковым не является, так как делится на 1, 2, 3, 4, 6 и 12.

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: сообщение.

Промежуточные переменные: i — параметр цикла, возможные делители числа N .

Необходимо проверить есть ли делители числа N в диапазоне от 2 до $N/2$ (рис. 3.29). Если делителей — нет, N — простое число, ина-

че оно таковым не является. Обратите внимание на то, что в алгоритме предусмотрено два выхода из цикла. Первый — естественный, при исчерпании всех значений параметра, а второй — досрочный. Нет смысла продолжать цикл, если будет найден хотя бы один делитель из указанной области изменения параметра.

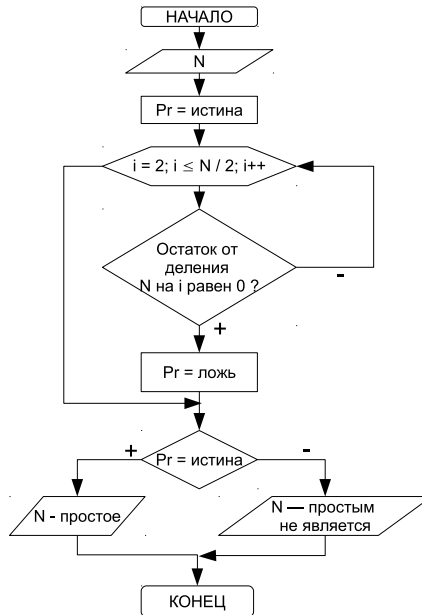


Рис. 3.29. Алгоритм определения простого числа.

При составлении программы на языке C++ досрочный выход из цикла удобно выполнять при помощи оператора **break**:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int N, i;
    bool Pr;
    cout << "N="; cin >> N;
    Pr = true; //Предположим, что число простое
    for (i = 2; i <= N / 2; i++)
        if (N % i == 0) //Если найдется хотя бы один делитель, то
        {
            break;
        }
}
  
```

```

    Pr=false; //число простым не является и
    break; //досрочный выход из цикла
}
if (Pr) //Проверка значения логического параметра и
//вывод на печать соответствующего сообщения
    cout<<N<<" - простое число \n";
else
    cout<<N<<" - не является простым \n";
return 0;
}

```

Задача 3.16. Дано натуральное число N . Определить количество цифр в числе.

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: kol — количество цифр в числе.

Промежуточные данные: M — переменная для временного хранения значения N^6 .

Для того, чтобы подсчитать количество цифр в числе, необходимо определить, сколько раз заданное число можно разделить на десять нацело. Например, пусть $N = 12345$, тогда количество цифр $kol = 5$. Результаты вычислений сведены в таблицу 3.3.

Таблица 3.3: Определение количества цифр числа

kol	N
1	12345
2	12345 / 10 = 1234
3	1234 / 10 = 123
4	123 / 10 = 12
5	12 / 10 = 1
	1 / 10 = 0

Алгоритм определения количества цифр в числе представлен на рис. 3.30.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned long int N, M;

```

⁶При решении задачи (см. алгоритм на рис. 3.30) исходное число изменятся, поэтому, чтобы его, не потерять, копируем исходное число N в переменную M , и делить будем уже M .

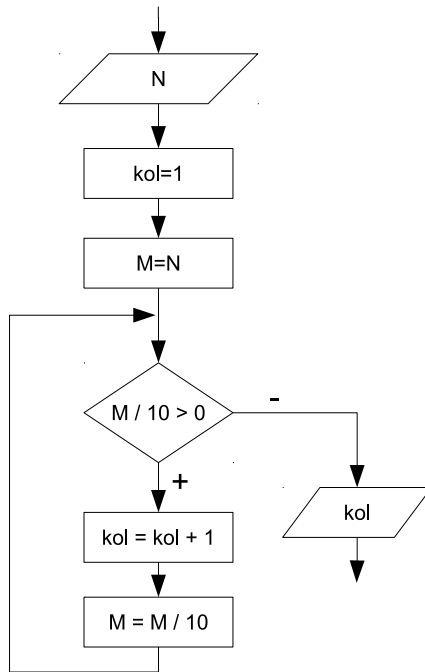


Рис. 3.30. Алгоритм определения количества цифр в числе.

```

unsigned int kol;
cout<<"N="; cin>>N;
for (M=N, kol=1; M/10>0; kol++,M/=10);
cout<<"kol="<<kol<<endl;
return 0;
}

```

Задача 3.17. Дано натуральное число N . Определить содержит ли это число нули и в каких разрядах они расположены (например, число 1101111011 содержит ноль в третьем и восьмом разрядах, а число 120405 — во втором и четвертом).

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: pos — позиция цифры в числе.

Промежуточные данные: i — параметр цикла, M — переменная для временного хранения значения N .

В связи с тем, что разряды в числе выделяются начиная с последнего, то для определения номера разряда в числе, необходимо знать количество цифр в числе⁷. Таким образом, на первом этапе решения задачи необходимо определить kol — количество цифр в числе. Затем нужно выделять из числа цифры, если очередная цифра равна нулю, вывести на экран номер разряда, который занимает эта цифра. Процесс определения текущей цифры числа $N = 120405$ представлен в таблице 3.4.

Таблица 3.4: Определение текущей цифры числа

i	Число M	Цифра	Номер позиции
1	120405	$120405 \% 10 = 5$	6
2	$12040/10 = 1204$	$12040 \% 10 = 0$	5
3	$1204/10 = 120$	$1204 \% 10 = 4$	4
4	$120/10 = 12$	$120 \% 10 = 0$	3
5	$12/10 = 1$	$12 \% 10 = 2$	2
6	$1/10 = 0$	$1 \% 10 = 1$	1

Программный код к задаче 3.17.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    unsigned long int N,M; int kol, i;
    cout<<"N="; cin>>N;
    for ( kol=1,M=N;M/10>0; kol++,M/=10);
        for (M=N,i=kol;i>0;M/=10,i--)
            if (M%10==0) cout<<"Позиция = "<<i<<endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.18. Дано натуральное число N . Получить новое число, записав цифры числа N в обратном порядке. Например, 12345 — 54321.

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: S — целое число, полученное из цифр числа N , записанных в обратном порядке.

Промежуточные данные: i — параметр цикла, M — переменная для временного хранения значения N , kol — количество разрядов в заданном числе, $R = 10^{kol}$ — старший разряд заданного числа.

⁷Алгоритм нахождения количества цифр в числе был рассмотрен в предыдущей задаче.

Рассмотрим пример. Пусть $N = 12345$, тогда $S = 5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 54321$

Значит, для решения поставленной задачи, нужно знать количество разрядов в заданном числе kol и его старший разряд $R = 10^{kol}$. Новое число S формируют как сумму произведений последней цифры заданного числа на старший разряд $S += M \% 10 * R$. Цикл выполнят kol раз, при каждой итерации уменьшая само число и старший разряд в десять раз.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{ unsigned long int N,M,R,S; int kol, i;
  cout<<"N="; cin>>N;
  for (R=1,kol=1,M=N;M/10>0; kol++,R*=10,M/=10);
    for (S=0,M=N, i=1; i<=kol; S+=M%10*R,M/=10,R/=10,i++);
    cout<<"S="<<S<<endl;
  return 0;
}
```

Задача 3.19. Проверить является ли заданное число N палиндромом⁸. Например, числа 404, 1221 — палиндромы.

Входные данные: N — целое число.

Выходные данные: сообщение.

Промежуточные данные: i — параметр цикла, M — переменная для временного хранения значения N , kol — количество разрядов в заданном числе, $R = 10^{kol}$ — старший разряд заданного числа, S — целое число, полученное из цифр числа N , записанных в обратном порядке.

Можно предложить следующий алгоритм решения задачи. Записать цифры заданного числа N в обратном порядке (задача 3.18), получится новое число S . Сравнить полученное число S с исходным N . Если числа равны, то заданное число является палиндромом.

Текст программы на языке C++:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{ unsigned long int N,M,R,S;
  int kol, i;
  cout<<"N="; cin>>N;
```

⁸ Палиндром — это число, слово или фраза одинаково читающееся в обоих направлениях, или, другими словами, любой симметричный относительно своей середины набор символов.


```

for (R=1, kol=1, M=N; M/10>0; kol++, R*=10, M/=10);
    for (S=0, M=N, i=1; i<=kol; S+=M%10*R, M/=10, R/=10, i++);
        if (N==S) cout<<"Число - палинром"<<endl;
        else cout<<"Число не является палиндромом"<<endl;
return 0;
}

```

Задача 3.20. Поступает последовательность из N вещественных чисел. Определить наибольший элемент последовательности.

Входные данные: N — целое число; X — вещественное число, определяет текущий элемент последовательности.

Выходные данные: Max — вещественное число, элемент последовательности с наибольшим значением.

Промежуточные переменные: i — параметр цикла, номер вводимого элемента последовательности.

Алгоритм поиска наибольшего элемента в последовательности следующий (рис. 3.31). Вводится N — количество элементов последовательности и X — первый элемент последовательности. В памяти компьютера отводится ячейка, например с именем Max , в которой будет храниться наибольший элемент последовательности — максимум. Далее предполагаем, что первый элемент последовательности наибольший и записываем его в Max . Затем вводится второй элемент последовательности и сравниваем его с предполагаемым максимумом. Если окажется, что второй элемент больше, его записывают в ячейку Max . В противном случае никаких действий не предпринимаем. Потом переходим к вводу следующего элемента последовательности (X), и алгоритм повторяется с начала. В результате в ячейке Max сохранится элемент последовательности с наибольшим значением⁹.

Текст программы на C++:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main ()
{
    unsigned int i, N;
    float X, Max;
    cout<<"N="; cin>>N;
    cout<<"X="; cin>>X; //Ввод первого элемента последовательности
    //Параметр цикла принимает стартовое значение  $i=2$ , т.к. первый элемент
    //уже введен предположим, что он максимальный, т.е.  $Max=X$ .

```

⁹ Для поиска наименьшего элемента последовательности (минимума), предполагают, что первый элемент — наименьший, записывают его в ячейку min , а затем среди элементов последовательности ищут число, значение которого будет меньше чем предполагаемый минимум.

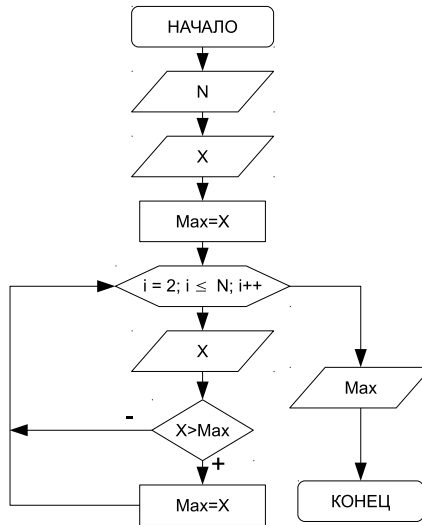


Рис. 3.31. Алгоритм поиска наибольшего числа в последовательности.

```

for (i=2, Max=X; i<=N; i++)
{
    cout<<"X="; cin>>X; //Ввод следующих элементов
    последовательности.
    //Если найдется элемент превышающий максимум,
    //записать его в ячейку Max, теперь он предполагаемый максимум.
    if (X>Max) Max=X;
}
//Вывод наибольшего элемента последовательности.
cout<<"Max="<<Max<<"\n";
return 0;
}
  
```

Задача 3.21. Вводится последовательность целых чисел, 0 — конец последовательности. Найти наименьшее число среди положительных, если таких значений несколько¹⁰, определить, сколько их.

Блок-схема решения задачи приведена на рис. 3.32.

¹⁰Предположим вводится последовательность чисел 11, -3, 5, 12, -7, 5, 8, -9, 7, -6, 10, 5, 0. Наименьшим положительным числом является 5. Таких минимумов в последовательности 3.

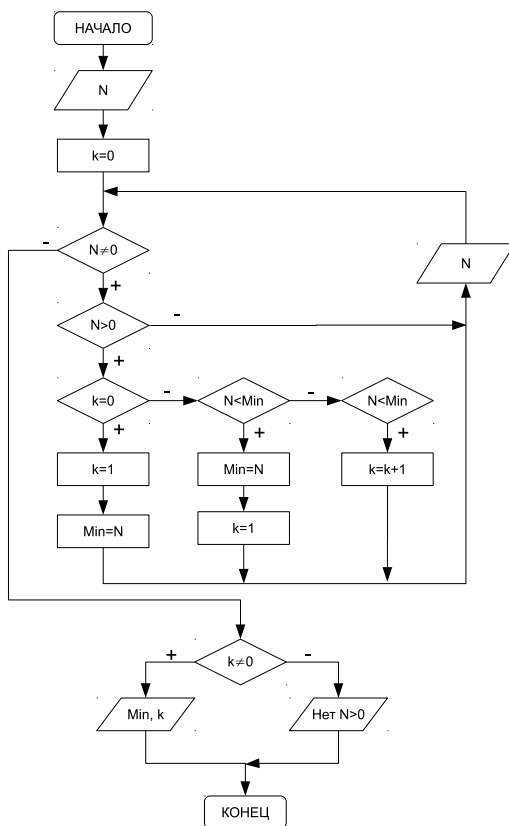


Рис. 3.32. Алгоритм поиска минимального положительного числа в последовательности.

Далее приведен текст подпрограммы с подробными комментариями¹¹.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float N, Min; int K;

```

¹¹ Алгоритм поиска максимального (минимального) элементов последовательности подробно описан в задаче 3.20

```

//Предположим, что в последовательности нет положительных чисел,  $K=0$ .
//Вводим число и если оно не равно нулю
for ( cout<<"N=" , cin>>N,K=0;N!=0;cout<<"N=" , cin>>N)
    //проверяем является ли оно положительным.
    if (N>0)
        //если  $K=0$ , поступил 1-й элемент, предположим, что он минимальный.
        if (K==0) {K=1;Min=N;}
        //если элемент не первый сравниваем его с предполагаемым
        минимумом,
        //если элемент меньше записываем его в Min и сбрасываем счетчик
        else if (N<Min) {Min=N;K=1;}
        //если элемент равен минимуму увеличиваем значение счетчика.
        else if (N==Min) K++; //Конец цикла
//Если значение счетчика не равно нулю, печатаем значение
//минимального элемента и количество таких элементов.
if (K!=0) cout<<"Min="<<Min<<"\n"<<"K="<<K<<"\n";
//в противном случае выдаем сообщаем.
else cout<<"Positive elements are absent \n";
return 0;
}

```

Задача 3.22. Определить сколько раз последовательность из N произвольных чисел меняет знак.

Чтобы решить задачу нужно попарно перемножать элементы последовательности. Если результат произведения пары чисел — отрицательное число, значит, эти числа имеют разные знаки.

Пусть в переменной B хранится текущий элемент последовательности, в A — предыдущий. Введём первое число A (до цикла) и второе B (в цикле). Если их произведение отрицательно, то увеличиваем количество смен знака на 1 ($k++$). После чего сохраняем значение B в переменную A и повторяем цикл (рис. 3.33).

Предлагаем читателю самостоятельно разобраться с текстом программы на C++:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float A,B; int i,K,N;
    cout<<"N=" ; cin>>N;
    for (K=0,cout<<"A=" , cin>>A, i=2;i<=N; i++)
    {
        cout<<"B=" ; cin>>B;
        if (A*B<0) K++;
        A=B;
    }
    cout<<"K="<<K<<"\n";
    return 0;
}

```

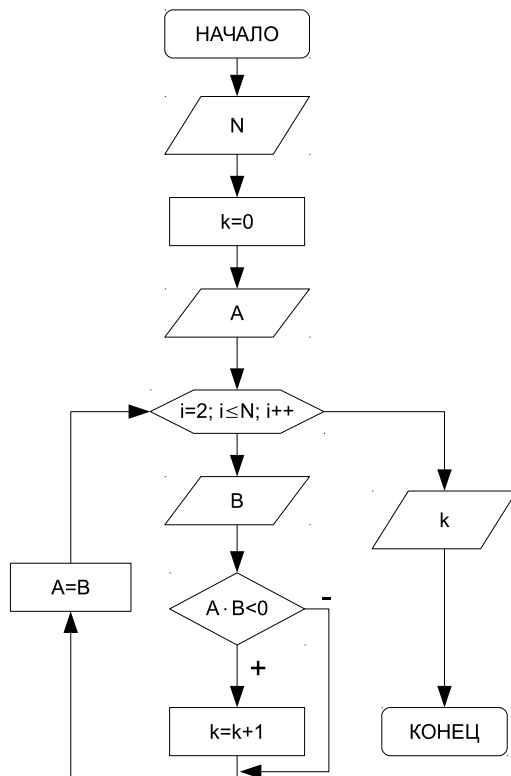


Рис. 3.33. Алгоритм решения задачи 3.22.

}

Задача 3.23. Поступает последовательность из N вещественных чисел. Определить количество простых чисел в последовательности.

Блок-схема алгоритма изображена на рис. 3.34. Обратите внимание, что для решения задачи было организовано два цикла. Первый цикл обеспечивает ввод элементов последовательности. Второй цикл, находится внутри первого и определяет, является ли поступившее число простым (задача 3.15).

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()

```

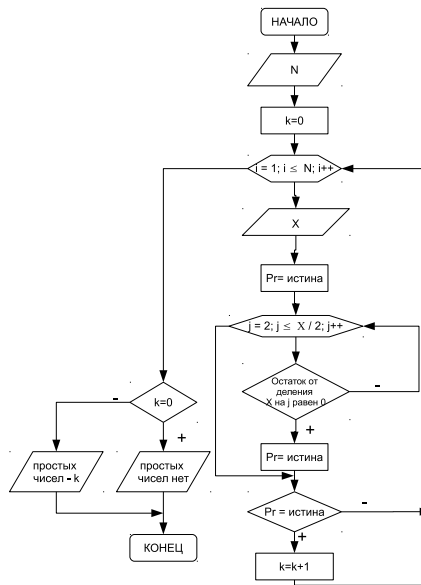


Рис. 3.34. Алгоритм поиска простых чисел в последовательности.

```

{
    unsigned long int X;
    unsigned int N;
    int i, k, j;
    bool Pr;
    for (k=0, cout<<"N=", cin>>N, i=1; i<=N; i++)
    {
        for (cout<<"X=", cin>>X, Pr=true, j=2; j<=X/2; j++)
            if (X%j==0)
            {
                Pr=false;
                break;
            }
        if (Pr) k++;
    }
    if (k==0) cout<<"Prime numbers are not \n";
    else cout<<"Prime numbers k="<<k<<"\n";
    return 0;
}

```

Задача 3.24. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Каждый набор содержит не менее двух элементов, признаком его завершения является число 0. Найти количество наборов, элементы которых возрастают.

Блок-схема алгоритма решения задачи показана на рис. 3.35. Не трудно заметить, что алгоритм реализован с помощью двух циклических процессов. Внутренний цикл проверяет является ли последовательность возрастающей, а внешний повторяет алгоритм для новой последовательности.

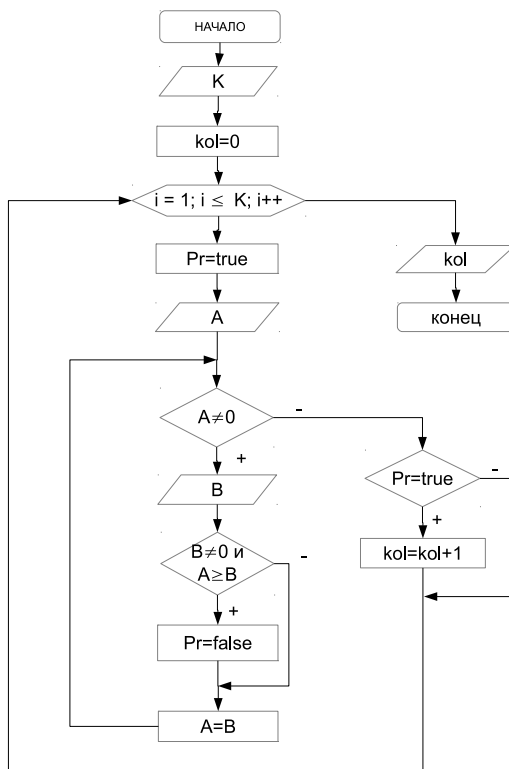


Рис. 3.35. Алгоритм решения задачи 3.24.

Программный код решения задачи 3.24:

```
#include <iostream>
```

```

using namespace std;
int main()
{
    unsigned int K, i, kol, A, B; bool pr;
    for (cout<<"K=", cin>>K, kol=0,i=1;i<=K;i++)
    {
        for (pr=true, cout<<"A=", cin>>A;A!=0; A=B)
        {
            cout<<"B="; cin>>B;
            if (B!=0 && A>=B) pr=false;
        }
        if (pr) kol++;
    }
    cout << "kol=" << kol<<endl;
    return 0;
}

```

3.6 Задачи для самостоятельного решения

3.6.1 Разветвляющийся процесс. Вычисление значения функции.

Разработать программу на языке C++. Дано вещественное число a . Для функции $y = f(x)$, график которой приведен ниже вычислить $f(a)$. Варианты заданий представлены на рис. 3.36–3.60.

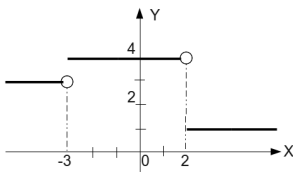


Рис. 3.36. Задание 1

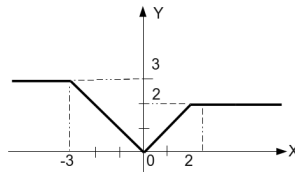


Рис. 3.37. Задание 2

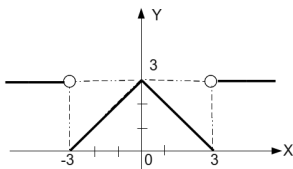


Рис. 3.38. Задание 3

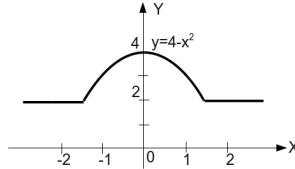


Рис. 3.39. Задание 4

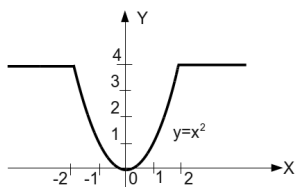


Рис. 3.40. Задание 5

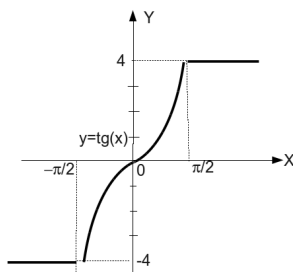


Рис. 3.41. Задание 6

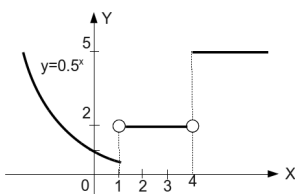


Рис. 3.42. Задание 7

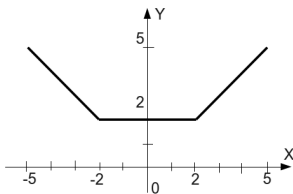


Рис. 3.43. Задание 8

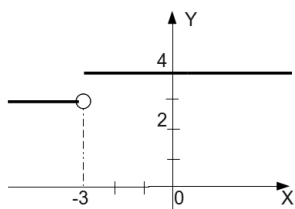


Рис. 3.44. Задание 9

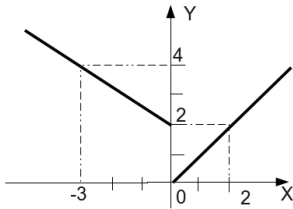


Рис. 3.45. Задание 10

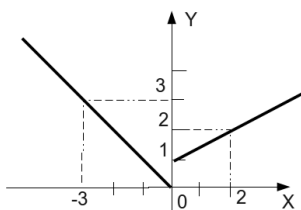


Рис. 3.46. Задание 11

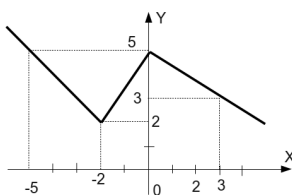


Рис. 3.47. Задание 12

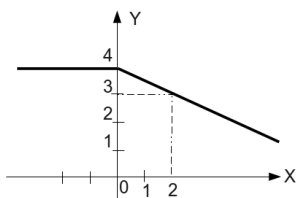


Рис. 3.48. Задание 13

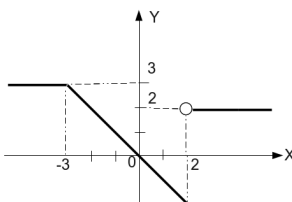


Рис. 3.49. Задание 14

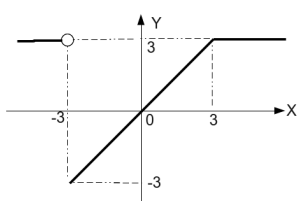


Рис. 3.50. Задание 15

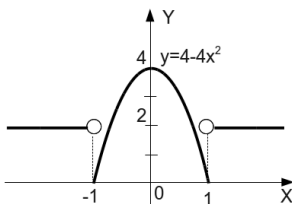


Рис. 3.51. Задание 16

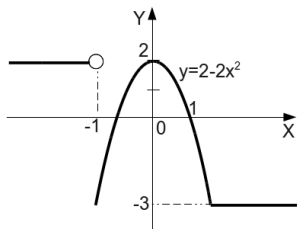


Рис. 3.52. Задание 17

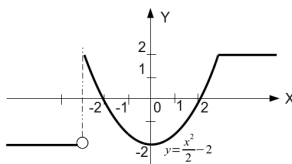


Рис. 3.53. Задание 18

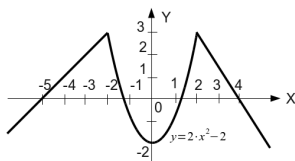


Рис. 3.54. Задание 19

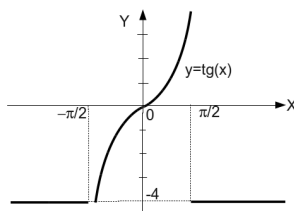


Рис. 3.55. Задание 20

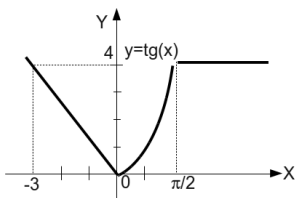


Рис. 3.56. Задание 21

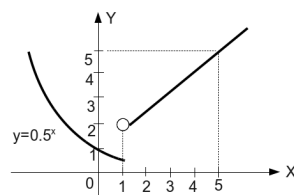


Рис. 3.57. Задание 22

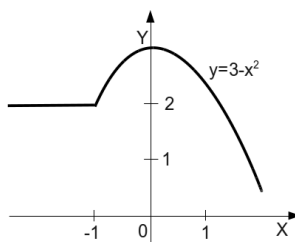


Рис. 3.58. Задание 23

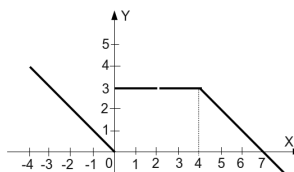


Рис. 3.59. Задание 24

3.6.2 Разветвляющийся процесс. Попадание точки в плоскость.

Разработать программу на языке C++. Даны вещественные числа x и y . Определить принадлежит ли точка с координатами $(x; y)$ заштрихованной части плоскости. Варианты заданий представлены на рис. 3.61–3.85.

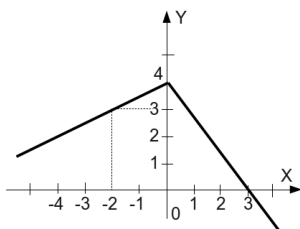


Рис. 3.60. Задание 25

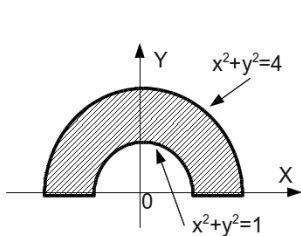


Рис. 3.61. Задание 1

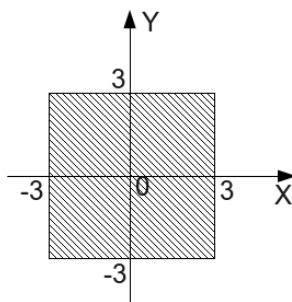


Рис. 3.62. Задание 2

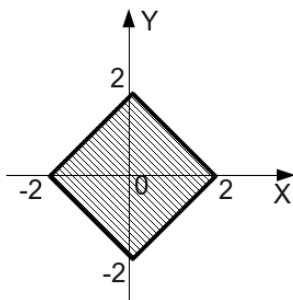


Рис. 3.63. Задание 3

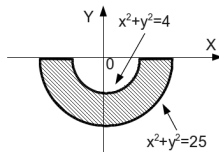


Рис. 3.64. Задание 4

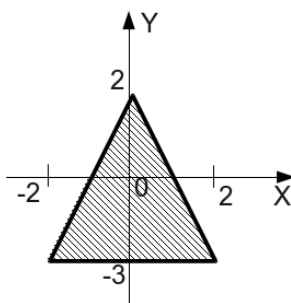


Рис. 3.65. Задание 5

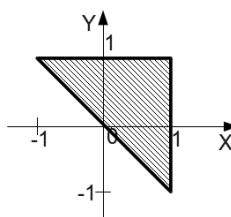


Рис. 3.66. Задание 6

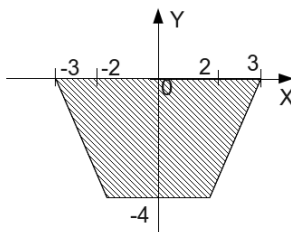


Рис. 3.67. Задание 7

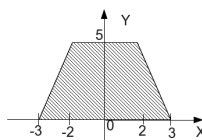


Рис. 3.68. Задание 8

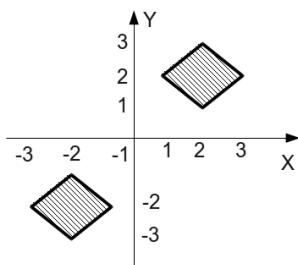


Рис. 3.69. Задание 9

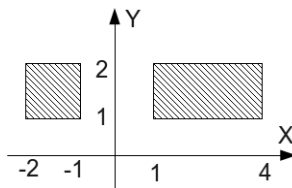


Рис. 3.70. Задание 10

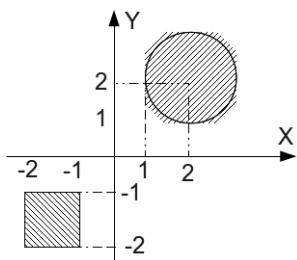


Рис. 3.71. Задание 11

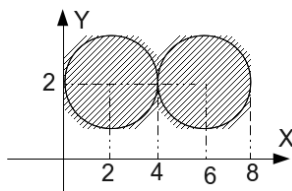


Рис. 3.72. Задание 12

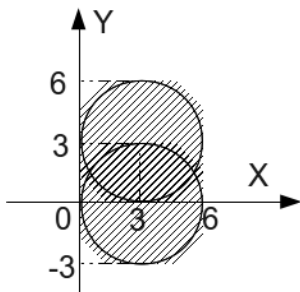


Рис. 3.73. Задание 13

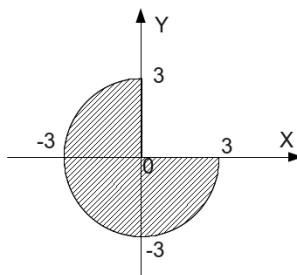


Рис. 3.74. Задание 14

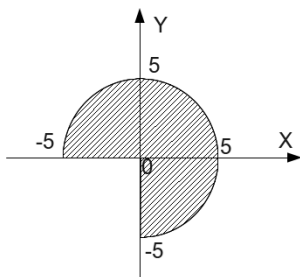


Рис. 3.75. Задание 15

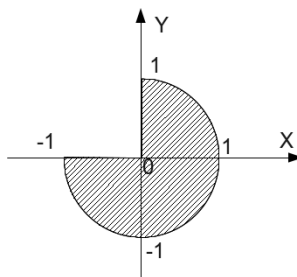


Рис. 3.76. Задание 16

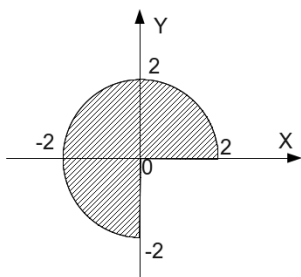


Рис. 3.77. Задание 17

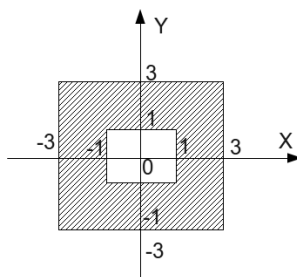


Рис. 3.78. Задание 18

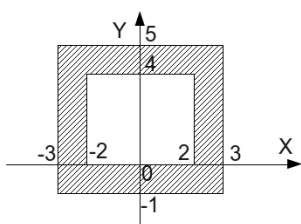


Рис. 3.79. Задание 19

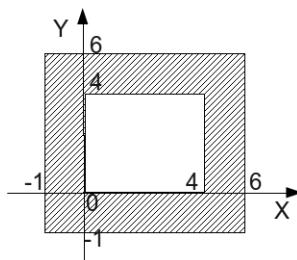


Рис. 3.80. Задание 20

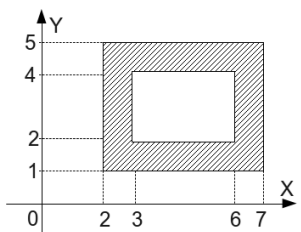


Рис. 3.81. Задание 21

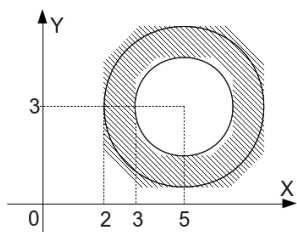


Рис. 3.82. Задание 22

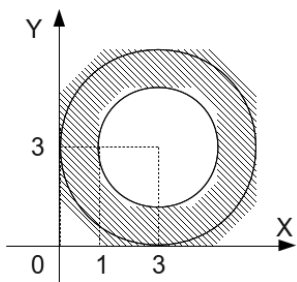


Рис. 3.83. Задание 23

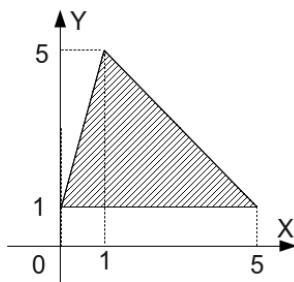


Рис. 3.84. Задание 24

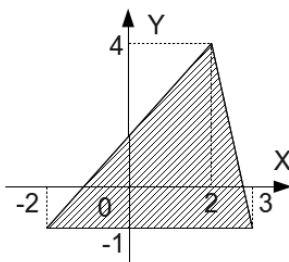


Рис. 3.85. Задание 25

3.6.3 Разветвляющийся процесс. Пересечение линий и решение уравнений.

Разработать программу на языке C++ для следующих заданий:

1. Задан круг с центром в точке $O(x_0, y_0)$, радиусом R_0 и точка $A(x_1, y_1)$. Определить, находится ли точка внутри круга.
2. Задана окружность с центром в точке $O(x_0, y_0)$ и радиусом R_0 . Определить пересекается ли заданная окружность с осью абсцисс, если пересекается найти точки пересечения.
3. Задана окружность с центром в точке $O(x_0, y_0)$ и радиусом R_0 . Определить пересекается ли заданная окружность с осью ординат, если пересекается найти точки пересечения.

4. Задана окружность с центром в точке $O(0, 0)$ и радиусом R_0 и прямая $y = ax + b$. Определить, пересекаются ли прямая и окружность. Если пересекаются, найти точки пересечения.
5. Заданы окружности. Первая с центром в точке $O(x_1, y_1)$ и радиусом R_1 , вторая с центром в точке $O(x_2, y_2)$ и радиусом R_2 . Определить пересекаются ли окружности, касаются или не пересекаются.
6. Заданы три точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Определить какая из точек наиболее удалена от начала координат.
7. Заданы три точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Определить какая из точек B или C наименее удалена от точки A .
8. Определить, пересекаются ли линии $y = ax + b$ и $y = kx + m$. Если пересекаются, найти точку пересечения.
9. Определить, пересекает ли линия $y = ax + b$ ось абсцисс. Если пересекает, найти точку пересечения.
10. Определить, пересекаются ли линии $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ и $y = kx + m$. Если пересекаются, найти точки пересечения.
11. Определить, пересекаются ли линии $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ и $y = kx^3 + mx^2 + nx + p$. Если пересекаются, найти точки пересечения.
12. Определить, пересекаются ли линии $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ и $y = ax^3 + mx^2 + nx + p$. Если пересекаются, найти точки пересечения.
13. Определить, пересекаются ли линии $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ и $y = mx^2 + nx + p$. Если пересекаются, найти точку пересечения.
14. Определить, пересекает ли линия $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ось абсцисс. Если пересекает, найти точку пересечения.
15. Определить, пересекаются ли параболы $y = ax^2 + bx + c$ и $y = dx^2 + mx + n$. Если пересекаются, то найти точки пересечения.
16. Определить, пересекаются ли линии $y = bx^2 + cx + d$ и $y = kx + m$. Если пересекаются, найти точки пересечения.
17. Найти точки пересечения линии $y = ax^2 + bx + c$ с осью абсцисс. Если линии не пересекаются выдать соответствующее сообщение.
18. Определить, пересекаются ли линии $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + f$ и $y = bx^3 + mx^2 + dx + p$. Если пересекаются, найти точки пересечения.
19. Определить, пересекаются ли линии $y = ax^4 + bx^2 + kx + c$ и $y = mx^2 + kx + p$. Если пересекаются, найти точки пересечения.
20. Определить, пересекает ли линия $y = ax^4 + bx^2 + c$ ось абсцисс. Если пересекает, найти точки пересечения.

21. Найти комплексные корни уравнения $y = ax^4 + bx^2 + c$. Если в уравнении нет комплексных корней вывести соответствующее сообщение.
22. Найти комплексные корни уравнения $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Если в уравнении нет комплексных корней вывести соответствующее сообщение.
23. Найти комплексные корни уравнения $y = ax^2 + bx + c$. Если в уравнении нет комплексных корней вывести соответствующее сообщение.
24. Даны координаты точки на плоскости. Если точка совпадает с началом координат, то вывести 0. Если точка не совпадает с началом координат, но лежит на оси OX или OY , то вывести соответственно 1 или 2. Если точка не лежит на координатных осях, то вывести 3.
25. Даны координаты точки, не лежащей на координатных осях OX и OY . Определить номер координатной четверти, в которой находится данная точка.

3.6.4 Циклический процесс. Вычисление значений функции

Разработать программу на языке C++. Для решения задачи использовать операторы `for`, `while`, `do`. Варианты заданий:

1. Вывести на экран таблицу значений функции синус в диапазоне от $-2 \cdot \pi$ до $2 \cdot \pi$ с шагом $\frac{\pi}{8}$.
2. Вывести на экран таблицу квадратов первых десяти целых положительных чисел.
3. Вывести на экран таблицу значений функции косинус в диапазоне от $-2 \cdot \pi$ до $2 \cdot \pi$ с шагом $\frac{\pi}{8}$.
4. Вывести на экран таблицу кубов первых десяти целых положительных чисел.
5. Вывести на экран таблицу значений квадратов синусов в диапазоне от $-\pi$ до π с шагом $\frac{\pi}{12}$.
6. Вывести на экран таблицу значений квадратов косинусов в диапазоне от 0 до $2 \cdot \pi$ с шагом $\frac{\pi}{10}$.
7. Вывести на экран таблицу квадратов первых десяти целых четных положительных чисел.
8. Вывести на экран таблицу квадратов первых десяти целых нечетных положительных чисел.

9. Вывести на экран таблицу значений удвоенных синусов в диапазоне от $-a$ до a с шагом h . Значения a и h вводятся с клавиатуры.
10. Вывести на экран таблицу значений удвоенных косинусов в диапазоне от a до b с шагом h . Значения a , b и h вводятся с клавиатуры.
11. Вывести на экран таблицу кубов первых десяти целых нечетных положительных чисел.
12. Вывести на экран таблицу кубов первых десяти целых четных положительных чисел.
13. Вывести на экран таблицу значений функции $y = e^{2x}$ в диапазоне от $-a$ до a с шагом h . Значения a и h вводятся с клавиатуры.
14. Вывести на экран таблицу значений функции $y = 5 \cdot e^{-3x}$ в диапазоне от a до b с шагом h . Значения a , b и h вводятся с клавиатуры.
15. Вывести на экран таблицу квадратов первых десяти целых отрицательных чисел.
16. Вывести на экран таблицу кубов первых десяти целых отрицательных чисел.
17. Вывести на экран таблицу квадратных корней первых десяти целых положительных чисел.
18. Вывести на экран таблицу кубических корней первых десяти целых положительных чисел.
19. Вывести на экран таблицу значений функции $y = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 1$ в диапазоне от $-a$ до a с шагом h . Значения a и h вводятся с клавиатуры.
20. Вывести на экран таблицу значений функции $y = 5.4 \cdot x^3 - 2.8 \cdot x^2 - x + 1.6$ в диапазоне от a до b с шагом h . Значения a , b и h вводятся с клавиатуры.
21. Вывести на экран таблицу квадратных корней первых десяти целых положительных чётных чисел.
22. Вывести на экран таблицу квадратных корней первых десяти целых положительных нечётных чисел.
23. Вывести на экран таблицу значений функции $y = -1.8 \cdot x^3 - e^2 x + \frac{1}{6}$ в диапазоне от -3 до 4 с шагом $\frac{1}{2}$.
24. Вывести на экран таблицу значений функции $y = -1.3 \cdot x^2 - \frac{e^x}{4}$ в диапазоне от -2 до 2 с шагом $\frac{1}{4}$.
25. Вывести на экран таблицу степеней двойки в диапазоне от 0 до 10 с шагом 1 .

3.6.5 Циклический процесс. Последовательности натуральных чисел

Разработать программу на языке C++ для следующих заданий:

1. Дано целое положительное число N . Вычислить сумму натуральных нечетных чисел не превышающих это число.
2. Дано целое положительное число N . Вычислить произведение натуральных четных чисел не превышающих это число.
3. Дано целое положительное число N . Вычислить количество натуральных чисел кратных трем и не превышающих число N .
4. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \frac{n!}{\sum_{i=1}^n i}.$$

5. Вычислить количество натуральных двузначных четных чисел не делящихся на 10.
6. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n i^2}{n!}.$$

7. Вычислить сумму натуральных удвоенных чисел не превышающих 25.
8. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \frac{\sum_{i=3}^n i - 2}{(n+1)!}.$$

9. Дано целое положительное число N . Вычислить сумму квадратов натуральных чётных чисел не превышающих это число.
10. Дано целое положительное число N . Вычислить количество натуральных чисел кратных пяти и не превышающих число N .
11. Определить значение выражения:

$$P = \frac{\sum_{i=0}^5 3^i}{5!}.$$

12. Дано целое положительное число N . Вычислить сумму удвоенных натуральных нечётных чисел не превышающих это число.
13. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \sum_{i=2}^n i^2 - i.$$

14. Найти сумму нечётных степеней двойки. Значение степени изменяется от 1 до 9.
15. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^n 2 \cdot i^2 - i + 1.$$

16. Дано целое положительное число N . Вычислить произведение натуральных чисел кратных трем и не превышающих число N .
17. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \sum_{i=3}^{n+2} 2 \cdot i - 4.$$

18. Вычислить сумму натуральных трёхзначных чисел кратных пяти и не делящихся на десять.
19. Определить значение выражения:

$$P = \sum_{i=0}^{10} 2^i.$$

20. Вычислить количество натуральных двузначных нечётных чисел не делящихся на 5.
21. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} i + 1}{(2n)!}.$$

22. Задано целое положительное число n . Определить значение выражения:

$$P = \frac{\sum_{i=5}^{15} i}{(2 \cdot n + 1)!}.$$

23. Найти произведение чётных степеней двойки. Значение степени изменяется от 0 до 8.
24. Вычислить произведение натуральных чисел не превышающих 15.
25. Вычислить произведение натуральных двузначных чисел кратных трем и не делящихся на 10.

3.6.6 Циклический процесс. Последовательности произвольных чисел

Разработать программу на языке C++ для следующих заданий:

1. Вводится последовательность ненулевых чисел, 0 — конец последовательности. Определить сумму положительных элементов последовательности.
2. Вычислить сумму отрицательных элементов последовательности из N произвольных чисел.
3. Вводится последовательность ненулевых чисел, 0 — конец последовательности. Определить сколько раз последовательность поменяет знак.
4. В последовательности из N произвольных чисел подсчитать количество нулей.
5. Вводится последовательность ненулевых чисел, 0 — конец последовательности. Определить наибольшее число в последовательности.
6. Вводится последовательность из N произвольных чисел найти наименьшее число в последовательности.
7. Вводится последовательность ненулевых чисел, 0 — конец последовательности. Определить среднее значение элементов последовательности.
8. Вводится последовательность из N произвольных чисел, найти среднее значение положительных элементов последовательности.
9. Вводится последовательность ненулевых чисел, 0 — конец последовательности. Подсчитать процент положительных и отрицательных чисел.
10. Вводится последовательность из N произвольных чисел. Определить процент положительных, отрицательных и нулевых элементов.

11. Вводится последовательность из N произвольных чисел. Вычислить разность между наименьшим и наибольшим значениями последовательности.
12. Вводится последовательность из N положительных целых чисел. Найти наименьшее число среди четных элементов последовательности.
13. Вводится последовательность из N положительных целых чисел. Определить является ли эта последовательность знакопередающей.
14. Определить является ли последовательность из N произвольных чисел строго возрастающей (каждый следующий элемент больше предыдущего).
15. Вводится последовательность произвольных чисел, 0 — конец последовательности. Определить является ли эта последовательность строго убывающей (каждый следующий элемент меньше предыдущего).
16. Вводится последовательность ненулевых целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить среднее значение чётных элементов последовательности.
17. Вводится последовательность из N произвольных чисел, найти среднее значение отрицательных элементов последовательности.
18. В последовательности из N целых чисел подсчитать четных и нечетных чисел.
19. Вводится последовательность целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить процент чётных и нечётных чисел в последовательности.
20. Вводится последовательность из N целых чисел. Определить содержит ли последовательность хотя бы два соседних одинаковых числа.
21. Вводится последовательность целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить наибольшее число среди нечетных элементов последовательности.
22. Вводится последовательность произвольных чисел, 0 — конец последовательности. Определить сумму и количество чисел в последовательности.
23. Вводится последовательность из N произвольных чисел. Найти сумму положительных и сумму отрицательных элементов последовательности.

24. Вводится последовательность произвольных чисел, 0 — конец последовательности. Определить отношение минимального и максимального элементов друг к другу.
25. Вводится последовательность из N целых чисел. Определить количество одинаковых рядом стоящих чисел.

3.6.7 Циклический процесс. Работа с цифрами в числе

Разработать программу на языке C++ для следующих заданий:

1. Определить является ли целое положительное число *совершенным*. Совершенное число равно сумме всех своих делителей, не превосходящих это число. Например, $6=1+2+3$ или $28=1+2+4+7+14$.
2. Проверить является ли пара целых положительных чисел *дружественными*. Два различных натуральных числа являются дружественными, если сумма всех делителей первого числа (кроме самого числа) равна второму числу. Например, 220 и 284, 1184 и 1210, 2620 и 2924, 5020 и 5564.
3. Определить является ли целое положительное число *недостаточным*. Недостаточное число всегда больше суммы всех своих делителей за исключением самого числа.
4. Вводится целое положительное число. Определить количество четных и нечетных цифр в числе.
5. Вводится целое положительное число. Найти число, которое равно сумме кубов цифр исходного числа.
6. Задача о «счастливом» билете. Вводится целое положительное шестизначное число. Определить совпадает ли сумма первых трех цифр с суммой трех последних.
7. Задача о «встречном» билете. Вводится целое положительное шестизначное число. Убедиться, что разница между суммой первых трех цифр и суммой последних трех цифр равна единице.
8. Задано целое положительное число. Определить количество его четных и нечетных делителей.
9. Проверить является ли два целых положительных числа *взаимно простыми*. Два различных натуральных числа являются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен единице.
10. Определить является ли целое положительное число *составным*. Составное число имеет более двух делителей, то есть не является *простым*.

11. Вводится целое положительное число. Найти наименьшую цифру числа.
12. Задано целое положительное число. Определить является ли оно *числом Армстронга*. Число Армстронга — натуральное число, которое равно сумме своих цифр, возведённых в степень, равную количеству его цифр. Например, десятичное число 153 — число Армстронга, потому что: $1^3 + 3^3 + 5^3 = 1 + 27 + 125 = 153$.
13. Вводится целое положительное число. Найти произведение всех ненулевых цифр числа.
14. Вводится целое положительное число. Найти наибольшую цифру числа.
15. Вводится целое положительное число. Определить позицию наибольшей цифры в числе.
16. Вводится целое положительное число. Найти число, которое равно сумме удвоенных цифр исходного числа.
17. Вводится целое положительное число. Найти число, которое равно сумме квадратов цифр исходного числа.
18. Задано целое положительное число. Определить сумму его делителей.
19. Вводится целое положительное число. Определить позицию наименьшей цифры в числе.
20. Проверить, что два целых положительных числа не являются *взаимно простыми*. Различные натуральные числа не являются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель отличен от единицы.
21. Убедиться, что заданное целое положительное число не является *палиндромом*. Числа палиндромы симметричны относительно своей середины, например, 12021 или 454.
22. Убедиться, что заданное целое положительное число не является *совершенным*. Совершенное число равно сумме всех своих делителей, не превосходящих это число. Например, $6=1+2+3$ или $28=1+2+4+7+14$.
23. Проверить, что два целых положительных числа не являются *дружественными*. Два различных натуральных числа являются дружественными, если сумма всех делителей первого числа (кроме самого числа) равна второму числу. Например, 220 и 284, 1184 и 1210, 2620 и 2924, 5020 и 5564.
24. Вводится целое положительное число. Найти число, которое равно сумме утроенных цифр исходного числа.
25. Вводятся два целых положительных числа. Найти сумму их цифр.

3.6.8 Вложенные циклы

Разработать программу на языке C++ для следующих заданий:

1. Дано натуральное число P . Вывести на печать все простые числа не превосходящие P .
2. Дано натуральное число P . Вывести на печать все совершенные числа не превосходящие P .
3. Вводится последовательность положительных целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить количество совершенных чисел в последовательности.
4. Вводится последовательность положительных целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить количество простых чисел в последовательности.
5. Вводится последовательность из N положительных целых чисел. Для каждого элемента последовательности вычислить факториал.
6. Вводится последовательность из N положительных целых чисел. Вывести на печать все числа — палиндромы. Если таких чисел нет, выдать соответствующее сообщение.
7. Вводится последовательность из N положительных целых чисел. Определить разрядность каждого числа.
8. Вводится последовательность из N положительных целых чисел. Вывести на печать количество делителей каждого числа.
9. Вводится последовательность положительных целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить сумму цифр каждого элемента последовательности.
10. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Для каждого набора вывести количество его элементов. Вычислить общее количество элементов.
11. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Для каждого набора вычислить среднее арифметическое его элементов.
12. Даны K наборов целых чисел по N элементов в каждом наборе. Для каждого набора найти наибольшее значение его элементов.
13. Даны K наборов целых чисел по N элементов в каждом наборе. Определить есть ли среди наборов данных знакочередующиеся последовательности.
14. Даны K наборов целых чисел по N элементов в каждом наборе. Определить есть ли среди наборов данных строго возрастающие последовательности.

15. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Для каждого набора найти наименьшее значение его элементов.
16. Даны K наборов целых чисел по N элементов в каждом наборе. Для каждого набора вычислить произведение ненулевых элементов.
17. Даны K наборов целых чисел по N элементов в каждом наборе. Найти наибольшее число для всех наборов.
18. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Вычислить среднее арифметическое всех элементов во всех наборах.
19. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Найти количество возрастающих наборов.
20. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Найти количество убывающих наборов.
21. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Найти количество наборов не являющихся знакопеременными.
22. Дано K наборов ненулевых целых чисел. Признаком завершения каждого набора является число 0. Найти количество наборов элементы которых не возрастают и не убывают.
23. Даны целые положительные числа N и M ($N < M$). Вывести все целые числа от N до M включительно; при этом каждое число должно выводиться столько раз, каково его значение (например, число 5 выводится 5 раз).
24. Дано целое число $N > 0$. Найти сумму $1! + 2! + 3! + \dots + N!$
25. Даны целые числа N и M ($N < M$). Вывести все целые числа от N до M включительно; при этом число N должно выводиться 1 раз, число $N + 1$ должно выводиться 2 раза и т. д.

Глава 4

Использование функций при программировании на C++

В практике программирования часто складываются ситуации, когда одну и ту же группу операторов, реализующих определенную цель, требуется повторить без изменений в нескольких местах программы. Для избавления от столь нерациональной траты времени была предложена концепция подпрограммы.

Подпрограмма — именованная, логически законченная группа операторов языка, которую можно вызвать для выполнения любое количество раз из различных мест программы. В языке C++ подпрограммы реализованы в виде *функций* [4].

4.1 Общие сведения о функциях. Локальные и глобальные переменные

Функция — это поименованный набор описаний и операторов, выполняющих определенную задачу. Функция может принимать параметры и возвращать значение. Информация, передаваемая в функцию для обработки, называется *параметром*, а результат вычислений функции ее *значением*. Обращение к функции называют *вызовом*. Как известно (п. 2.8) любая программа на C++ состоит из одной или нескольких функций. При запуске программы первой выполняется функция `main`. Если среди операторов функции `main` встречается вызов функции, то управление передается операторам функции. Когда

все операторы функции будут выполнены, управление возвращается оператору, следующему за вызовом функции.

Перед вызовом функции должны быть обязательно описана. *Описание функции* состоит из заголовка и тела функции:

```
тип имя_функции(список_переменных)
{
    тело_функции
}
```

Заголовок функции содержит:

- **тип**, возвращаемого функцией значения, он может быть любым; если функция не возвращает значения, указывают тип `void`;
- **имя_функции**;
- **список_переменных** — перечень передаваемых в функцию величин (*аргументов*), которые отделяются друг от друга запятыми; для каждой переменной из списка указывается **тип** и **имя**; если функция не имеет аргументов, то в скобках указывают либо тип `void`, либо ничего.

Тело функции представляет собой последовательность описаний и операторов, заключенных в фигурные скобки.

В общем виде *структура программы* на C++ может иметь вид:

```
директивы компилятора
тип имя_1(список_переменных)
{
    тело_функции_1;
}

тип имя_2(список_переменных)
{
    тело_функции_2;
}

...

тип имя_n(список_переменных)
{
    тело_функции_n;
}

int main(список_переменных)
{
    //Тело функции может содержать операторы вызова функций имя_1, имя_2,
    ..., имя_n
    тело_основной_функции;
}
```

Однако допустима и другая *форма записи программного кода*:

```
директивы компилятора
тип имя_1(список_переменных);
тип имя_2(список_переменных);
...
тип имя_n(список_переменных);
int main(список_переменных)
{
    //Тело функции может содержать операторы вызова функций имя_1, имя_2,
    ..., имя_n
    тело_основной_функции;
}
тип имя_1(список_переменных)
{
    тело_функции_1;
}

тип имя_2(список_переменных)
{
    тело_функции_2;
}

...

тип имя_n(список_переменных)
{
    тело_функции_n;
}
```

Здесь функции описаны после функции `main()`, однако до нее перечислены заголовки всех функций. Такого рода опережающие заголовки называют *прототипами функций*. Прототип указывает компилятору тип данных, возвращаемых функцией, тип переменных, выступающих в роли аргументов и порядок их следования. Прототипы используются для проверки правильности вызова функций в основной программе. Имена переменных, указанные в прототипе функции, компилятор игнорирует:

```
//Записи равносильны.
int func(int a, int b);
int func(int ,int);
```

Вызвать функцию можно в любом месте программы. Для вызова функции необходимо указать ее имя и в круглых скобках, через запятую перечислить имена или значения аргументов, если таковые имеются:

```
имя_функции(список_переменных);
```

Рассмотрим пример. Создадим функцию `f()`, которая не имеет входных значений и не формирует результат. При вызове этой функции на экран выводится строка символов "Happy new year, ".

```
#include <iostream>
using namespace std;
void f() //Описание функции.
{
    cout << "Happy new year, ";
}
int main()
{
    f(); //Вызов функции.
    cout <<"Students!" << endl;
    f(); //Вызов функции.
    cout <<"Teachers!" << endl;
    f(); //Вызов функции.
    cout <<"People!" << endl;
}
```

Результатом работы программы будут три строки:

```
Happy new year, Students!
Happy new year, Teachers!
Happy new year, People!
```

Далее приведен пример программы, которая пять раз выводит на экран фразу "Hello World!". Операция вывода строки символов оформлена в виде функции `fun()`. Эта функция так же не имеет входных значений и не формирует результат. Вызов функции осуществляется в цикле:

```
#include <iostream>
using namespace std;
void fun()
{
    cout << "Hello World!" << endl;
}

int main()
{
    for(int i=1;i<=5;fun(),i++);
}
```

Если тип возвращаемого значения не `void`, то функция может входить в состав выражений. *Типы и порядок следования переменных в определении и при вызове функции должны совпадать.* Для того чтобы функция вернула какое-либо значение, в ней должен быть оператор:

return (выражение);

Далее приведен пример программы, которая вычисляет значение выражения $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ при заданном значении α . Здесь функция **radian** выполняет перевод градусной меры угла в радианную¹.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#define PI 3.14159
using namespace std;
double radian(int deg, int min, int sec)
{
    return (deg*PI/180+min*PI/180/60+sec*PI/180/60/60);
}
int main()
{
    int DEG,MIN,SEC; double RAD;
    //Ввод данных.
    cout<<"Input: "<<endl; //Величина угла:
    cout<<"DEG="; cin>>DEG; //градусы,
    cout<<"MIN="; cin>>MIN; //минуты,
    cout<<"SEC="; cin>>SEC; //секунды.
    //Величина угла в радианах.
    RAD=radian (DEG,MIN,SEC); //Вызов функции.
    cout << "Value in radian A="<<RAD << endl;
    //Вычисление значения выражения и его вывод.
    cout << "sin(A)^2+cos(A)^2=";
    cout << pow(sin(RAD),2)+pow(cos(RAD),2) << endl;
    return 0;
}
```

Переменные, описанные внутри функции, а так же переменные из списка аргументов, являются *локальными*. Например, если программа содержит пять разных функций, в каждой из которых описана переменная N , то для C++ это пять различных переменных. Область действия локальной переменной не выходит за рамки функции. Значения локальных переменных между вызовами одной и той же функции не сохраняются.

Переменные, определенные до объявления всех функций и доступные всем функциям, называют *глобальными*. В функции глобальную переменную можно отличить, если не описана локальная переменная с теми же именем.

¹Чтобы найти радианную меру какого-нибудь угла по заданной градусной мере, нужно помножить число градусов на $\frac{\pi}{180}$, число минут на $\frac{\pi}{180 \cdot 60}$, число секунд на $\frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60}$ найденные произведения сложить.

Глобальные переменные применяют для передачи данных между функциями, но это затрудняет отладку программы. Для обмена данными между функциями используют параметры функций и значения, возвращаемые функциями.

4.2 Передача параметров в функцию

Обмен информацией между вызываемой и вызывающей функциями осуществляется с помощью *механизма передачи параметров*. **Список_переменных**, указанный в заголовке функции называется *формальными параметрами* или просто *параметрами* функции. **Список_переменных** в операторе вызова функции — это *фактические параметры* или *аргументы*.

Механизм передачи параметров обеспечивает замену формальных параметров фактическими параметрами, и позволяет выполнять функцию с различными данными. Между фактическими параметрами в операторе вызова функции и формальными параметрами в заголовке функции устанавливается взаимно однозначное соответствие. *Количество, типы и порядок следования формальных и фактических параметров должны совпадать*.

Передача параметров выполняется следующим образом. Вычисляются выражения, стоящие на месте фактических параметров. В памяти выделяется место под формальные параметры, в соответствии с их типами. Затем формальным параметрам присваиваются значения фактических. Выполняется проверка типов и при необходимости выполняется их преобразование. При несоответствии типов выдается диагностическое сообщение.

Передача параметров в функцию может осуществляться *по значению* и *по адресу*.

При передаче данных по значению функция работает с копиями фактических параметров, и доступа к исходным значениям аргументов у нее нет. При передаче данных по адресу в функцию передается не переменная, а ее адрес, и, следовательно, функция имеет доступ к ячейкам памяти, в которых хранятся значения аргументов. Таким образом, данные, переданные по значению, функция изменить не может, в отличие от данных, переданных по адресу.

Если требуется запретить изменение параметра внутри функции, используют модификатор **const**. Заголовок функции в общем виде будет выглядеть так:

тип имя_функции(const тип_переменной* имя_переменной, ...)

Например:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int f1(int i) //Данные передаются по значению
{
    return(i++);
}
int f2(int* j) //Данные передаются по адресу.
               //При подстановке фактического параметра,
               //для получения его значения,
               //применяется операция разадресации *.
{
    return((*j)++);
}
int f3(const int* k) //Изменение параметра не предусмотрено.
{
    return(*k);
}
int main()
{
    int a;
    cout<<"a="; cin>>a;
    f1(a);
    cout<<"a="<<a<<"\n";
    f2(&a); //Для передачи фактического параметра
            //используется операция взятия адреса &.
    cout<<"a="<<a<<"\n";
    f3(&a);
    cout<<"a="<<a<<"\n";
    return 0;
}
```

Результат работы программы:

Введено значение переменной a.

a=5

Значение переменной a после вызова функции f1 не изменилось.

a=5

Значение переменной a после вызова функции f2 изменилось.

a=6

Значение переменной a после вызова функции f3 не изменилось.

a=6

Удобно использовать передачу данных по адресу, если нужно чтобы функция изменяла значения переменных в вызывающей программе.

Далее приведен пример программы, в которой исходя из радианной меры некоторого угла вычисляется величина смежного с ним угла. На экран выводятся значения углов в градусной мере. Функция `degree` выполняет перевод из радианной меры в градусную². Эта функция ничего не возвращает. Ее аргументами являются *значение* переменной `rad`, определяющее величину угла в радианах и *адреса* переменных `deg`, `min`, `sec`, в которых будут храниться вычисленные результаты — градусная мера угла.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#define PI 3.14159
using namespace std;
void degree (double rad, int *deg, int * min, int *sec)
{
    *deg= floor (rad*180/PI);
    *min=floor (((rad*180/PI-(*deg))*60);
    *sec=floor (((rad*180/PI-(*deg))*60-(*min))*60);
}
int main ()
{
    int DEG,MIN,SEC; double RAD;
    cout<<"Input: "<<endl;
    cout << "Value in radian A=";cin>>RAD;
    degree (RAD,&DEG,&MIN,&SEC);
    cout << DEG<<" "<<MIN<<" "<<SEC << endl;
    degree (PI-RAD,&DEG,&MIN,&SEC);
    cout << DEG<<" "<<MIN<<" "<<SEC << endl;
    return 0;
}
```

4.3 Возврат результата с помощью оператора return

Возврат результата из функции в вызывающую ее функцию осуществляется оператором

`return (выражение);`

Работает оператор следующим образом. Вычисляется значение *выражения*, указанного после `return` и преобразуется к типу возвращаемого функцией значения. Выполнение функции завершается, а

²Чтобы найти градусную меру угла по заданной радианной нужно помножить число радиан на $\frac{180}{\pi}$; если из полученной дроби выделить целую часть, то получим градусы; если из числа полученного умножением оставшейся дробной части 60 выделить целую часть получим минуты; секунды вычисляются аналогично из дробной части минут.

вычисленное значение передается в вызывающую функцию. Любые операторы, следующие в функции за оператором **return**, игнорируются. Программа продолжает свою работу с оператора следующего за оператором вызова данной функции.

Оператор **return** может отсутствовать в функциях типа **void**, если возврат происходит перед закрывающейся фигурной скобкой, и в функции **main**.

Также функция может содержать несколько операторов **return**, если это определено потребностями алгоритма. Например, в следующей программе, функция **equation** вычисляет корни квадратного уравнения. Если $a = 0$ (уравнение не является квадратным), то в программу передается значение равное -1, если дискриминант отрицательный (уравнение не имеет действительных корней), то 1, а если положительный, то вычисляются корни уравнения и в программу передается 0.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int equation( float a, float b, float c, float *x1, float *x2)
{ float D=b*b-4*a*c;
  if (a==0) return -1;
  else if (D<0) return 1;
  else {
    *x1=(-b+sqrt(D))/2/a;
    *x2=(-b-sqrt(D))/2/a;
    return 0;
  }
}

int main()
{
  float A, B, C, X1, X2; int P;
  cout<<"Enter the coefficients of the equation:"<<endl;
  cout<<"A="; cin>>A;
  cout<<"B="; cin>>B;
  cout<<"C="; cin>>C;
  P=equation( A, B, C, &X1, &X2);
  if (P==1) cout<<"input Error"<<endl;
  else if (P==1) cout<<"No real roots"<<endl;
  else cout<<"X1="<<X1<<" X2="<<X2<<endl;
  return 0;
}
```

4.4 Решение задач с использованием функций

Рассмотрим несколько задач с применением функций.

Задача 4.1. Вводится последовательность из N целых чисел, найти среднее арифметическое совершенных чисел и среднее геометрическое простых чисел последовательности.

Напомним, что целое число называется *простым*, если оно делится нацело только на само себя и единицу. Подробно алгоритм определения простого числа описан в задаче 3.15 (рис. 3.29). В этой задаче кроме простых чисел фигурируют совершенные числа. Число называется *совершенным*, если сумма всех делителей, меньших его самого равна этому числу. Алгоритм, с помощью которого можно определить делители числа, подробно рассмотрен в задаче 3.14 (рис. 3.28).

Для решения поставленной задачи понадобятся две функции:

- **prostoe** — определяет, является ли число простым, аргумент функции целое число N ; функция возвращает 1, если число простое и 0 — в противном случае;
- **soversh** — определяет, является ли число совершенным; входной параметр целое число N ; функция возвращает 1, если число является совершенным и 0 — в противном случае.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
unsigned int prostoe(unsigned int N) //Описание функции.
{
    //Функция определяет, является ли число простым.
    int i, pr;
    for (pr=1, i=2; i<=N/2; i++)
        if (N%i==0) {pr=0; break;}
    return pr;
}
unsigned int soversh(unsigned int N) //Описание функции.
{
    //Функция определяет, является ли число совершенным.
    unsigned int i, S;
    for (S=0, i=1; i<=N/2; i++)
        if (N%i==0) S+=i; //Сумма делителей.
    if (S==N) return 1;
    else return 0;
}
using namespace std;
int main()
{
    unsigned int i, N, X, S, kp, ks;
    long int P;
    cout << "N="; cin >> N;
```

```

for (kp=ks=S=0,P=1,i=1;i<=N;i++)
{
    cout <<"X="; cin >> X; //Вводится элемент последовательности.
    if (prostoe(X)) // X — простое число.
    {
        kp++; //Счетчик простых чисел.
        P*=X; //Произведение простых чисел.
    }
    if (soversh(X)) //X — совершенное число.
    {
        ks++; //Счетчик совершенных чисел.
        S+=X; //Сумма совершенных чисел.
    }
}
if (kp>0) //Если счетчик простых чисел больше нуля,
        //считаем среднее геометрическое и выводим его,
    cout<<"Geometric mean="<<pow(P,(float) 1/kp)<<endl;
else //в противном случае — сообщение об отсутствии простых
    чисел.
    cout<<"No prime numbers \n";
if (ks>0) //Если счетчик совершенных чисел больше нуля,
        //считаем среднее арифметическое и выводим его,
    cout<<"Arithmetical mean="<<(float) S/ks<<endl;
else //в противном случае — сообщение об отсутствии совершенных
    чисел.
    cout<<"No perfect numbers \n";
return 0;
}

```

Задача 4.2. Вводится последовательность целых чисел, 0 — конец последовательности. Найти минимальное число среди простых чисел и максимальное, среди чисел, не являющихся простыми.

Для решения данной задачи создадим функцию `prostoe`, которая будет проверять, является ли число N простым. Входным параметром функции будет целое положительное число N . Функция будет возвращать значение 1, если число простое и 0 — в противном случае. Алгоритм поиска максимума (минимума) подробно описан в задаче 3.19 (рис. 3.31).

Текст программы:

```

#include <iostream>
using namespace std;
unsigned int prostoe(unsigned int N)
{
    int i, pr;
    for (pr=1,i=2;i<=N/2;i++)
        if (N%i==0) {pr=0;break;}
    return pr;
}

```

```

}
int main()
{
    int kp=0,knp=0,min,max,N;
    for (cout << "N=", cin>>N; N!=0; cout<<"N=", cin>>N)
        //В цикле вводится элемент последовательности N.
        if (prostoe(N)) //N — простое число,
        {
            kp++; //счетчик простых чисел.
            if (kp==1) min=N; //Предполагаем, что первое
                               //простое число минимально,
            else if (N<min) min=N; //если найдется меньшее
                               //число, сохраняем его.
        }
        else //N — простым не является,
        {
            knp++; //счетчик чисел не являющихся простыми.
            if (knp==1) max=N; //Предполагаем, что первое
                               //не простое число максимально,
            else if (N>max) max=N; //если найдется большее число,
                               //сохраняем его.
        }
        if (kp>0) //Если счетчик простых чисел больше нуля,
            cout << "min= " << min << "\n"; //выводим значение минимального
            //простого числа,
        else //в противном случае —
            cout << "Net prostih"; //сообщение об отсутствии простых чисел.
            if (knp>0) //Если счетчик чисел не являющихся простыми больше
                нуля,
                cout << "max=" << max << endl; //выводим значение максимального
                //числа,
            else //в противном случае —
                cout << "Net ne prostih"; //сообщение об отсутствии чисел
                //не являющихся простыми.
    return 0;
}

```

Задача 4.3. Вводится последовательность из N целых положительных чисел. В каждом числе найти наименьшую и наибольшую цифры³.

Программный код к задаче 4.3.

```

#include <iostream>
using namespace std;
unsigned int Cmax(unsigned long long int P)
{
    unsigned int max;
    if (P==0) max=0;

```

³Выделение цифры из числа подробно описано в задаче 3.16

```

    for (int i=1 ; P!=0;P/=10)
    {
        if (i==1) {max=P%10;i++;}
        if (P%10>max) max=P%10;
    }
    return max;
}
unsigned int Cmin(unsigned long long int P)
{
    unsigned int min;
    if (P==0) min=0;
    for (int i=1; P!=0;P/=10)
    {
        if (i==1) {min=P%10;i++;}
        if (P%10<min) min=P%10;
    }
    return min;
}
int main()
{
    unsigned int N, k;
    unsigned long long int X;
    for (cout<<"N=",cin>>N,k=1;k<=N;k++)
    {
        cout<<"X=";cin>>X;
        cout<<"Максимальная цифра="<<Cmax(X);
        cout<<" Минимальная цифра="<<Cmin(X)<<endl;
    }
    return 0;
}

```

Задача 4.4. Вводится последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Определить сколько в последовательности чисел — палиндромов⁴.

Алгоритм определения палиндрома подробно описан в задаче 3.18. Далее приведен программный код к задаче 4.4

```

#include <iostream>
using namespace std;
bool palindrom(unsigned long long int N)
{//Функция определяет является ли число N палиндромом,
//возвращает true, если N — палиндром,
//и false, в противном случае
    unsigned long long int M,R,S;
    int kol, i;
    for (R=1,kol=1,M=N;M/10>0; kol++,R*=10,M/=10);

```

⁴Палиндром — любой симметричный относительно своей середины набор символов.


```

for (S=0,M=N, i=1; i<=kol; S+=M%10*R,M/=10,R/=10, i++);
    if (N==S) return true;
    else return false;
}
int main()
{ unsigned long long int X;
  int K;
  for (K=0, cout<<"X=", cin>>X; X!=0; cout<<"X=", cin>>X)
    if (palindrom(X)) K++;
    cout<<"Количество палиндромов равно K="<<K<<endl;
  return 0;
}

```

Задача 4.5. Заданы два числа — X в двоичной системе счисления, Y в системе счисления с основанием пять. Найти сумму этих чисел. Результат вывести в десятичной системе счисления.

Любое целое число N , заданное в b -ичной системе счисления, можно записать в виде:

$$N = P_n \cdot b^n + P_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + P_2 \cdot b^2 + P_1 \cdot b + P_0 = \sum_{i=0}^n P_i \cdot b^i,$$

где b — *основание системы счисления* (целое положительное фиксированное число), P_i — *разряд числа*: $0 \leq P_i \leq b - 1, i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Например, $743_{10} = 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 = 700 + 40 + 3 = 743_{10}$
 $1011101_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 16 + 8 + 4 + 1 = 93_{10}$

Создадим функцию для перевода целого числа N заданного в b -ичной системе счисления в десятичную систему счисления.

```

#include <iostream>
using namespace std;
unsigned long long int DecNC(unsigned long long int N,
    unsigned int b)
{
    //Функция выполняет перевод числа N, заданного в b-ичной
    //системе счисления, в десятичную систему счисления
    unsigned long long int S,P;
    //for (S=0,P=1, i=1;N/10>0;S+=N%10*P,P*=b,N/=10);
    for (S=0,P=1;N!=0;S+=N%10*P,P*=b,N/=10);
    return S;
}
int main()
{
    unsigned long long int X,Y; unsigned int bX,bY;
    cout<<"X="; cin>>X; //Ввод числа X.
    cout<<"b="; cin>>bX; //Ввод основания c/c.
}

```

```

cout<<"Y="; cin>>Y; //Ввод числа X.
cout<<"b="; cin>>bY; //Ввод основания с/с.
//Вывод заданных чисел в десятичной с/с.
cout<<X<<"("<bX<<")="<<DecNC(X, bX)<<"(10)"<<endl;
cout<<Y<<"("<bY<<")="<<DecNC(Y, bY)<<"(10)"<<endl;
//Вычисление суммы и вывод результата.
cout<<X<<"("<bX<<")+ "<<Y<<"("<bY<<")=";
cout<<DecNC(X, bX)+DecNC(Y, bY)<<"(10)"<<endl;
return 0;
}

```

Задача 4.6. Задано число X в десятичной системе счисления. Выполнить перевод числа в системы счисления с основанием 2, 5 и 7.

Вообще, для того чтобы перевести целое число из одной системы счисления в другую необходимо выполнить следующие действия:

1. поделить данное число на основание новой системы счисления;
2. перевести остаток от деления в новую систему счисления; получается младший разряд нового числа;
3. если частное от деления больше основания новой системы, продолжать деление, как указано в п.1; новый остаток, переведенный в новую систему счисления, дает второй разряд числа и т. д.

На рис. 4.1 приведен пример «ручного» перевода числа 256 заданного в десятичной системе счисления в восьмеричную. В результате получим, $256_{(10)} = 400_{(8)}$.

$$\begin{array}{r|l|l}
 256 & 8 & \\
 -256 & 32 & 8 \\
 \hline
 0 & -32 & 4 \\
 & \hline
 & 0 &
 \end{array}$$

Рис. 4.1. Пример перевода числа в новую систему счисления

Далее приведен текст программы, реализующей решение задачи 4.6.

```

#include <iostream>
using namespace std;
unsigned long long int NC(unsigned long long int N, unsigned
    int b)
{
    unsigned long long int S,P;
    for (S=0,P=1;N!=0;S+=N%b*P,P*=10,N/=b);
    return S;
}

```

```

}
int main()
{
    unsigned long long int X;
    cout<<"X="; cin>>X;    //Ввод числа X.
    //Перевод числа X в заданные системы счисления.
    cout<<X<<" (10) = "<<NC(X,2)<<" (2) "<<endl;
    cout<<X<<" (10) = "<<NC(X,5)<<" (5) "<<endl;
    cout<<X<<" (10) = "<<NC(X,7)<<" (7) "<<endl;
    return 0;
}

```

Задача 4.7. Найти корни уравнения $x^2 - \cos(5 \cdot x) = 0$.

Для решения задачи использовать:

1. *метод половинного деления*,
2. *метод хорд*,
3. *метод касательных* (метод Ньютона),
4. *метод простой итерации*.

Оценить степень точности предложенных *численных методов*, определив за сколько итераций был найден корень уравнения. Вычисления проводить с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Вообще говоря, *аналитическое решение уравнения*

$$f(x) = 0 \quad (4.1)$$

можно найти только для узкого класса функций. В большинстве случаев приходится решать уравнение (4.1) *численными методами*. Численное решение уравнения (4.1) проводят в два этапа: сначала необходимо *отделить корни уравнения*, т.е. найти достаточно тесные промежутки, в которых содержится только один корень, эти промежутки называют *интервалами изоляции корня*; на втором этапе проводят уточнение отделенных корней, т.е. *находят корни с заданной точностью*.

Интервал можно выделить, изобразив график функции, или каким-либо другим способом. Но все способы основаны на следующем свойстве непрерывной функции: если функция $f(x)$ непрерывна на интервале $[a, b]$ и на его концах имеет различные знаки, $f(a) \cdot f(b) < 0$, то между точками имеется хотя бы один корень. Будем считать интервал настолько малым, что в нем находится только один корень. Рассмотрим самый простой способ уточнения корней.

Графическое решение задачи 4.7 показано на рис. 4.2. Так как функция $f(x) = x^2 - \cos(5 \cdot x)$ дважды пересекает ось абсцисс, можно сделать вывод о наличии в уравнении $x^2 - \cos(5 \cdot x) = 0$ двух корней.

Первый находится на интервале $[-0.4; -0.2]$, второй принадлежит отрезку $[0.2; 0.4]$.

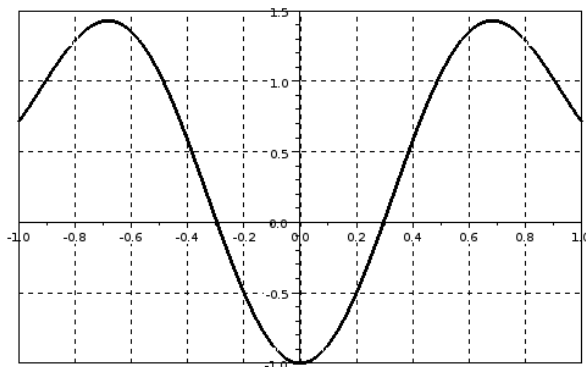


Рис. 4.2. Геометрическое решение задачи 4.7

Рассмотрим, предложенные в задаче *численные методы* решения нелинейных уравнений.

Метод половинного деления (дихотомии). Пусть был выбран интервал изоляции $[a, b]$ (рис. 4.3). Примем за первое приближение корня точку c , которая является серединой отрезка $[a, b]$. Далее будем действовать по следующему алгоритму:

1. Находим точку $c = \frac{a+b}{2}$;
2. Находим значение $f(c)$;
3. Если $f(a) \cdot f(c) < 0$, то корень лежит на интервале $[a, c]$, иначе корень лежит на интервале $[c, b]$;
4. Если величина интервала меньше либо равна ε , то найден корень с точностью ε , иначе возвращаемся к п.1.

Итак, для вычисления одного из корней уравнения $x^2 - \cos(5 \cdot x) = 0$ методом половинного деления достаточно знать интервал изоляции корня $a = 0.2; b = 0.4$ и точность вычисления $\varepsilon = 10^{-3}$.

Блок-схема алгоритма решения уравнения методом дихотомии приведена на рис. 4.4. Понятно, что здесь c — корень заданного уравнения.

Однако, несмотря на простоту, такое последовательное сужение интервала проводится редко, так как требует слишком большого количества вычислений. Кроме того, этот способ не всегда позволяет

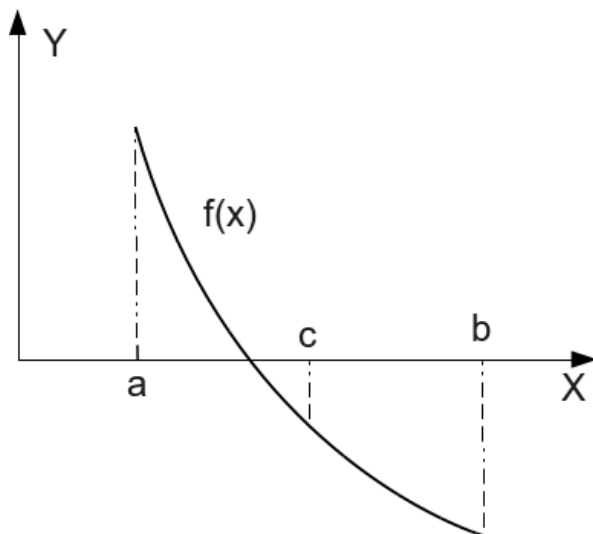


Рис. 4.3. Графическая интерпретация метода половинного деления

найти решение с заданной точностью. Рассмотрим другие способы уточнения корня. При применении этих способов будем требовать, чтобы функция $f(x)$ удовлетворяла следующим условиям на интервале $[a, b]$:

1. функция $f(x)$ непрерывна вместе со своими производными первого и второго порядка. Функция $f(x)$ на концах интервала $[a, b]$ имела разные знаки $f(a) \cdot f(b) < 0$;
2. первая и вторая производные $f'(x)$ и $f''(x)$ сохраняют определённый знак на всем интервале $[a, b]$.

Метод хорд. Этот метод отличается от метода дихотомии тем, что очередное приближение берем не в середине отрезка, а в точке пересечения с осью X (рис. 4.5) прямой, соединяющей точки $(a, f(a))$ и $(b, f(b))$.

Запишем уравнение прямой, проходящей через точки с координатами $(a, f(a))$ и $(b, f(b))$:

$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}, \quad y = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot (x - a) + f(a) \quad (4.2)$$

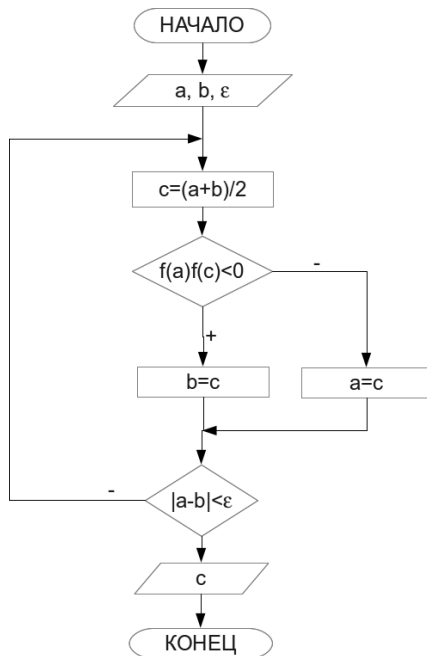


Рис. 4.4. Алгоритм решения уравнения методом дихотомии

Прямая, заданная уравнением (4.2), пересекает ось X при условии $y = 0$.

Найдем точку пересечения хорды с осью X :

$$y = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \cdot (x-a) + f(a), \quad x = a - \frac{f(a) \cdot (b-a)}{f(b)-f(a)},$$

$$\text{итак, } c = a - \frac{f(a)}{f(b)-f(a)}(b-a).$$

Далее необходимо вычислить значение функции в точке c . Это и будет приближенное значение корня уравнения.

Для вычисления одного из корней уравнения $x^2 - \cos(5 \cdot x) = 0$ методом хорд достаточно знать интервал изоляции корня, например, $a = 0.2; b = 0.4$ и точность вычисления $\varepsilon = 10^{-3}$. Блок-схема метода представлена на рис. 4.6.

Метод касательных (метод Ньютона). В одной из точек интервала $[a; b]$, пусть это будет точка a , проведем касательную (рис. 4.7).

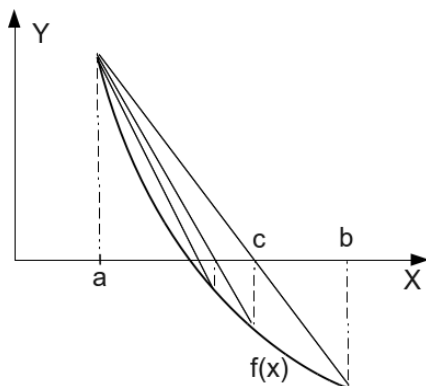


Рис. 4.5. Графическая интерпретация метода хорд

Запишем уравнение этой прямой:

$$y = k \cdot x + m \quad (4.3)$$

Так как эта прямая является касательной, и она проходит через точку $(c, f(c))$, то $k = f'(c)$.

Следовательно,

$$y = f'(c) \cdot x + m, f(c) = f'(c) \cdot c + m, m = f(c) - c \cdot f'(c),$$

$$y = f'(c) \cdot x + f(c) - c \cdot f'(c), y = f'(c) \cdot (x - c) + f(c).$$

Найдем точку пересечения касательной с осью X :

$$f'(c) \cdot (x - c) + f(c) = 0, x = c - \frac{f(c)}{f'(c)}$$

Если $|f(x)| < \varepsilon$, то точность достигнута, и точка x — решение; иначе необходимо переменной c присвоить значение x и провести касательную через новую точку c ; так продолжать до тех пор, пока $|f(x)|$ не станет меньше ε . Осталось решить вопрос, что выбрать в качестве точки начального приближения c .

В этой точке должны совпадать знаки функции и ее второй производной. А так как нами было сделано допущение, что вторая и первая производные не меняют знак, то можно проверить условие $f(x) \cdot f''(x) > 0$ на обоих концах интервала и в качестве начального приближения взять ту точку, где это условие выполняется.

Здесь, как и в предыдущих методах, для вычисления одного из корней уравнения $x^2 - \cos(5 \cdot x) = 0$ достаточно знать интервал изоляции корня, например, $a = 0.2$; $b = 0.4$ и точность вычисления $\varepsilon = 10^{-3}$.

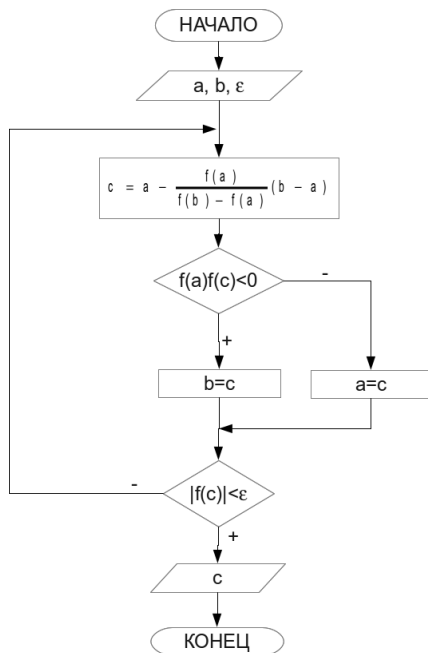


Рис. 4.6. Алгоритм метода хорд

Блок-схема метода Ньютона представлена на рис. 4.8. Понятно, что для реализации этого алгоритма нужно найти первую и вторую производные функции $f(x) = x^2 - \cos(5 \cdot x)$: $f'(x) = 2 \cdot x + 5 \cdot \sin(5 \cdot x)$, $f(x) = 2 + 25 \cdot \cos(5 \cdot x)$.

Метод простой итерации. Для решения уравнения этим методом необходимо записать уравнение (4.1) в виде $x = \phi(x)$, задать начальное приближение $x_0 \in [a; b]$ и организовать следующий итерационный вычислительный процесс

$$x_{k+1} = \phi(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$$

Вычисление прекратить, если $|x_{k+1} - x_k| < \varepsilon$ (ε — точность).

Если неравенство $|\phi'(x)| < 1$ выполняется на всем интервале $[a; b]$, то последовательность $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ сходится к решению x^* (т.е. $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = x^*$).

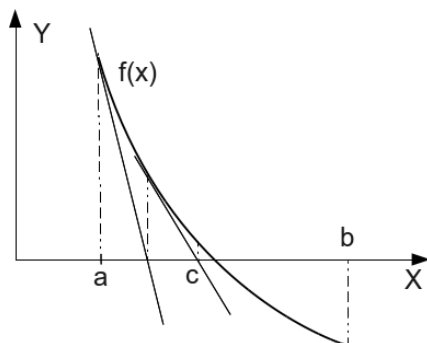


Рис. 4.7. Графическая интерпретация метода касательных

Значение функции $\phi(x)$ должно удовлетворять условию $|\phi'(x)| < 1$ для того, чтобы можно было применить метод простых итераций. Условие $|\phi'(x)| < 1$ является *достаточным условием сходимости* метода простой итерации.

Уравнение (4.1) можно привести к виду $x = \phi(x)$ следующим образом. Умножить обе части уравнения $f(x) = 0$ на число λ . К обеим частям уравнения $\lambda \cdot f(x) = 0$ добавить число x . Получим $x = x + \lambda \cdot f(x)$. Это и есть уравнение вида $x = \phi(x)$, где

$$\phi(x) = x + \lambda \cdot f(x) \quad (4.4)$$

Необходимо чтобы неравенство $|\phi'(x)| < 1$ выполнялось на интервале $[a; b]$, следовательно, $|\phi'(x)| = |1 + \lambda \cdot f'(x)|$ и $|1 + \lambda \cdot f'(x)| < 1$ ($|1 + \lambda \cdot f'(a)| < 1$, $|1 + \lambda \cdot f'(b)| < 1$), а значит, с помощью *подбора параметра* λ можно добиться выполнения *условия сходимости*.

Для вычисления корней уравнения $x^2 - \cos(5 \cdot x) = 0$ воспользуемся графическим решением (рис. 4.2) и определим интервал изоляции одного из корней, например, $a = 0.2$; $b = 0.4$. Подберем значение λ решив неравенство $|1 + \lambda \cdot f'(x)| < 1$:

$$|1 + \lambda \cdot f'(a)| < 1 \text{ и } |1 + \lambda \cdot f'(b)| < 1,$$

$$f(x) = x^2 - \cos(5 \cdot x), f'(x) = 2 \cdot x + 5 \cdot \sin(5 \cdot x),$$

$$f'(a) = 2 \cdot 0.2 + 5 \cdot \sin(5 \cdot 0.2) \approx 4.6, f'(b) = 2 \cdot 0.4 + 5 \cdot \sin(5 \cdot 0.4) \approx 5.35,$$

$$|1 + \lambda \cdot 4.6| < 1 \text{ и } |1 + \lambda \cdot 5.35| < 1.$$

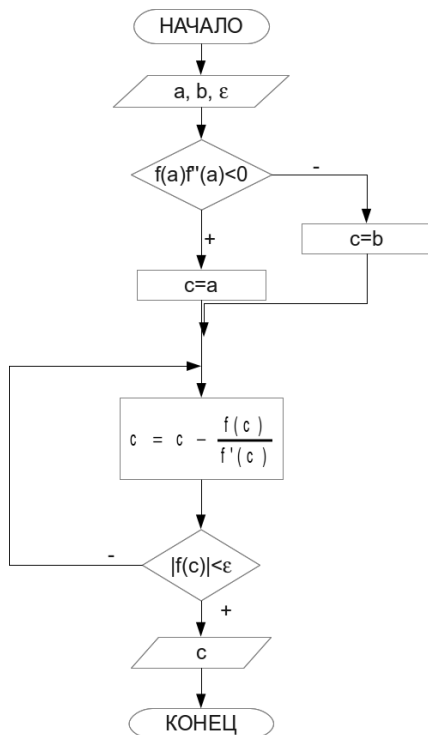


Рис. 4.8. Алгоритм метода Ньютона

$$\left\{ \begin{cases} 1 + 4.6 \cdot \lambda < 1 \\ 1 + 4.6 \cdot \lambda > -1 \\ \lambda < 0 \\ \lambda > -0.37 \end{cases} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{cases} \lambda < 0 \\ \lambda > -0.4 \\ \lambda < 0 \\ \lambda > -0.37 \end{cases} \right. \Rightarrow \begin{cases} \lambda \in (-0.4; 0) \\ \lambda \in (-0.37; 0) \end{cases}$$

и, следовательно, $\lambda \in (-0.37; 0)$.

Таким образом, исходными данными для программы будут начальное значение корня уравнения $x_0 = 0.2$, значение параметра λ (пусть $\lambda = -0.2$), и точность вычислений $\epsilon = 0.001$.

Для вычисления второго корня заданного уравнения параметр λ подбирают аналогично.

Блок-схема метода простой итерации приведена на рис. 4.9.

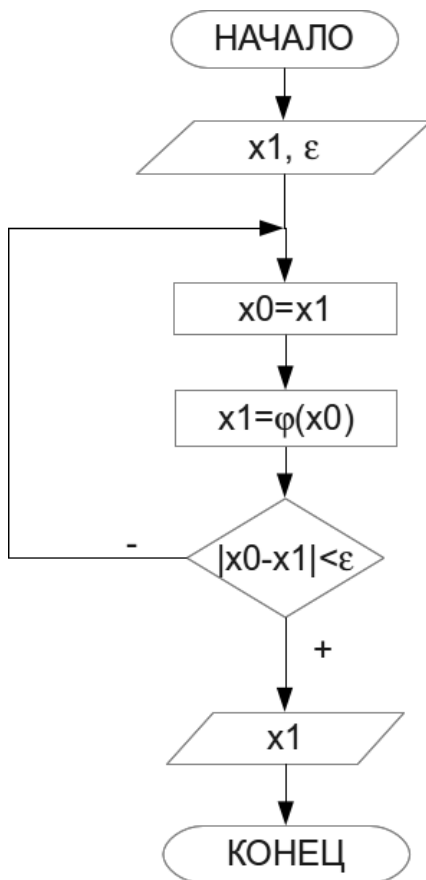


Рис. 4.9. Алгоритм метода простой итерации

Далее представлен текст программы, реализующий решение задачи 4.7.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
//Функция, определяющая левую часть уравнения  $f(x) = 0$ .
double f(double x)
```

```

{
    return (x*x-cos(5*x));
}
//Функция, реализующая метод половинного деления.
int Dichotomy(double a, double b, double *c, double eps)
{int k=0;
  do
  {
    *c=(a+b)/2;
    if (f(*c)*f(a)<0) b=*c;
    else a=*c;
    k++;
  }
  while (fabs(a-b)>=eps);
  return k;
}
//Функция, реализующая метод хорд.
int Chord(double a, double b, double *c, double eps)
{int k=0;
  do
  {
    *c=a-f(a)/(f(b)-f(a))*(b-a);
    if (f(*c)*f(a)>0) a=*c;
    else b=*c;
    k++;
  }
  while (fabs(f(*c))>=eps);
  return k;
}
double f1(double x) //Первая производная функции f(x).
{
    return (2*x+5*sin(5*x));
}
double f2(double x) //Вторая производная функции f(x).
{
    return (2+25*cos(5*x));
}
//Функция, реализующая метод касательных.
int Tangent(double a, double b, double *c, double eps)
{int k=0;
  if (f(a)*f2(a)>0) *c=a;
  else *c=b;
  do
  {
    *c=*c-f(*c)/f1(*c);
    k++;
  }
  while (fabs(f(*c))>=eps);
  return k;
}

```

```

double fi (double x, double L) //Функция, заданная выражением 4.4.
{
    return (x+L*f(x));
}
//Функция, реализующая метод простой итерации.
int Iteration (double *x, double L, double eps)
{int k=0; double x0;
  do
  {
      x0=*x;
      *x=fi (x0, L);
      k++;
  }
  while (fabs (x0-*x)>=eps);
  return k;
}
int main ()
{
    double A, B, X, P;
    double ep=0.001; //Точность вычислений.
    int K;
    cout<<"a="; cin>>A; //Интервал изоляции корня.
    cout<<"b="; cin>>B;
    cout<<"Решение уравнения  $x^2 - \cos(5*x) = 0$ ."<<endl;
    cout<<"Метод дихотомии:"<<endl;
    K=Dichotomy (A,B,&X, ep);
    cout<<"Найденное решение  $x="$ <<X;
    cout<<" , количество итераций  $k="$ <<K<<endl;
    cout<<"Метод хорд:"<<endl;
    K=Chord (A,B,&X, ep);
    cout<<" Найденное решение  $x="$ <<X;
    cout<<" , количество итераций  $k="$ <<K<<endl;
    cout<<"Метод касательных:"<<endl;
    K=Tangent (A,B,&X, ep);
    cout<<" Найденное решение  $x="$ <<X;
    cout<<" , количество итераций  $k="$ <<K<<endl;
    cout<<"Метод простой итерации:"<<endl;
    X=A;
    cout<<"L="; cin>>P;
    K=Iteration (&X,P, ep);
    cout<<" Найденное решение  $x="$ <<X;
    cout<<" , количество итераций  $k="$ <<K<<endl;
    return 0;
}

```

Результаты работы программы:

a=0.2

b=0.4

Решение уравнения $x^2 - \cos(5*x) = 0$.

Метод дихотомии:

Найденное решение $x=0.296094$, количество итераций $k=8$

Метод хорд:

Найденное решение $x=0.296546$, количество итераций $k=2$

Метод касательных:

Найденное решение $x=0.296556$, количество итераций $k=2$

Метод простой итерации:

$L=-0.2$

Найденное решение $x=0.296595$, количество итераций $k=3$

4.5 Рекурсивные функции

Под *рекурсией* в программировании понимают функцию, которая вызывает сама себя. *Рекурсивные функции* чаще всего используют для компактной реализации рекурсивных алгоритмов. Классическими рекурсивными алгоритмами могут быть возведение числа в целую положительную степень, вычисление факториала. С другой стороны любой рекурсивный алгоритм можно реализовать без применения рекурсий. Достоинством рекурсии является компактная запись, а недостатком расход памяти на повторные вызовы функций и передачу параметров, существует опасность переполнения памяти.

Рассмотрим применение рекурсии на примерах [7, 8].

Задача 4.8. Вычислить факториал числа n .

Вычисление факториала подробно рассмотрено в задаче 3.11 (рис. 3.25). Для решения этой задачи с применением рекурсии создадим функцию `factoial`, алгоритм которой представлен на рис. 4.10.

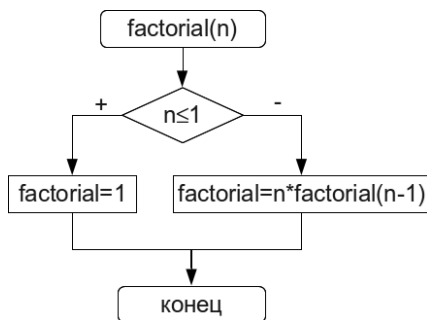


Рис. 4.10. Рекурсивный алгоритм вычисления факториала

Текст программы с применением рекурсии:

```
#include <iostream>
using namespace std;
long int factorial(int n)
{
    if (n<=1)
        return(n);
    else
        return(n*factorial(n-1));
}
int main()
{
    int i; long int f;
    cout<<"i="; cin>>i;
    f=factorial(i);
    cout<<i<<"!="<<f<<"\n";
    return 0;
}
```

Задача 4.9. Вычислить n -ю степень числа a (n — целое число).

Результатом возведения числа a в целую степень n является умножение этого числа на себя n раз. Но это утверждение верно, только для положительных значений n . Если n принимает отрицательные значения, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. В случае $n = 0$, $a^0 = 1$.

Для решения задачи создадим рекурсивную функцию `stepen`, алгоритм которой представлен на рис. 4.11.

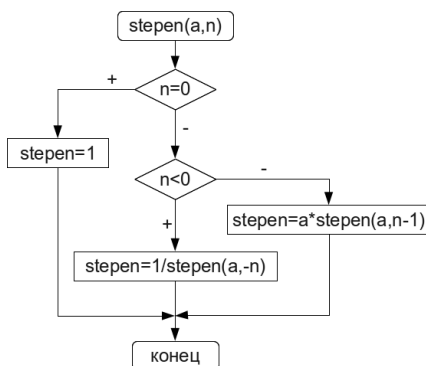


Рис. 4.11. Рекурсивный алгоритм вычисления степени числа

Текст программы с применением рекурсии:

```

#include <iostream>
using namespace std;
float stepen(float a, int n)
{
    if (n==0)
        return(1);
    else if (n<0)
        return(1/stepen(a,-n));
    else
        return(a*stepen(a,n-1));
}
int main()
{
    int i; float s,b;
    cout<<"b="; cin>>b;
    cout<<"i="; cin>>i;
    s=stepen(b,i);
    cout<<"s="<<s<<"\n";
    return 0;
}

```

Задача 4.10. Вычислить n -е число Фибоначчи.

Если нулевой элемент последовательности равен нулю, первый — единице, а каждый последующий представляет собой сумму двух предыдущих, то это *последовательность чисел Фибоначчи* (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...).

Алгоритм рекурсивной функции `fibonacci` изображен на рис. 4.12.

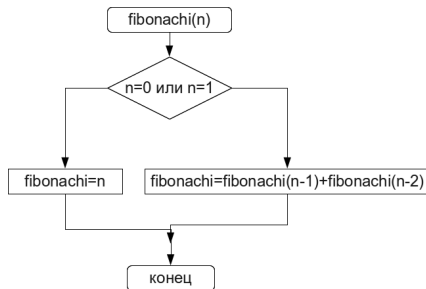


Рис. 4.12. Рекурсивный алгоритм вычисления числа Фибоначчи

Текст программы:

```

#include <iostream>

```



```
using namespace std;
long int fibonacci(unsigned int n)
{
    if ((n==0) || (n==1))
        return(n);
    else
        return(fibonacci(n-1)+fibonacci(n-2));
}
int main()
{
    int i; long int f;
    cout<<"i="; cin>>i;
    f=fibonacci(i);
    cout<<"f="<<f<<"\n";
    return 0;
}
```

4.6 Перегрузка функций

Язык C++ позволяет связать с одним и тем же именем функции различные определения, то есть возможно существование нескольких функций с одинаковым именем. У этих функций может быть разное количество параметров или разные типы параметров. Создание двух или более функций с одним и тем же именем называется *перегрузкой имени функции*. Перегруженные функции создают, когда одно и то же действие следует выполнить над разными типами входных данных.

В приведённом далее тексте программы три функции с именем Pow. Первая выполняет операцию возведения вещественного числа a в дробную степень $n = \frac{k}{m}$, где k и m — целые числа. Вторая возводит вещественное число a в целую степень n , а третья — целое число a в целую степень⁵ n . Какую именно функцию вызвать компилятор определяет по типу фактических параметров. Так, если a — вещественное число, а k — целое, то оператор Pow(a, k) вызовет вторую функцию, так как она имеет заголовок float Pow(float a , int n). Команда Pow((int) a, k) приведет к вызову третьей функции float Pow(int a , int n), так как вещественная переменная a преобразована к целому типу. Первая функция float Pow(float a , int k , int m) имеет три параметра, значит, обращение к ней осуществляется командой Pow(a, k, m).

⁵Как известно операция a^n не определена при $a = 0$ и $n = 0$, а так же при возведении отрицательного значения a в дробную степень $n = \frac{k}{m}$, где m — четное число (п. 2.7). Пусть наши функции в этих случаях возвращают 0.

```

#include <iostream>
using namespace std;
#include <math.h>
float Pow(float a, int k, int m) //Первая функция
{
    cout<<"Функция 1 \t";
    if (a==0)
        return 0;
    else if (k==0)
        return 1;
    else if (a>0)
        return exp((float)k/m*log(a));
    else if (m%2!=0)
        return -(exp((float)k/m*log(-a)));
}
float Pow(float a, int n) //Вторая функция
{
    float p; int i;
    cout<<"Функция 2 \t";
    if (a==0)
        return 0;
    else if (n==0)
        return 1;
    else if (n<0)
    {
        n=-n;
        p=1;
        for (i=1; i<=n; i++)
            p*=a;
        return (float)1/p;
    }
    else
    {
        p=1;
        for (i=1; i<=n; i++)
            p*=a;
        return p;
    }
}
float Pow(int a, int n) //Третья функция
{
    int i, p;
    cout<<"Функция 3 \t";
    if (a==0)
        return 0;
    else if (n==0)
        return 1;
    else if (n<0)
    {
        n=-n;

```

```

    p=1;
    for ( i=1;i<=n; i++)
        p*=a;
    return (float)1/p;
}
else
{
    p=1;
    for ( i=1;i<=n; i++)
        p*=a;
    return p;
}
}
int main()
{
    float a; int k,n,m;
    cout<<"a="; cin>>a;
    cout<<"k="; cin>>k;
    cout<<"s="<<Pow(a,k)<<"\n"; //Вызов 2-й функции.
    cout<<"s="<<Pow((int)a,k)<<"\n"; //Вызов 3-й функции.
    cout<<"a="; cin>>a;
    cout<<"k="; cin>>k;
    cout<<"m="; cin>>m;
    cout<<"s="<<Pow(a,k,m)<<endl; //Вызов 1-й функции.
    return 0;
}

```

Результаты работы программы

```

a=5.2
k=3
Функция 2  s=140.608
Функция 3  s=125
a=-8
k=1
m=1
Функция 1  s=-8

a=5.2
k=-3
Функция 2  s=0.00711197
Функция 3  s=0.008
a=-8
k=1
m=3
Функция 1  s=-2

```

4.7 Шаблоны функций

Шаблон — это особый вид функции. С помощью шаблона функции можно определить алгоритм, который будет применяться к данным различных типов. Механизм работы шаблона заключается в том, что на этапе компиляции конкретный тип данных передаётся в функцию в виде параметра.

Простейшую функцию-шаблон в общем виде можно записать так [6]:

```
template <class Type> \Sys{заголовок}
{
    тело функции
}
```

Обычно в угловых скобках указывают список используемых в функции типов данных. Каждый тип предваряется служебным словом **class**. В общем случае в списке могут быть не только типы данных, но и имена переменных.

Рассмотрим пример шаблона поиска наименьшего из четырех чисел.

```
#include <iostream>
using namespace std;
//Определяем абстрактный тип данных с помощью служебного слова Type.
template <class Type>
Type minimum(Type a, Type b, Type c, Type d)
{ //Определяем функцию с использованием типа данных Type.
    Type min=a;
    if (b<min) min=b;
    if (c<min) min=c;
    if (d<min) min=d;
    return min;
}
int main()
{
    int ia,ib,ic,id,mini; float ra,rb,rc,rd,minr;
    cout<<"Vvod 4 thelih chisla\t";
    cin>>ia>>ib>>ic>>id;
    mini=minimum(ia,ib,ic,id); //Вызов функции minimum,
    //в которую передаем 4 целых значения.
    cout<<"\n"<<mini<<"\n";
    cout<<"Vvod 4 vecshestvenih chisla\t"; cin>>ra>>rb>>rc>>rd;
    minr=minimum(ra,rb,rc,rd); //Вызов функции minimum,
    //в которую передаем 4 вещественных значения.
    cout<<"\n"<<minr<<"\n";
    return 0;
}
```

4.8 Область видимости переменных в функциях

Как известно (п. 2.8), по месту объявления переменные в языке C++ делятся на три класса: локальные, глобальные и переменные, описанные в списке формальных параметров функций. Все эти переменные имеют разную область видимости.

Локальные переменные объявляются внутри функции и доступны только в ней. О таких переменных говорят, что они имеют локальную видимость, то есть, видимы только внутри функции.

Глобальные переменные описывают вне всех функций. Поскольку они доступны из любой точки программы, то их область видимости охватывает весь файл.

Одно и то же имя может использоваться при определении глобальной и локальной переменной. В этом случае в теле функции локальная переменная имеет преимущество и «закрывает» собой глобальную. Вне этой функции «работает» глобальное описание переменной.

Из функции, где действует локальное описание переменной можно обратиться к глобальной переменной с таким же именем, используя *оператор расширения области видимости*

`::переменная;`

Рассмотрим пример:

```
#include <iostream>
using namespace std;
float pr=100.678; //Переменная pr определена глобально.
int prostoe (int n)
{
    int pr=1,i; //Переменная pr определена локально.
    if (n<0) pr=0;
    else
        for (i=2;i<=n/2;i++)
            if (n%i==0){pr=0;break;}
    cout<<"local pr="<<pr<<"\n"; //Вывод локальной переменной.
    cout<<"global pr="<<::pr<<"\n"; //Вывод глобальной переменной.
    return pr;
}
int main()
{
    int g;
    cout<<"g="; cin>>g;
    if (prostoe(g)) cout<<"g - prostoe \n";
    else cout<<"g - ne prostoe \n";
    return 0;
}
```

Результаты работы программы:

```
g=7
local pr=1 //Локальная переменная.
global pr=100.678 //Глобальная переменная.
g - prostoe
```

4.9 Функция `main()`. Параметры командной строки

Итак, любая программа на C++ состоит из одной или нескольких функций, причем одна из них должна обязательно носить имя `main` (основной, *главный*). Именно это функции передается управление после запуска программы. Как любая функция, `main` может принимать параметры и возвращать значения. У функции `main` две формы записи:

- без параметров: тип `main()` {тело функции},
- и с двумя параметрами: тип `main(int argc, char *argv[])` {тело функции}.

Первый параметр `argc` определяет количество параметров, передаваемых в функцию `main` из командной строки. Второй параметр `argv` — указатель на массив указателей типа `char` (массив строк). Каждый элемент массива ссылается на отдельный параметр командной строки. При стандартном запуске программы `argc` равно 1, `argv` — массив из одного элемента, этим элементом является — имя запускаемого файла.

Рассмотрим следующую программу.

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
using namespace std;
int main(int argc, char *argv [])
{
    int i;
    cout<<"В командной строке "<<argc<<" аргументов\n";
    for (i=0;i<argc;i++)
        cout<<"Аргумент № "<<i<<" "<<argv[i]<<endl;
    return 0;
}
```

Текст программы хранится в файле `1.cpp`. При стандартном запуске программа выведет следующую информацию:

```
В командной строке 1 аргументов
Аргумент № 0 ./1
```

Программа выводит количество параметров командной строки и последовательно все параметры. При стандартном запуске – количество аргументов командной строки – 1, этим параметром является имя запускаемого файла (в нашем случае, имя запускаемого файла – `./1`).

Запустим программу следующим образом

```
./1 abc 34 6 + 90 Вася Маша
```

Результаты работы программы представлены ниже.

В командной строке 8 аргументов

Аргумент № 0 `./1`

Аргумент № 1 `abc`

Аргумент № 2 `34`

Аргумент № 3 `6`

Аргумент № 4 `+`

Аргумент № 5 `90`

Аргумент № 6 `Вася`

Аргумент № 7 `Маша`

Рассмотрим приложение, в которое в качестве параметров командной строки передается `число1`, `операция`, `число2`. Функция выводит `число1 операция число2`.

Текст программы приведен на ниже⁶

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <cstring>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    //Если количество параметров больше или равно 4, то были
    //введены два числа и знак операции.
    if (argc >= 4)
    //Если операция *, то выводим число1*число2.
    {
        if (!strcmp(argv[2], "*")) cout << atof(argv[1]) * atof(argv[3]) << endl;
        else
        //Если операция +, то выводим число1+число2.
        if (!strcmp(argv[2], "+")) cout << atof(argv[1]) + atof(argv[3]) << endl;
    }
```

⁶Функция `atof` преобразовывает строку символов в вещественное число, если преобразование невозможно, то результатом функции `atof` будет число 0.0. Функция `strcmp` сравнивает две строки и возвращает 0, в случае совпадения строк. Подробнее об этих функциях можно прочесть в главе, посвящённой строкам.

```

        else
//Если операция -, то выводим число1-число2.
        if (!strcmp(argv[2], "-")) cout<<atof(argv[1])-atof(
            argv[3])<<endl;
        else
//Если операция /, то выводим число1/число2.
        if (!strcmp(argv[2], "/")) cout<<atof(argv[1])/atof(
            argv[3])<<endl;
        else cout<<"неправильный знак операции"<<endl;
    }
    else
        cout<<"недостаточное количество операндов"<<endl;
    return 0;
}

```

Ниже приведены варианты запуска программы и результаты её работы⁷. Предлагаем читателю самостоятельно разобраться с результатами всех тестовых запусков приложения.

```

./4 1.3 + 7.8
9.1
./4 1.3 - 7.8
-6.5
./4 1.3 / 7.8
0.166667
./4 1.3 \* 7.8
10.14
./4 1.3 % 7.8
неправильный знак операции
./4 1.3+ 7.8
недостаточное количество операндов

```

4.10 Задачи для самостоятельного решения

4.10.1 Применение функций при работе с последовательностями чисел

Разработать программу на языке C++ для следующих заданий:

1. Вводится последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Для каждого элемента последовательности определить и вывести на экран число, которое получится после записи цифр исходного числа в обратном порядке.

⁷Текст программы хранится в файле 4.cpp. Имя исполняемого файла ./4 (ОС Linux)

2. Вводится последовательность целых чисел, 0 — конец последовательности. Определить содержит ли последовательность хотя бы одно *совершенное число*. Совершенное число равно сумме всех своих делителей, не превосходящих это число. Например, $6=1+2+3$ или $28=1+2+4+7+14$.
3. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Определить содержит ли последовательность хотя бы одно *простое число*. Простое число не имеет делителей, кроме единицы и самого себя.
4. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Посчитать количество чисел *палиндромов*. Числа палиндромы симметричны относительно своей середины, например, 12021 или 454.
5. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Подсчитать количество совершенных и простых чисел в последовательности.
6. Поступает последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Определить в каком из чисел больше всего делителей.
7. Поступает последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Определить в каком из чисел больше всего цифр.
8. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Проверить содержит ли последовательность хотя бы одну пару соседних *дружественных чисел*. Два различных натуральных числа являются дружественными, если сумма всех делителей первого числа (кроме самого числа) равна второму числу. Например, 220 и 284, 1184 и 1210, 2620 и 2924, 5020 и 5564..
9. Поступает последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Для элементов последовательности, находящихся в диапазоне от единицы до m вычислить и вывести на экран соответствующие *числа Фибоначчи*. Здесь m — целое положительное число, которое необходимо ввести.
10. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Найти число с минимальным количеством цифр.
11. Вводится последовательность из N целых элементов. Для всех положительных элементов последовательности вычислить значение *факториала*. Вывести на экран число и его факториал.
12. Поступает последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Вывести на экран все числа по-

последовательности являющиеся *составными* и их делители. Составное число имеет более двух делителей, то есть не является *простым*.

13. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Определить содержит ли последовательность хотя бы одно *число Армстронга*. Число Армстронга — натуральное число, которое равно сумме своих цифр, возведенных в степень, равную количеству его цифр. Например, десятичное число 153 — число Армстронга, потому что: $1^3 + 3^3 + 5^3 = 1 + 27 + 125 = 153$.
14. Поступает последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Найти среднее арифметическое *простых* чисел в этой последовательности. Простое число не имеет делителей, кроме единицы и самого себя.
15. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Определить сколько в последовательности пар соседних *взаимно простых чисел*. Различные натуральные числа являются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен единице.
16. В последовательности из N целых положительных элементов найти сумму всех *недостаточных чисел*. Недостаточное число всегда больше суммы всех своих делителей за исключением самого числа.
17. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Посчитать количество элементов последовательности, имеющих в своем представлении цифру 0.
18. Вводится N пар целых положительных чисел a и b . В случае, если $a > b$ вычислить: $C = \frac{a!}{b! \cdot (a-b)!}$.
19. Вводится последовательность из N целых элементов. Для каждого элемента последовательности найти среднее значение его цифр.
20. Вводится последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Для каждого элемента последовательности определить и вывести на экран число, которое получится, если поменять местами первую и последнюю цифры исходного числа.
21. Вводится последовательность из N целых элементов. Для каждого элемента последовательности вывести на экран количество цифр и количество делителей.
22. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Среди элементов последовательности найти наибольшее

число — *палиндром*. Числа палиндромы симметричны относительно своей середины, например, 12021 или 454.

23. Поступает последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Для каждого элемента последовательности вывести на экран сумму квадратов его цифр.
24. Вводится последовательность из N целых положительных элементов. Для *простых* элементов последовательности определить сумму цифр. Простое число не имеет делителей, кроме единицы и самого себя.
25. Вводится последовательность целых положительных чисел, 0 — конец последовательности. Среди элементов последовательности найти наименьшее *составное число*. Составное число имеет более двух делителей, то есть не является *простым*.

4.10.2 Применение функций для вычислений в различных системах счисления

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи. Заданы два числа — A и B , первое в системе счисления с основанием p , второе в системе счисления с основанием q . Вычислить значение C по указанной формуле и вывести его на экран в десятичной системе счисления и системе счисления с основанием r . Исходные данные для решения задачи представлены в табл. 4.1.

Таблица 4.1: Задания для решения задачи о различных системах счисления

Вариант	p	q	C	r
1	2	8	$A^2 \cdot (A + B)$	3
2	3	7	$2 \cdot (A^2 + B^2)$	4
3	4	6	$2 \cdot B^2 \cdot (A + B)$	5
4	5	2	$(A - B)^2 + 3 \cdot A$	6
5	6	4	$A^2 + A \cdot B$	7
6	7	3	$(5 \cdot B - 2 \cdot A)^2$	8
7	8	2	$(2 \cdot A - 3 \cdot B)^2$	5
8	3	8	$(B - A)^2 + 2 \cdot A$	6
9	4	7	$B^3 - B^2 + 2 \cdot A$	2
10	5	6	$A^3 - A^2 + 3 \cdot B$	8
11	6	5	$(2 \cdot A - 3 \cdot B)^2$	3

Таблица 4.1 — продолжение

Вариант	p	q	C	r
12	7	4	$A^2 + 2 \cdot A + B^2$	5
13	8	3	$A^2 + 3 \cdot B + B^2$	7
14	4	2	$A^2 - 2 \cdot A + B$	6
15	5	8	$3 \cdot B^2 - 2 \cdot B + A$	3
16	6	7	$A^2 + (B - A)^2$	2
17	7	6	$3 \cdot B^2 + 2 \cdot A \cdot B$	8
18	8	5	$2 \cdot A^2 + 3 \cdot A \cdot B$	7
19	2	4	$B^3 - 2 \cdot B + A$	3
20	3	8	$A^3 - 2 \cdot A + B$	4
21	4	7	$(5 \cdot A - 2 \cdot B)^2$	5
22	5	6	$(B^2 - 3 \cdot A)^2$	7
23	6	5	$(A^2 - 2 \cdot B)^2$	8
24	7	4	$A^2 \cdot B^2 - A \cdot B$	6
25	8	3	$A \cdot B + A^2 - B$	2

4.10.3 Применение функций для решения нелинейных уравнений

Разработать программу на языке C++ для вычисления одного из корней уравнения $f(x) = 0$ методами, указанными в задании. Для решения задачи предварительно определить интервал изоляции корня графическим методом. Вычисления проводить с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Оценить степень точности путем подсчета количества итераций, выполненных для достижения заданной точности. Исходные данные для решения задачи представлены в табл. 4.2.

Таблица 4.2: Задания к задаче о решении нелинейных уравнений

№	Уравнение $f(x) = 0$	Методы решения
1	$x - 0.2 \cdot \sin(x + 0.5) = 0$	метод половинного деления, метод хорд
2	$x^2 - \lg(x + 2) = 0$	метод касательных, метод простой итерации
3	$x^2 - 20 \cdot \sin(x) = 0$	метод хорд, метод касательных
4	$\ln(x) + (x + 1)^3 = 0$	метод дихотомии, метод простой итерации
5	$x^2 - \sin(5x) = 0$	метод половинного деления, метод касательных

Таблица 4.2 — продолжение

№	Уравнение $f(x) = 0$	Методы решения
6	$e^x + x^2 - 2 = 0$	метод хорд, метод простой итерации.
7	$0.8 \cdot x^2 - \sin(10 \cdot x) = 0$	метод половинного деления, метод хорд
8	$\sin(7 \cdot x) + 2 \cdot x - 6 = 0$	метод касательных, метод простой итерации
9	$x \cdot \ln(x) - 1 = 0$	метод хорд, метод касательных
10	$2 \cdot \lg(x) + 0.5 \cdot x = 0$	метод дихотомии, метод простой итерации
11	$e^{-x} - x^2 = 0$	метод половинного деления, метод касательных
12	$x^2 - 3 \cdot \cos(x^2) = 0$	метод хорд, метод простой итерации
13	$\sin(7 \cdot x) - x^2 + 15 = 0$	метод половинного деления, метод хорд
14	$(x - 1)^2 - 0.5 \cdot e^x = 0$	метод касательных, метод простой итерации
15	$2 \cdot \ln(x) - 0.2 \cdot x + 1 = 0$	метод хорд, метод касательных
16	$2 - x \cdot e^x = 0$	метод дихотомии, метод простой итерации
17	$0.1 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 10 \cdot x - 7 = 0$	метод половинного деления, метод касательных
18	$0.1 \cdot x^2 - e^x = 0$	метод хорд, метод простой итерации
19	$e^{-2 \cdot x} - 2 \cdot x + 1 = 0$	метод половинного деления, метод хорд
20	$x^2 - 3 + 0.5^x = 0$	метод касательных, метод простой итерации
21	$\lg(4 \cdot x) - \cos(x) = 0$	метод хорд, метод касательных
22	$\ln(x) - \cos^2(x) = 0$	метод дихотомии, метод простой итерации
23	$\frac{4}{x} - 0.2 \cdot e^x = 0$	метод половинного деления, метод касательных
24	$\sqrt{x + 6.5} - e^x = 0$	метод хорд, метод простой итерации.
25	$0.5^x + 1 - (x - 2)^2 = 0$	метод половинного деления, метод хорд

Глава 5

Массивы

Эта глава является ключевой в изучении программирования на C(C++). В ней описаны методы построения алгоритмов и программ с использованием статических и динамических массивов. В заключительном параграфе главы на большом количестве примеров рассматривается совместное использование указателей, динамических массивов и функций пользователя при решении сложных задач обработки массивов.

5.1 Статические массивы в C(C++)

Часто для работы с множеством однотипных данных (целочисленными значениями, строками, датами и т.п.) оказывается удобным использовать массивы. Например, можно создать массив для хранения списка студентов, обучающихся в одной группе. Вместо создания переменных для каждого студента, например *Студент1*, *Студент2* и т.д., достаточно создать один массив, где каждой фамилии из списка будет присвоен порядковый номер. Таким образом, можно дать следующее определение. Массив — структурированный тип данных, состоящий из фиксированного числа элементов одного типа.

Массив в табл. 5.1 имеет 8 элементов, каждый элемент сохраняет число вещественного типа. Элементы в массиве пронумерованы (нумерация массивов начинается с нуля). Такого рода массив, представляющий собой просто список данных одного и того же типа, называют простым или одномерным массивом. Для доступа к данным, хранящимся в определенном элементе массива, необходимо указать

имя массива и порядковый номер этого элемента, называемый индексом.

Таблица 5.1: Одномерный числовой массив

№ элемента массива	0	1	2	3	4	5	6	7
Значение	13.65	-0.95	16.78	8.09	-11.76	9.07	5.13	-25.64

Если возникает необходимость хранения данных в виде матриц, в формате строк и столбцов, то необходимо использовать двумерные массивы. В табл. 5.2 приведен пример массива, состоящего из четырех строк и пяти столбцов. Это двумерный массив. Строки в нем можно считать первым измерением, а столбцы вторым. Для доступа к данным, хранящимся в этом массиве, необходимо указать имя массива и два индекса, первый должен соответствовать номеру строки, а второй номеру столбца в которых хранится необходимый элемент.

Таблица 5.2: Двумерный числовой массив

1.5	-0.9	1.8	7.09	-1.76
3.6	0.5	6.7	0.09	-1.33
13.65	-0.95	16.78	8.09	-11.76
7.5	0.95	7.3	8.9	0.11

Если при описании массивов определён его размер, то массивы называются статическими, рассмотрим работу с одномерными статическими массивами в языке C(C++). Двумерные массивы подробно описаны в следующей главе.

5.1.1 Описание статических массивов

Описать статический массив в C(C++) можно так:

тип имя_переменной [размерность];

размерность — количество элементов в массиве. Например:

```
int x[10]; //Описание массива из 10 целых чисел. Первый
           //элемент массива имеет индекс 0, последний 9.
float a[20]; //Описание массива из 20 вещественных чисел.
             //Первый элемент массива имеет индекс 0, последний 19.
```

Размерность массива и тип его элементов определяют объем памяти, который необходим для хранения массива. Рассмотрим ещё один пример описания массива:

```
const int n=15; //Определена целая положительная константа.
double B[n];    //Описан массив из 15 вещественных чисел.
```

При описании статического массива в качестве размерности можно использовать целое положительное число или предопределённую константу.

Элементы массива в C(C++) нумеруются с нуля. Первый элемент, всегда имеет номер ноль, а номер последнего элемента на единицу меньше заданной при его описании размерности:

```
char C[5]; //Описан массив из 5 символов, нумерация от 0 до 4.
```

5.1.2 Основные операции над массивами

Доступ к каждому элементу массива осуществляется с помощью индекса — порядкового номера элемента. Для обращения к элементу массива указывают его имя, а затем в квадратных скобках индекс:

имя_массива [индекс]

Например:

```
const int n=15;
double C[n], S;
//Сумма первого и последнего элементов массива C.
S=C[0]+C[n-1];
```

Массиву, как и любой другой переменной, можно присвоить начальное значение (инициализировать). Для этого значения элементов массива нужно перечислить в фигурных скобках через запятую:

тип имя_переменной[размерность]={элемент_0, элемент_1, ...};

Например:

```
float a[6]={1.2, (float)3/4, 5./6, 6.1};
//Формируется массив из шести вещественных чисел, значения
//элементам присваиваются по порядку, элементы значения,
//которых не указаны (в данном случае a[4], a[5])
//обнуляются:
// a[0]=1.2, a[1]=(float)3/4, a[2]=5./6, a[3]=6.1, a[4]=0,
// a[5]=0, для элементов a[1] и a[2] выполняется
// преобразование типов.
```

Рассмотрим, как хранится массив в памяти на примере массива

```
double x[30];
```


В памяти компьютере выделяется место для хранения 30 элементов типа `double`. При этом адрес этого участка памяти хранится в переменной `x`. Таким образом получается, что к элементу массива с индексом 0, можно обратиться двумя способами:

1. В соответствии с синтаксисом языка C(C++) можно записать `x[0]`.
2. Адрес начала массива хранится в переменной `x` (по существу — указатель на `double`), поэтому с помощью операции `*x` мы можем обратиться к значению нулевого элемента массива.

Следовательно, `x[0]` и `*x` являются обращением к нулевому элементу массива.

Если к значению добавить единицу (число 1), то мы сместимся на один элемент типа `double`. Таким образом, `x+1` — адрес элемента массива `x` с индексом 1. К первому элементу массива `x` также можно обратиться двумя способами `x[1]` или `*(x+1)`. Аналогично, к элементу с индексом 2 можно обращаться либо `x[2]`, либо `*(x+2)`. Таким образом, получается, что к элементу с индексом `i` можно обращаться `x[i]` или `*(x+i)`.

При этом при обработке массива (независимо от способа обращения `x[i]` или `*(x+i)`) программист сам должен контролировать существует ли элемент массива `x[i]` (или `*(x+i)`) и не вышла ли программа за границы массива.

Особенностью статических массивов является определение размера статическим образом при написании текста программы. При необходимости увеличить размер массив необходимо изменить текст программы и перекомпилировать её. Для динамического выделения памяти для массивов в C(C++) можно указатели и использовать операторы (функции) выделения памяти.

5.2 Динамические массивы в C(C++)

Для создания динамического массива необходимо [1, 8]:

- описать указатель (тип `* указатель;`);
- определить размер массива;
- выделить участок памяти для хранения массива и присвоить указателю адрес этого участка памяти.

Для выделения памяти в C++ можно воспользоваться оператором `new` или функциями языка C — `calloc`, `malloc`, `realloc`. Все функции находятся в библиотеке `stdlib.h`.

5.2.1 Функция malloc

Функция выделяет непрерывный участок памяти размером `size` байт и возвращает указатель на первый байт этого участка. Обращение к функции имеет вид:

```
void *malloc(size_t size);
```

где `size` — целое беззнаковое значение¹, определяющее размер выделяемого участка памяти в байтах. Если резервирование памяти прошло успешно, то функция возвращает переменную типа `void *`, которую можно преобразовать к любому необходимому типу указателя. Если выделить память невозможно, то функция вернёт пустой указатель `NULL`.

Например,

```
double *h; //Описываем указатель на double.
int k;
cin>>k; //Ввод целого числа k.
//Выделение участка памяти для хранения k элементов типа
//double. Адрес этого участка хранится в переменной h.
h=(double *) malloc(k*sizeof(double));
//h — адрес начала участка памяти, h+1, h+2, h+3 и т. д. —
//адреса последующих элементов типа double.
```

5.2.2 Функция calloc

Функция `calloc` предназначена для выделения и обнуления памяти.

```
void *calloc (size_t num, size_t size);
```

С помощью функции будет выделен участок памяти, в котором будет храниться `num` элементов по `size` байт каждый. Все элементы выделенного участка обнуляются. Функция возвращает указатель на выделенный участок или `NULL` при невозможности выделить память.

Например,

```
float *h; //Описываем указатель на float.
int k;
```

¹`size_t` — базовый беззнаковый целочисленный тип языка C/C++, который выбирается таким образом, чтобы в него можно было записать максимальный размер теоретически возможного массива любого типа. В 32-битной операционной системе `size_t` является беззнаковым 32-битным числом (максимальное значение $2^{32} - 1$), в 64-битной — 64-битным беззнаковым числом (максимальное значение $2^{64} - 1$).

```
cin>>k;    //Ввод целого числа k.  
//Выделение участка памяти для хранения k элементов типа  
//float. Адрес этого участка хранится в переменной h.  
h=(float *) calloc(k, sizeof(float));  
//h — адрес начала участка памяти, h+1, h+2, h+3 и т. д. —  
// адреса последующих элементов типа float.
```

5.2.3 Функция `realloc`

Функция `realloc` изменяет размер ранее выделенного участка памяти. Обращаются к функции так:

```
char *realloc(void *p, size_t size);
```

где `p` — указатель на область памяти, размер которой нужно изменить на `size`. Если в результате работы функции меняется адрес области памяти, то новый адрес вернется в качестве результата. Если фактическое значение первого параметра `NULL`, то функция `realloc` работает, так же как и функции `malloc`, то есть выделяет участок памяти размером `size` байт.

5.2.4 Функция `free`

Для освобождения выделенной памяти используется функция `free`. Обращаются к ней так:

```
void free(void *p);
```

где `p` — указатель на участок памяти, ранее выделенный функциями `malloc`, `calloc` или `realloc`.

5.2.5 Операторы `new` и `delete`

В языке C++ есть операторы `new` для выделения и `free` для освобождения участка памяти.

Для выделения памяти для хранения n элементов одного типа оператор `new` имеет вид [5]:

```
x=new type [n];
```

`type` — тип элементов, для которых выделяется участок памяти;

`n` — количество элементов;

`x` — указатель на тип данных `type`, в котором будет храниться адрес выделенного участка памяти.

При выделении памяти для одного элемента оператор **new** имеет вид.

```
x=new type;
```

Например,

```
float *x; //Указатель на тип данных float.
int n;
cin>>n; //Ввод n
//Выделение участка памяти для хранения n элементов типа
//float. Адрес этого участка хранится в переменной x;
// x+1, x+2, x+3 и т. д. — адреса последующих элементов
// типа float.
```

Освобождение выделенного с помощью **new** участка памяти осуществляется с помощью оператора **delete** следующей структуры:

```
delete [] p;
```

p — указатель (адрес участка памяти ранее выделенного с помощью оператора **new**).

5.3 Отличие статического и динамического массива

В чём же отличие статического и динамического массива?

Если у нас есть статический массив, например.

```
double x[75];
```

Мы имеем участок памяти для хранения 75 элементов типа **double** (массив из 75 элементов типа **double**). Адрес начала массива хранится в переменной *x*. Для обращения к *i*-му элементу можно использовать конструкции *x[i]* или **(x+i)*. Если понадобится обрабатывать массив более, чем из 75 элементов, то придётся изменить описание и перекомпилировать программу. При работе с массивами небольшой размерности, большая часть памяти, выделенная под статический массив будет использоваться вхолостую.

Если имеется динамический массив, например

```
double *x; //Указатель на double
int k;
//Вводим размер массива k.
cin>>k;
//Выделение памяти для хранения динамического массива из k
//чисел. Адрес начала массива хранится в переменной x.
x=new double[k];
//Память можно будет выделить так
```

```
x=(double *) calloc(k,sizeof(float));  
//или так  
x=(double *) malloc(k*sizeof(float));
```

Мы имеем указатель на тип данных `double`, вводим k — размер динамического массива, выделяем участок памяти для хранения k элементов типа `double` (массив из k элементов типа `double`). Адрес начала массива хранится в переменной x . Для обращения к i -му элементу можно использовать конструкции `x[i]` или `*(x+i)`. В случае динамического массива мы с начала определяем его размер (в простейшем случае просто вводим размер массива с клавиатуры), а потом выделяем память для хранения реального количества элементов. Таким образом основное отличие статического и динамического массивов состоит в том, что в динамическом массиве выделяется столько элементов, сколько необходимо.

Таким образом, при использовании как статического, так и динамического массива, имя массива — адреса начала участка памяти, обращаться к элементам массива можно двумя способами — `x[i]`, `*(x+i)`.

5.4 Основные алгоритмы обработки массивов

Все манипуляции с массивами в C++ осуществляются поэлементно. Организовывается цикл, в котором происходит последовательное обращение к нулевому, первому, второму и т.д. элементам массива. В общем виде алгоритм обработки массива выглядит, так как показано на рис. 5.1.

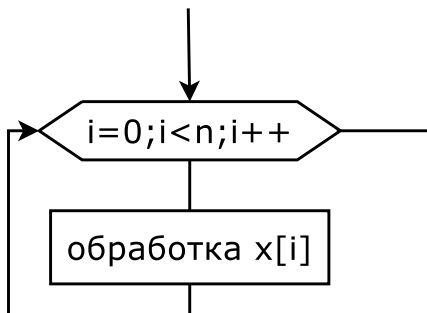


Рис. 5.1. Алгоритм обработки элементов массива

Алгоритмы, с помощью которых обрабатывают одномерные массивы, похожи на обработку последовательностей (вычисление суммы, произведения, поиск элементов по определенному признаку, выборки и т. д.). Отличие заключается в том, что в массиве одновременно доступны все его компоненты, поэтому становится возможной, например, сортировка его элементов и другие, более сложные преобразования.

5.4.1 Ввод-вывод элементов массива

Ввод и вывод массивов также осуществляется поэлементно. Блок-схемы алгоритмов ввода и вывода элементов массива $X[N]$ изображены на рис. 5.2–5.3.

Рассмотрим несколько вариантов ввода массива:

```
//Вариант 1. Ввод массива с помощью функции scanf.
//При организации ввода используются специальные символы:
//табуляция — \t и переход на новую строку — \n.
#include <stdio.h>
int main()
{
    float x[10]; int i, n;
    //Ввод размерности массива.
    printf("\n N="); scanf("%d",&n);
    printf("\n Введите элементы массива X \n");
    for (i=0; i<n; i++)
        //Ввод элементов массива в цикле.
        //Обратите внимание!!! Использование x+i.
        scanf("%f", x+i);
    return 0;
}
```

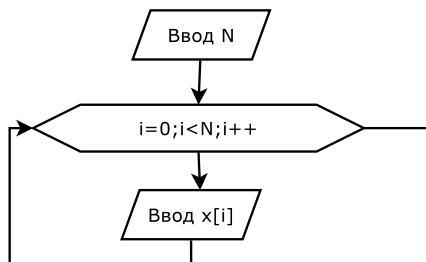


Рис. 5.2. Алгоритм ввода массива $X[N]$

Результат работы программы:

N=3

Введите элементы массива X

1.2

-3.8

0.49

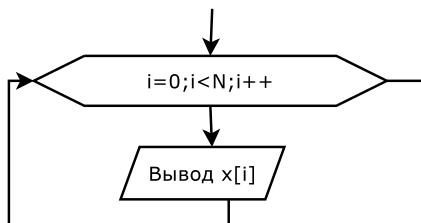


Рис. 5.3. Алгоритм вывода массива X[N]

```

//Вариант 2. Ввод массива с помощью функции scanf
//и вспомогательной переменной b.
#include <stdio.h>
int main()
{
    float x[10], b; int i, n;
    //Ввод размерности массива.
    printf("\n N="); scanf("%d", &n);
    printf("\n Массив X \n");
    for (i=0; i<n; i++)
    {
        //Сообщение о вводе элемента.
        printf("\n Элемент %d \t", i);
        scanf("%f", &b); //Ввод переменной b.
        //Присваивание элементу массива значения переменной b.
        x[i]=b;
    }
    return 0;
}
  
```

Результат работы программы:

N=4

Массив X

Элемент 0 8.7

Элемент 1 0.74

Элемент 2 -9

Элемент 3 78

```
//Вариант 3. Ввод динамического массива с помощью оператора cin.
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int *X, N, i;
    cout << "\n N="; cin >> N; //Ввод размерности массива.
    //Выделение памяти для динамического массива из N элементов.
    X = new int [N];
    for (i = 0; i < N; i++)
    {
        cout << "\n X[" << i << "]="; //Сообщение о вводе элемента.
        cin >> X[i]; //Ввод элементов массива в цикле.
    }
    delete [] X;
    return 0;
}
```

Результат работы программы:

```
N=4
X[0]=1
X[1]=2
X[2]=4
X[3]=5
```

Вывод статического или динамического массива можно осуществить несколькими способами:

```
//Вариант 1. Вывод массива в виде строки.
for (i = 0; i < n; i++) printf("%f \t", X[i]);
//Вариант 2. Вывод массива в виде столбца.
for (i = 0; i < n; i++) printf("\n %f ", X[i]);
//Вариант 3. Вывод массива в виде строки.
for (i = 0; i < N; i++) cout << "\t X[" << i << "]=" << X[i];
//Вариант 4. Вывод массива в виде столбца.
for (i = 0; i < N; i++) cout << "\n X[" << i << "]=" << X[i];
```

5.4.2 Вычисление суммы элементов массива

Дан массив X , состоящий из N элементов. Найти сумму элементов этого массива. Процесс накапливания суммы элементов массива достаточно прост и практически ничем не отличается от суммирования значений некоторой числовой последовательности. Переменной

S присваивается значение равное нулю, затем к переменной S последовательно добавляются элементы массива X . Блок-схема алгоритма расчёта суммы приведена на рис. 5.4.

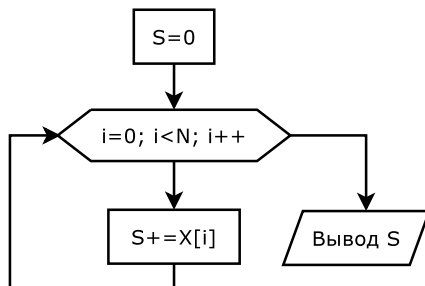


Рис. 5.4. Алгоритм вычисления суммы элементов массива

Соответствующий алгоритму фрагмент программы будет иметь вид:

```
for (S=i=0; i<N; i++)  
    S+=X[i];  
cout<<"S="<<S<<"\n";
```

5.4.3 Вычисление произведения элементов массива

Дан массив X , состоящий из N элементов. Найти произведение элементов этого массива. Решение этой задачи сводится к тому, что значение переменной P , в которую предварительно была записана единица, последовательно умножается на значение i -го элемента массива. Блок-схема алгоритма приведена на рис. 5.5.

Соответствующий фрагмент программы будет иметь вид:

```
for (P=1, i=0; i<N; i++)  
    P*=X[i];  
cout<<"P="<<P<<"\n";
```

Задача 5.1. Задан массив целых чисел. Найти сумму простых чисел и произведение отрицательных элементов массива.

Алгоритм решения задачи состоит из следующих этапов.

1. Вводим массив $X[N]$.

2. Для вычисления суммы в переменную S записываем значение 0, для вычисления произведения в переменную P записываем 1.
3. В цикле (i изменяется от 0 до $N-1$ с шагом 1) перебираем все элементы массива X , если очередной элемент массива является простым числом, добавляем его к сумме, а если очередной элемент массива отрицателен, то умножаем его на P .
4. Выводим на экран значение суммы и произведения.

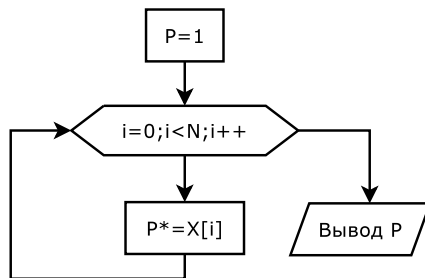


Рис. 5.5. Вычисление произведения элементов массива

Блок-схема решения задачи представлена на рис. 5.6. Для решения задачи применим функцию (prostoe) проверки является ли число простым. Текст программы с подробными комментариями приведён далее.

```

#include <iostream>
using namespace std;
//Текст функции prostoe.
bool prostoe (int N)
{
    int i;
    bool pr;
    if (N<2) pr=false;
    else
    for (pr=true, i=2; i<=N/2; i++)
        if (N%i==0)
        {
            pr=false;
            break;
        }
    return pr;
}
int main()

```

```
{
    int *X, i, N, S, P;
    //Ввод размерности массива.
    cout<<"Введите размер массива "; cin>>N;
    //Выделение памяти для хранения динамического массива X.
    X=new int [N];
    //Ввод массива X.
    cout<<"Ведите массив X\n" ;
    for ( i=0; i<N; i++)
        { cout<<"X("<<i<<" )=" ; cin>>X[ i ]; }
    //В цикле перебираем все элементы массива
    for (P=1, S=i=0; i<N; i++)
        {
            //Если очередной элемент массива — простое число, добавляем его к сумме.
            if ( prostoe(X[ i ])) S+=X[ i ];
            //Если очередной элемент массива отрицателен, умножаем его на P.
            if (X[ i]<0) P*=X[ i ];
        }
    //Вывод S и P на экран.
    cout << "S=" <<S<<"\tP="<<P<< endl;
    //Освобождение занимаемой массивом X памяти.
    delete [] X;
    return 0;
}
```

Результаты работы программы представлены ниже.

Введите размер массива 10

Ведите массив X

X(0)=-7

X(1)=-9

X(2)=5

X(3)=7

X(4)=2

X(5)=4

X(6)=6

X(7)=8

X(8)=10

X(9)=12

S=14 P=63

5.4.4 Поиск максимального элемента в массиве и его номера

Дан массив X, состоящий из n элементов. Найти максимальный элемент массива и номер, под которым он хранится в массиве.

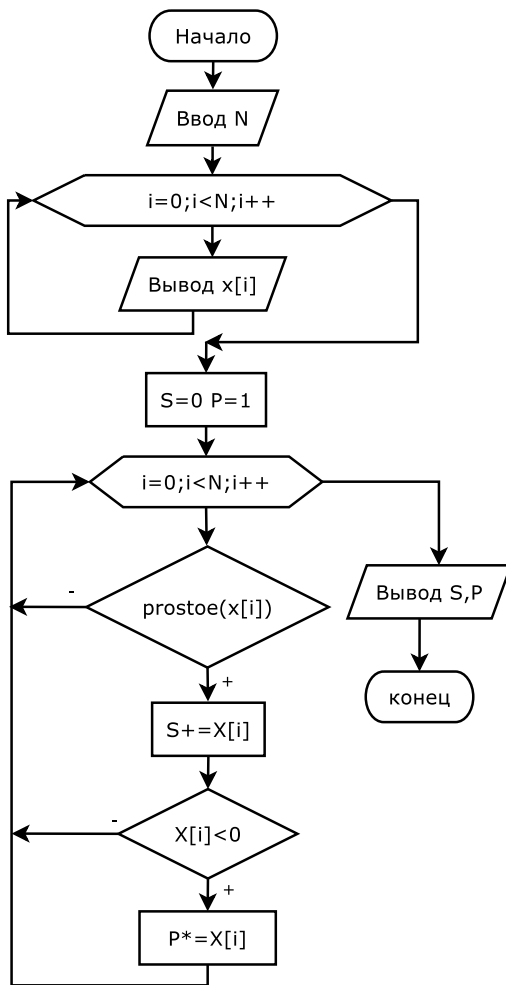


Рис. 5.6. Блок-схема алгоритма решения задачи 5.1

Алгоритм решения задачи следующий. Пусть в переменной с именем **Max** хранится значение максимального элемента массива, а в переменной с именем **Nmax** – его номер. Предположим, что нулевой элемент массива является максимальным и запишем его в переменную

Max , а в $Nmax$ — его номер (то есть ноль). Затем все элементы, начиная с первого, сравниваем в цикле с максимальным. Если текущий элемент массива оказывается больше максимального, то записываем его в переменную Max , а в переменную $Nmax$ — текущее значение индекса i . Процесс определения максимального элемента в массиве приведен в таблице 5.3 и изображен при помощи блок-схемы на рис. 5.7. Соответствующий фрагмент программы имеет вид:

```
for (Max=X[0], Nmax=i=0; i<n; i++)
    if (Max<X[i])
    {
        Max=X[i];
        Nmax=i;
    }
cout<<"Max="<<Max<<"\n";
cout<<"Nmax="<<Nmax<<"\n";
```

Таблица 5.3: Определение максимального элемента и его номера в массиве

Номера элементов	0	1	2	3	4	5
Исходный массив	4	7	3	8	9	2
Значение переменной Max	4	7	7	8	9	9
Значение переменной $Nmax$	1	2	2	4	5	5

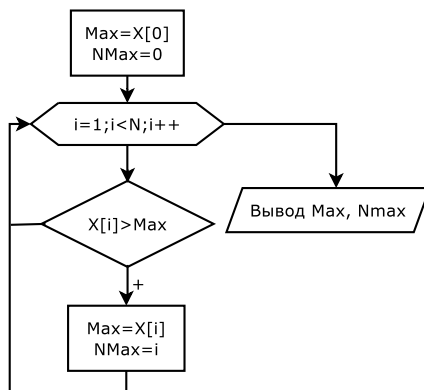


Рис. 5.7. Поиск максимального элемента и его номера в массиве

При поиске максимального элемента и его номера, можно найти номер максимального элемента, а потом по номеру извлечь значение максимального элемента из массива.

Текст программы поиска номера максимального элемента:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float *X;
    int i, N, nom;
    //Ввод размерности динамического массива
    cout << "Введите размер массива "; cin >> N;
    //Выделения памяти для хранения динамического массива X.
    X = new float [N];
    //Ввод динамического массива X.
    cout << "Введите элементы массива X\n";
    for (i = 0; i < N; i++)
        cin >> X[i];
    //В переменной nom будем хранить номер максимального
    //элемента. Предположим, что максимальным элементом,
    //является элемент с номером 0.
    nom = 0;
    for (i = 1; i < N; i++)
        //Если очередной элемент больше X[nom], значит nom не
        //является номером максимального элемента, элемент с
        //номером i больше элемента X[nom], поэтому переписываем
        //число i в переменную nom.
        if (X[i] > X[nom]) nom = i;
    cout << "Максимальный элемент=" << X[nom] << ", его
        номер=" << nom << endl;
    return 0;
}
```

Совет. Алгоритм поиска минимального элемента в массиве будет отличаться от приведенного выше лишь тем, что в условном блоке и, соответственно, в конструкции if текста программы знак поменяется с < на >.

Рассмотрим несколько задач.

Задача 5.2. Найти минимальное простое число в целочисленном массиве x[N].

Эта задача относится к классу задач поиска минимума (максимума) среди элементов, удовлетворяющих условию. Подобные задачи рассматривались в задачах на обработку последовательности чисел. Здесь поступим аналогично. Блок-схема приведена на рис. 5.8.

Необходимо первое простое число объявить минимумом, а все последующие простые элементы массива сравнивать с минимумом. Бу-

дем в цикле последовательно проверять, является ли элемент массива простым числом (функция `prostoe`). Если `X[i]` является простым числом, то количество простых чисел (`k`) увеличиваем на 1 (`k++`), далее, проверяем, если `k` равен 1 (`if (k==1)`), то этот элемент объявляем минимальным (`min=x[i]; nom=i;`), иначе сравниваем его с минимальным (`if (x[i]<min) {min=x[i];nom=i;}`).

Текст программы:

```
#include <iostream>
using namespace std;
bool prostoe (int N)
{ int i; bool pr;
  if (N<2) pr=false;
  else
    for (pr=true, i=2; i<=N/2; i++)
      if (N%i==0)
      {
        pr=false;
        break;
      }
  return pr;
}
int main(int argc, char **argv)
{
  int i, k, n, nom, min, *x;
  //Ввод количества элементов в массиве.
  cout<<"n="; cin>>n;
  //Выделяем память для динамического массива x.
  x=new int [n];
  //Ввод элементов массива.
  cout<<"Введите элементы массива X";
  for (i=0; i<n; i++)
    cin>>x[i];
  //С помощью цикла по переменной i, перебираем все элементы
  // в массиве x, k — количество простых чисел в массиве.
  for (i=k=0; i<n; i++)
  //Проверяем, является ли очередной элемент массива
  // простым числом. Если x[i] — простое число.
    if (prostoe(x[i]))
    {
      //Увеличиваем счётчик количества простых чисел в массиве.
      k++;
      //Если текущий элемент является первым простым числом в массиве,
      // объявляем его минимумом, а его номер сохраняем в переменной nom.
      if (k==1) {min=x[i]; nom=i;}
      else
      //Все последующие простые числа в массиве сравниваем с минимальным
      //простым числом. Если текущее число меньше min, перезаписываем
      //его в переменную min, а его номер — в переменную nom.
    }
```

```

    if (x[i] < min) {min=x[i]; nom=i;}
}
//Если в массиве были простые числа, выводим значение и
//номер минимального простого числа.
if (k>0)
    cout<<"min="<<min<<"\tnom="<<nom<<endl;
//Иначе выводим сообщение о том, что в массиве нет простых чисел.
else cout<<"Нет простых чисел в массиве"<<endl;
return 0;
}

```

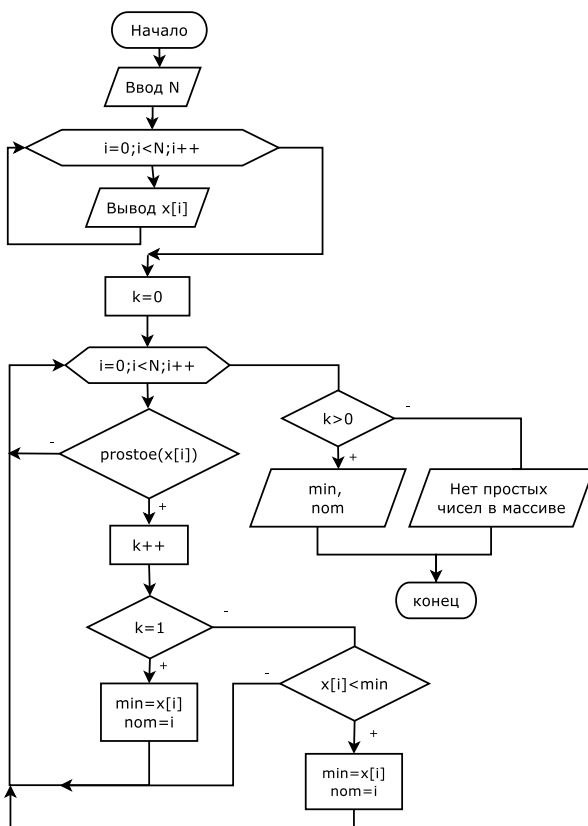


Рис. 5.8. Блок-схема решения задачи 5.2

Аналогичным образом можно написать программу любой задачи поиска минимума (максимума) среди элементов, удовлетворяющих какому-либо условию (минимум среди положительных элементов, среди чётных и т.д.).

Задача 5.3. Найти k минимальных чисел в вещественном массиве.

Перед решением этой довольно сложной задачи рассмотрим более простую задачу.

Найти два наименьших элемента в массиве. Фактически надо найти номера (**nmin1**, **nmin2**) двух наименьших элементов массива. На первом этапе надо найти номер минимального (**nmin1**) элемента массива. На втором этапе надо искать минимальный элемент, при условии, что его номер не равен **nmin1**. Вторая часть очень похожа на предыдущую задачу (минимум среди элементов, удовлетворяющих условию, в этом случае условие имеет вид $i \neq \text{nmin1}$).

Решение задачи с комментариями:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int kvo, i, n, nmin1, nmin2;
    double *X;
    cout << "n="; cin >> n;
    X = new double [n];
    cout << "Введите элементы массива X\n";
    for (i = 0; i < n; i++)
        cin >> X[i];
    //Стандартный алгоритм поиска номера первого минимального
    //элемента (nmin1).
    for (nmin1 = 0, i = 1; i < n; i++)
        if (X[i] < X[nmin1]) nmin1 = i;
    //Второй этап — поиск номера минимального элемента,
    //среди элементов, номер которых не совпадает nmin1.
    //kvo — количество таких элементов.
    for (kvo = i = 0; i < n; i++)
        //Если номер текущего элемента не совпадает с nmin1,
        if (i != nmin1)
        {
            //увеличиваем количество таких элементов на 1.
            kvo++;
            //Номер первого элемента, индекс которого не равен nmin1,
            //объявляем номером второго минимального элемента.
            if (kvo == 1) nmin2 = i;
            else
            //очередной элемент индекс которого не равен nmin1
            //сравниваем с минимальным, если он меньше, номер
            //перезаписываем в переменную nmin2.
```

```

        if (X[i]<X[nmin2]) nmin2=i;
    }
//Вывод двух минимальных элементов и их индексов.
    cout<<"nmin1="<<nmin1<<"\tmin1="<<X[nmin1]<<endl;
    cout<<"nmin2="<<nmin2<<"\tmin2="<<X[nmin2]<<endl;
    return 0;
}

```

По образу и подобию этой задачи можно написать задачу поиска трёх минимальных элементов в массиве. Первые два этапа (поиск номеров двух минимальных элементов в массиве) будут полным повторением кода, приведённого выше. На третьем этапе нужен цикл, в котором будем искать номер минимального элемента, при условии, что его номер не равен `nmin1` и `nmin2`. Авторы настоятельно рекомендуют читателям самостоятельно написать подобную программу. Аналогично можно написать программу поиска четырёх минимальных элементов. Однако при этом усложняется и увеличивается код программы. К тому же, рассмотренный приём не позволит решить задачу в общем случае (найти k минимумов).

Для поиска k минимумов в массиве можно поступить следующим образом. Будем формировать массив `nmin`, в котором будут храниться номера минимальных элементов массива `x`. Для его формирования организуем цикл по переменной j от 0 до $k-1$. При каждом вхождении в цикл в массиве `nmin` элементов будет $j-1$ элементов и мы будем искать j -й минимум (формировать j -й элемент массива). Алгоритм формирования j -го элемента состоит в следующем: необходимо найти номер минимального элемента в массиве `x`, исключая номера, которые уже хранятся в массиве `nmin`. Внутри цикла по j необходимо выполнить такие действия. Для каждого элемента массива `x` (цикл по переменной i) проверить содержится ли номер в массиве `nmin`, если не содержится, то количество (переменная `kvo`) таких элементов увеличить на 1. Далее, если `kvo` равно 1, то это первый элемент, который не содержится в массиве `nmin`, его номер объявляем номером минимального элемента массива (`nmin_temp=i;`). Если `kvo>1`, сравниваем текущий элемент `x[i]` с минимальным (`if (x[i]<X[nmin_temp]) nmin_temp=i;`). Блок-схема алгоритма поиска k минимальных элементов массива представлена на рис. 5.9². Далее приведен текст программы с комментариями.

```

#include <iostream>
using namespace std;

```

²В блок-схеме отсутствует ввод данных и вывод результатов.

```

int main(int argc, char **argv)
{
    int p, j, i, n, *nmin, k, kvo, nmin_temp;
    bool pr;
    double *x;
    cout<<"n="; cin>>n;
    x=new double [n];
    cout<<"Введите элементы массива X\n";
    for ( i=0; i<n; i++)
        cin>>x[i];
    cout<<"Введите количество минимумов\n"; cin>>k;
    nmin=new int [k];
    //Цикл по переменной j для поиска номера j+1 минимального элемента
    for ( j=0; j<k; j++)
    {
        kvo=0;
        //Перебираем все элементы массива.
        for ( i=0; i<n; i++)
        {
            //Цикл по переменной p проверяет содержится ли номер i в массиве nmin.
            pr=false;
            for ( p=0; p<j; p++)
                if ( i==nmin[p] ) pr=true;
            //Если не содержится, то количество элементов увеличить на 1.
            if ( !pr )
            {
                kvo++;
                //Если kvo=1, то найден первый элемент, который не содержится в массиве
                //nmin, его номер объявляем номером минимального элемента массива
                if ( kvo==1 ) nmin_temp=i;
                else
                //Если kvo>1, сравниваем текущий элемент x[i] с минимальным.
                if ( x[i]<x[nmin_temp] ) nmin_temp=i;
            }
        }
        //Номер очередного минимального элемента записываем в массив nmin.
        nmin[j]=nmin_temp;
    }
    //Вывод номеров и значений k минимальных элементов массива.
    for ( j=0; j<k; j++)
        cout<<"nmin1="<<nmin[j]<<"\tmin1="<<x[nmin[j]]<<endl;
    return 0;
}

```

Проверку содержится ли число `i` в массиве `nmin`, можно оформить в виде функции, тогда программа может быть записана следующим образом:

```

#include <iostream>
using namespace std;

```

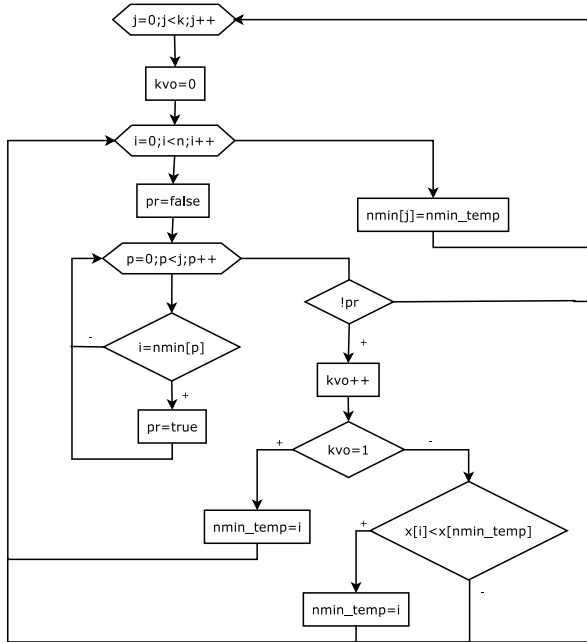


Рис. 5.9. Блок-схема алгоритма поиска k минимальных элементов в массиве x .

```

//Функция проверяет содержится ли число i в массиве x из n элементов.
//Функция возвращает true, если содержится false, если не содержится.
bool proverka(int i, int *x, int n)
{
    bool pr;
    int p;
    pr=false;
    for (p=0;p<n;p++)
        if (i==x[p]) pr=true;
    return pr;
}
int main(int argc, char **argv)
{
    int j, i, n, *nmin, k, kvo, nmin_temp;
    double *x;
    cout<<"n="; cin>>n;
    x=new double [n];

```

```

cout<<"Введите элементы массива X\n";
for ( i=0; i<n; i++)
    cin>>x[i];
cout<<"Введите количество минимумов\n"; cin>>k;
nmin=new int[k];
//Цикл по переменной j для поиска номера j+1 минимального элемента
for ( j=0; j<k; j++)
{
    kvo=0;
//Перебираем все элементы массива.
    for ( i=0; i<n; i++)
    {
//Вызов функции proverka, чтобы проверить содержится ли число i
//в массиве nmin из j элементов
        if (!proverka(i, nmin, j))
        {
            kvo++;
            if (kvo==1) nmin_temp=i;
            else
                if (x[i]<x[nmin_temp]) nmin_temp=i;
        }
        nmin[j]=nmin_temp;
    }
}
//Вывод номеров и значений k минимальных элементов массива.
for ( j=0; j<k; j++)
    cout<<"nmin1="<<nmin[j]<<"\tmin1="<<x[nmin[j]]<<endl;
return 0;
}

```

Авторы настоятельно рекомендуют читателю разобрать все версии решения задачи 5.3.

Задача 5.4. Поменять местами максимальный и минимальный элементы в массиве X.

Алгоритм решения задачи можно разбить на следующие этапы.

1. Ввод массива.
2. Поиск номеров максимального (**nmax**) и минимального (**nmin**) элементов массива.
3. Обмен элементов местами. Не получится записать «в лоб» (**X[nmax]=X[nmin]; X[nmin]=X[nmax];**). При таком присваивании мы сразу же теряем максимальный элемент. Поэтому нам понадобится временная (буферная) переменная **temp**. Обмен элементов местами должен быть таким:

```
temp=X[nmax];X[nmax]=X[nmin]; X[nmin]=temp;
```

Далее приведён текст программы с комментариями.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, N, nmax, nmin;
    float temp;
    cout<<"N="; cin>>N;
    float X[N];
    cout<<"Введите элементы массива X\n";
    for (i=0; i<N; i++)
        cin>>X[i];
    //Поиск номеров максимального и минимального элементов массива.
    for (nmax=nmin=0, i=1; i<N; i++)
    {
        if (X[i]<X[nmin]) nmin=i;
        if (X[i]>X[nmax]) nmax=i;
    }
    //Обмен максимального и минимального элементов местами.
    temp=X[nmax]; X[nmax]=X[nmin]; X[nmin]=temp;
    //Вывод преобразованного массива.
    cout<<"Преобразованный массив X\n";
    for (i=0; i<N; i++)
        cout<<X[i]<<" ";
    cout<<endl;
    return 0;
}

```

Задача 5.5. Найти среднее геометрическое среди простых чисел, расположенных между максимальным и минимальным элементами массива.

Среднее геометрическое k элементов (SG) можно вычислить по формуле $SG = \sqrt[k]{P}$, P — произведение k элементов. При решении этой задачи необходимо найти произведение и количество простых чисел, расположенных между максимальным и минимальным элементами.

Алгоритм решения задачи состоит из следующих этапов:

1. Ввод массива.
2. Поиск номеров максимального (**nmax**) и минимального (**nmin**) элементов массива.
3. В цикле перебираем все элементы массива, расположенные между максимальным и минимальным элементами. Если текущий элемент является простым числом, то необходимо увеличить количество простых чисел на 1, и умножить P на значение элемента массива.
4. Вычислить $SG = \sqrt[k]{P}$.

При решении этой задачи следует учитывать, что неизвестно какой элемент расположен раньше максимальный или минимальный.

Текст программы с комментариями приведён ниже.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
bool prostoe (int N)
{
    int i;
    bool pr;
    if (N<2) pr=false;
    else
        for (pr=true, i=2; i<=N/2; i++)
            if (N%i==0)
            {
                pr=false;
                break;
            }
    return pr;
}
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, k, n, nmax, nmin, p, *x;
    //Ввод количества элементов в массиве.
    cout<<"n="; cin>>n;
    //Выделяем память для динамического массива x.
    x=new int [n];
    //Ввод элементов массива.
    cout<<"Введите элементы массива X";
    for (i=0; i<n; i++)
        cin>>x[i];
    //Поиск номеров максимального и минимального элементов в массиве.
    for (nmax=nmin=i=0; i<n; i++)
    {
        if (x[i]<x[nmin]) nmin=i;
        if (x[i]>x[nmax]) nmax=i;
    }
    if (nmin<nmax)
        for (p=1, k=0, i=nmin+1; i<nmax; i++)
            //Обратите особое внимание на использование в следующей строке
            //фигурной скобки (составного оператора). В цикле всего один оператор!!!
            //при этом, при отсутствии составного оператора, программа
            //начинает считать с ошибками!!!
            {
                //Проверяем, является ли очередной элемент массива простым числом.
                //Если x[i] — простое число.
                if (prostoe(x[i]))
                {
                    //Домножаем y[i] на p, а также увеличиваем счётчик
```

```

//количества простых чисел в массиве.
    k++;p*=x[i];
}
}
else
    for (p=1,k=0,i=nmax+1;i<nmin;i++)
//Проверяем, является ли очередной элемент массива простым
//числом. Если x[i] — простое число.
        if (prostoe(x[i]))
        {
//Домножаем y[i] на p, а также увеличиваем счётчик количества
//простых чисел в массиве.
            k++;p*=x[i];
        }
//Если в массиве были простые числа, выводим среднее геометрическое
//простых чисел на экран
        if (k>0)
            cout<<"SG"<<pow(p,1./k)<<endl;
//Иначе выводим сообщение о том, что в массиве нет простых чисел.
        else cout<<"Нет простых чисел в массиве"<<endl;
    return 0;
}

```

5.4.5 Удаление элемента из массива

Для удаления элемента с индексом m из массива X , состоящего из n элементов нужно записать $(m+1)$ -й элемент на место элемента m , $(m+2)$ -й — на место $(m+1)$ -го и т.д., $(n-1)$ -й — на место $(n-2)$ -го. После удаления количество элементов в массиве уменьшилось на 1 (рис. 5.10).

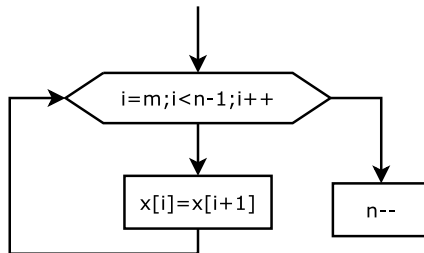


Рис. 5.10. Алгоритм удаления элемента из массива

Фрагмент программы на C++:


```
//Ввод номера элемента, подлежащего удалению.
cout<<"\n m=" ; cin>>m;
for ( i=m; i<n-1; X[i]=X[i+1], i++); //Удаление m-го элемента.
n--;
//Вывод измененного массива.
for ( i=0; i<n-1; i++)cout<<X[i]<<"\t";
```

При написании программ, в которых удаляются элементы из массива следует учитывать тот факт, что после удаления элемента все элементы, расположенные после удалённого изменяют свои номера (индексы уменьшится на один). Это особенно важно при удалении нескольких элементов из массива. Рассмотрим несколько задач.

Задача 5.6. Удалить из массива $x[20]$ все элементы с пятого по десятый.

При решении задач, связанных с удалением подряд идущих элементов, следует понимать, что после удаления очередного элемента следующий переместил на место удалённого. Поэтому далее нужно будет удалять элемент с тем же самым номером. В нашем случае подлежит удалению 6 элементов с пятого по десятый. Однако, реально надо будет 6 раз удалить элемент с номером 5. Блок-схема алгоритма представлена на рис 5.11, текст программе приведён далее.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main(int argc , char **argv)
{
    int i , j , n=20;
    //Выделяем память для динамического массива x.
    float x[n];
    //Ввод элементов массива.
    cout<<"Введите элементы массива X
        n";
    for ( i=0; i<n; i++)
        cin>>x[i];
    //Шесть раз повторяем алгоритм удаления элемента с индексом 5.
    for ( j=1; j<=6; j++)
        //Удаление элемента с индексом 5.
        for ( i=5; i<n-j; i++)
            x[i]=x[i+1];
    //Вывод элементов массива.
    cout<<"Преобразованный массив X
        n";
    for ( i=0; i<n-6; i++)
        cout<<x[i]<<"\t";
    cout<<endl;
    return 0;
```

```

}

```

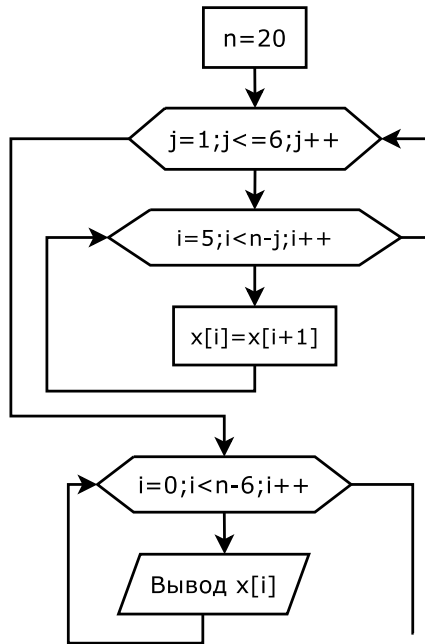


Рис. 5.11. Алгоритм решения задачи 5.6

Задача 5.7. Удалить из массива $X[n]$ все положительные элементы.

При удалении отдельных элементов из массива следует учитывать: при удалении элемента (сдвиге элементов влево и уменьшении n) не надо переходить к следующему, а если элемент не удалялся, то, наоборот, надо переходить к следующему.

Далее приведён текст программы решения задачи 5.7.

```

#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, j, n=20;
    //Выделяем память для динамического массива x.
    float x[n];
    //Ввод элементов массива.

```

```
cout<<"Введите элементы массива X\n";
for ( i=0; i<n; i++)
    cin>>x[i];
//Шесть раз повторяем алгоритм удаления элемента с индексом 5.
for ( j=1; j<=6; j++)
//Удаление элемента с индексом 5.
    for ( i=5; i<n-j; i++)
        x[i]=x[i+1];
//Вывод элементов массива.
cout<<"Преобразованный массив X\n";
for ( i=0; i<n-6; i++)
    cout<<x[i]<<"\t";
cout<<endl;
return 0;
}
```

Задача 5.8. Удалить из массива все отрицательные элементы, расположенные между максимальным и минимальным элементами массива $X[n]$.

Решение этой задачи можно разделить на следующие этапы:

1. Ввод массива.
2. Поиск номеров максимального ($nmax$) и минимального ($nmin$) элементов массива.
3. Определение меньшего (a) и большего (b) из чисел $nmax$ и $nmin$.
4. Далее, необходимо перебрать все элементы массива, расположенные между числами с номерами a и b . Если число окажется отрицательным, то его необходимо удалить. Однако, на этом этапе нужно учитывать тонкий момент. Если просто организовать цикл от $a+1$ до $b-1$, то при удалении элемента, изменяется количество элементов и номер последнего удаляемого элемента, расположенных между a и b . Это может привести к тому, что не всегда корректно будут удаляться отрицательные элементы, расположенные между a и b . Поэтому этот цикл для удаления организован несколько иначе.

Текст программы:

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, j, n;
    cout<<"n="; cin>>n;
    //Выделяем память для динамического массива x.
    float x[n];
```

```
//Ввод элементов массива.
cout<<"Введите элементы массива X\n" ;
for (i=0;i<n;i++)
    cin>>x[i];
for (i=0;i<n;)
//Если текущий элемент положителен,
    if (x[i]>0)
//то удаляем элемент с индексом i.
    {
        for (j=i;j<n-1;j++)
            x[j]=x[j+1];
        n--;
    }
//иначе — переходим к следующему элементу массива.
    else i++;
//Вывод элементов массива.
cout<<"Преобразованный массив X\n" ;
for (i=0;i<n;i++)
    cout<<x[i]<<"\t" ;
cout<<endl;
return 0;
}
```

В качестве тестового можно использовать следующий массив 34 4 -7 -8 -10 7 -100 -200 -300 1. Здесь, приведенная выше программа работает корректно, а вариант

```
for (i=a+1;i<b;)
    if (x[i]<0)
    {
        for (j=i;j<n-1;j++)
            x[j]=x[j+1];
        n--;
    }
    else i++;
```

приводит к неправильным результатам. Рекомендуем читателю самостоятельно разобраться в особенностях подобных алгоритмов удаления.

Задача 5.9. В массиве $X[n]$ найти группу наибольшей длины, которая состоит из знакопередающихся чисел.

Группа подряд идущих чисел внутри массива можно определить любыми двумя из трёх значений:

- **nach** — номер первого элемента в группе;
- **kon** — номер последнего элемента в группе;
- **k** — количество элементов в группе.

Зная любые два из выше перечисленных значений, мы однозначно определим группу внутри массива. Минимальное число элементов в группе 2.

В начале количество элементов в знакочередующейся группе равно 1. Дело в том, что если мы встретим первую пару знакочередующихся элементов, то количество их в группе сразу станет равным 2. Однако все последующие пары элементов будут увеличивать k на 1. И чтобы не решать проблему построения последовательности значений k 0,2,3,4,5,..., первоначальное значение k примем равным 1. Когда будем встречать очередную пару подряд идущих соседних элементов, то k необходимо будет увеличить на 1.

Алгоритм поиска очередной группы состоит в следующем: попарно (x_i, x_{i+1}) перебираем все элементы массива `for(i=0;i<n-1;i++)`.

Если произведение соседних элементов $(x_i \cdot x_{i+1})$ отрицательно, то это означает, что они имеют разные знаки и являются элементами группы. В этом случае количество (k) элементов в группе увеличиваем на 1 ($k++$). Если же произведение соседних элементов $(x_i \cdot x_{i+1})$ положительно, то эти элементы не являются членами группы. В этом случае возможны два варианта:

1. Если $k > 1$, то только что закончилась группа, в этом случае `kon=i` — номер последнего элемента в группе, k — количество элементов в только что закончившейся группе.
2. Если $k = 1$, то это просто очередная пара незначочередующихся элементов.

После того как закончилась очередная группа знакочередующихся элементов, необходимо количество групп (`kgr`) увеличить на 1 (`kgr++`). Если это первая группа (`kgr=1`) знакочередующихся элементов, то в переменную `max` записываем длину этой группы (`max=k`)³, а в переменную `kon_max` номер последнего элемента группы (`kon_max=i`). Если это не первая группа (`kgr=1`), то сравниваем `max` и длину текущей группы (k). Если $k > \text{max}$, то в переменную `max` записываем длину этой группы (`max=k`), а в переменную `kon_max` номер последнего элемента группы (`kon_max=i`).

После этого в переменную k опять записываем 1 (в группе нет элементов) для формирования новой группы элементов.

По окончании цикла значение k может быть больше 1. Это означает, что в самом конце массива встретилась ещё одна группа. Для

³В переменной

неё надо будет провести все те же действия, что и для любой другой группы. Далее приведён текст программы.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    float *x;
    int i, k, n, max, kgr, kon_max;
    //Ввод размера массива.
    cout<<"n="; cin>>n;
    //Выделение памяти для массива.
    x=new float [n];
    //Ввод элементов массива.
    cout<<"Введите массив x\n";
    for (i=0; i<n; i++)
        cin>>x[i];
    //Попарно перебираем элементы массива. Количество знакопереключающихся
    //групп в массиве kgr=0, количество элементов в текущей группе — 1.
    for (kgr=i=0, k=1; i<n-1; i++)
    //Если соседние элементы имеют разные знаки, то количество (k)
    //элементов в группе увеличиваем на 1.
        if (x[i]*x[i+1]<0) k++;
    else
        if (k>1)
        {
            //Если k>1, то только что закончилась группа, i — номер последнего
            //элемента в группе, k — количество элементов в группе. Увеличиваем kgr на 1.
            kgr++;
            //Если это первая группа (kgr=1) знакопереключающихся элементов,
            if (kgr==1)
            {
                //то max — длина группы (max=k),
                max=k;
                //kon_max — номер последнего элемента группы.
                kon_max=i;
            }
            else
            //Если это не первая группа (kgr=1), то сравниваем max и длину
            //текущей группы. Если k>max,
            if (k>max)
            {
                //max — длина группы,
                max=k;
                //kon_max — номер последнего элемента группы.
                kon_max=i;
            }
            //В переменную k записываем 1 для формирования новой группы элементов.
            k=1;
        }
    //Если в конце массива была группа.
```

```
    if (k>1)
    {
//Количество групп увеличиваем на 1.
        kgr++;
//Если это первая группа,
        if (kgr==1)
        {
//то max — длина группы,
            max=k;
//группа закончилась на последнем элементе массива.
            kon_max=n-1;
        }
    }
    else
//Если длина очередной группы больше max.
        if (k>max)
        {
//то в max записываем длину последней группы,
            max=k;
//группа закончилась на последнем элементе массива.
            kon_max=n-1;
        }
    }
//Если знакопеременные группы были,
    if (kgr>0)
    {
//то выводим информацию о группе наибольшей длины,
        cout<<"В массиве "<<kgr<<" групп знакопеременных
            элементов\n";
        cout<<"Группа максимальной длины начинается с элемента Номер
            "<<kon_max-max+1<<" , её длина "<<max<<" ,номер последнего
            элемента группы " <<kon_max<<endl;
//а также саму группу.
        for ( i=kon_max-max+1; i<=kon_max; i++)
            cout<<x[i]<<" ";
        cout<<endl;
    }
//Если знакопеременных групп не было, то выводим сообщение об этом.
    else
        cout<<"В массиве нет групп знакопеременных элементов\n";
    return 0;
}
```

5.4.6 Сортировка элементов в массиве

Сортировка представляет собой процесс упорядочения элементов в массиве в порядке возрастания или убывания их значений. Например, массив Y из n элементов будет отсортирован в порядке возрастания значений его элементов, если

$$Y[0] < Y[1] < \dots < Y[n - 1],$$

и в порядке убывания, если

$$Y[0] > Y[1] > \dots > Y[n - 1].$$

Существует большое количество алгоритмов сортировки, но все они базируются на трех основных:

- сортировка обменом;
- сортировка выбором;
- сортировка вставкой.

Представим, что нам необходимо разложить по порядку карты в колоде. Для сортировки карт *обменом* можно разложить карты на столе лицевой стороной вверх и менять местами те карты, которые расположены в неправильном порядке, делая это до тех пор, пока колода карт не станет упорядоченной.

Для *сортировки выбором* из разложенных на столе карт выбирают самую младшую (старшую) карту и держат ее в руках. Затем из оставшихся карт вновь выбирают наименьшую (наибольшую) по значению карту и помещают ее позади той карты, которая была выбрана первой. Этот процесс повторяется до тех пор, пока вся колода не окажется в руках. Поскольку каждый раз выбирается наименьшая (наибольшая) по значению карта из оставшихся на столе карт, по завершению такого процесса карты будут отсортированы по возрастанию (убыванию).

Для *сортировки вставкой* из колоды берут две карты и располагают их в необходимом порядке по отношению друг к другу. Каждая следующая карта, взятая из колоды, должна быть установлена на соответствующее место по отношению к уже упорядоченным картам.

Итак, решим следующую задачу. Задан массив Y из n целых чисел. Расположить элементы массива в порядке возрастания их значений.

5.4.6.1 Сортировка методом «пузырька»

Сортировка пузырьковым методом является наиболее известной. Ее популярность объясняется запоминающимся названием, которое происходит из-за подобия процессу движения пузырьков в резервуаре с водой, когда каждый пузырек находит свой собственный уровень, и простотой алгоритма. Сортировка методом «пузырька» использует метод обменной сортировки и основана на выполнении в цикле операций сравнения и при необходимости обмена соседних элементов. Рассмотрим алгоритм пузырьковой сортировки более подробно.

Сравним нулевой элемент массива с первым, если нулевой окажется больше первого, то поменяем их местами. Те же действия выполним для первого и второго, второго и третьего, i -го и $(i + 1)$ -го, предпоследнего и последнего элементов. В результате этих действий самый большой элемент станет на последнее $(n - 1)$ -е место. Теперь повторим данный алгоритм сначала, но последний $(n - 1)$ -й элемент, рассматривать не будем, так как он уже занял свое место. После проведения данной операции самый большой элемент оставшегося массива станет на $(n - 2)$ -е место. Так повторяем до тех пор, пока не упорядочим весь массив.

В табл. 5.4 представлен процесс упорядочивания элементов в массиве.

Таблица 5.4: Процесс упорядочивания элементов

Номер элемента	0	1	2	3	4
Исходный массив	7	3	5	4	2
Первый просмотр	3	5	4	2	7
Второй просмотр	3	4	2	5	7
Третий просмотр	3	2	4	5	7
Четвертый просмотр	2	3	4	5	7

Нетрудно заметить, что для преобразования массива, состоящего из n элементов, необходимо просмотреть его $n - 1$ раз, каждый раз уменьшая диапазон просмотра на один элемент. Блок-схема описанного алгоритма приведена на рис. 5.12.

Обратите внимание на то, что для перестановки элементов (рис. 5.12, блок 4) используется буферная переменная b , в которой временно хранится значение элемента, подлежащего замене. Текст программы, сортирующей элементы в массиве по возрастанию методом «пузырька» приведён далее.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n, i, b, j;
    cout << " n = "; cin >> n;
    float y[n];
    for (i = 0; i < n; i++)    // Ввод массива.
    {
        cout << "\n Y[" << i << "] = ";
        cin >> y[i];
    }
```

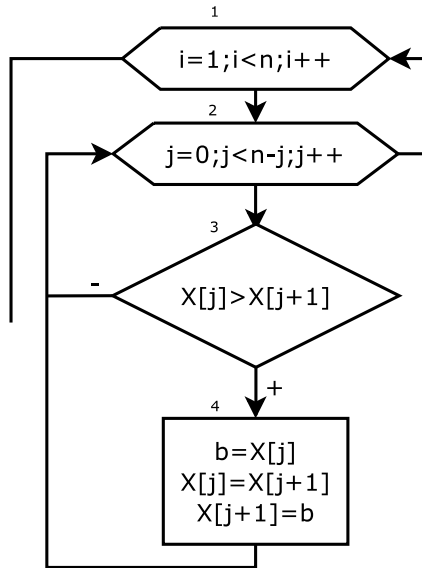


Рис. 5.12. Сортировка массива пузырьковым методом

```

    }
    //Упорядочивание элементов в массиве по возрастанию их значений.
    for (j=1; j<n; j++)
        for (i=0; i<n-j; i++)
            if (y[i]>y[i+1]) //Если текущий элемент больше следующего
            {
                b=y[i]; //Сохранить значение текущего элемента
                y[i]=y[i+1]; //Заменить текущий элемент следующим
                y[i+1]=b; //Заменить следующий элемент на сохраненный в b
            }
    //Вывод упорядоченного массива
    for (i=0; i<n; i++) cout<<y[i]<<"\t";
    return 0;
}

```

Для перестановки элементов в массиве по убыванию их значений необходимо в программе и блок-схеме при сравнении элементов массива заменить знак $>$ на $<$.

Однако, в этом и во всех ниже рассмотренных алгоритмах не учитывается то факт, что на каком-то этапе (или даже в начале) массив

уже может оказать отсортированным. При большом количестве элементов (сотни и даже тысячи чисел) на *сортировку* «в холостую» массива тратится достаточно много времени. Ниже приведены тексты двух вариантов программы сортировки по убыванию методом пузырька, в которых алгоритм прерывается, если массив уже отсортирован.

Вариант 1.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int n,i,b,j;
    bool pr;
    cout<<" n="; cin>>n;
    float y[n];
    for (i=0;i<n;i++) //Ввод массива.
    {
        cout<<"\n Y["<<i<<" ]=";
        cin>>y[i];
    }
    //Упорядочивание элементов в массиве по убыванию их значений.
    for (j=1;j<n;j++)
    {
        //Предполагаем, что массив уже отсортирован (pr=false).
        for (pr=false, i=0;i<n-j;i++)
            if (y[i]<y[i+1])//Если текущий элемент меньше следующего
            {
                b=y[i]; //Сохранить значение текущего элемента
                y[i]=y[i+1]; //Заменить текущий элемент следующим
                y[i+1]=b; //Заменить следующий элемент текущим
            }
        //Если элемент менялись местами, массив ещё неотсортирован (pr=true);
        pr=true;
    }
    cout<<"j="<<j<<endl;
    //Если на j-м шаге соседние элементы не менялись,
    //то массив уже отсортирован, повторять смысла нет;
    if (!pr) break;
}
//Вывод упорядоченного массива
for (i=0;i<n;i++) cout<<y[i]<<"\t";
return 0;
}
```

Вариант 2.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
```

```

{
    int n, i, b, j;
    bool pr=true;
    cout<<" n="; cin>>n;
    float y[n];
    for (i=0; i<n; i++) //Ввод массива.
    {
        cout<<"\n Y["<<i<<"]= ";
        cin>>y[i];
    }
    //Упорядочивание элементов в массиве по убыванию их значений.
    //Вход в цикл, если массив не отсортирован (pr=true).
    for (j=1; pr; j++)
    {
        //Предполагаем, что массив уже отсортирован (pr=false).
        pr=false, i=0; i<n-j; i++
        if (y[i]<y[i+1]) //Если текущий элемент меньше следующего
        {
            b=y[i]; //Сохранить значение текущего элемента
            y[i]=y[i+1]; //Заменить текущий элемент следующим
            y[i+1]=b; //Заменить следующий элемент текущим
        }
        //Если элемент менялись местами, массив ещё не отсортирован (pr=true)
        pr=true;
    }
}
//Вывод упорядоченного массива
for (i=0; i<n; i++) cout<<y[i]<<"\t";
return 0;
}

```

5.4.6.2 Сортировка выбором

Алгоритм сортировки выбором приведён в виде блок-схемы на рис. 5.13. Идея алгоритма заключается в следующем. В массиве Y состоящем из n элементов ищем самый большой элемент (блоки 2–5) и меняем его местами с последним элементом (блок 7). Повторяем алгоритм поиска максимального элемента, но последний $(n-1)$ -й элемент не рассматриваем, так как он уже занял свою позицию.

Найденный максимум ставим на $(n-2)$ -ю позицию. Описанную выше операцию поиска проводим $n-1$ раз, до полного упорядочивания элементов в массиве. Фрагмент программы выполняет сортировку массива по возрастанию методом выбора:

```

for (j=1; j<n; b=y[n-j], y[n-j]=y[nom], y[nom]=b, j++)
for (max=y[0], nom=0, i=1; i<=n-j; i++)
if (y[i]>max) {max=y[i]; nom=i;}

```

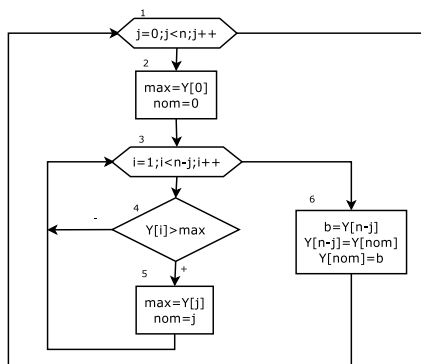


Рис. 5.13. Сортировка массива выбором наибольшего элемента

Для упорядочивания массива по убыванию необходимо менять минимальный элемент с последним элементом.

5.4.6.3 Сортировка вставкой

Сортировка вставкой заключается в том, что сначала упорядочиваются два элемента массива. Затем делается вставка третьего элемента в соответствующее место по отношению к первым двум элементам. Четвертый элемент помещают в список из уже упорядоченных трех элементов. Этот процесс повторяется до тех пор, пока все элементы не будут упорядочены.

Прежде чем приступить к составлению блок-схемы рассмотрим следующий пример. Пусть известно, что в массиве из десяти элементов первые шесть уже упорядочены (с нулевого по пятый), а шестой элемент нужно вставить между вторым и четвертым. Сохраним шестой элемент во вспомогательной переменной, а на его место запишем пятый. Далее четвертый переместим на место пятого, а третий на место четвертого, тем самым, выполнив сдвиг элементов массива на одну позицию вправо. Записав содержимое вспомогательной переменной в третью позицию, достигнем нужного результата.

Составим блок-схему алгоритма (рис. 5.14), учитывая, что возможно описанные выше действия придется выполнить неоднократно.

Организуем цикл для просмотра всех элементов массива, начиная с первого (блок 1). Сохраним значение текущего i -го элемента во

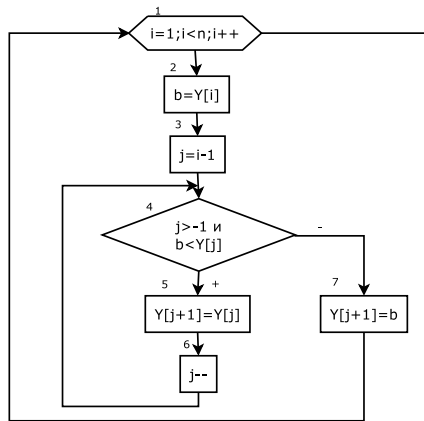


Рис. 5.14. Сортировка массива вставкой

вспомогательной переменной b , так как оно может быть потеряно при сдвиге элементов (блок 2) и присвоим переменной j значение индекса предыдущего $(i - 1)$ -го элемента массива (блок 3). Далее движемся по массиву влево в поисках элемента меньшего, чем текущий и пока он не найден сдвигаем элементы вправо на одну позицию. Для этого организуем цикл (блок 4), который прекратиться, как только будет найден элемент меньше текущего. Если такого элемента в массиве не найдется и переменная j станет равной (-1) , то это будет означать, что достигнута левая граница массива, и текущий элемент необходимо установить в первую позицию. Смещение элементов массива вправо на одну позицию выполняется в блоке 5, а изменение счетчика j в блоке 6. Блок 7 выполняет вставку текущего элемента в соответствующую позицию.

Далее приведен фрагмент программы, реализующей сортировку массива методом вставки.

```

for ( i = 1; i < n; y [ j + 1 ] = b, i ++ )
for ( b = y [ i ], j = i - 1; ( j > -1 && b < y [ j ] ); y [ j + 1 ] = y [ j ], j -- );

```

Рассмотрим несколько несложных задач, связанных с упорядочиванием.

Задача 5.10. Задан массив $a[n]$ упорядоченный по убыванию, вставить в него некоторое число b , не нарушив упорядоченности массива.

Массив является упорядоченным по убыванию, если каждое последующий элемент массива не больше предыдущего, т. е. при выполнении следующей совокупности неравенств $a_0 \geq a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_{n-3} \geq a_{n-2} \geq a_{n-1}$.

Для вставки в подобный массив некоторого числа без нарушений упорядоченности, необходимо:

1. Найти номер k первого числа в массиве, которое $a_k \leq b$.
2. Все элементы массива a , начиная от $n-1$ до k -го сдвинуть на один вправо⁴.
3. На освободившееся место с номером k записать число b .

Текст программы с комментариями приведён ниже.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, k, n;
    float b;
    //Ввод размера исходного массива.
    cout << "n="; cin >> n;
    //Выделение памяти с учётом предстоящей вставки одного числа в массив.
    float a[n+1];
    //Ввод исходного упорядоченного по убыванию массива.
    cout << "Введите массив a\n";
    for (i=0; i<n; i++)
        cin >> a[i];
    //Ввод вставляемого в массив числа b.
    cout << "Введите число b="; cin >> b;
    //Если число b меньше всех элементов массива, записываем b
    //в последний элемент массива.
    if (a[n-1] >= b) a[n] = b;
    else
    //Иначе
    {
        for (i=0; i<n; i++)
        //Ищем первое число, меньшее b.
        if (a[i] <= b)
        {
            //Запоминаем его номер в переменной k.
            k=i;
            break;
        }
    }
    //Все элементы массива от n-1-го до k-го сдвигаем на один вправо.
```

⁴Очень важно, что сдвиг осуществляем от $n-1$ -го до k -го, в противном случае элементы массива оказались бы испорченными.

```

    for ( i=n-1; i>=k; i--)
        a[i+1]=a[i];
//Вставляем число b в массив.
    a[k]=b;
}
cout<<"Преобразованный массив a\n";
for ( i=0; i<=n; i++)
    cout<<a[i]<<"\t";
return 0;
}

```

Обратите внимание, при решении задачи с массивом упорядоченным по возрастанию необходимо во фрагменте

```

if ( a[n-1]>=b) a[n]=b;
else
{
    for ( i=0; i<n; i++)
        if ( a[i]<=b)
        {
            k=i;
            break;
        }
}

```

заменить все операции отношения на противоположные.

Задача 5.11. Проверить является ли массив упорядоченным возрастанию.

Для проверки упорядоченности по возрастанию $a[n]^5$ можно поступить следующим образом. Предположим, что массив упорядочен ($pr=true$). Если хотя бы для одной пары соседних элементов выполняется условие $a_i > a_{i+1}$, то массив не упорядочен по возрастанию ($pr=false$). Текст программы с комментариями приведён ниже. Читателю предлагается преобразовать программу таким образом, чтобы осуществлялась проверка, упорядочен ли массив по убыванию.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, n;
    bool pr;
//Ввод размера исходного массива.
    cout<<"n="; cin>>n;
//Выделение памяти для массива.
    float *a=new float [n];

```

⁵Массив является упорядоченным по возрастанию, если выполняются условия $a_0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{n-3} \leq a_{n-2} \leq a_{n-1}$.


```
//Ввод исходного массива.
cout<<"Введите массив a\n";
for (i=0;i<n;i++)
    cin>>a[i];
//Предполагаем, что массив упорядочен (pr=true),
//Перебираем все пары соседних значений (i — номер пары),
//при i равном n-2 будем сравнивать последнюю пару a[n-2] и a[n-1].
for (pr=true, i=0;i<n-1;i++)
//Если для очередной пары соседних элементов выяснилось, что предыдущий
//элемент больше последующего, то массив неупорядочен по возрастанию
//(pr=false), остальные пары соседних значений, можно не проверять
(оператор break)
    if (a[i]>a[i+1]) {pr=false; break;}
if (pr) cout<<"Массив упорядочен по возрастанию";
else cout<<"Массив не упорядочен по возрастанию";
return 0;
}
```

5.5 Указатели на функции

При решении некоторых задач возникает необходимость передавать имя функции, как параметр. В этом случае формальным параметром является указатель на передаваемую функцию. В общем виде прототип указателя на функцию можно записать так.

```
type (*name\_f)(type1, type2, type3, ...)
```

Здесь

`name_f` — имя функции

`type` — тип возвращаемый функцией,

`type1, type2, type3, ...` — типы формальных параметров функции.

В качестве примера рассмотрим решение широко известной математической задачи.

Задача 5.12. Вычислить $\int_a^b f(x)dx$ методами Гаусса и Чебышева.

Кратко напомним читателю методы численного интегрирования.

Метод Гаусса состоит в следующем. Определённый интеграл непрерывной функции на интервале от -1 до 1 можно заменить суммой и вычислить по формуле $\int_{-1}^1 f(x)dx = \sum_{i=1}^n A_i f(t_i)$, t_i — точки из интервала [-1,1], A_i — рассчитываемые коэффициенты. Методика определения A_i , t_i представлена в [3]. Для практического использо-

вания значения коэффициентов при $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ представлены в табл. 5.5.

Таблица 5.5: Значения коэффициентов в квадратурной формуле Гаусса

n	Массив t	Массив A
2	-0.57735027, 0.57735027	1, 1
3	-0.77459667, 0, 0.77459667	5/9, 8/9, 5/9
4	-0.86113631, -0.33998104, 0.33998104, 0.86113631	0.34785484, 0.65214516, 0.65214516, 0.34785484
5	-0.90617985, -0.53846931, 0, 0.53846931, 0.90617985	0.23692688, 0.47862868, 0.56888889, 0.47862868, 0.23692688
6	-0.93246951, -0.66120939, -0.23861919, 0.23861919, 0.66120939, 0.93246951	0.17132450, 0.36076158, 0.46791394, 0.46791394, 0.36076158, 0.17132450
7	-0.94910791, -0.74153119, -0.40584515, 0, 0.40584515, 0.74153119, 0.94910791	0.12948496, 0.27970540, 0.38183006, 0.41795918, 0.38183006, 0.27970540, 0.12948496
8	-0.96028986, -0.79666648, -0.52553242, -0.18343464, 0.18343464, 0.52553242, 0.79666648, 0.96028986	0.10122854, 0.22238104, 0.31370664, 0.36268378, 0.36268378, 0.31370664, 0.22238104, 0.10122854

Для вычисления интеграла непрерывной функции на интервале от a до b квадратурная формула Гаусса может быть записана следующим образом $\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n A_i f\left(\frac{b+a}{2} \cdot \frac{b-a}{2} t_i\right)$, значения коэффициентов A_i и t_i приведены в табл. 5.5.

При использовании квадратурной формулы Чебышева определённый интеграл непрерывной функции на интервале от -1 до 1 записывается в виде следующей формулы $\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n f(t_i)$, t_i — точки из интервала $[-1, 1]$. Формула Чебышева для вычисления интеграла на интервале от a до b может быть записана так $\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{b+a}{2} \cdot \frac{b-a}{2} t_i\right)$. Методика определения t_i представлена в [3]. Рассмотренные формулы имеют смысл при $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$, коэффициенты t_i представлены в табл. 5.6.

Таблица 5.6: Значения коэффициентов в квадратурной формуле Чебышева

n	Массив t
2	-0.577350, 0.577350

Таблица 5.6 — продолжение

n	Массив t
3	-0.707107, 0, -0.707107
4	-0.794654, -0.187592, 0.187592, 0.794654
5	-0.832498, -0.374541, 0, 0.374541, 0.832498
6	-0.866247, -0.422519, -0.266635, 0.266635, 0.422519, 0.866247
7	-0.883862, -0.529657, -0.323912, 0, 0.323912, 0.529657, 0.883862
9	-0.911589, -0.601019, -0.528762, -0.167906, 0, 0.167906, 0.528762, 0.601019, 0.911589

Осталось написать функции вычисления определённого интеграла $\int_a^b f(x)dx$ методами Гаусса и Чебышева. Далее приведены тексты функций и функция `main()`. В качестве тестовых использовались интегралы $\int_0^2 \sin^4 x dx \approx 0.9701$, $\int_5^{13} \sqrt{2x-1} dx \approx 32.667$.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
//Функция вычисления определённого интеграла методом Чебышева.
//(a,b) — интервал интегрирования, *fn —
//указатель на функцию типа double f (double).
double int_chebishev(double a, double b,
double (*fn)(double))
{
    int i,n=9;
    double s,
    t[9]={-0.911589, -0.601019, -0.528762, -0.167906, 0,
        0.167906, 0.528762, 0.601019, 0.911589};
    for(s=i=0;i<n;i++)
        s+=fn((b+a)/2+(b-a)/2*t[i]);
    s*=(b-a)/n;
    return s;
}
//Функция вычисления определённого интеграла методом Гаусса.
//(a,b) — интервал интегрирования, *fn —
//указатель на функцию типа double f (double)
double int_gauss(double a, double b, double (*fn)(double))
{
    int i,n=8;
    double s,
    t[8]={-0.96028986, -0.79666648, -0.52553242, -0.18343464,
        0.18343464, 0.52553242, 0.79666648, 0.96028986},
    A[8]={0.10122854, 0.22238104, 0.31370664, 0.36268378,
        0.36268378, 0.31370664, 0.22238104, 0.10122854};
    for(s=i=0;i<n;i++)
        s+=A[i]*fn((b+a)/2+(b-a)/2*t[i]);
}
```

```

    s*=(b-a)/2;
    return s;
}
//Функции f1 и f2 типа double f(double), указатели на
//которые будут передаваться в int_gauss и int_chebishev.
double f1(double y)
{
    return sin(y)*sin(y)*sin(y)*sin(y);
}
double f2(double y)
{
    return pow(2*y-1,0.5);
}

int main(int argc, char **argv)
{
    double a,b;
    cout<<"Интеграл sin(x)^4=\n";
    cout<<"Введите интервал интегрирования\n";
    cin>>a>>b;
    //Вызов функции int_gauss(a, b, f1), f1 — имя функции,
    // интеграл от которой надо посчитать.
    cout<<"Метод Гаусса:"<<int_gauss(a, b, f1)<<endl;
    //Вызов функции int_chebishev(a, b, f1), f1 — имя функции,
    //интеграл от которой надо посчитать.
    cout<<"Метод Чебышева:"<<int_chebishev(a,b,f1)<<endl;
    cout<<"Интеграл sqrt(2*x-1)=\n";
    cout<<"Введите интервалы интегрирования\n";
    cin>>a>>b;
    //Вызов функции int_gauss(a, b, f2), f2 — имя функции,
    // интеграл от которой надо посчитать.
    cout<<"Метод Гаусса:"<<int_gauss(a, b, f2)<<endl;
    //Вызов функции int_chebishev(a, b, f2), f2 — имя функции,
    //интеграл от которой надо посчитать.
    cout<<"Метод Чебышева:"<<int_chebishev(a,b,f2)<<endl;
    return 0;
}

```

Результаты работы программы приведены ниже

```

Интеграл sin(x)^4=
Введите интервалы интегрирования
0 2
Метод Гаусса:0.970118
Метод Чебышева:0.970082
Интеграл sqrt(2*x-1)=
Введите интервалы интегрирования
5 13
Метод Гаусса:32.6667

```

Метод Чебышева: 32.6667

5.6 Совместное использование динамических массивов, указателей, функций в сложных задачах обработки массивов

Функции в C(C++) могут возвращать только одно скалярное значение, однако использование указателей в качестве аргументов функций позволяет обойти это ограничение и писать сложные функции, которые могут возвращать несколько значений.

Если в качестве аргумента в функцию передаётся указатель (адрес), то следует иметь в виду следующее. *При изменении в функции значений, хранящегося по этому адресу, будет происходить глобальное изменение значений, хранящихся по данному адресу в памяти компьютера.* Таким образом, получаем механизм с помощью которого можно возвращать множество значений. Для этого просто надо передавать их, как адреса (указатели). В литературе по программированию подобный механизм зачастую называют *передачей параметров по адресу*. При этом не следует забывать о том, что этот механизм работает без всяких исключений. Любое изменение значений, переданных в функцию по адресу, приводит к глобальному изменению.

В качестве примера рассмотрим задачу *удаления положительных элементов из массива* (см. задачу 5.7). Пользуясь тем, что задача несложная, напомним несколько вариантов функции удаления элемента с заданным номером из массива.

Для решения задачи удаления положительных элементов из массива понадобится функция удаления элемента из массива.

Назовём функцию `udal`. Её входными параметрами будут:

- массив (`x`),
- его размер (`n`),
- номер удаляемого элемента (`k`).

Функция возвращает:

- модифицированный массив (`x`),
- размер массива после удаления (`n`).

При передаче массива с помощью указателя, исчезает проблема возврата в главную программу модифицированного массива, размер массива будем возвращать с помощью обычного оператора `return`.

Заголовок (прототип) функции `udal` может быть таким:

```
int udal (float *x, int k, int n)
```

Здесь **x** — массив, **k** — номер удаляемого элемента, **n** — размер массива.

Весь текст функции можно записать так

```
int udal(float *x, int k, int n)
{
    int i;
    if (k>n-1) return n;
    else
    {
        for (i=k; i<n-1; i++)
            x[i]=x[i+1];
        n--;
        return n;
    }
}
```

Ниже приведён весь текст программы удаления положительных элементов из массива **x** с использованием функции **udal** и комментариев к нему.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int udal(float *x, int k, int n)
{
    int i;
    //Если номер удаляемого элемента больше номера последнего элемента,
    //то удалять нечего, в этом случае возвращается неизменённый размер массива
    if (k>n-1) return n;
    else
    {
        //Удаляем элемент с номером k.
        for (i=k; i<n-1; i++)
            x[i]=x[i+1];
        n--;
        //Возвращаем изменённый размер массива.
        return n;
    }
}
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, n;
    cout<<"n="; cin>>n;
    //Выделяем память для динамического массива x.
    float x[n];
    //Ввод элементов массива.
    cout<<"Введите элементы массива X\n";
```

```

    for (i=0; i<n; i++)
        cin >> x[i];
    for (i=0; i<n; )
        if (x[i]>0)
//Если текущий элемент положителен, то для удаления элемента с индексом i,
//Вызываем функцию udal, которая изменяет элементы, хранящиеся по адресу
        x,
//и возвращает размер массива.
        n=udal(x, i, n);
//иначе (x[i]<=0) — переходим к следующему элементу массива.
        else i++;
//Вывод элементов массива после удаления.
cout << "Преобразованный массив X\n";
    for (i=0; i<n; i++)
        cout << x[i] << "\t ";
    cout << endl;
    return 0;
}

```

Эту функцию можно переписать и по другому, передавая и массив и его размер, как указатели, в этом случае функция будет такой.

```

void udal(float *x, int k, int *n)
{
    int i;
    for (i=k; i<*n-1; i++)
        x[i]=x[i+1];
    if (k<*n) --*n;
}

```

В этом случае изменится и обращение к `udal` в функции `main`.

Ниже приведён модифицированный текст программы удаления положительных элементов из массива `x` с использованием функции `udal(float *x, int k, int *n)` и комментарии к нему.

```

#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
void udal(float *x, int k, int *n)
{
    int i;
//Если номер удаляемого элемента больше номера последнего элемента,
//то удалять нечего, в этом случае возвращается неизменённый размер массива
//Удаляем элемент с номером k.
    for (i=k; i<*n-1; i++)
        x[i]=x[i+1];
//Уменьшаем на 1 значение, хранящееся по адресу n.
//Обратите внимание, что надо писать именно --*n,
//*n-- — НЕПРАВИЛЬНО!!!!!!!!!!!!!!
    if (k<*n) --*n;
}

```

```

}
int main(int argc, char **argv)
{
    int i, n;
    cout<<"n="; cin>>n;
    //Выделяем память для динамического массива x.
    float x[n];
    //Ввод элементов массива.
    cout<<"Введите элементы массива X\n";
    for (i=0; i<n; i++)
        cin>>x[i];
    for (i=0; i<n; i++)
        if (x[i]>0)
            //Если текущий элемент положителен, то удаления элемента с индексом i,
            //Вызываем функцию udal, которая изменяет элементы, хранящиеся по адресу
            //x, и изменяет значение переменной n.
            udal(x, i, &n);
    //иначе (x[i]<=0) — переходим к следующему элементу массива.
    else i++;
    //Вывод элементов массива после удаления.
    cout<<"Преобразованный массив X\n";
    for (i=0; i<n; i++)
        cout<<x[i]<<"\t";
    cout<<endl;
    return 0;
}

```

Авторы рекомендуют разобраться с этими примерами для понимания механизма передачи параметров по адресу.

Задача 5.13. Из массива целых чисел удалить все простые числа, значение которых меньше среднего арифметического элементов массива. Полученный массив упорядочить по возрастанию.

Алгоритм решения этой задачи без применения функций будет очень громоздким, а текст программы малопонятным. Поэтому, разобьем задачу на подзадачи:

- вычисление среднего арифметического элементов массива;
- определение простого числа;
- удаление элемента из массива;
- упорядочивание массив.

Прототипы функций, которые предназначены для решения подзадач, могут выглядеть так:

- `float sr_arifm(int *x, int n)` — вычисляет среднее арифметическое массива `x` из `n` элементов;

- `bool prostoe(int n)` — проверяет, является ли целое число n простым, результат логическое значение `true`, если число простое и `false`, в противном случае;
- `void udal(int *x, int m, int *n)` — удаляет элемент с номером m в массиве x из n элементов (рис. 6.4);
- `void upor(int *x, int N, bool pr=true)` — сортирует массив x из n элементов по возрастанию или по убыванию, направление сортировки зависит от значения параметра `pr`, если `pr=true`, то выполняется сортировка по возрастанию, если `pr=false`, то по убыванию.

Текст программы с комментариями:

```
#include <iostream>
using namespace std;
//Функция вычисления среднего значения.
float sr_arifm(int *x, int n)
{
    int i; float s=0;
    for (i=0; i<n; s+=x[i], i++);
    if (n>0) return (s/n);
    else return 0;
}
//Функция для определения простого числа:
bool prostoe(int n)
{
    bool pr; int i;
    for (pr=true, i=2; i<=n/2; i++)
        if (n%i==0) {pr=false; break;}
    return (pr);
}
//Функция удаления элемента из массива.
void udal(int *x, int m, int *n)
{
    int i;
    for (i=m; i<*n-1; *(x+i)=*(x+i+1), i++);
    --*n;
    realloc((int *)x, *n*sizeof(int));
}
//Функция сортировки массива.
void upor(int *x, int n, bool pr=true)
{
    int i, j, b;
    if (pr)
    {
        for (j=1; j<=n-1; j++)
            for (i=0; i<=n-1-j; i++)
                if (*(x+i)>*(x+i+1))
```

```

    {
        b=*(x+i);
        *(x+i)=*(x+i+1);
        *(x+i+1)=b;
    }
}
else
    for (j=1;j<=n-1;j++)
    for (i=0;i<=n-1-j;i++)
        if (*(x+i)<*(x+i+1))
        {
            b=*(x+i);
            *(x+i)=*(x+i+1);
            *(x+i+1)=b;
        }
}
int main()
{
    int *a,n,i; float sr;
    cout<<"n="; cin>>n; //Ввод размерности массива.
    a=(int *) calloc(n,sizeof(int)); //Выделение памяти.
    cout << "Введите массив A\n";
    for (i=0;i<n;i++) cin>>*(a+i); //Ввод массива.
    sr=sr_arifm(a,n); //Вычисление среднего арифметического.
    cout<<"sr="<<sr<<"\n"; //Вывод среднего арифметического.
    for (i=0;i<n;)
    {
        //Если число простое и меньше среднего,
        if (prostoe (*(a+i))&& *(a+i)<sr)
            udal(a,i,&n); //удалить его из массива,
        else i++; //иначе, перейти к следующему элементу.
    }
    cout << "Массив A\n"; //Вывод модифицированного массива.
    for (i=0;i<n;i++) cout<<*(a+i)<<"\t";
    cout<<"\n";
    upor(a, n); //Сортировка массива.
    //Вывод упорядоченного массива.
    cout<<"Упорядоченный массив A\n";
    for (i=0;i<n;i++)cout<<*(a+i)<<"\t";
    cout<<"\n";
    free(a); //Освобождение памяти.
    return 0;
}

```

Задача 5.14. Все положительные элементы целочисленного массива G переписать в массив W . В массиве W упорядочить по убыванию элементы, которые расположены между наибольшим и наименьшим числами палиндромами.

Для создания этой программы напомним следующие функции:

- `int form (int *a, int n, int *b)`, которая из массива целых чисел a формирует массив положительных чисел b , n — количество чисел в массиве a , функция возвращает число элементов в массиве b .
- `bool palindrom (int n)`, которая проверяет является ли число n палиндромом.
- `sort (int *x, int n, int k, int p)` которая сортирует по возрастанию элементы массива $x[n]$, расположенные между k -м и p -м элементами массива.

Рекомендуем читателю самостоятельно разобрать текст программы, реализующей решение задачи 5.14.

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
using namespace std;
int kvo_razryad(int M)
{
    long int k;
    for(k=1;M>9;M/=10,k++);
    return k;
}
bool palindrom (int n)
{
    int k=kvo_razryad(n),s,p=n;
    for(s=0;p!=0;p/=10,k--)
        s+=(p%10)*pow(10,k-1);
    if (s==n) return true; else return false;
}
int form (int *a, int n, int *b)
{
    int i,k;
    for(i=k=0;i<n;i++)
        if(a[i]>0)
            b[k++]=a[i];
    return k;
}
void sort (int *x, int n, int k, int p)
{
    int i,nom,j;
    int b;
    for(i=k+1;i<p;)
    {
        nom=i;
        for(j=i+1;j<p;j++)
            if (x[j]<x[nom]) nom=j;
```

```

        b=x[p-1]; x[p-1]=x[nom]; x[nom]=b;
        p--;
    }
}
int main(int argc, char **argv)
{
    int *G,*W;
    int nmax,nmin,kp,i,N,k;
    cout<<"N=";
    cin>>N;
    G=(int *)calloc(N,sizeof(int));
    W=(int *)calloc(N,sizeof(int));
    cout<<"Ввод массива G\n";
    for(i=0;i<N;i++)
        cin>>G[i];
    k=form(G,N,W);
    cout<<"Вывод массива W\n";
    for(i=0;i<k;i++)
        cout<<W[i]<<" ";
    cout<<endl;
    for(kp=i=0;i<k;i++)
        if (palindrom(W[i]))
        {
            kp++;
            if (kp==1) {nmax=i;nmin=i;}
            else
            {
                if (W[i]<W[nmin]) nmin=i;
                if (W[i]>W[nmax]) nmax=i;
            }
        }
    if (nmax<nmin)
        sort(W,k,nmax,nmin);
    else
        sort(W,k,nmin,nmax);
    cout<<"Вывод преобразованного массива W\n";
    for(i=0;i<k;i++)
        cout<<W[i]<<" ";
    cout<<endl;
    return 0;
}

```

Результаты работы программы представлены ниже.

N=17

Ввод массива G

-5 -6 191 121 12 -13 14 15 -5 100 666 -666 15251 16261 16262 991 -724

Вывод массива W

191 121 12 14 15 100 666 15251 16261 16262 991

Вывод преобразованного массива W

191 121 15251 666 100 15 14 12 16261 16262 991

5.7 Задачи для самостоятельного решения

5.7.1 Основные операции при работе с массивами

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Задан массив целых чисел $X(n)$. Найти

- сумму четных элементов массива;
- наибольшее из отрицательных чисел массива.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $Y(m)$, сформировать общий массив $Z(n + m)$. Выполнить сортировку полученного массива по возрастанию модулей. Удалить из массива число с номером k .

2. Задан массив вещественных чисел $A(n)$. Найти

- произведение положительных элементов массива;
- сумму отрицательных чисел, расположенных после максимального элемента массива.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $B(m)$, сформировать общий массив $C(n + m)$. Преобразовать полученный массив так, чтобы все его положительные элементы стали отрицательными и наоборот. Удалить предпоследний элемент массива.

3. Задан массив вещественных чисел $A(n)$. Найти

- произведение ненулевых элементов массива.
- сумму четных чисел, расположенных до минимального элемента массива.

Из заданного массива $A(n)$ все положительные числа переписать в массив B , а отрицательные в массив C . Удалить из массива $A(n)$ первый нулевой элемент.

4. Задан массив целых чисел $X(n)$. Найти

- сумму положительных четных элементов массива;
- количество элементов массива, расположенных после первого нулевого элемента.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $Y(m)$, сформировать общий массив $Z(n + m)$. Удалить из полученного массива наибольший элемент.

5. Задан массив вещественных чисел $X(n)$. Найти

- сумму элементов с нечетными номерами;
- произведение элементов массива, расположенных между первым и последним отрицательными элементами.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $Y(m)$, сформировать общий массив $Z(n + m)$. Удалить из полученного массива наименьший элемент.

6. Задан массив вещественных чисел $X(n)$. Найти
- сумму положительных элементов массива;
 - произведение элементов с нечетными индексами, расположенных во второй половине массива.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $Y(m)$, сформировать общий массив $Z(n + m)$ таким образом, чтобы в нем сначала располагались все отрицательные элементы, затем элементы равные нулю, и в заключении все положительные. Удалить из массива $Z(n + m)$ максимальный элемент.

7. Задан массив целых чисел $B(n)$. Найти
- произведение отрицательных элементов с четными индексами.
 - максимальный элемент среди элементов, которые кратны 3.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $C(m)$, сформировать массив A , состоящий только из неотрицательных значений заданных массивов. Удалить из массива A первое число кратное 17.

8. Задан массив целых чисел $X(n)$. Найти
- сумму чисел, расположенных в первой половине массива;
 - разностью между значениями максимального и минимального элементов массива.

Из данного массива сформировать новый массив Y , в который записать все ненулевые элементы массива $X(n)$. Удалить из массива $X(n)$ последнее четное число.

9. Задан массив целых чисел $X(n)$. Найти
- произведение элементов массива, кратных трем;
 - сумму чисел, которые расположены между минимальным и максимальными элементами массива.

Из данного массива сформировать новый массив $Y(n)$, в который переписать все элементы массива $X(n)$ в обратном порядке. Удалить из массива $Y(n)$ минимальный и максимальный элементы.

10. Задан массив целых чисел $X(n)$ Найти

- сумму нечетных положительных элементов массива;
- количество чисел, которые расположены до первого нулевого элемента в массиве.

Записать элементы заданного массива в обратном порядке. Определить положение максимального элемента до и после преобразования. Удалить максимальный элемент.

11. Задан массив целых чисел $X(n)$ Найти

- сумму четных элементов;
- количество чисел, которые расположены после минимального элемента массива.

Заменить нулевые элементы заданного массива значениями их номеров. Определить среднее арифметическое элементов массива до и после преобразования. Удалить минимальный элемент массива $X(n)$

12. Задан массив вещественных чисел $X(n)$ Найти

- процент отрицательных чисел в массиве;
- сумму первого и последнего положительных элементов.

Записать элементы заданного массива в обратном порядке. Определить положение минимального элемента до и после преобразования. Удалить минимальный элемент

13. Задан массив целых чисел $A(n)$ Найти

- среднее арифметическое элементов массива;
- минимальный элемент и его индекс в первой половине массива.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $B(m)$ сформировать общий массив C , в который переписать удвоенные положительные значения элементов исходных массивов. Удалить из массива C последний четный элемент.

14. Задан массив целых чисел $A(n)$ Найти

- сумму элементов массива, кратных 13;
- количество четных чисел, расположенных до максимального элемента массива.

Сформировать массив C , в который переписать квадраты отрицательных элементов исходного массива $A(n)$ Удалить из массива три последних чётных элемента.

15. Задан массив целых чисел $P(n)$ Найти

- количество нечетных элементов массива;
- произведение чисел, расположенных до минимума.

Первую половину массива $P(n)$ переписать в массив R , а вторую в массив Q . Найти сумму квадратов разностей элементов массивов R и Q . Удалить из массива $P(n)$ последнее число кратное 5.

16. Задан массив целых чисел $X(n)$ Найти

- сумму четных элементов во второй половине массива;
- количество чисел расположенных между первым и последним отрицательными элементами массива.

Из заданного массива $X(n)$ все положительные числа переписать в массив Y , а отрицательные в массив Z . Поменять местами максимальный и минимальный элементы в массиве $X(n)$ Удалить третий элемент массива $X(n)$

17. Задан массив целых чисел $X(n)$ Найти

- количество четных элементов в массиве;
- среднее геометрическое положительных элементов массива, расположенных в его первой половине.

Все отрицательные элементы заданного массива заменить значением его максимального элемента. Удалить из массива первый нулевой элемент.

18. Задан массив целых чисел $P(n)$ Найти

- сумму модулей элементов массива;
- номер первого нулевого элемента.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $R(m)$ сформировать общий массив Q , в который переписать положительные значения элементов исходных массивов. Удалить из массива Q наибольший четный элемент.

19. Задан массив целых чисел $X(n)$ Найти

- произведение чисел, кратных 7;
- количество чисел, которые расположены между первым и последним четными числами.

Из данного массива сформировать новый массив Y , в который переписать первые k положительных элементов массива $X(n)$ Удалить из массива $X(n)$ число наименее отличающееся от среднего арифметического значения элементов массива.

20. Задан массив целых чисел $A(n)$ Найти

- произведение ненулевых элементов массива;
- среднее арифметическое элементов массива, расположенных в его первой половине.

Из данного массива и некоторого массива того же типа и размерности $B(n)$ сформировать массив $C(n)$ каждый элемент которого равен квадрату суммы соответствующих элементов массивов $A(n)$ и $B(n)$ Удалить из массива $C(n)$ наибольший и наименьший элементы.

21. Задан массив вещественных чисел $X(n)$ Найти

- произведение абсолютных значений элементов массива;
- количество нечетных элементов массива, расположенных в его второй половине.

Из данного массива и некоторого массива того же типа и размерности $Y(n)$ сформировать массив $Z(n)$ каждый элемент которого равен квадрату разности соответствующих элементов массивов $X(n)$ и $Y(n)$ Удалить из массива $Z(n)$ минимальный элемент и поменять местами первый и последний элементы.

22. Задан массив целых чисел $A(n)$ Найти

- сумму элементов массива, кратных трем;
- произведение ненулевых элементов массива с четными индексами.

Сформировать массива B , в который записать последние k элементов массива $A(n)$ Удалить из массива $A(n)$ максимальный нечетный элемент.

23. Задан массив вещественных чисел $P(n)$ Найти

- количество положительных элементов массива;
- номера первого положительного и последнего отрицательного элементов массива.

В массиве $P(n)$ поменять местами первые и последние пять элементов. Удалить из массива $P(n)$ элемент наименее отличающийся от среднего арифметического.

24. Задан массив целых чисел $B(n)$ Найти

- среднее геометрическое элементов с четными индексами, кратных трем.
- минимальный элемент среди положительных четных элементов.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $C(m)$ сформировать массив A , состоящий только из положительных значений заданных массивов. Удалить из массива $B(n)$ первый чётный и последний нечётный элементы.

25. Задан массив вещественных чисел $X(n)$ Найти

- номер минимального по модулю элемента массива;
- среднее арифметическое первых k положительных элементов.

Из данного массива и некоторого массива того же типа, но другой размерности $Y(m)$ сформировать общий массив Z таким образом, чтобы сначала располагались все отрицательные элементы, а затем все положительные. Удалить из массива наибольшее и наименьшее простое число.

5.7.2 Применение функций для обработки массивов.

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Задан массив целых чисел $X(n)$ Все *простые числа* переписать в массив Y . Из массива Y удалить 5 наибольших элементов массива. Вывести на экран содержимое массива Y в *двоичной системе*.
2. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Все *совершенные числа* из этих массивов переписать в массив Z . В массиве Z найти четыре наименьших элемента массива. Удалить из массива Z все нулевые элементы Результаты вывести на экран в *восьмеричной системе*.
3. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Два наибольших элемента из массива X и пять последних *простых чисел* из массива Y переписать в массив Z . Проверить содержит ли массив Z числа, в которых есть цифра «7».
4. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Три наименьших *простых чисел* из массива Y и числа из массива X , в которых есть цифры «1» и «9» переписать в массив Z . Из массива Z удалить все нечетные числа.
5. Задан массив целых чисел $X(n)$ Шесть наибольших чисел этого массива переписать в массив Z . Удалить из массива Z все четные числа. Вывести на экран элементы массива Z в *восьмеричной системе счисления*.
6. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Числа из массива X , в которых нет «нулей» и *составные числа* из массива Y , переписать в массив Z . Найти в массиве Z пять наибольших нечетных чисел. Выполнить сортировку массивов X , Y и Z в порядке возрастания их элементов.
7. Заданы массивы целых положительных чисел. $X(n)$ — в двоичной системе счисления, а $Y(k)$ — в восьмеричной. Все числа из массивов X и Y переписать в массив десятичных чисел Z . В

массиве Z найти пять наибольших *простых* числа. Удалить из массива Z все *составные* числа.

8. Задан массив целых положительных чисел $X(n)$ Все *простые* числа длиной не более пяти цифр переписать в массив Y . Удалить из массива два наибольших и три наименьших числа.
9. Задан массив целых положительных чисел в пятеричной системе $X(n)$ Из массива X сформировать массив десятичных чисел Z . Найти сумму трех наименьших и четырех наибольших чисел массива Z .
10. Заданы массивы целых положительных чисел $X(n)$ $Y(k)$ $Z(m)$ Сформировать массив U из таких элементов массивов X , Y , Z , которые в восьмеричной системе образуют возрастающую последовательность цифр. Найти пять наибольших чисел в массива U .
11. Задан массив целых положительных чисел $X(n)$ Все числа в которых нет цифр «1», «2» и «3» переписать в массив Y . Найти сумму двух наибольших и трех наименьших *простых* чисел в массиве Y .
12. Заданы массивы целых положительных чисел $X(n)$ $Y(k)$ $Z(m)$ Сформировать массив U из таких элементов массивов X , Y , Z , которые состоят из одинаковых цифр. Удалить из массива U наибольшее и наименьшее число. Выполнить сортировку массивов $X(n)$ $Y(k)$ $Z(m)$ в порядке возрастания их элементов.
13. Задан массив целых положительных чисел $X(n)$ Все числа, в которых нет цифры ноль, а их длина не менее трех цифр переписать в массив Z . Поменять местами наибольшее *составное* число и наименьшее *простое* число в массиве Z .
14. Задан массив целых чисел $X(n)$ Все положительные числа, состоящие из одинаковых цифр, переписать в массив Z . Удалить из массива Z числа, с четной суммой цифр.
15. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Все числа, с нечетной суммой цифр, переписать в массив Z . Найти три наибольших *простых* числа в массиве Z .
16. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Три наибольших числа из массива X и числа из массива Y , в которых нет чётных цифр переписать в массив Z . Элементы массива Z вывести на экран в восьмеричной и десятичной системах счисления.
17. Задан массив целых чисел $X(n)$ Семь наименьших *простых* чисел переписать в массив Z . Удалить из массива числа с четной суммой цифр.

18. Заданы массивы целых чисел $X(n)$ и $Y(k)$ Положительные числа из массива X и пять наибольших чисел из массива Y , переписать в массив Z . Найти сумму четырехзначных чисел массива Z .
19. Заданы массивы целых положительных чисел: $X(n)$ — в пятеричной, а $Y(k)$ в шестеричной системах счисления. Все числа из массивов переписать в массив десятичных чисел Z . В массиве Z найти пять наибольших чисел с нечетной суммой цифр.
20. Заданы массив целых положительных чисел $X(n)$ $Z(m)$ Все простые числа из массивов X и Z , в которых есть цифры «1», «2» или «3» переписать в массив Y . Найти произведение двух наибольших и три наименьших *простых чисел* массива Y .
21. Задан массив целых положительных чисел в двоичной системе $X(n)$ Из массива X сформировать массив десятичных чисел Z . Из массива Z удалить четыре наименьших и три наибольших числа.
22. Заданы массивы целых положительных чисел $X(n)$ $Y(k)$ $Z(m)$ Сформировать массив U из элементов массивов X , Y , Z , которые образуют убывающую последовательность цифр. Найти сумму семи наименьших чисел массива U .
23. Задан массив целых положительных чисел $X(n)$ Переписать в массив Y все числа-палиндромы, остальные числа переписать в массив Z . Удалить из массива Z все числа которые есть нули и сумма цифр нечётна.
24. Заданы массивы целых положительных чисел $X(n)$ $Y(k)$ $Z(m)$ Числа, которые не состоят из одинаковых цифр, переписать в массив U . Удалить из массива U числа с четной суммой цифр.
25. Задан массив целых положительных чисел $X(n)$ Все числа с четной суммой цифр переписать в массив Z . Элементы массива Z упорядочить в порядке убывания суммы цифр.

5.7.3 Работа с группами элементов в массиве

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. В массиве вещественных чисел найти предпоследнюю группу, которая состоит только из отрицательных элементов.
2. В массиве вещественных чисел найти первую и последнюю группы знакопеременяющихся элементов.

3. В массиве целых чисел найти вторую и третью группу, состоящую из нечетных цифр.
4. В массиве целых чисел найти предпоследнюю группу, состоящую из возрастающей последовательности цифр.
5. Из массива целых чисел удалить предпоследнюю группу, состоящую из возрастающей последовательности цифр.
6. Из массива целых чисел удалить последнюю группу, состоящую из убывающей последовательности нечетных цифр.
7. Из массива целых чисел удалить группу наибольшей длины, которая состоит из возрастающей последовательности нечетных цифр.
8. В массиве целых чисел найти группу наименьшей длины, которая состоит из убывающей последовательности четных цифр.
9. Из массива целых чисел удалить две группы наибольшей длины, состоящие из простых чисел, в которых нет четных цифр.
10. Задан массив целых чисел. Вывести на экран первую и последнюю группы, состоящие из простых чисел.
11. Из массива целых чисел удалить три группы наименьшей длины, состоящие из простых чисел, в представлении которых нет цифры семь.
12. Из массива целых чисел удалить группу наибольшей длины, которая состоит из возрастающей последовательности простых чисел.
13. Из массива целых чисел удалить все группы, которые состоят из убывающей последовательности четных чисел.
14. В массиве вещественных чисел найти группу максимальной длины, которая состоит из знакочередующихся чисел.
15. В массиве вещественных чисел найти группу минимальной длины, которая состоит из убывающей последовательности чисел.
16. Из массива вещественных чисел удалить все группы, состоящие из невозрастающей последовательности чисел.
17. Из массива вещественных чисел удалить три группы наибольшей длины, состоящие из возрастающей последовательности чисел.
18. В массиве целых чисел найти две последних группы, состоящие из простых чисел, причем цифры каждого числа образуют возрастающую последовательность.
19. Из целочисленного массива удалить группу простых чисел минимальной длины, цифры которых образуют убывающей последовательность.

20. Из целочисленного массива удалить группу минимальной длины, состоящую из элементов, представляющих собой возрастающую последовательность четных цифр.
21. В массиве целых чисел найти группы наименьшей и наибольшей длины, которые состоят из простых чисел.
22. В массиве целых чисел найти группу наибольшей длины, которая состоит из неубывающей последовательности нечетных чисел.
23. Из массива целых чисел удалить две группы наименьшей длины, состоящие из составных чисел, в записи которых нет цифр «0» и «2».
24. Задан массив целых чисел. Вывести на экран первую и последнюю группы, состоящие из простых чисел с нечетной суммой цифр в каждом.
25. Из массива целых чисел удалить три группы наибольшей длины, которые состоят из отрицательных чисел с четной суммой цифр в каждом.

5.7.4 Сортировка элементов массива

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Упорядочить по убыванию элементы целочисленного массива, расположенные между двумя наибольшими чётными значениями.
2. Упорядочить в порядке возрастания модулей элементы массива, расположенные между наибольшим и наименьшим значениями.
3. Упорядочить в порядке убывания модулей элементы, расположенные между первым и последним отрицательным значениями массива.
4. Упорядочить в порядке убывания элементы, расположенные между вторым положительным и предпоследним отрицательным значениями массива.
5. Упорядочить по возрастанию элементы целочисленного массива, расположенные между первым числом палиндромом и последним отрицательным значением.
6. Упорядочить в порядке возрастания суммы цифр элементы целочисленного массива, расположенные между последним числом-палиндромом и первым простым числом.

7. Упорядочить по возрастанию модулей элементы целочисленного массива, расположенные между третьим и пятым простыми числами.
8. Упорядочить по убыванию элементы целочисленного массива, расположенные после минимального числа-палиндрома.
9. Удалить из целочисленного массива простые числа. В полученном массиве упорядочить по возрастанию модулей элементы, расположенные после наибольшего числа.
10. Удалить из целочисленного массива числа-палиндромы. В полученном массиве упорядочить по возрастанию модулей элементы, расположенные до наименьшего простого числа.
11. Удалить из целочисленного массива все составные числа. Упорядочить элементы массива в порядке возрастания суммы цифр чисел.
12. Удалить из целочисленного массива все числа, состоящие из одинаковых цифр. Упорядочить элементы массива в порядке убывания суммы их цифр.
13. Задан массив целых положительных чисел. Сформировать новый массив, куда записать элементы исходного массива, состоящие из одинаковых цифр. Упорядочить элементы полученного массива в порядке возрастания суммы цифр чисел.
14. Упорядочить по возрастанию модулей элементы, расположенные между двумя наименьшими значениями массива.
15. Упорядочить в порядке возрастания элементы, расположенные между четвёртым и девятым отрицательными числами массива.
16. Упорядочить в порядке возрастания модулей элементы, расположенные между наибольшим и предпоследним положительными значениями массива.
17. Упорядочить в порядке убывания модулей элементы, расположенные между пятым положительным и первым отрицательными значениями массива.
18. Упорядочить в порядке убывания модулей элементы целочисленного массива, расположенные между наибольшим и наименьшим числами-палиндромами.
19. Упорядочить в порядке убывания суммы цифр элементы целочисленного массива, расположенные между последним и предпоследним числами-палиндромами.
20. Упорядочить по возрастанию модулей элементы массива, расположенные между двумя наименьшими положительными числами.

21. Упорядочить по возрастанию элементы целочисленного массива, расположенные между двумя наибольшими числами-палиндромами.
22. Удалить из целочисленного массива числа-палиндромы. В полученном массиве упорядочить по возрастанию модулей элементы, расположенные до наименьшего значения.
23. Удалить из целочисленного массива отрицательные числа. В полученном массиве упорядочить по убыванию элементы, расположенные между двумя наибольшими простыми числами.
24. Удалить из целочисленного массива простые числа. Упорядочить элементы массива в порядке убывания суммы цифр чисел.
25. Задан массив целых положительных чисел. Сформировать новый массив, куда записать элементы исходного массива, состоящие из нечетных цифр. Упорядочить элементы полученного массива в порядке убывания суммы цифр чисел.

Глава 6

Статические и динамические матрицы

Данная глава посвящена обработке матриц в C++, на большом количестве примеров будут рассмотрены возможности языка для обработки статических и динамических матриц. В завершающем параграфе будут рассмотрено использование двойных указателей и функций на примере решения задач линейной алгебры.

6.1 Статические матрицы C(C++)

Матрица — это двумерный массив, каждый элемент которого имеет два индекса: номер строки — i ; номер столбца — j .

Статический двумерный массив (матрицу) можно объявить так:
тип имя_переменной [n] [m];

где тип определяет тип элементов массива, **имя_переменной** — имя матрицы, n — количество строк, m — количество столбцов в матрице. Строки нумеруются от 0 до $n - 1$, столбцы — от 0 до $m - 1$.

Например,

```
double x[20][35];
```

Описана матрица вещественных чисел x , состоящая из 20 строк и 35 столбцов (строки нумеруются от 0 до 19, столбцы от 0 до 34).

Как и любой другой переменной, матрице можно присвоить начальное значение, например `int A[2][3]={1,2,3}, {4,5,6}`;

Для обращения к элементу матрицы необходимо указать ее имя, и в квадратных скобках номер строки, а затем в квадратных скобках

— номер столбца. Например, $x[2][4]$ — элемент матрицы x , находящийся в третьей строке и пятом столбце¹.

Для работы с элементами матрицы необходимо использовать два цикла. Для построчной обработки матрицы значениями параметра первого (внешнего) цикла будут номера строк матрицы, значениями параметра второго (внутреннего) цикла — номера столбцов (см. рис. 6.1). При построчной обработке матрицы вначале поочерёдно рассматриваются элементы первой строки (столбца), затем второй и т.д. до последней. Если необходимо обрабатывать матрицу по столбцам, то необходимо организовать внешний цикл по столбцам, а внутренний по строкам (см. рис. 6.2).

6.2 Динамические матрицы

В предыдущем параграфе мы рассмотрели описание статических матриц, в этом случае память для хранения матрицы выделяется в момент описания. Однако в C++ существует возможность создавать динамические матрицы. Динамические матрицы можно создавать с использованием обычных указателей и с помощью двойных указателей. Рассмотрим оба способа работы с динамическими матрицами последовательно.

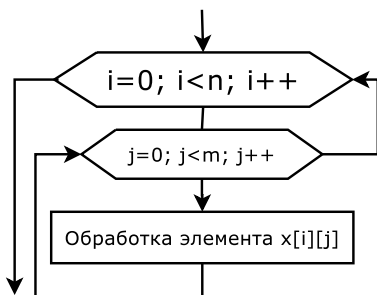


Рис. 6.1. Блок-схема построчной обработки матрицы

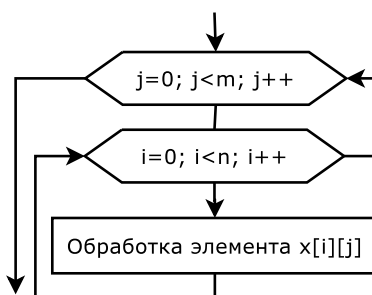


Рис. 6.2. Блок-схема обработки матрицы по столбцам

¹Напоминаем, что нумерация строк и столбцов идет с 0.

6.2.1 Использование указателей для работы с динамическими матрицами

При работе с динамическими матрицами можно использовать обычные указатели. После описания указателя, необходимо будет выделить память для хранения $N \times M$ элементов (N — число строк, M — число столбцов). Рассмотрим в качестве примера выделение памяти для хранения целочисленной матрицы размером $N \times M$.

```
int *A, n, m;  
A=(int *) calloc (N*M, sizeof(int));
```

Для выделения памяти можно использовать также и функцию `malloc`

```
A=(int *) malloc (N*M*sizeof(int));
```

или операцию `new`

```
A=new int [N*M];
```

Память мы выделили, осталось найти способ обратиться к элементу матрицы. Все элементы матрицы хранятся в одномерном массиве размером $N \times M$ элементов. Сначала в этом массиве расположена 0-я строка матрицы, затем 1-я и т.д. Поэтому для обращения к элементу `A[i][j]` необходимо, по номеру строки i и номеру столбца j вычислить номер этого элемента k в динамическом массиве. Учитывая, что в массиве элементы нумеруются с нуля $k = iM + j$. Обращение к элементу `A[i][j]` будет таким `*(A+i*m+j)`.

6.2.2 Использование двойных указателей для работы с динамическими матрицами

Основной способ работы с динамическими матрицами базируется на использовании двойных указателей. Рассмотрим следующий фрагмент программы.

```
int main()  
{  
    int N,M;  
    float **a;  
    a=new float *[N];  
}
```

С помощью оператора `new` создан массив из n элементов², в котором каждый элемент является адресом, где хранится указатель

²В данном случае массив указателей на `float`.

(фактически каждый указатель — адрес строки матрицы). Осталось определить значение элементов массива. Для этого организуем цикл (переменная цикла i изменяется от 0 до $N - 1$), в котором будет выделяться память для хранения очередной строки матрицы. Адрес этой строки будет записываться в $a[i]$.

```
for (i=0; i<N; i++)
a[i]=new float (M);
```

После этого определён массив N указателей, каждый из которых адресует массив из M чисел (в данном случае вещественных типа `float`). Фактически создана динамическая матрица размера $N \times M$. Обращение к элементу динамической матрицы идет так же, как и к элементу статической матрицы. Для того, чтобы обратиться к элементу $a_{i,j}$ в программе на C++ необходимо указать ее имя, и в квадратных скобках номер строки и столбца (`a[i][j]`).

6.3 Обработка матриц в C(C++)

Рассмотрим основные операции, выполняемые над матрицами (статическими и динамическими) при решении задач.

Матрицы, как и массивы, нужно вводить (выводить) поэлементно. Блок-схема ввода элементов матрицы `x[n][m]` изображена на рис. 6.3.

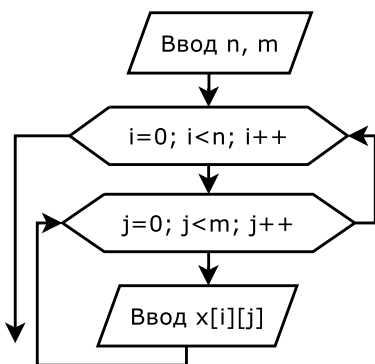


Рис. 6.3. Ввод элементов матрицы

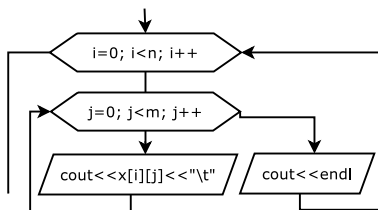


Рис. 6.4. Блок-схема построчного вывода матрицы

При выводе матрицы элементы располагаются построчно, например:

6	-9	7	13
5	8	3	8
3	7	88	33
55	77	88	37

Алгоритм построчного вывода элементов матрицы приведен на рис. 6.4.

Ниже приведен текст программы на C++ ввода-вывода статической матрицы.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int i, j, N, M, a[20][20];
    cout<<"N=";
    //Ввод количества строк
    cin>>N;
    cout<<"M=";
    //Ввод количества столбцов
    cin>>M;
    cout<<"Ввод матрицы A"<<endl;
    //Цикл по переменной i, в котором перебираем строки матрицы
    for (i=0; i<N; i++)
    //Цикл по переменной j, в котором перебираем элементы внутри строки
        for (j=0; j<M; j++)
    //Ввод очередного элемента матрицы
            cin>>a[i][j];
    cout<<"Вывод матрицы A"<<endl;
    //Цикл по переменной i, в котором перебираем строки матрицы
    for (i=0; i<N; i++)
    {
    //Цикл по переменной j, в котором перебираем строки матрицы
        for (j=0; j<M; j++)
    //Вывод очередного элемента матрицы
            cout<<a[i][j]<<"\t";
    //По окончанию вывода всех элементов строки — переход на новую строку.
        cout<<endl;
    }
}
```

Цикл для построчного вывода матрицы можно записать и так.

```
for (i=0; i<N; cout<<endl, i++)
    for (j=0; j<M; j++)
        cout<<a[i][j]<<"\t";
```

При вводе матрицы элементы каждой строки можно разделять пробелами, символами табуляции или **Enter**³. Ниже представлены результаты работы программы.

```

N=4
M=5
Ввод матрицы A
1 2 3
5 4
3 6 7 8 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Вывод матрицы A
1      2      3      5      4
3      6      7      8      9
1      2      3      4      5
6      7      8      9      0

```

Далее на примерах решения практических задач будут рассмотрены основные алгоритмы обработки матриц и их реализация в C++. Перед этим, давайте, вспомним некоторые свойства матриц (рис. 6.5):

- если номер строки элемента совпадает с номером столбца ($i = j$), это означает что элемент лежит на главной диагонали матрицы;
- если номер строки превышает номер столбца ($i > j$), то элемент находится ниже главной диагонали;
- если номер столбца больше номера строки ($i < j$), то элемент находится выше главной диагонали.
- элемент лежит на побочной диагонали, если его индексы удовлетворяют равенству $i + j = n - 1$;
- неравенство $i + j < n - 1$ характерно для элемента находящегося выше побочной диагонали;
- соответственно, элементу лежащему ниже побочной диагонали соответствует выражение $i + j > n - 1$.

Задача 6.1. Найти сумму элементов матрицы, лежащих выше главной диагонали.

Алгоритм решения данной задачи (рис. 6.6) построен следующим образом: обнуляется ячейка для накапливания суммы (переменная s). Затем с помощью двух циклов (первый по строкам, второй по столбцам) просматривается каждый элемент матрицы, но суммирование

³Элементы каждой строки можно разделять пробелами или символами табуляции, а в конце строки нажимать **Enter**.

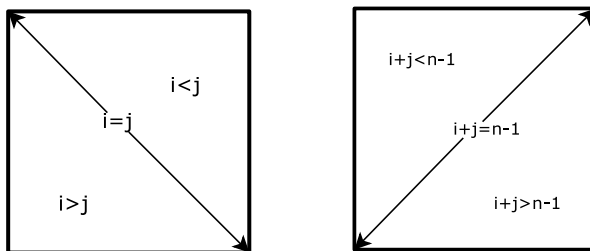


Рис. 6.5. Свойства элементов матрицы

происходит только в том случае если, этот элемент находится выше главной диагонали (при выполнении условия $i < j$).

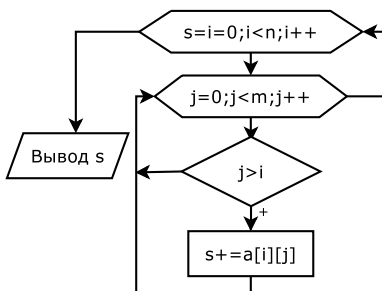


Рис. 6.6. Блок-схема задачи 6.1 (алгоритм 1).

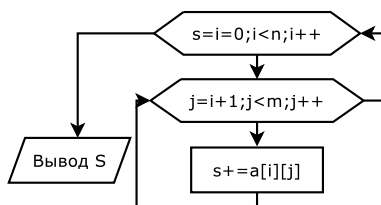


Рис. 6.7. Блок-схема задачи 6.1 (алгоритм 2).

Текст программы:

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int s, i, j, n, m, a[20][20];
    cout<<"N=";
    cin>>n;
    cout<<"M=";
    cin>>m;
    cout<<"Ввод матрицы A"<<endl;
    for (i=0; i<n; i++)
        for (j=0; j<m; j++)
  
```

```

    cin >> a[i][j];
    for (s=i=0; i<n; i++)
        for (j=0; j<m; j++)
//Если элемент лежит выше главной диагонали, то наращиваем сумму.
            if (j>i) s+=a[i][j];
    cout << "S=" << s << endl;
}

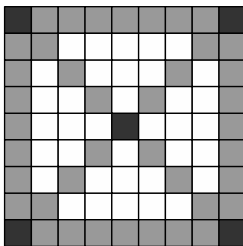
```

На рис. 6.7 изображён ещё один вариант решения данной задачи. В нем проверка условия $i < j$ не выполняется, но, тем не менее, в нем так же суммируются элементы матрицы, находящиеся выше главной диагонали. В нулевой строке заданной матрицы необходимо сложить все элементы, начиная с первого. Во первой — все, начиная со второго, в i -й строке процесс начнётся с $(i+1)$ -го элемента и так далее. Таким образом, внешний цикл работает от 0 до $N-1$, а второй от $i+1$ до M . Авторы надеются, что читатель самостоятельно составит программу, соответствующую описанному алгоритму.

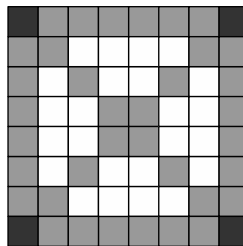
Задача 6.2. Вычислить количество положительных элементов квадратной матрицы, расположенных по ее периметру и на диагоналях. Напомним, что в квадратной матрице число строк равно числу столбцов.

Прежде чем приступить к решению задачи рассмотрим рисунок 6.8, на котором изображена схема квадратных матриц различной размерности.

Матрица из N строк и N столбцов



N - нечетное



N - четное

Рис. 6.8. Рисунок к задаче 6.2.

Из условия задачи понятно, что не нужно рассматривать все элементы заданной матрицы. Достаточно просмотреть первую и послед-

ную строки, первый и последний столбцы, а так же диагонали. Все эти элементы отмечены на схеме, причём чёрным цветом выделены элементы, обращение к которым может произойти дважды. Например, элемент с номером $(0, 0)$ принадлежит как к нулевой строке, так и к нулевому столбцу, а элемент с номером $(N - 1, N - 1)$ находится в последней строке и последнем столбце одновременно. Кроме того, если N — число нечётное (на рисунке 6.8 эта матрица расположена слева), то существует элемент с номером $(N/2, N/2)$, который находится на пересечении главной и побочной диагоналей. При нечётном значении N (матрица справа на рис. 6.8) диагонали не пересекаются.

Итак, разобрав подробно постановку задачи, рассмотрим алгоритм ее решения. Для обращения к элементам главной диагонали вспомним, что номера строк этих элементов всегда равны номерам столбцов. Поэтому, если параметр i изменяется циклически от 0 до $N - 1$, то $A[i][i]$ — элемент главной диагонали. Воспользовавшись свойством, характерным для элементов побочной диагонали получим:

$$i + j + 1 = N \longrightarrow j = N - i - 1,$$

следовательно, для $i = 0, 1, \dots, N - 1$ элемент $A[i][N-i-1]$ — элемент побочной диагонали. Элементы, находящиеся по периметру матрицы записываются следующим образом: $A[0][i]$ — нулевая строка, $A[N-1][i]$ — последняя строка и соответственно $A[i][0]$ — нулевой столбец, $A[i][N-1]$ — последний столбец.

Текст программы решения задачи с пояснениями приведён далее.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int k, i, j, N, a[20][20];
    cout<<"N=";
    cin>>N;
    cout<<"Ввод матрицы A"<<endl;
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<N; j++)
            cin>>a[i][j];
    //k — количество положительных элементов матрицы,
    //расположенных по ее периметру и на диагоналях.
    for (i=k=0; i<N; i++)
    {
        //Элемент лежит на главной диагонали.
        if (a[i][i]>0) k++;
        //Элемент лежит на побочной диагонали.
        if (a[i][N-i-1]>0) k++;
    }
    for (i=1; i<N-1; i++)
```

```

{
//Элемент находится в нулевой строке.
    if (a[0][i]>0)k++;
//Элемент находится в последней строке.
    if (a[N-1][i]>0)k++;
//Элемент находится в нулевом столбце.
    if (a[i][0]>0)k++;
//Элемент находится в последнем столбце.
    if (a[i][N-1]>0)k++;
}
//Если элемент, находящийся на пересечении диагоналей подсчитан дважды,
//то уменьшить вычисленное значение k на один.
    if ((N%2!=0)&&(a[N/2][N/2]>0))k--;
    cout<<"k="<<k<<endl;
}

```

Задача 6.3. Проверить, является ли заданная квадратная матрица единичной.

Единичной называют матрицу, у которой элементы главной диагонали — единицы, а все остальные — нули. Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решать задачу будем так. Предположим, что матрица единичная и попытаемся доказать обратное. Если окажется, что хотя бы один диагональный элемент не равен единице, или любой из элементов вне диагонали не равен нулю, то матрица единичной не является. Воспользовавшись логическими операциями языка C(C++) все эти условия можно соединить в одно и составить программу, текст которой приведён ниже.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int pr,i,j,N, **a;
//Ввод размерности матрицы
    cout<<"N=";
    cin>>N;
//Создаём квадратную динамическую матрицу
    a=new int *[N];
    for (i=0;i<N;i++)
        a[i]=new int [N];

```

```

cout<<"Ввод элементов матрицы A"<<endl;
for ( i=0; i<N; i++)
    for ( j=0; j<N; j++)
        cin>>a [ i ] [ j ];
//Предположим, что матрица единичная и присвоим переменной pr значение 1
//(истина). Если значение этой переменной при выходе из цикла не изменится,
//это будет означать, что матрица действительно единичная.
for ( pr=1, i=0; i<N; i++)
    for ( j=0; j<N; j++)
        if ( (( i==j )&&(a [ i ] [ j ]!=1) ) || ( ( i!=j )&&(a [ i ] [ j ]!=0) ) )
//Если элемент лежит на главной диагонали и не равен
//единице или элемент лежит вне главной диагонали и не равен нулю, то
        {
//Переменной pr присвоить значение 0 (ложь), это будет означать,
//что матрица единичной не является, и выйти из цикла.
            pr=0;
            break;
        }
//Проверка значения переменной pr и вывод соответствующего сообщения.
if ( pr ) cout<<"Единичная матрица\n";
else cout<<"Матрица не является единичной\n";
}

```

Задача 6.4. Преобразовать исходную матрицу так, чтобы нулевой элемент каждой строки был заменён средним арифметическим элементов этой строки.

Для решения данной задачи необходимо найти в каждой строке сумму элементов, которую разделить на их количество. Полученный результат записать в нулевой элемент соответствующей строки. Текст программы приведён далее.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int i, j, N, M;
    double S, **a;
//Ввод размерности матрицы.
    cout<<"N=";
    cin>>N;
    cout<<"M=";
    cin>>M;
//Создаём динамическую матрицу
    a=new double *[N];
    for ( i=0; i<N; i++)
        a[i]=new double [M];
    cout<<"Ввод элементов матрицы A"<<endl;
    for ( i=0; i<N; i++)
        for ( j=0; j<M; j++)

```

```

        cin>>a[i][j];
//Цикл по i завершается записью среднего значения в
//нулевой элемент строки и наращиванием i.
    for (i=0;i<N;a[i][0]=S/M,i++)
//Вычисление суммы элементов строки.
        for (S=j=0;j<M;j++)
            S+=a[i][j];
    cout<<"Преобразованная матрица A"<<endl;
    for (i=0;i<N;cout<<endl,i++)
        for (j=0;j<M;j++)
            cout<<a[i][j]<<"\t";
}

```

Задача 6.5. Задана матрица $A(n, m)$. Поменять местами её максимальный и минимальный элементы.

Алгоритм решения этой задачи следующий: находим максимальный элемент матрицы (**max**) и его индексы (**imax**, **jmax**), а также минимальный (**min**) и его индексы (**imin**, **jmin**). После чего элементы $A[\text{imax}][\text{jmax}]$ и $A[\text{imin}][\text{jmin}]$ поменяем местами. Для поиска максимального элемента и его индексов в переменную **max** запишем $A[0][0]$, в переменные **imax**, **jmax**, (номер строки и столбца, где находится максимальный элемент) запишем 0. Затем в двойном цикле (цикл по переменной *i* — по строкам, цикл по переменной *j* — по столбцам) перебираем все элементы, и каждый из них сравниваем с максимальным (со значением переменной **max**). Если текущий элемент массива оказывается больше максимального, то его переписываем в переменную **max**, а в переменную **imax** — текущее значение индекса *i*, в переменную **jmax** — текущее значение *j*. Поиск минимального элемента матрицы аналогичен, и отличается только знаком операции сравнения. Далее представлен текст программы решения задачи 6.5.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int i, j, imax, jmax, imin, jmin, N, M;
    double min, max, b, **a;
    //Ввод размеров матрицы.
    cout<<"N=";
    cin>>N;
    cout<<"M=";
    cin>>M;
    //Создаём динамическую матрицу
    a=new double *[N];
    for (i=0;i<N;i++)
        a[i]=new double [M];
}

```

```

cout<<"Ввод элементов матрицы A"<<endl;
for (i=0;i<N;i++)
    for (j=0;j<M;j++)
        cin>>a[i][j];
//Двойной цикл для поиска максимального, минимального элементов и их
индексов.
for (max=min=a[0][0],imax=jmax=imin=jmin=i=0;i<N;i++)
    for (j=0;j<M;j++)
    {
        if (a[i][j]>max) {max=a[i][j]; imax=i;jmax=j;}
        if (a[i][j]<min) {min=a[i][j]; imin=i;jmin=j;}
    }
//Обмен двух элементов матрицы.
b=a[imax][jmax];
a[imax][jmax]=a[imin][jmin];
a[imin][jmin]=b;
//Вывод преобразованной матрицы.
cout<<"Преобразованная матрица A"<<endl;
for (i=0;i<N;cout<<endl,i++)
    for (j=0;j<M;j++)
        cout<<a[i][j]<<"\t";
}

```

Задача 6.6. Преобразовать матрицу $A(m, n)$ так, чтобы строки с нечётными индексами были упорядочены по убыванию, с чётными — по возрастанию.

В связи с нумерацией строк в C++ с нуля, необходимо помнить, что нулевая, вторая, четвёртая строки упорядочиваются по убыванию, а первая, третья, пятая и т.д. — по возрастанию. Алгоритм решения этой задачи сводится к тому, что уже известный нам по предыдущей главе алгоритм упорядочивания элементов в массиве выполняется для каждой строки матрицы. Блок-схема приведена на рис. 6.9. Текст программы с комментариями приведён ниже.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int i, j, k, N, M;
    double b, **a;
    //Ввод размеров матрицы.
    cout<<"M=";
    cin>>M;
    cout<<"N=";
    cin>>N;
    //Создаём динамическую матрицу
    a=new double *[N];
    for (i=0;i<N;i++)

```

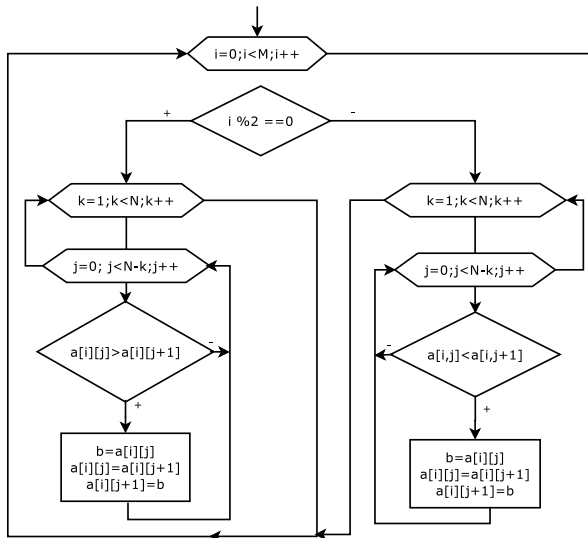


Рис. 6.9. Блок-схема алгоритма задачи 6.6.

```

a[i]=new double [M];
cout<<"Ввод элементов матрицы A"<<endl;
for ( i=0; i<M; i++)
    for ( j=0; j<N; j++)
        cin>>a[i][j];
//Цикл по i — для перебора строк матрицы.
for ( i=0; i<M; i++)
//Если строка четна, то
    if ( i%2==0)
    {
//упорядочиваем элементы строки по возрастанию,
        for (k=1; k<N; k++)
            for ( j=0; j<N-k; j++)
                if (a[i][j]>a[i][j+1])
                {
                    b=a[i][j];
                    a[i][j]=a[i][j+1];
                    a[i][j+1]=b;
                }
    }
    else
//иначе, нечетные строки, упорядочиваем по убыванию.
        for (k=1; k<N; k++)

```

```

    for (j=0; j<N-k; j++)
        if (a[i][j]<a[i][j+1])
        {
            b=a[i][j];
            a[i][j]=a[i][j+1];
            a[i][j+1]=b;
        }
//Вывод преобразованной матрицы.
cout<<"Преобразованная матрица A"<<endl;
for (i=0; i<M; cout<<endl, i++)
    for (j=0; j<N; j++)
        cout<<a[i][j]<<"\t";
}

```

Задача 6.7. Поменять местами элементы главной и побочной диагонали матрицы $A(k, k)$.

Алгоритм решения задачи следующий: перебираем все строки матрицы (цикл по переменной i от 0 до $k-1$ в тексте программы), и в каждой строке меняем местами элементы, расположенные на главной и побочной диагоналях (в i -й строке надо поменять местами элементы $A[i][i]$ и $A[i][k-i-1]$). Текст программы с комментариями приведён далее.

```

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int i, j, k;
    double b, **a;
//Ввод размера матрицы.
    cout<<"k=";
    cin>>k;
//Создаём динамическую матрицу
    a=new double *[k];
    for (i=0; i<k; i++)
        a[i]=new double [k];
    cout<<"Ввод элементов матрицы A"<<endl;
    for (i=0; i<k; i++)
        for (j=0; j<k; j++)
            cin>>a[i][j];
//Цикл по строкам.
    for (i=0; i<k; i++)
    {
//В каждой строке обмен между элементами, лежащими на
//главной и побочной диагоналях.
        b=a[i][i];
        a[i][i]=a[i][k-i-1];
        a[i][k-i-1]=b;
    }
}

```

```
//Вывод преобразованной матрицы.
cout<<"Преобразованная матрица A"<<endl;
for (i=0;i<k;cout<<endl,i++)
    for (j=0;j<k;j++)
        cout<<a[i][j]<<"\t";
}
```

Задача 6.8. Заполнить матрицу $A(6,6)$ числами 1 до 36 следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 24 & 23 & 22 & 21 & 20 & 19 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 \\ 36 & 35 & 34 & 33 & 32 & 31 \end{pmatrix}$$

Последовательно построчно заполняем матрицу возрастающей арифметической последовательностью 1, 2, 3, ..., 36. Четные строки заполняем от нулевого элемента к последнему, а нечётные — от последнего к нулевому. Текст программы приведён далее.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int **a, n=6, k=0, i, j;
    //Выделяем память для хранения матрицы
    a=new int *[n];
    for (i=0;i<n;i++)
        a[i]=new int [n];
    //Перебираем все строки матрицы.
    for (i=0;i<n;i++)
    //Строки с чётными номерами
        if (i%2==0)
    //Заполняем возрастающей последовательностью чисел слева направо
            for (j=0;j<n;j++)
                a[i][j]=++k;
    //Строки с нечётными номерами
        else
    //Заполняем возрастающей последовательностью чисел справа налево
            for (j=n-1;j>=0;j--)
                a[i][j]=++k;
    cout<<"Вывод матрицы A"<<endl;
    for (i=0;i<n; cout<<endl,i++)
        for (j=0;j<n;j++)
            cout<<a[i][j]<<"\t";
    return 0;
}
```


6.4 Решение некоторых задач линейной алгебры

В этом параграфе рассмотрим использование матриц при решении таких задач линейной алгебры, как сложение, вычитание и умножение матриц, решение систем линейных алгебраических уравнений, вычисление определителя и обратной матрицы. В процессе решения подобных задач будут написаны универсальные функции, которые можно использовать при решении матричной алгебры.

Задача 6.9. Заданы четыре матрицы вещественных чисел $A(N, M)$, $B(N, M)$, $C(M, N)$, $D(M, N)$. Вычислить матрицу $C = ((A + B)(C - D))^2$.

Суммой (разностью) матриц одинаковой размерности A и B называется матрица C , элементы которой получаются сложением $C_{i,j} = A_{i,j} + B_{i,j}$ (вычитанием $C_{i,j} = A_{i,j} - B_{i,j}$) соответствующих элементов исходных матриц.

Напомним алгоритм умножения матриц на примере двух матриц

$$\begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} \\ b_{2,0} & b_{2,1} \end{pmatrix}$$

Воспользовавшись правилом «строка на столбец», получим матрицу:

$$\begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} \\ c_{1,0} & c_{1,1} \\ c_{2,0} & c_{2,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{0,0} \cdot b_{0,0} + a_{0,1} \cdot b_{1,0} + a_{0,2} \cdot b_{2,0} & a_{0,0} \cdot b_{0,1} + a_{0,1} \cdot b_{1,1} + a_{0,2} \cdot b_{2,1} \\ a_{1,0} \cdot b_{0,0} + a_{1,1} \cdot b_{1,0} + a_{1,2} \cdot b_{2,0} & a_{1,0} \cdot b_{0,1} + a_{1,1} \cdot b_{1,1} + a_{1,2} \cdot b_{2,1} \\ a_{2,0} \cdot b_{0,0} + a_{2,1} \cdot b_{1,0} + a_{2,2} \cdot b_{2,0} & a_{2,0} \cdot b_{0,1} + a_{2,1} \cdot b_{1,1} + a_{2,2} \cdot b_{2,1} \end{pmatrix}$$

Произведением матриц $A(N, M)$ и $B(M, L)$ является матрица $C(N, L)$, каждый элемент которой $C_{i,j}$ вычисляется по формуле:

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^{M-1} A_{i,k} B_{k,j}, \text{ где } i = 0, N-1 \text{ и } j = 0, L-1.$$

Операция умножения имеет смысл только в том случае, если количество строк левой матрицы совпадает с количеством столбцов правой. Кроме того, $A \cdot B \neq B \cdot A$.

При решении задачи будем использовать динамические матрицы и двойные указатели, напомним следующие функции

- `float **sum_m(float **A, float **B, int N, int M)` — функция формирует матрицу, которая является суммой двух матриц. Здесь A , B — указатели на исходные матрицы, N , M —

количество строк и столбцов матриц, функция возвращает указатель на сформированную матрицу, которая является суммой двух матриц A и B .

- `float **minus_m(float **A, float **B, int N, int M)` — функция формирует матрицу, которая является разностью двух матриц. Здесь A , B — указатели на исходные матрицы, N , M — количество строк и столбцов матриц, функция возвращает указатель на сформированную матрицу, которая является разностью двух матриц A и B .
- `float **product_m(float **A, float **B, int N, int M, int L)` — функция формирует матрицу, которая является произведением двух матриц. Здесь A , B — указатели на исходные матрицы. Матрица A имеет N строк и M столбцов, матрица B имеет M строк и L столбцов, функция возвращает указатель на сформированную матрицу, которая является произведением двух матриц A и B .
- `float **create_m(int N, int M)` — функция создаёт матрицу, в которой будет N строк и M столбцов, осуществляет ввод элементов матрицы, функция возвращает указатель на сформированную матрицу.
- `void output_m(float **A, int N, int M)` — функция построчного вывода на экран матрицы A , которая имеет N строк и M столбцов.

Далее приведен текст программы с комментариями.

```
#include <iostream>
using namespace std;
//функция вычисления суммы двух матриц.
float **sum_m(float **A, float **B, int N, int M)
{
    int i, j;
    //указатель для хранения результирующей матрицы
    float **temp;
    //выделение памяти для хранения результирующей матрицы
    temp=new float *[N];
    for (i=0; i<N; i++)
        temp[i]=new float [M];
    //Вычисляем сумму двух матриц
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<M; j++)
            temp[i][j]=A[i][j]+B[i][j];
    //Возвращаем матрицу как двойной указатель
    return temp;
}
```

```

//функция вычисления разности двух матриц.
float **minus_m(float **A, float **B, int N, int M)
{int i, j;
//указатель для хранения результирующей матрицы
    float **temp;
//выделение памяти для хранения результирующей матрицы
    temp=new float * [N];
    for (i=0; i<N; i++)
        temp[i]=new float [M];
//Вычисляем разность двух матриц
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<M; j++)
            temp[i][j]=A[i][j]-B[i][j];
//Возвращаем матрицу как двойной указатель
    return temp;
}

//функция вычисления произведения двух матриц.
float **product_m(float **A, float **B, int N, int M, int L)
{
    int i, j, k;
//указатель для хранения результирующей матрицы
    float **temp;
//выделение памяти для хранения результирующей матрицы
    temp=new float * [N];
    for (i=0; i<N; i++)
        temp[i]=new float [L];
//Вычисляем произведение двух матриц
//Последовательно формируем все элементы матрицы
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<L; j++)
            //Элемент с индексами i, j — скалярное произведение
            //i-й строки матрицы A и j-го столбца матрицы B
            for (temp[i][j]=k=0; k<M; k++)
                temp[i][j]+=A[i][k]*B[k][j];
//Возвращаем матрицу как двойной указатель
    return temp;
}

//функция создаёт динамическую матрицу вещественных чисел размерности N
//на M,
//в этой же функции осуществляется и ввод элементов матрицы
float **create_m(int N, int M)
{
    int i, j;
    float **temp;
    temp=new float * [N];
    for (i=0; i<N; i++)
        temp[i]=new float [M];
    cout<<"Ввод матрицы\n";
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<M; j++)

```

```

        cin >> temp[i][j];
    }
    return temp;
}
//функция осуществляет построчный вывод матрицы A(N,M)
void output_m(float **A, int N, int M)
{
    int i, j;
    //Цикл по строкам. По окончании вывода всех элементов строки — переход на
    //новую строку.
    for (i=0; i<N; cout<<endl, i++)
    //Цикл по переменной j, в котором перебираем строки матрицы
        for (j=0; j<M; j++)
    //Вывод очередного элемента матрицы и символа табуляции.
        cout<<A[i][j]<<"\t";
}
int main(int argc, char **argv)
{
    //указатели для хранения исходных и результирующие матрицы
    float **A, **B, **C, **D, **result;
    int N, M;
    //Ввод размерностей матрицы
    cout<<"N="; cin>>N;
    cout<<"M="; cin>>M;
    //Выделение памяти и ввод матриц A, B, C, D, обращаясь к функции
    create_m.
    A=create_m(N,M);
    B=create_m(N,M);
    C=create_m(M,N);
    D=create_m(M,N);
    //Вычисление результирующей матрицы.
    result=product_m(product_m(sum_m(A,B,N,M), minus_m(C,D,M,N),
        N,M,N), product_m(sum_m(A,B,N,M), minus_m(C,D,M,N), N,M,N),
        N,N,N);
    //Вывод результирующей матрицы.
    output_m(result, N, N);
    return 0;
}

```

Далее без комментариев приведена программа решения задачи 6.9 с помощью динамических матриц и обычных указателей⁴. Рекомендуем читателям самостоятельно разобраться с этой версией программы.

```

#include <iostream>
using namespace std;

```

⁴Обращаем внимание читателя, что при использовании одинарных указателей обращение к элементам матрицы происходит быстрее. При обработке матриц большой размерности (более 1000000 элементов) имеет смысл использовать именно одинарные указатели для хранения и обработки матриц. Это позволит ускорить работу программ на 10-15%.

```
float *sum_m(float *A, float *B, int N, int M)
{
    int i, j;
    float *temp;
    temp=new float [N*M];
    for ( i=0; i<N; i++)
        for ( j=0; j<M; j++)
            temp[ i*M+j]=A[ i*M+j]+B[ i*M+j ];
    return temp;
}
float *minus_m(float *A, float *B, int N, int M)
{
    int i, j;
    float *temp;
    temp=new float [N*M];
    for ( i=0; i<N; i++)
        for ( j=0; j<M; j++)
            temp[ i*M+j]=A[ i*M+j]-B[ i*M+j ];
    return temp;
}
float *product_m(float *A, float *B, int N, int M, int L)
{
    int i, j, k;
    float *temp;
    temp=new float [N*L];
    for ( i=0; i<N; i++)
        for ( j=0; j<L; j++)
            for ( temp[ i*L+j]=k=0; k<M; k++)
                temp[ i*L+j]+=A[ i*M+k]*B[ k*L+j ];
    return temp;
}
float *create_m(int N, int M)
{
    int i, j;
    float *temp;
    temp=new float [N*M];
    cout<<"Ввод матрицы\n";
    for ( i=0; i<N; i++)
        for ( j=0; j<M; j++)
            cin>>temp[ i*M+j ];
    return temp;
}
void output_m(float *A, int N, int M)
{
    int i, j;
    for ( i=0; i<N; cout<<endl, i++)
        for ( j=0; j<M; j++)
            cout<<A[ i*M+j]<<"\t";
}
int main(int argc, char **argv)
{

```


Наиболее распространенным приёмом решения систем линейных уравнений является алгоритм последовательного исключения неизвестных — *метод Гаусса*.

При решении систем линейных алгебраических уравнений этим методом всевозможные преобразования производят не над уравнениями системы (6.1), а над так называемой *расширенной матрицей* системы, которая получается путём добавления к основной матрице A столбца свободных членов b .

Первый этап решения системы уравнений, называемый *прямым ходом метода Гаусса*, заключается в приведении расширенной матрицы (6.2) к *треугольному виду*. Это означает, что все элементы матрицы (6.2) ниже главной диагонали должны быть равны нулю.

$$A' = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n-1} & b_0 \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1n-1} & b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-10} & a_{n-11} & \dots & a_{n-1n-1} & b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

На первом этапе необходимо обнулить элементы 0-го столбца расширенной матрицы

$$A' = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \dots & a_{0n-1} & b_0 \\ 0 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n-1} & b_1 \\ 0 & 0 & a_{22} & \dots & a_{2n-1} & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{3n-1} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1n-1} & b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

Для этого необходимо из каждой строки (начиная со первой) вычесть нулевую, умноженную на некоторое число M . В общем виде этот процесс можно записать так:

1-я строка = 1-я строка – $M \times$ 0-я строка

2-я строка = 2-я строка – $M \times$ 0-я строка

...

i -я строка = i -я строка – $M \times$ 0-я строка

...

$n - 1$ -я строка = $n - 1$ -я строка – $M \times$ 0-я строка

Понятно, что преобразование элементов первой строки будет происходить по формулам:

$$a_{10} = a_{10} - M a_{00}$$

$$a_{11} = a_{11} - M a_{01}$$

...

$$a_{1i} = a_{1i} - Ma_{0i}$$

...

$$a_{1n-1} = a_{1n-1} - Ma_{0n-1}$$

$$b_1 = b_1 - Mb_0$$

Так как целью данных преобразований является обнуление первого элемента строки, то M выбираем из условия: $a_{10} = a_{10} - Ma_{00} = 0$. Следовательно, $M = \frac{a_{10}}{a_{00}}$.

Элементы второй строки и коэффициент M можно рассчитать аналогично:

$$a_{20} = a_{20} - Ma_{00}$$

$$a_{21} = a_{21} - Ma_{01}$$

...

$$a_{1i} = a_{1i} - Ma_{0i}$$

...

$$a_{2n-1} = a_{2n-1} - Ma_{0n-1}$$

$$b_2 = b_2 - Mb_0$$

$$a_{20} = a_{20} - Ma_{00} = 0 \Rightarrow M = \frac{a_{20}}{a_{00}}.$$

Таким образом, преобразование элементов i -й строки будет происходить следующим образом:

$$a_{i0} = a_{i0} - Ma_{00}$$

$$a_{i1} = a_{i1} - Ma_{01}$$

...

$$a_{ii} = a_{ii} - Ma_{0i}$$

...

$$a_{in-1} = a_{in-1} - Ma_{0n-1}$$

$$b_i = b_i - Mb_0.$$

Коэффициент M для i -й строки выбирается из условия $a_{i0} = a_{i0} - Ma_{00} = 0$ и равен $M = \frac{a_{i0}}{a_{00}}$.

После проведения подобных преобразований для всех строк матрица (6.2) примет вид

$$A' = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n-1} & b_0 \\ 0 & a_{11} & \dots & a_{1n-1} & b_1 \\ 0 & a_{21} & \dots & a_{2n-1} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n-11} & \dots & a_{n-1n-1} & b_{n-1} \end{pmatrix}.$$

Блок-схема обнуления первого столбца матрицы приведена на рис. 6.10.

Очевидно, что если повторить описанный выше алгоритм для следующих столбцов матрицы (6.2), причём начинать преобразовывать

первый столбец со второго элемента, второй столбец — с третьего и т.д., то в результате будет получена матрица (6.3). Алгоритм этого процесса изображён на рис. 6.11.

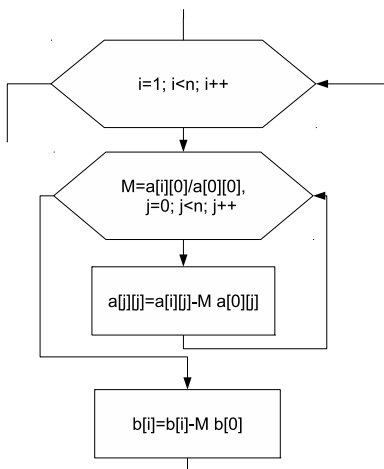


Рис. 6.10. Блок-схема обнуления первого столбца матрицы

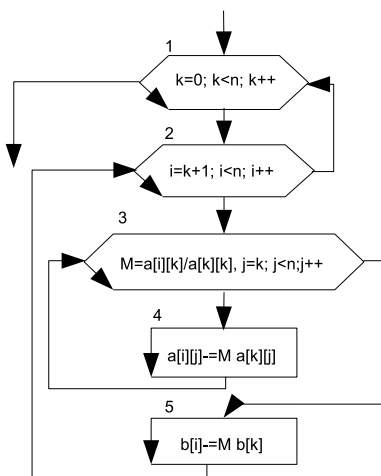


Рис. 6.11. Блок-схема алгоритма преобразования расширенной матрицы к треугольному виду

Заметим, что если в матрице (6.2) на главной диагонали встретится элемент $a_{k,k}$, равный нулю, то расчёт коэффициента $M = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$ для k -й строки будет невозможен. Избежать деления на ноль можно, избавившись от нулевых элементов на главной диагонали. Для этого перед обнулением элементов в k -м столбце необходимо найти в нем максимальный по модулю элемент (среди расположенных ниже $a_{k,k}$, запомнить номер строки, в которой он находится, и поменять ее места с k -й. Алгоритм, отображающий эти преобразования, приведён на рис. 6.12.

В результате выполнения прямого хода метода Гаусса матрица (6.2) преобразуется в матрицу (6.3), а система уравнений (6.1) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + \dots + a_{0n-1}x_{n-1} & = b_0, \\ a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{1n-1}x_{n-1} & = b_1, \\ a_{22}x_2 + \dots + a_{2n-1}x_{n-1} & = b_2, \\ \dots & \\ a_{n-1n-1}x_{n-1} & = b_{n-1} \end{cases} \quad (6.4)$$

Решение системы (6.4) называют *обратным ходом метода Гаусса*.

Последнее $(n - 1)$ -е уравнение системы (6.4) имеет вид: $a_{n-1n-1}x_{n-1} = b_{n-1}$. Тогда, если $a_{n-1n-1} \neq 0$, то $x_{n-1} = \frac{b_{n-1}}{a_{n-1n-1}}$. В случае, если $a_{n-1n-1} = 0$, и $b_{n-1} = 0$, то система (6.4), а следовательно, и система (6.1) имеют бесконечное множество решений.

При $a_{n-1n-1} = 0$, и $b_{n-1} \neq 0$ система (6.4), а значит, и система (6.1) решения не имеет. Предпоследнее $(n - 2)$ -е уравнение системы (6.4) имеет вид $a_{n-2n-2}x_{n-2} + a_{n-2n-1}x_{n-1} = b_{n-2}$.

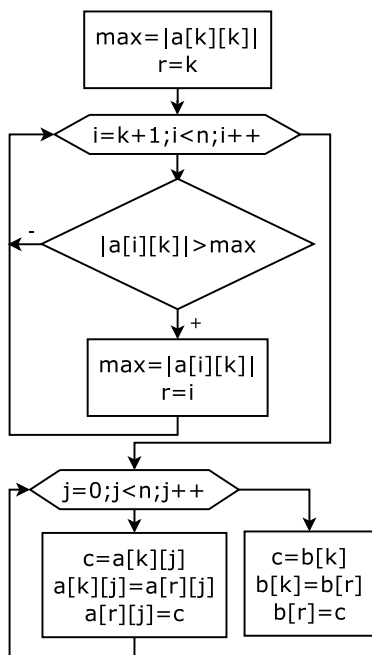


Рис. 6.12. Блок-схема алгоритма перестановки строк расширенной матрицы

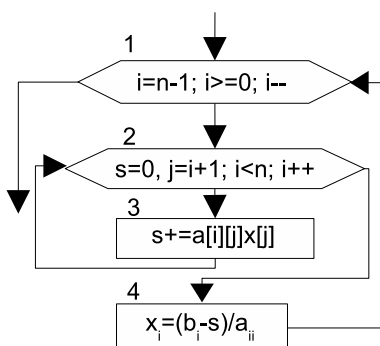


Рис. 6.13. Блок-схема алгоритма обратного хода метода Гаусса

Значит, $x_{n-2} = \frac{b_{n-2} - a_{n-2n-1}x_{n-1}}{a_{n-2n-2}}$.

Следующее $(n-3)$ -е уравнение системы (6.4) будет выглядеть так:

$$a_{n-3n-3}x_{n-3} + a_{n-3n-2}x_{n-2} + a_{n-3n-1}x_{n-1} = b_{n-3}.$$

Отсюда имеем

$$x_{n-3} = \frac{b_{n-3} - a_{n-3n-2}x_{n-2} - a_{n-3n-1}x_{n-1}}{a_{n-3n-3}}, x_{n-3} = \frac{b_{n-3} - \sum_{j=n-2}^{n-1} a_{n-3j}x_j}{a_{n-3n-3}}.$$

Таким образом, формула для вычисления i -го значения x будет

$$\text{иметь вид: } x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n-1} a_{ij}x_j}{a_{ii}}.$$

Алгоритм, реализующий обратный ход метода Гаусса, представлен в виде блок-схемы на рис. 6.13.

Объединив блок-схемы, изображенные на рис. 6.11, 6.12 и 6.13, получим общую блок-схему метода Гаусса (рис. 6.14). Блоки 2-6 содержат последовательный ввод данных, где n — это размерность системы линейных алгебраических уравнений, а сама система задаётся в виде матрицы коэффициентов при неизвестных A и вектора свободных коэффициентов b . Блоки 7-18 предусматривают прямой ход метода Гаусса, а блоки 23-27 — обратный. Для вывода результатов предусмотрено несколько блоков вывода. Если результат проверки условий 19 и 20 положительный, то выдается сообщение о том, что система имеет бесконечное множество решений (блок 21). Если условие 19 выполняется, а 20 — нет, то появляется сообщение о том, что система не имеет решений (блок 22). Сами же решения системы уравнений, представленные вектором x , вычисляются (блоки 23–26) и выводятся экран печать (блок 27) только в случае невыполнения условия.

Теперь алгоритм решения СЛАУ, представленный на рис. 6.14 разобьём на главную функцию `main()` и функцию решения СЛАУ методом Гаусса. В функции `main()` будет находиться ввод исходных данных, обращение к функции SLAU решения системы линейных алгебраических уравнений и вывод вектора решения. Функция SLAU предназначена для решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

При написании функции следует учитывать следующее: в методе Гаусса изменяются матрица коэффициентов и вектор правых частей. Поэтому, для того чтобы их не испортить, в функции SLAU матрицу коэффициентов и вектор правых частей необходимо скопировать во внутренние переменные, и в функции обрабатывать внутренние переменные-копии.

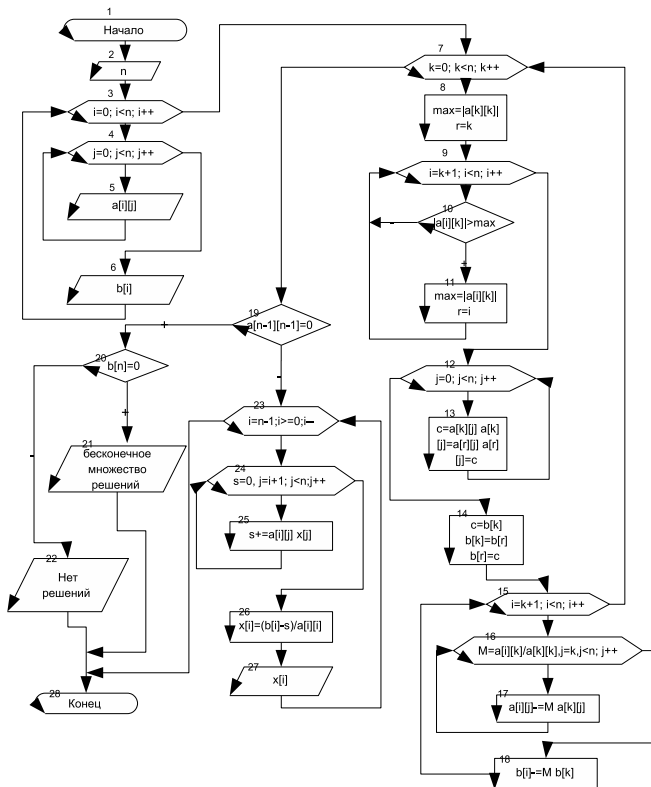


Рис. 6.14. Блок-схема алгоритма решения СЛАУ методом Гаусса

Функция `SLAU` возвращает значение 0, если решение найдено, -1 — если система имеет бесконечное множество решений, -2 — если система не имеет решений.

Ниже приведено решение задачи 6.10 с подробными комментариями.

```

#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
int SLAU(double **matrica_a, int n, double *massiv_b, double
*x)
//Функция SLAU возвращает значение типа int:

```

```

//0, если решение найдено, -1 — если система имеет бесконечное множество
//решений, -2 — если система не имеет решений.
//Формальные параметры функции: n — размерность системы, matrica_a
//— матрица коэффициентов СЛАУ, massiv_b — вектор правых частей,
//x — решение СЛАУ, a, b, x передаются как указатели.
{
    int i, j, k, r;
    double c, M, max, s;
    //Матрица a — копия матрицы коэффициентов,
    //массив b — копия вектора правых частей.
    double **a, *b;
    //Выделение памяти для a и b.
    a=new double *[n];
    for (i=0; i<n; i++)
        a[i]=new double [n];
    b=new double [n];
    //В a записываем копию матрицы коэффициентов,
    //b копию вектора правых частей.
    for (i=0; i<n; i++)
        for (j=0; j<n; j++)
            a[i][j]=matrica_a[i][j];
    for (i=0; i<n; i++)
        b[i]=massiv_b[i];
    //Прямой ход метода Гаусса: приводим матрицу a
    //(копию матрицы коэффициентов СЛАУ) к диагональному виду.
    for (k=0; k<n; k++)
    {
        //Поиск максимального по модулю элемента в k-м столбце.
        max=fabs(a[k][k]);
        r=k;
        for (i=k+1; i<n; i++)
            if (fabs(a[i][k])>max)
            {
                max=fabs(a[i][k]);
                r=i;
            }
        //Меняем местами k-ю и r-ю (строку, где находится
        //максимальный по модулю элемент) строки.
        for (j=0; j<n; j++)
        {
            c=a[k][j];
            a[k][j]=a[r][j];
            a[r][j]=c;
        }
        c=b[k];
        b[k]=b[r];
        b[r]=c;
    }
    //Приведение матрицы к диагональному виду.
    for (i=k+1; i<n; i++)
    {

```

```

        for (M=a[i][k]/a[k][k], j=k; j<n; j++)
            a[i][j]-=M*a[k][j];
            b[i]-=M*b[k];
    }
}
//Обратный ход метода Гаусса.
//Если последний диагональный элемент равен 0 и
    if (a[n-1][n-1]==0)
//если последний коэффициент вектора свободных членов равен 0,
        if (b[n-1]==0)
//то система имеет бесконечное множество решений
            return -1;
//если последний коэффициент вектора свободных членов не
//равен 0, то система решений не имеет.
        else return -2;
    else
//Если последний диагональный элемент не равен 0, то
//начинается обратный ход метода Гаусса.
    {
        for (i=n-1; i>=0; i--)
        {
            for (s=0, j=i+1; j<n; j++)
                s+=a[i][j]*x[j];
            x[i]=(b[i]-s)/a[i][i];
        }
        return 0;
    }
}
int main()
{
    int result, i, j, N;
    double **a, *b, *x;
//Ввод размерности системы.
    cout<<"N=";
    cin>>N;
//Выделение памяти для матрицы правых частей и вектора свободных членов.
    a=new double *[N];
    for (i=0; i<N; i++)
        a[i]=new double[N];
    b=new double[N];
    x=new double[N];
//Ввод матрицы правых частей и вектора свободных членов.
    cout<<"Ввод матрицы A"<<endl;
    for (i=0; i<N; i++)
        for (j=0; j<N; j++)
            cin>>a[i][j];
    cout<<"Ввод вектора B"<<endl;
    for (i=0; i<N; i++)
        cin>>b[i];
//Вызов функции решения СЛАУ методом Гаусса. По значению

```

```

//переменной result можно судить, сколько корней имеет
//система. Если result=0, то система имеет единственное
//решение, result= -1, то система имеет бесконечное
//множество решений, result=-2, система не имеет решений.
result=SLAU(a,N,b,x);
if (result==0)
{
//Вывод массива решения.
cout<<"Massiv X"<<endl;
for (i=0;i<N;i++)
cout<<x[i]<<"\t";
cout<<endl;
}
else if (result== -1)
cout<<"Бесконечное множество решений\n";
else if (result== -2)
cout<<"Нет решений\n";
}

```

Задача 6.11. Найти обратную матрицу к квадратной матрицы $A(N, N)$.

Один из методов вычисления *обратной матрицы* основан на решении систем линейных алгебраических уравнений. Пусть задана некоторая матрица A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \dots & a_{0n-1} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-10} & a_{n-11} & a_{n-12} & \dots & a_{n-1n-1} \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

Необходимо найти матрицу A^{-1} , которая является обратной к матрице A :

$$Y = A^{-1} = \begin{pmatrix} y_{00} & y_{01} & y_{02} & \dots & y_{0n-1} \\ y_{10} & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n-10} & y_{n-11} & y_{n-12} & \dots & y_{n-1n-1} \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

Матрица (6.6) будет обратной к матрице (6.5), если выполняется соотношение $A \cdot A^{-1} = E$, где E — это единичная матрица, или более подробно:

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n-1} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-10} & a_{n-11} & \dots & a_{n-1n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{00} & y_{01} & \dots & y_{0n-1} \\ y_{10} & y_{11} & \dots & y_{1n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n-10} & y_{n-11} & \dots & y_{n-1n-1} \end{pmatrix} = E \quad (6.7)$$

Результат перемножения матриц из соотношения (6.7) можно представить поэлементно в виде n систем линейных уравнений. Умножение матрицы (6.5) на нулевой столбец матрицы (6.6) даст нулевой столбец единичной матрицы:

$$\begin{cases} a_{00}y_{00} + a_{01}y_{10} + \dots + a_{0n-1}y_{n-10} &= 1, \\ a_{10}y_{00} + a_{11}y_{10} + \dots + a_{1n-1}y_{n-10} &= 0, \\ \dots & \dots \\ a_{i0}y_{00} + a_{i1}y_{10} + \dots + a_{in-1}y_{n-10} &= 0, \\ \dots & \dots \\ a_{n-10}y_{00} + a_{n-11}y_{10} + \dots + a_{n-1n-1}y_{n-10} &= 0 \end{cases}.$$

При умножении матрицы A на второй столбец обратной матрицы получается следующая система линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} a_{00}y_{01} + a_{01}y_{11} + \dots + a_{0n-1}y_{n-11} &= 0, \\ a_{10}y_{01} + a_{11}y_{11} + \dots + a_{1n-1}y_{n-11} &= 1, \\ \dots & \dots \\ a_{i0}y_{01} + a_{i1}y_{11} + \dots + a_{in-1}y_{n-11} &= 0, \\ \dots & \dots \\ a_{n-10}y_{01} + a_{n-11}y_{11} + \dots + a_{n-1n-1}y_{n-11} &= 0 \end{cases}$$

Система, полученная в результате умножения матрицы (6.5) на i -й столбец матрицы (6.6), будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} a_{00}y_{0i} + a_{01}y_{1i} + \dots + a_{0n-1}y_{n-1i} &= 0, \\ a_{10}y_{0i} + a_{11}y_{1i} + \dots + a_{1n-1}y_{n-1i} &= 0, \\ \dots & \dots \\ a_{i0}y_{0i} + a_{i1}y_{1i} + \dots + a_{in-1}y_{n-1i} &= 1, \\ \dots & \dots \\ a_{n-10}y_{0i} + a_{n-11}y_{1i} + \dots + a_{n-1n-1}y_{n-1i} &= 0 \end{cases}$$

Понятно, что n -я система будет иметь вид:

$$\begin{cases} a_{00}y_{0n-1} + a_{01}y_{1n-1} + \dots + a_{0n-1}y_{n-1n-1} &= 0, \\ a_{10}y_{0n-1} + a_{11}y_{1n-1} + \dots + a_{1n-1}y_{n-1n-1} &= 0, \\ \dots & \dots \\ a_{i0}y_{0n-1} + a_{i1}y_{1n-1} + \dots + a_{in-1}y_{n-1n-1} &= 0, \\ \dots & \dots \\ a_{n-10}y_{0n-1} + a_{n-11}y_{1n-1} + \dots + a_{n-1n-1}y_{n-1n-1} &= 1 \end{cases}.$$

Решением каждой из приведенных выше систем будет i -й столбец обратной матрицы. Количество систем равно размерности обратной матрицы. Для отыскания решений систем линейных алгебраических уравнений можно воспользоваться методом Гаусса.

Описанный алгоритм представлен в виде блок-схемы на рис. 6.15. Блоки 2–5 отражают формирование столбца единичной матрицы. Если условие 3 выполняется и элемент находится на главной диагонали, то он равен единице, все остальные элементы нулевые. В блоке 6 происходит вызов подпрограммы для решения системы уравнений методом Гаусса. В качестве параметров в эту подпрограмму передается исходная матрица A , сформированный в блоках 2–5 вектор свободных коэффициентов B , размерность системы n . Вектор X будет решением i -й системы уравнений и, следовательно, i -м столбцом искомой матрицы Y .

Как видно из блок-схемы, приведенной на рис. 6.15, при нахождении обратной матрицы понадобится функция SLAU, рассмотренная при решении задачи 6.10. Ниже приведён текст программы с подробными комментариями решения задачи 6.11. В функции `main()` будет находиться ввод исходной матрицы, обращение к функции `INVERSE` для вычисления обратной матрицы. Из функции `INVERSE` будет осуществляться вызов функции `SLAU` для решения системы линейных алгебраических уравнений.

```

#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
//Функция решения системы линейных алгебраических уравнений
//методом Гаусса.
int SLAU(double **matrica_a, int n, double *massiv_b, double *x)
{
    int i, j, k, r;
    double c, M, max, s;
    double **a, *b;
    a=new double *[n];
    for (i=0; i<n; i++)
        a[i]=new double [n];
    b=new double [n];
    for (i=0; i<n; i++)
        for (j=0; j<n; j++)
            a[i][j]=matrica_a[i][j];
    for (i=0; i<n; i++)
        b[i]=massiv_b[i];
    for (k=0; k<n; k++)
    {
        max=fabs(a[k][k]);
        r=k;
        for (i=k+1; i<n; i++)
            if (fabs(a[i][k])>max)
            {
                max=fabs(a[i][k]);
            }
    }
}

```

```

        r=i;
    }
    for (j=0;j<n;j++)
    {
        c=a[k][j];
        a[k][j]=a[r][j];
        a[r][j]=c;
    }
    c=b[k];
    b[k]=b[r];
    b[r]=c;
    for (i=k+1;i<n;i++)
    {
        for (M=a[i][k]/a[k][k], j=k;j<n;j++)
            a[i][j]-=M*a[k][j];
        b[i]-=M*b[k];
    }
}
if (a[n-1][n-1]==0)
    if (b[n-1]==0)
        return -1;
    else return -2;
else
{
    for (i=n-1;i>=0;i--)
    {
        for (s=0,j=i+1;j<n;j++)
            s+=a[i][j]*x[j];
        x[i]=(b[i]-s)/a[i][i];
    }
    return 0;
}
for (i=0;i<n;i++)
delete [] a[i];
delete [] a;
delete [] b;
}
//Функция вычисления обратной матрицы
int INVERSE(double **a, int n, double **y)
//Формальные параметры функции: a — исходная матрица, n размерность
//матрицы, y — обратная матрица. Функция будет возвращать 0, если
//обратная матрица существует, -1 — в противном случае.
{
    int i, j, res;
    double *b, *x;
    //Выделение памяти для промежуточных массивов b и x.
    b=new double [n];
    x=new double [n];
    for (i=0;i<n;i++)
    {

```

```

//Формирование вектора правых частей для нахождения i-го столбца матрицы.
    for (j=0;j<n;j++)
        if (j==i)
            b[j]=1;
        else b[j]=0;
//Нахождения i-го столбца матрицы путем решения СЛАУ
//Ax=b методом Гаусса.
    res=SLAU(a,n,b,x);
//Если решение СЛАУ не найдено, то невозможно вычислить
//обратную матрицу.
    if (res!=0)
        break;
    else
//Формирование i-го столбца обратной матрицы.
        for (j=0;j<n;j++)
            y[j][i]=x[j];
    }
//Проверка существования обратной матрицы, если решение одного из
уравнений
//Ax=b не существует, то невозможно найти обратную матрицу,
//и функция INVERSE вернет значение -1.
    if (res!=0)
        return -1;
//Если обратная матрица найдена, то функция INVERSE вернет значение 0,
//а обратная матрица будет возвращаться через указатель double **y.
    else
        return 0;
}
int main()
{
    int result,i,j,N;
    //Двойные указатели для хранения исходной a и обратной b матрицы.
    double **a, **b;
    //Ввод размера матрицы.
    cout<<"N=";
    cin>>N;
    //Выделение памяти для матриц a и b.
    a=new double *[N];
    for (i=0;i<N;i++)
        a[i]=new double [N];
    b=new double *[N];
    for (i=0;i<N;i++)
        b[i]=new double [N];
    //Ввод исходной матрицы.
    cout<<"Ввод матрицы A"<<endl;
    for (i=0;i<N;i++)
        for (j=0;j<N;j++)
            cin>>a[i][j];
    //Вычисление обратной матрицы.
    result=INVERSE(a,N,b);

```

```

//Если обратная матрица существует, то вывести ее на экран.
if ( result==0)
{
    cout<<"Обратная матрица"<<endl;
    for (i=0;i<N;cout<<endl , i++)
    for (j=0;j<N;j++)
        cout<<b[i][j]<<"\t";
}
else
//Если обратная матрица не существует, то вывести
//соответствующее сообщение.
    cout<<"Нет обратной матрицы"<<endl;
}

```

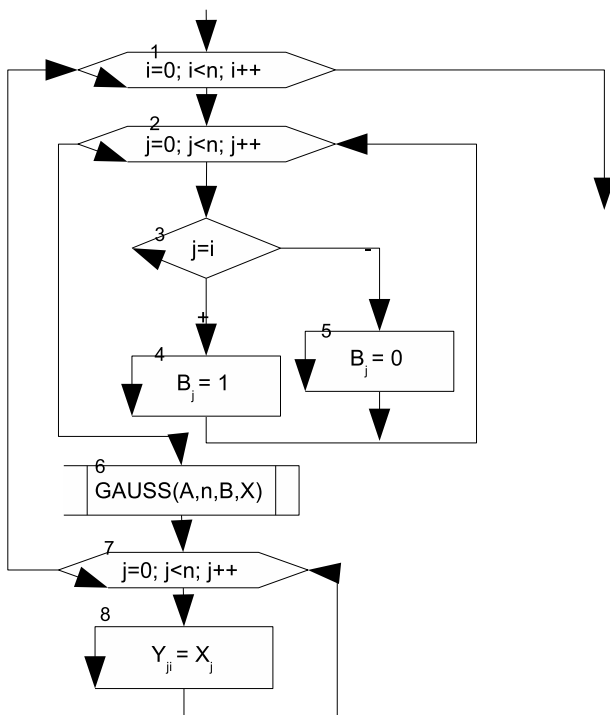


Рис. 6.15. Блок-схема алгоритма вычисления обратной матрицы

Задача 6.12. Найти определитель квадратной матрицы $A(N, N)$.

Пусть задана матрица (6.2), необходимо вычислить ее *определитель*. Для этого матрицу необходимо преобразовать к треугольному виду (6.3), а затем воспользоваться свойством, известным из курса линейной алгебры, которое гласит, что определитель треугольной матрицы равен произведению ее диагональных элементов: $\det A = \prod_{i=0}^{n-1} a_{ii}$.

Преобразование матрицы (6.2) к виду (6.3) можно осуществить с помощью прямого хода метода Гаусса. Алгоритм вычисления определителя матрицы, изображённый в виде блок-схемы на рис. 6.16, представляет собой алгоритм прямого хода метода Гаусса, в процессе выполнения которого проводится перестановка строк матрицы. Эта операция приводит к смене знака определителя. В блок-схеме момент смены знака отражён в блоках 8–9. В блоке 8 определяется, будут ли строки меняться местами, и если ответ утвердительный, то в блоке 9 происходит смена знака определителя. В блоках 15–16 выполняется непосредственное вычисление определителя путём перемножения диагональных элементов преобразованной матрицы.

На листинге приведен текст программы решения задачи 6.12 с комментариями.

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
//Функция вычисления определителя.
double determinant(double **matrica_a, int n)
//Формальные параметры: matrica_a — исходная матрица, n — размер
    матрицы,
//функция возвращает значение определителя (тип double.)
{
    int i, j, k, r;
    double c, M, max, s, det=1;
//a — копия исходной матрицы.
    double **a;
//Выделение памяти для матрицы a.
    a=new double *[n];
    for (i=0; i<n; i++)
        a[i]=new double[n];
//В a записываем копию исходной матрицы.
    for (i=0; i<n; i++)
        for (j=0; j<n; j++)
            a[i][j]=matrica_a[i][j];
//Прямой ход метода Гаусса.
    for (k=0; k<n; k++)
    {
```

```

max=fabs ( a [ k ] [ k ] ) ;
r=k;
for ( i=k+1; i<n; i++)
    if ( fabs ( a [ i ] [ k ] )>max)
    {
        max=fabs ( a [ i ] [ k ] ) ;
        r=i ;
    }
//Если строки менялись местами, то смена знака определителя.
if ( r!=k) det=-det;
for ( j=0; j<n; j++)
{
    c=a [ k ] [ j ] ;
    a [ k ] [ j ]=a [ r ] [ j ] ;
    a [ r ] [ j ]=c ;
}
for ( i=k+1; i<n; i++)
    for (M=a [ i ] [ k ]/a [ k ] [ k ] , j=k; j<n; j++)
        a [ i ] [ j ]=-M*a [ k ] [ j ] ;
}
//Вычисление определителя.
for ( i=0; i<n; i++)
    det*=a [ i ] [ i ] ;
//Возврат определителя в качестве результата функции.
return det;
for ( i=0; i<n; i++)
    delete [] a [ i ] ;
delete [] a ;
}
int main ()
{
    int result , i , j , N;
    double **a , b;
    cout<<"N=" ;
    cin>>N;
    a=new double * [N];
    for ( i=0; i<N; i++)
        a [ i ]=new double [N];
//Ввод значений исходной матрицы.
    cout<<"Ввод матрицы A"<<endl;
    for ( i=0; i<N; i++)
        for ( j=0; j<N; j++)
            cin>>a [ i ] [ j ] ;
//Обращение к функции вычисления определителя.
    cout<<"определитель="<<determinant ( a , N)<<endl;
}

```

В этой главе читатель познакомился с обработкой статических и динамических матриц в C++, а также с использованием функций для решения задач обработки динамических матриц.

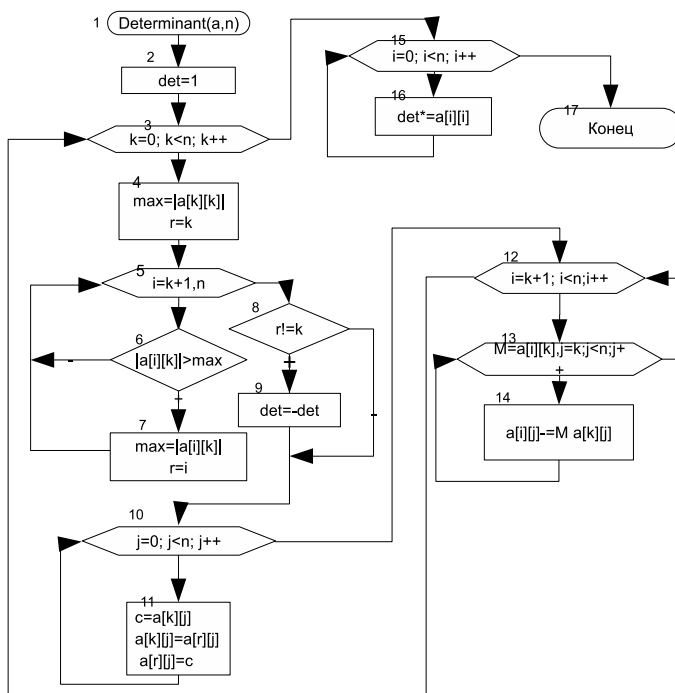


Рис. 6.16. Блок-схема алгоритма вычисления определителя

6.5 Задачи для самостоятельного решения

6.5.1 Основные операции при работе с матрицами

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

- В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:
 - наименьший элемент;
 - сумму положительных элементов;
 - количество простых чисел, расположенных на диагоналях матрицы

Для заданной матрицы $A(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times n)$ найти значение выражения $B = 2 \cdot A + B^T$.

2. В двумерном массиве C , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- сумму элементов;
- количество нечетных элементов;
- минимальное простое число среди элементов, расположенных на главной диагонали.

Для заданной матрицы $C(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $B(n \times n)$ найти значение выражения $A = (B - C) \cdot C^T$

3. В двумерном массиве B , состоящем из $m \times m$ целых чисел вычислить:

- номер наибольшего элемента;
- количество отрицательных элементов;
- среднее геометрическое среди простых чисел, расположенных на побочной диагонали.

Для заданной матрицы размерности $B(n \times n)$ найти значение выражения $A = 3 \cdot B + B^T$

4. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times m$ вещественных чисел вычислить:

- сумму элементов;
- произведение ненулевых элементов;
- два наибольших значения матрицы.

Для заданной матрицы $A(n \times m)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times m)$ найти значение выражения $B = 2 \cdot A + \frac{1}{3} \cdot C$

5. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times m$ вещественных чисел вычислить:

- произведение элементов;
- сумму положительных элементов;
- два наименьших значения среди расположенных выше побочной диагонали.

Для заданной матрицы $B(n \times m)$ и матрицы того же типа, но другой размерности $C(k \times n)$ найти значение выражения $A = 3 \cdot B \cdot C$.

6. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- наименьший элемент;
- количество четных чисел;
- сумму положительных элементов, которые представляют собой возрастающую последовательность цифр.

Для заданной матрицы $A(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times n)$ найти значение выражения $B = A^2 - C^T$

7. В двумерном массиве C , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- номер наименьшего элемента;
- сумму квадратов отрицательных элементов;
- минимальное простое число среди элементов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.17).

Для заданной матрицы $C(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $B(n \times n)$ найти значение выражения $A = (B^T + C)^2$

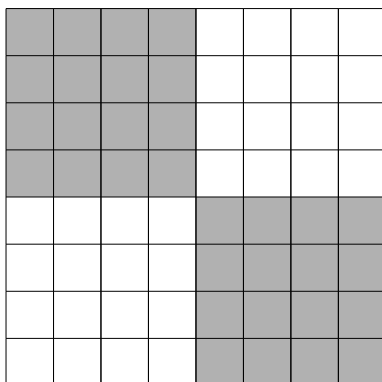


Рис. 6.17.

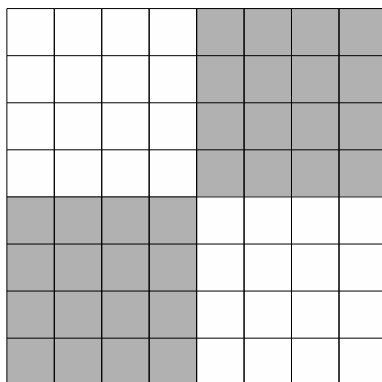


Рис. 6.18.

8. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- среднее арифметическое элементов;
- наименьший четный элемент;
- количество чисел-палиндромов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.18).

Для заданной матрицы $B(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times n)$ найти значение выражения $A = \frac{1}{2} \cdot B + C^2$

9. В двумерном массиве C , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- среднее геометрическое элементов;
- наибольший нечетный элемент;
- количество составных чисел среди элементов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.19).

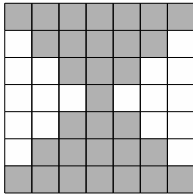


Рис. 6.19.

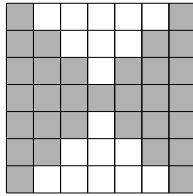


Рис. 6.20.

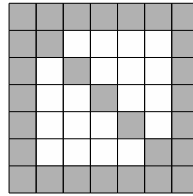


Рис. 6.21.

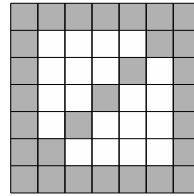


Рис. 6.22.

Для заданной матрицы $C(n \times n)$ найти значение выражения $A = C + C^T$.

10. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- номер наименьшего элемента;
- среднее арифметическое нечетных чисел;
- количество положительных элементов, которые представляют собой убывающую последовательность цифр.

Для заданной матрицы $A(n \times n)$ найти значение выражения $B = \frac{1}{5} \cdot A^2$.

11. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times n$ вещественных чисел вычислить:

- среднее арифметическое элементов;
- элемент наиболее отличающийся от среднего арифметического.

Отразить заданную матрицу относительно побочной диагонали.

Для матрицы $B(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times n)$ найти значение выражения $A = 2 \cdot B - C^T$.

12. В двумерном массиве C , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- среднее геометрическое элементов;
- элемент наименее отличающийся от среднего геометрического;
- количество положительных элементов с четной суммой цифр, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.20)

Для матрицы $C(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $B(n \times n)$ найти значение выражения $A = (B - C) \cdot (B + C)$.

13. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- наименьший элемент и его номер;
- среднее арифметическое положительных четных элементов;
- произведение простых чисел-палиндромов, расположенных в заштрихованной части матрицы (рис. 6.21).

Для заданной матрицы $A(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times n)$ найти значение выражения $B = A^2 - C^2$.

14. В двумерном массиве C , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- наибольший элемент и его номер;
- среднее арифметическое элементов, расположенных на диагоналях матрицы.

Сформировать новую матрицу $A(n \times n)$, каждый элемент которой будет равен сумме цифр элемента матрицы $C(n \times n)$. Для матриц $A(n \times n)$ и $C(n \times n)$ найти значение выражения $B = (A + C)^2$.

15. В двумерном массиве B , состоящем из $t \times t$ целых чисел вычислить:

- произведение элементов;
- номер наибольшего четного элемента;
- сумму чисел-палиндромов, расположенных вне диагоналей матрицы.

Для заданной матрицы размерности $B(n \times n)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times n)$ найти значение выражения $A = C \cdot B - B^T$.

16. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- среднее арифметическое элементов;
- номер наименьшего нечетного элемента, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.22).

Сформировать новую матрицу $B(n \times n)$, каждый элемент которой равен значению матрицы $A(n \times n)$, цифры которого записаны в обратном порядке. Для матриц $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$ найти значение выражения $B = A + C^2$.

17. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times t$ целых чисел вычислить:

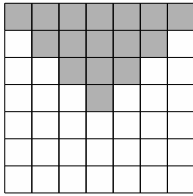


Рис. 6.23.

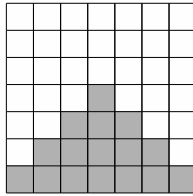


Рис. 6.24.

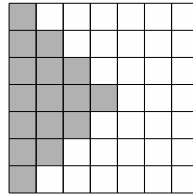


Рис. 6.25.

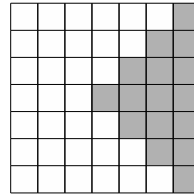


Рис. 6.26.

- сумму элементов;
- количество ненулевых элементов, расположенных по периметру матрицы;
- среднее геометрическое чисел, состоящих из различных цифр.

Для заданной матрицы $A(n \times m)$ и матрицы того же типа и размерности $C(n \times m)$ найти значение выражения $B = 2 \cdot A - 3 \cdot C$.

18. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times m$ целых чисел вычислить:

- произведение элементов;
- сумму элементов, расположенных вне периметра матрицы;
- наименьшее число, состоящее из одинаковых цифр.

Для заданной матрицы $B(n \times m)$ и матрицы того же типа, но другой размерности $C(k \times n)$ найти значение выражения $A = B \cdot C$.

19. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- среднее геометрическое элементов;
- номер наибольшего четного элемента, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.23).

Сформировать новую матрицу $B(n \times n)$, каждый элемент которой равен значению матрицы $A(n \times n)$ в восьмеричной системе счисления. Для матриц $A(n \times n)$ найти значение выражения $C = 3 \cdot A^2$.

20. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- сумму квадратов элементов;

- количество совершенных чисел, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.24).

Сформировать новую матрицу $A(n \times n)$, каждый элемент которой равен количеству делителей соответствующего значения матрицы $B(n \times n)$. Для матриц $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$ найти значение выражения $C = B^T - A^2$.

21. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- наименьшее абсолютное значение элементов;
- произведение ненулевых элементов, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.25).

Сформировать новую матрицу $B(n \times n)$, каждый элемент которой равен разряду соответствующего элемента матрицы $A(n \times n)$. Для матриц $A(n \times n)$ найти значение выражения $C = B^T \cdot A$.

22. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times n$ целых чисел вычислить:

- произведение ненулевых элементов;
- наибольшее абсолютное значение элементов, расположенного в заштрихованной части матрицы (рис. 6.26).

Сформировать новую матрицу $C(n \times n)$, каждый элемент которой равен значению матрицы $B(n \times n)$ в пятеричной системе счисления. Для матриц $B(n \times n)$ найти значение выражения $A = B \cdot B^T$.

23. В двумерном массиве C , состоящем из $n \times t$ вещественных чисел вычислить:

- сумму модулей элементов;
- количество нулевых элементов, расположенных вне периметра матрицы;
- два наибольших положительных значения.

Для заданной матрицы $C(n \times t)$ и матрицы того же типа, но другой размерности $B(k \times n)$ найти значение выражения $A = C \cdot B$.

24. В двумерном массиве B , состоящем из $n \times t$ вещественных чисел вычислить:

- сумму квадратов элемента;

- номер первого нулевого элемента матрицы;
- два наибольших значения, расположенных вне периметра матрицы;

Для заданной матрицы $B(n \times m)$ найти значения выражений $A = B \cdot B^T$ и $C = B^T \cdot B$.

25. В двумерном массиве A , состоящем из $n \times n$ вещественных чисел вычислить:

- произведение квадратов элемента;
- номер последнего нулевого элемента матрицы;
- два наименьших значения, расположенных вне диагоналей матрицы.

Из элементов заданной матрицы $A(n \times n)$ сформировать верхнетреугольную матрицу V и нижнетреугольную матрицу U . Проверить равенство $A = V \cdot U$.

6.5.2 Работа со строками и столбцами матрицы

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Задана матрица целых чисел $A(n \times m)$. Сформировать массив $B(m)$, в который записать среднее арифметическое элементов каждого столбца заданной матрицы. Вывести номера строк матрицы, в которых находится более двух *простых чисел*.
2. Задана матрица вещественных чисел $B(n \times m)$. Сформировать массив $A(n)$, в который записать среднее геометрическое положительных элементов каждой строки заданной матрицы. Определить количество столбцов, упорядоченных по возрастанию.
3. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Все *простые числа*, расположенные на побочной диагонали, заменить *суммой цифр* максимального элемента соответствующей строки матрицы. Сформировать массив $B(n)$, в который записать произведения элементов нечетных строк заданной матрицы.
4. В матрице целых чисел $X(n \times n)$ поменять местами диагональные элементы, упорядоченных по убыванию строк. Сформировать массив $Y(n)$, в который записать суммы элементов четных столбцов заданной матрицы.

5. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Максимальный элемент каждого столбца заменить *суммой цифр* максимального элемента матрицы. Сформировать массив $B(n)$, в который записать количество четных элементов в каждой строке заданной матрицы.
6. Задана матрица целых чисел $B(n \times m)$. Максимальный элемент каждого столбца заменить *суммой цифр* модуля минимального элемента матрицы. Сформировать массив $A(n)$, в который записать количество нечетных элементов в каждой строке заданной матрицы.
7. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Сформировать массив $B(n)$ из максимальных элементов столбцов заданной матрицы. Вывести номера строк, в которых числа-палиндромы находятся на диагоналях матрицы.
8. Задана матрица вещественных чисел $P(n \times m)$. Сформировать массив $R(k)$ из номеров столбцов матрицы, в которых есть хотя бы один ноль. Найти строку с максимальной суммой элементов и поменять ее с первой строкой.
9. Задана матрица вещественных чисел $C(k \times m)$. Сформировать вектор $D(k)$ из средних арифметических положительных значений строк матрицы, и вектор $G(n)$ из номеров столбцов, которые представляют собой знакопередающийся ряд.
10. В каждом столбце матрицы вещественных чисел $P(k \times m)$ заменить минимальный элемент суммой положительных элементов этого же столбца. Сформировать вектор $D(n)$ из номеров строк, представляющих собой знакопередающийся ряд.
11. В матрице целых чисел $A(n \times m)$ обнулить строки, в которых более двух *простых чисел*. Сформировать вектор $D(m)$ из минимальных значений столбцов матрицы.
12. В матрице вещественных чисел $P(n \times m)$ найти и вывести номера столбцов, упорядоченных по убыванию элементов. Сформировать вектор $R(n)$ из максимальных значений строк матрицы.
13. В матрице вещественных чисел $D(n \times m)$ найти и вывести номера строк, упорядоченных по возрастанию элементов. Сформировать вектор $C(m \times 2)$ из номеров минимальных и максимальных значений столбцов матрицы.
14. В матрице вещественных чисел $P(n \times m)$ найти и вывести номера столбцов, упорядоченных по возрастанию. Сформировать вектор $R(n \times 2)$ из номеров минимальных и максимальных значений строк матрицы.

15. В матрице вещественных чисел $D(n \times m)$ найти и вывести номера строк, упорядоченных по убыванию. Сформировать вектор $C(m \times 2)$ из максимальных и минимальных значений столбцов матрицы.
16. В матрице вещественных чисел $X(n \times n)$ найти максимальный и минимальный элементы. Поменять местами элементы строки с максимальным значением и элементы столбца с минимальным значением.
17. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Сформировать массив $B(n)$, каждый элемент которого равен количеству положительных элементов с чётной суммой цифр в соответствующей строке матрицы. В столбцах матрицы поменять местами наибольший и наименьший элементы.
18. Задана матрица целых чисел $A(n \times m)$. Сформировать массив $B(m)$, каждый элемент которого равен количеству положительных чисел с суммой цифр кратной трем в соответствующем столбце матрицы. Найти строку с максимальным произведением элементов.
19. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Все *числа-палиндромы*, расположенные на главной диагонали, заменить суммой цифр модуля минимального элемента соответствующего столбца матрицы. Сформировать вектор $D(n)$ из произведений абсолютных ненулевых значений соответствующих строк матрицы.
20. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Поменять местами элементы на диагоналях в столбцах, упорядоченных по возрастанию модулей. Сформировать вектор $B(n)$, каждый элемент которого равен сумме *составных значений* в соответствующей строке матрицы.
21. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Минимальный элемент каждой строки заменить суммой цифр максимального *простого элемента* матрицы. Сформировать вектор $B(n)$, каждый элемент которого — среднее геометрическое ненулевых элементов в соответствующем столбце матрицы.
22. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Максимальный элемент каждого столбца заменить суммой цифр минимального *простого элемента* матрицы. Сформировать вектор $B(n)$, каждый элемент которого равен количеству четных элементов в соответствующей строке матрицы.
23. Задана матрица целых чисел $A(n \times n)$. Обнулить строки, в которых на диагоналях нет *чисел-палиндромов*. Сформировать век-

тор $B(n)$, каждый элемент которого равен количеству нечетных элементов в соответствующем столбце матрицы.

24. Задана матрица вещественных чисел $P(n \times m)$. Найти столбец с минимальным произведением элементов. Поменять местами элементы этого столбца и элементы последнего столбца. Сформировать вектор $R(n)$ из сумм квадратов соответствующих строк матрицы.
25. Задана матрица целых чисел $A(n \times m)$. В каждой строке заменить максимальный элемент *суммой цифр* минимального элемента этой же строки. Сформировать вектор $B(m \times 2)$, пара элементов которого равна соответственно количеству четных и нечетных чисел в соответствующем столбце матрицы.

6.5.3 Решение задач линейной алгебры

Разработать программу на языке C++ для решения следующей задачи.

1. Задана матрицы $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$. Вычислить матрицу $C = 2(A + B^{-1}) - A^T \cdot B$.
2. Задан массив $C(n)$. Сформировать матрицы $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$ по формулам: $A_{ij} = C_i \cdot C_j$, $B_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{\max(A)}$.

Решить матричное уравнение $X(A + E) = 3B - E$, где E — единичная матрица.

3. Даны массивы $C(n)$ и $D(n)$. Сформировать матрицы $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$ по формулам:

$$A_{ij} = C_i \cdot D_j, B_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{\min(A)}.$$

Решить матричное уравнение $(2A - E)X = B + E$, где E — единичная матрица.

4. Квадратная матрица $A(n \times n)$ называется *ортогональной*, если $A^T = A^{-1}$. Определить является ли данная матрица ортогональной:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1 & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1 & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Для матрицы

$$H = E - \frac{vv^T}{|v|^2}, \text{ где } E \text{ — единичная матрица, а } v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

проверить свойство ортогональности: $H^T = H^{-1}$.

6. Проверить, образуют ли базис векторы

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, f_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Если образуют, то найти координаты вектора $x = [1 \ -1 \ 3 \ -1]^T$ в этом базисе. Для решения задачи необходимо показать, что определитель матрицы F со столбцами f_1, f_2, f_3, f_4 отличен от нуля, а затем вычислить координаты вектора x в новом базисе по формуле $y = F^{-1} \cdot x$.

7. Найти вектор x , как решение данной системы уравнений

$$\begin{cases} 3.75x_1 - 0.28x_2 + 0.17x_3 = 0.75 \\ 2.11x_1 - 0.11x_2 - 0.12x_3 = 1.11 \\ 0.22x_1 - 3.17x_2 + 1.81x_3 = 0.05. \end{cases}$$

Вычислить модуль вектора x .

8. Вычислить скалярное произведение векторов x и y . Вектор $y = [1 \ 1 \ 2 \ -3]$, а вектор x является решением СЛАУ:

$$\begin{cases} 5.7x_1 - 7.8x_2 - 5.6x_3 - 8.3x_4 = 2.7 \\ 6.6x_1 + 13.1x_2 - 6.3x_3 + 4.3x_4 = -5.5 \\ 14.7x_1 - 2.8x_2 + 5.6x_3 - 12.1x_4 = 8.6 \\ 8.5x_1 + 12.7x_2 - 23.7x_3 + 5.7x_4 = 14.7. \end{cases}$$

9. Вычислить вектор X , решив СЛАУ

$$\begin{cases} 4.4x_1 - 2.5x_2 + 19.2x_3 - 10.8x_4 = 4.3 \\ 5.5x_1 - 9.3x_2 - 14.2x_3 + 13.2x_4 = 6.8 \\ 7.1x_1 - 11.5x_2 + 5.3x_3 - 6.7x_4 = -1.8 \\ 14.2x_1 + 23.4x_2 - 8.8x_3 + 5.3x_4 = 7.2. \end{cases}$$

Найти $Y = X \cdot X^T$.

10. Вычислить вектор X , решив СЛАУ

$$\begin{cases} 0.34x_1 + 0.71x_2 + 0.63x_3 = 2.08 \\ 0.71x_1 - 0.65x_2 - 0.18x_3 = 0.17. \\ 1.17x_1 - 2.35x_2 + 0.75x_3 = 1.28 \end{cases}$$

Найти модуль вектора $|2X - 3|$.

11. Вычислить угол между векторами x и $y = [-1 \ 5 \ -3]$. Вектор x является решением СЛАУ:

$$\begin{cases} 1.24x_1 + 0.62x_2 - 0.95x_3 = 1.43 \\ 2.15x_1 - 1.18x_2 + 0.57x_3 = 2.43. \\ 1.72x_1 - 0.83x_2 + 1.57x_3 = 3.88 \end{cases}$$

12. Решив систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 8.2x_1 - 3.2x_2 + 14.2x_3 + 14.8x_4 = -8.4 \\ 5.6x_1 - 12x_2 + 15x_3 - 6.4x_4 = 4.5 \\ 5.7x_1 + 3.6x_2 - 12.4x_3 - 2.3x_4 = 3.3 \\ 6.8x_1 + 13.2x_2 - 6.3x_3 - 8.7x_4 = 14.3 \end{cases}.$$

Вычислить $H = E - XX^T$.

13. Решить СЛАУ $A^2X = Y^T$, где $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $Y = |3 \ 1 \ 2 \ 1|$.

14. Решить СЛАУ $2(A^T)^2X = Y$, где $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

15. Заданы матрицы $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$.

Найти определитель матрицы $C = B^T \cdot A$.

16. Задан массив $C(n)$. Сформировать матрицы $A(n \times n)$ и $B(n \times n)$ по формулам:

$$A_{ij} = C_i \cdot C_j, \quad B_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_{i=1}^n A_{ii}}. \quad \text{Найти определитель } |2E - A \cdot B|.$$

17. Для матрицы $I = 2P - E$, где E — единичная матрица, а

$$P = \begin{bmatrix} -26 & -18 & -27 \\ 21 & 15 & 21 \\ 12 & 8 & 13 \end{bmatrix}$$

проверить свойство $I^2 = E$. При помощи метода Гаусса решить СЛАУ $Ix = |1 \ 1 \ 1|^T$.

18. Квадратная матрица $A(n \times n)$ является *симметричной*, если для нее выполняется свойство $A^T = A$. Проверить это свойство для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1 & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1 & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислить A^{-1} . Убедиться, что $A \cdot A^{-1} = E$.

19. Ортогональная матрица обладает следующими свойствами:

- модуль определителя ортогональной матрицы равен 1;
- сумма квадратов элементов любого столбца ортогональной матрицы равна 1;
- сумма произведений элементов любого столбца ортогональной матрицы на соответствующие элементы другого столбца равна 0.

Проверить эти свойства для матриц:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3.01 & 0.12 & -0.11 \\ 2.92 & -0.17 & 0.11 & 0.22 \\ 0.66 & 0.52 & 3.17 & 2.11 \\ 3.01 & 0.42 & -0.27 & -0.15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 2.92 & 0.66 & 3.01 \\ 2.92 & -2 & 0.11 & 0.22 \\ 0.66 & 0.11 & -2 & 2.11 \\ 3.01 & 0.22 & 2.11 & -2 \end{pmatrix}.$$

20. Проверить, образуют ли базис векторы

$$f_1 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.333 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 0.33 \\ 0.25 \\ 0.167 \\ 0.143 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 1.25 \\ -0.667 \\ 2.2 \\ 3.1 \end{bmatrix}, f_4 = \begin{bmatrix} -0.667 \\ 1.333 \\ 1.25 \\ -0.75 \end{bmatrix}.$$

Если образуют, то найти координаты вектора $x = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ в этом базисе. Для решения задачи необходимо показать, что определитель матрицы F со столбцами f_1, f_2, f_3, f_4 отличен от нуля, а затем вычислить координаты вектора x в новом базисе, решив СЛАУ $F \cdot y = x$.

21. Решить СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 0.42 & 0.26 & 0.33 & -0.22 \\ 0.74 & -0.55 & 0.28 & -0.65 \\ 0.88 & 0.42 & -0.33 & 0.75 \\ 0.92 & 0.82 & -0.62 & 0.75 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для матрицы $C = X \cdot X^T$ проверить условия ортогональности: $C \cdot C^T = E$ и $C^T \cdot C = E$.

22. Найти $\|A\|_1 = \max_{j=1}^m |a_{ij}|$ и $\|A\|_{11} = \max_{i=1}^m |a_{ij}|$ для матрицы

$$\begin{pmatrix} 0.75 & 0.18 & 0.63 & -0.32 \\ 0.92 & 0.38 & -0.14 & 0.56 \\ 0.63 & -0.42 & 0.18 & 0.37 \\ -0.65 & 0.52 & 0.47 & 0.27 \end{pmatrix}^{-1}.$$

23. Найти $\|A\|_{111} = \sqrt{\sum_{i,j} a_{i,j}^2}$ для матрицы

$$\begin{pmatrix} -1.09 & 7.56 & 3.45 & 0.78 \\ 3.33 & 4.45 & -0.21 & 3.44 \\ 2.33 & -4.45 & 0.17 & 2.21 \\ 4.03 & 1 & 3.05 & 0.11 \end{pmatrix}^{-1}.$$

24. Решить СЛАУ методом Гаусса

$$\begin{cases} 8.2x_1 - 3.2x_2 + 14.2x_3 + 14.8x_4 = -8.4 \\ 5.6x_1 - 12x_2 + 15x_3 - 6.4x_4 = 4.5 \\ 5.7x_1 + 3.6x_2 - 12.4x_3 - 2.3x_4 = 3.3 \\ 6.8x_1 + 13.2x_2 - 6.3x_3 - 8.7x_4 = 14.3 \end{cases}.$$

Выполнить проверку $A \cdot x = b$.

25. Задан массив $H(k)$. Сформировать матрицы $B(k \times k)$ и $G(k \times k)$ по формулам

$$(B_{ij} = H_i \cdot H_j), G_{ij} = \frac{B_{ij}}{\min(B)}.$$

Решить матричное уравнение $(G + E) \cdot X = 5B^T - E$, где E — единичная матрица.

Глава 7

Организация ввода-вывода в C++

7.1 Форматированный ввод-вывод в C++

В этом параграфе мы вернемся к рассмотренным ранее *операторам* `cin` и `cout`, и рассмотрим возможности их использования для организации *форматированного ввода-вывода*.

Для управления вводом-выводом в C++ используются:

- *флаги* форматного ввода-вывода;
- *манипуляторы* форматирования.

7.1.1 Использование флагов форматного ввода-вывода

Флаги позволяют включить или выключить один из параметров вывода на экран. Для *установки флага вывода* используется следующая конструкция языка C++:

```
cout.setf(ios::flag)
```

Для *снятия флага* применяют конструкцию

```
cout.unsetf(ios::flag)
```

здесь `flag` — имя конкретного флага.

Если при выводе необходимо установить несколько флагов, то можно воспользоваться арифметической операцией «или» (`|`). В этом случае конструкция языка C++ будет такой:

```
cout.setf(ios::flag1|ios::flag2|ios::flag3)
```

В данном случае `flag1`, `flag2`, `flag3` — имена устанавливаемых флагов вывода.

В таблице 7.1 приведены некоторые *флаги форматного вывода* с примерами их использования.

Таблица 7.1: Некоторые флаги форматного вывода

Флаг	Описание	Пример использования ¹	Результат
right	Выравнивание по правой границе	<pre>int r=-25; cout.setf(ios :: right); cout.width(15); cout<<"r"<<r<<endl;</pre>	r=-25
left	Выравнивание по левой границе (по умолчанию)	<pre>double r=-25.45; cout.setf(ios :: left); cout.width(50); cout<<"r"<<r<<endl;</pre>	r=-25.45
boolalpha	Вывод логических величин в текстовом виде (true , false)	<pre>bool a=true; cout<<a<<endl; cout.setf(ios :: boolalpha); cout<<a<<endl;</pre>	1 true
dec	Вывод величин в десятичной системе счисления (по умолчанию)	<pre>int r=-25; cout<<"r"<<r<<endl;</pre>	r=-25
oct	Вывод величин в восьмеричной системе счисления	<pre>int p=23; //Отменить, установленный по умолчанию, вывод в десятичной системе счисления cout.unsetf(ios :: dec); //Установить вывод в восьмеричной системе счисления cout.setf(ios :: oct); cout<<"p"<<p<<endl;</pre>	p=27
hex	Вывод величин в шестнадцатеричной системе счисления	<pre>int p=23; //Отменить, установленный по умолчанию, вывод в десятичной системе счисления cout.unsetf(ios :: dec); //Установить вывод в шестнадцатеричной системе счисления cout.setf(ios :: hex); cout<<"p"<<p<<endl;</pre>	p=17

Таблица 7.1 — продолжение

Флаг	Описание	Пример использования	Результат
showbase	Выводить индикатор основания системы счисления	<pre>int p=23; cout.unsetf(ios :: dec); cout.setf(ios :: hex ios :: showbase); cout<<"p="<<p<<endl;</pre>	p=0x17
uppercase	Использовать прописные буквы в шестнадцатеричных цифрах	<pre>int p=29; cout.unsetf(ios :: dec); cout.setf(ios :: hex ios :: uppercase); cout<<"p="<<p<<endl;</pre>	p=1D
showpos	Выводить знак «+» для положительных чисел	<pre>int p=29; cout.setf(ios :: showpos); cout<<"p="<<p<<endl;</pre>	p=+29
scientific	Экспоненциальная форма вывода вещественных чисел	<pre>double p=146.673; cout.setf(ios :: scientific); cout<<"p="<<p<<endl;</pre>	p=1.466730e+002
fixed	Фиксированная форма вывода вещественных чисел (по умолчанию)	<pre>double p=146.673; cout.setf(ios :: fixed); cout<<"p="<<p<<endl;</pre>	p=146.673

Флаги удобно использовать в тех случаях, когда следует изменить параметры всех последующих операторов ввода-вывода. Использование большого количества флагов для управления одним или несколькими операторами ввода-вывода не совсем удобно, потом все установленные флаги придется отключать.

Еще одним способом форматирования является использование манипуляторов непосредственно в операторах `cin` и `cout`.

7.1.2 Использование манипуляторов форматирования

Манипуляторы встраиваются непосредственно в операторы ввода-вывода. С одним из манипуляторов (`endl`) читатель уже встречался, начиная с первой главы книги. В таблице 7.2 приведены основные манипуляторы форматирования с примерами их использования. Для корректного использования всех манипуляторов необходимо подключить библиотеку:

```
#include <iomanip>
```

¹ `cout.width(n)` устанавливает ширину поля вывода, подробнее об этом в п. ??

Таблица 7.2: Некоторые манипуляторы форматирования

Манипулятор	Описание	Пример использования	Результат
<code>setw(n)</code>	Определяет ширину поля вывода в n символов	<code>int r=253;</code> <code>cout.setf(ios :: fixed);</code> <code>cout<<"r="<<setw(8)</code> <code><<r<<endl;</code>	<code>r= 253</code>
<code>setprecision(n)</code>	Определяет количество цифр $(n - 1)$ в дробной части числа	<code>double h=1234.6578;</code> <code>cout.setf(ios :: fixed);</code> <code>cout<<"h="<<setw(15);</code> <code>cout<<setprecision(3);</code> <code>cout<<h<<endl;</code>	<code>h=1234.658</code>
<code>dec</code>	Перевод числа в десятичную систему (по умолчанию)	<code>int r=0253;</code> <code>cout<<"r="<<dec<<r</code> <code><<endl;</code>	<code>r=171</code>
<code>oct</code>	Перевод числа в восьмеричную систему	<code>int r=253;</code> <code>cout<<"r="<<oct<<r</code> <code><<endl;</code>	<code>r=375</code>
<code>hex</code>	Перевод числа в шестнадцатеричную систему	<code>int r=253;</code> <code>cout<<"r="<<hex<<r</code> <code><<endl;</code>	<code>p=fd</code>
<code>right</code>	Выравнивание по правой границе	<code>int r=-25;</code> <code>cout.width(15);</code> <code>cout<<"r="<<</code> <code>setw(15)<<right;</code> <code>cout<<r<<endl;</code>	<code>r=-25</code>
<code>left</code>	Выравнивание по левой границе (по умолчанию)	<code>int r=-25;</code> <code>cout.width(15);</code> <code>cout<<"r="<<</code> <code>setw(15)<<left;</code> <code>cout<<r<<endl;</code> ²	<code>r=-25</code>
<code>boolalpha</code>	Вывод логических величин в текстовом виде (<code>true</code> , <code>false</code>)	<code>bool a=true;</code> <code>cout<<boolalpha<<a<<</code> <code>endl;</code>	<code>true</code>
<code>noboolalpha</code>	Вывод логических величин в числовом виде (<code>1</code> , <code>0</code>)	<code>bool a=true;</code> <code>cout<<noboolalpha<<a</code> <code><<endl;</code>	<code>1</code>
<code>showpos</code>	Выводить знак «+» для положительных чисел	<code>int p=29;</code> <code>cout<<"p="<<</code> <code>showpos<<p<<endl;</code>	<code>p=+29</code>
<code>noshowpos</code>	Не выводить знак «+» для положительных чисел	<code>int p=29;</code> <code>cout<<"p="<<noshowpos;</code> <code>cout<<p<<endl;</code>	<code>p=29</code>
<code>uppercase</code>	Использовать прописные буквы в шестнадцатеричных цифрах	<code>int p=253;</code> <code>cout<<"p="<<</code> <code>hex<<uppercase;</code> <code>cout<<p<<endl;</code>	<code>p=FD</code>

Таблица 7.2 — продолжение

Манипулятор	Описание	Пример использования	Результат
<code>nouppercase</code>	Использовать строчные буквы в шестнадцатеричных цифрах	<pre>int p=253; cout<<"p"<<hex <<nouppercase; cout<<p<<endl;</pre>	<code>p=fd</code>
<code>showbase</code>	Выводить индикатор основания системы счисления	<pre>int p=253; cout<<"p"<<hex<< uppercase<<showbase<< p<<endl;</pre>	<code>p=0XFD</code>
<code>noshowbase</code>	Не выводить индикатор основания системы счисления	<pre>int p=253; cout<<"p"<< hex<<uppercase; cout<<noshowbase<<p <<endl;</pre>	<code>p=FD</code>
<code>setfill(c)</code>	Установить символ <code>c</code> как заполнитель	<pre>cout<<"x"<<right<< setw(10)<<setprecision(4); cout<<setfill('!'); cout<<(float)1/7<<endl; cout<<"x"<< left<<setw(10); cout<<setprecision(4); cout<<setfill('!'); cout<<(float)1/7<<endl;</pre>	<code>x=!!!!0.1429</code> <code>x=0.1429!!!!</code>
<code>scientific</code>	Экспоненциальная форма вывода вещественных чисел	<pre>double p=146.673; cout<<"p"<<scientific; cout<<p<<endl;</pre>	<code>p=1.466730e+002</code>
<code>fixed</code>	Фиксированная форма вывода вещественных чисел (по умолчанию)	<pre>cout<<"p"<<fixed<<p<< endl;</pre>	<code>p=146.673</code>

Кроме того управлять шириной поля вывода можно с помощью операторов:

- `cout.width(n)` — устанавливает ширину поля вывода — n позиций;
- `cout.precision(m)` — определяет m цифр в дробной части числа.

В п. 7.1.1 и 7.1.2 были рассмотрены основные возможности форматированного ввода-вывода. При использовании операторов `cin` и `cout` фактически происходит ввод-вывод в *текстовый файл*. При вводе

²Еще один пример приведен при использовании манипулятора `setfill`

текстовым файлом является клавиатура ПК, при выводе в качестве текстового файл выступает экран дисплея, `cin` и `cout` фактически являются именами *потоков*³, которые отвечают за ввод и вывод в текстовый файл. Поэтому многие рассмотренные возможности форматированного ввода вывода будут использоваться и при обработке текстовых файлов.

Существует два основных типа файлов: *текстовые* и *двоичные*. Файлы позволяют пользователю считывать большие объемы данных непосредственно с диска, не вводя их с клавиатуры.

7.2 Работа с текстовыми файлами в C++

Текстовыми называют файлы, состоящие из любых символов. Они организуются по строкам, каждая из которых заканчивается символом «конец строки». Конец самого файла обозначается символом «конец файла». При записи информации в текстовый файл, просмотреть который можно с помощью любого текстового редактора, все данные преобразуются к символьному типу и хранятся в символьном виде.

Для работы с файлами используются специальные типы данных, называемые *потоками*⁴. Поток `ifstream` служит для работы с файлами в режиме чтения. Поток `ofstream` служит для работы с файлами в режиме записи. Для работы с файлами в режиме, как чтения, так и записи служит поток `fstream`.

В программах на C++ при работе с текстовыми файлами необходимо подключать библиотеки `iostream` и `fstream`.

Для того, чтобы *записать данные в текстовый файл* необходимо:

1. Описать переменную типа `ofstream`.
2. Открыть файл с помощью функции `open`.
3. Вывести информацию в файл.
4. Закрыть файл.

Для того, чтобы *считать данные из текстового файла* необходимо:

1. Описать переменную типа `ifstream`.
2. Открыть файл с помощью функции `open`.
3. Считать информацию из файла, при считывании каждой порции данных необходимо проверять достигнут ли конец файла.
4. Закрыть файл.

³Подробнее о текстовых потоках речь пойдет в п. 7.2

⁴Вообще говоря потоки являются классами, которым будет посвящена специальная глава.

7.2.1 Запись информации в текстовый файл

Для того, чтобы начать работать с текстовым файлом необходимо описать переменную типа `ofstream`. Например, с помощью оператора `ofstream F`;⁵

будет *создана переменная F для записи информации в файл*. На следующем этапе файл необходимо *открыть для записи*. В общем случае оператор открытия потока будет иметь вид:

```
F.open("file mode");
```

Здесь `F` — переменная, описанная как `ofstream`, `file` — имя файла на диске, `mode` — режим работы с открываемым файлом.

Файл может быть открыт в одном из следующих *режимов*:

`ios::in` — открыть файл в *режиме чтения данных*, этот режим является режимом по умолчанию для потоков `ifstream`;

`ios::out` — открыть файл в режиме записи данных (при этом информация в существующем файле уничтожается), этот режим является режимом по умолчанию для потоков `ofstream`;

`ios::app` — открыть файл в режиме записи данных в конец файла;

`ios::ate` — передвинуться в конец уже открытого файла;

`ios::trunc` — очистить файл, это же происходит в режиме `ios::out`;

`ios::nocreate` — не выполнять операцию открытия файла, если он не существует⁶;

`ios::noreplace` — не открывать существующий файл.

Параметр `mode` может отсутствовать, в этом случае файл открывается в режиме по умолчанию для данного потока⁷.

После удачного открытия файла (в любом режиме) в переменной `F` будет храниться `true`, в противном случае `false`. Это позволит проверять корректность операции открытия файла.

Открыть файл (качестве примера возьмем файл `abc.txt`) в *режиме записи* можно одним из следующих способов:

```
//Первый способ.
```

```
ofstream F;
```

```
F.open("abc.txt", ios::out);
```

```
//Второй способ,
```

```
//режим ios::out является режимом по умолчанию для потока ofstream
```

⁵Далее термин «поток» будет использоваться для указания переменной, описанной как `ofstream`, `ifstream`, `fstream`, а термин «файл» для указания реального файла на диске.

⁶При открытии файла в режиме `ios::in` происходит как раз обратное, если файл не существует, он создается

⁷`ios::in` — для потоков `ifstream`, `ios::out` — для потоков `ofstream`.

```
ofstream F;
F.open("abc.txt")
//Третий способ объединяет описание переменной типа поток
//и открытие файла в одном операторе
ofstream F("abc.txt", ios::out);
```

После открытия файла в режиме записи, будет создан пустой файл, в который можно будет записывать информацию. Если нужно открыть файл, чтобы в него что-либо *дописать*, то в качестве режима следует использовать значение `ios::app`.

После открытия файла в режиме записи, в него можно писать точно также, как и на экран, только вместо стандартного устройства вывода `cout` необходимо указать имя открытого для записи файла.

Например, для записи в поток `F` переменной `a`, оператор вывода будет иметь вид:

```
F<<a;
```

Для *последовательного вывода* в поток `G` переменных `b`, `c` и `d` оператор вывода станет таким:

```
G<<b<<c<<d;
```

Закрытие потока осуществляется с помощью оператора:

```
F.close();
```

В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Задача 7.1. Создать текстовый файл `abc.txt` и записать туда n вещественных чисел.

Текст программы с комментариями:

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <iomanip>
using namespace std;
int main()
{
    int i, n; double a;
    ofstream f; //Описывает поток для записи данных в файл.
    f.open("abc.txt"); //Открываем файл в режиме записи,
    //режим ios::out устанавливается по умолчанию.
    cout<<"n="; cin>>n; //Ввод количества вещественных чисел.
    for (i=0; i<n; i++)
    {
        cout<<"a="; cin>>a; //Ввод очередного числа.
        if (i<n-1) //Если число не последнее,
            f<<a<<"\t"; //записать в файл это число и символ табуляции, иначе
        else f<<a; //записать только число.
    }
    f.close(); //Закрытие потока.
    return 0;
```

```
}
```

Обратите внимание, что в текстовый файл записываются не только вещественные числа, но и символы табуляции. Таким образом, в конце файла после последнего числа находится символ табуляции. По этой причине может возникнуть проблема при чтении информации (п. 7.2.2), так как символ табуляции будет интерпретирован как вещественное число. Что бы этого избежать в программе была применена следующая конструкция:

```
if (i<n-1) f<<a<<"\t"; else f<<a;
```

Здесь реализована проверка ввода последнего числа. После него символ табуляции отсутствует.

В результате работы программы будет создан текстовый файл `abc.txt`, который можно просмотреть средствами обычного текстового редактора (рис. 7.1–7.2).

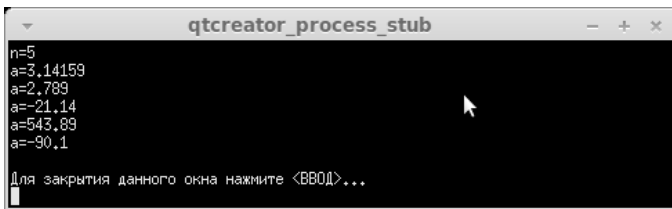


Рис. 7.1. Процесс работы программы к задаче 7.1. Ввод исходных данных.

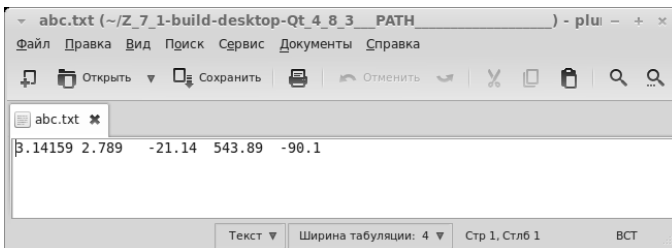


Рис. 7.2. Текстовый файл `abc.txt`, созданный программой к задаче 7.1.

7.2.2 Чтение информации из текстового файла

Для того чтобы *прочитать информацию из текстового файла* необходимо описать переменную типа `ifstream`. После этого файл необходимо открыть для чтения с помощью оператора `open`. Если переменную назвать `F`, то первые два оператора будут такими:

```
ifstream F;  
F.open("abc.txt", ios::in);8
```

После открытия файла в *режиме чтения*, из него можно считывать информацию точно так же, как и с клавиатуры, только вместо стандартного устройства ввода `cin` необходимо указать *имя потока*, из которого будет происходить чтение данных.

Например, для чтения из потока `F` в переменную `a`, оператор ввода будет иметь вид:

```
F>>a;
```

Для последовательного ввода из потока `G` в переменные `b`, `c` и `d` оператор ввода станет таким:

```
G>>b>>c>>d;
```

Два числа в текстовом файле считаются разделенными, если между ними есть хотя бы один из символов: пробел, табуляция, символ конца строки.

Хорошо если программисту заранее известно, сколько и каких значений хранится в текстовом файле. Однако часто просто известен тип значений, хранящихся в файле, при этом количество значений в файле может быть различным. При решении подобной проблемы необходимо считывать значения из файла по одному, а перед каждым считыванием проверять достигнут ли конец файла. Для проверки достигнут или нет *конец файла*, служит функция

```
F.eof();
```

Здесь `F` — имя потока, функция возвращает логическое значение: `true` — если достигнут конец файла, если не достигнут функция возвращает значение `false`.

Следовательно, цикл для чтения содержимого всего файла можно записать так.

```
while (!F.eof()) //Организован цикл, условием окончания цикла  
//является достижение конца файла, в этом случае F.eof() вернет true.  
{
```

⁸Указание режима `ios::in` можно, конечно, опустить, ведь для потока `ifstream` значение `ios::in` является значением по умолчанию, тогда оператор `open` можно будет записать так `F.open("abc.txt");`

```

F>>a; //Чтение очередного значения из потока F в переменную a.
...
<обработка значения переменной a>
}

```

Рассмотрим следующую задачу.

Задача 7.2. В текстовом файле *abc.txt* хранятся вещественные числа (рис. 7.2), вывести их на экран и вычислить их количество.

Текст программы с комментариями приведен ниже.

```

#include <iostream>
#include <fstream>
#include <stdlib.h>
#include <iomanip>
using namespace std;
int main()
{
    ifstream f; //Поток для чтения.
    float a; int n=0;
    f.open("abc.txt"); //Открываем файл в режиме чтения.
    if (f) //Если открытие файла прошло корректно, то
    {
        while (!f.eof()) //Организован цикл, выполнение цикла
            //прервется, когда ,будет достигнут конца файла.
        {
            f>>a; //Чтение очередного значения из потока f в переменную a.
            cout<<a<<"\t"; //Вывод значения переменной a
            n++; //Увеличение количества считанных чисел.
        }
        f.close(); //Закрытие потока.
        cout<<"n"<<n<<endl; //Вывод на экран количества чисел.
    }
    else cout<<"File not found"<<endl; //Если открытие файла прошло
        //некорректно, то
        //вывод сообщение, об отсутствии такого файла.
    return 0;
}

```

Если количество вещественных чисел записанных в файл известно заранее, то текст программы можно переписать следующим образом:

```

#include <iostream>
#include <fstream>
#include <stdlib.h>
#include <iomanip>
using namespace std;
int main()
{
    ifstream f;
    float a; int i,n=5;

```



```
f.open("abc.txt");
if (f)
{
    for (i=1;i<=n;f>>a,cout<<a<<"\t",i++);
    f.close();
}
else cout<<"File not found"<<endl;
return 0;
}
```

Существует возможность открывать файл с данными таким образом, чтобы в него можно было *дописывать информацию*. Рассмотрим эту возможность на примере решения следующей задачи.

Задача 7.3. В файле *abc.txt* (рис. 7.2) хранится массив вещественных чисел, дописать в файл этот же массив, упорядочив его по возрастанию.

Алгоритм решения задачи очень простой. Считываем в массив данные из текстового файла, упорядочиваем массив, дописываем его в этот же файл.

Для чтения данных из файла описываем поток *ifstream*, открываем его в режиме чтения и последовательно, пока не достигнем конца файла, считываем все элементы в массив. Сортировку проведем методом пузырька. Обратите внимание, что поток нужно открыть так, чтобы была возможность дописать в конец файла упорядоченный массив.

Текст программы с комментариями приведен ниже.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <stdlib.h>
#include <iomanip>
using namespace std;
int main()
{
    ifstream f; //Поток для чтения.
    ofstream g; //Поток для записи.
    float *a,b;
    a=new float[100];
    int i,j,n=0;
    f.open("abc.txt",ios::in); //Открываем файл в режиме чтения.
    if (f)
    {
        while (!f.eof())
        {
            f>>a[n];
            n++;
        }
    }
}
```

```

//Сортировка массива.
for (i=0; i<n-1; i++)
    for (j=0; j<n-i-1; j++)
        if (a[j]>a[j+1])
        {
            b=a[j];
            a[j]=a[j+1];
            a[j+1]=b;
        }
f.close(); //Закрываем поток для чтения.
g.open("abc.txt", ios::app); //Открываем поток для того чтобы
    дописать данные.
g<<"\\n"; //Запись в файл символа конца строки
for (i=0; i<n; i++) //Запись в файл
    if (i<n-1) g<<a[i]<<"\\t" ;           //элемента массива и
        символа табуляции.
    else g<<a[i]; //Запись последнего элемента массива
g.close(); //Закрытие файла.
}
else cout<<"File not found"<<endl;
delete [] a;
return 0;
}

```

Содержимое файла `abc.txt` после запуска программы к задаче 7.3

```

3.14159 2.798 -21.14 543.89 -90.1
-90.1 -21.14 2.798 3.14159 543.89

```

7.3 Обработка двоичных файлов

Если в файле хранятся только числа или данные определенной структуры, то для хранения таких значений удобно пользоваться двоичными файлами. В *двоичных файлах* информация считывается и записывается в виде блоков определенного размера, в них могут храниться данные любого вида и структуры.

Порядок работы с двоичными и текстовыми файлами аналогичен. Для того, чтобы *записать данные в двоичный файл* необходимо:

1. Описать файловую переменную с помощью оператора `FILE *filename`; Здесь, `filename` — имя переменной, где будет храниться указатель на файл.
2. Открыть файл с помощью функции `fopen`.
3. Записать информацию в файл с помощью функции `fwrite`.
4. Закрыть файл с помощью функции `fclose`.

Для того, чтобы *считывать данные из двоичного файл* необходимо:

1. Описать переменную типа `FILE *`.
2. Открыть файл с помощью функции `fopen`.
3. Считать необходимую информацию из файла с помощью функции `fread`, при считывании информации следить за тем, достигнут ли конец файла.
4. Закрыть файл с помощью функции `fclose`.

Рассмотрим основные функции, необходимые для работы с двоичными файлами.

Для *открытия файла* предназначена функция:

`FILE *fopen(const *filename, const char *mode);` где,
`filename` — строка, в которой хранится полное имя открываемого файла, `mode` — строка, которая определяет режим работы с файлом; возможны следующие значения:

«rb» — открыть двоичный файл в режиме чтения;

«wb» — создать двоичный файл для записи, если файл существует, то его содержимое очищается.

«ab» — создать или открыть двоичный файл для добавления информации в конец файла;

«rb+» — открыть существующий двоичный файл в режиме чтения и записи;

«wb+» — открыть двоичный файл в режиме чтения и записи, существующий файл очищается;

«ab+» — двоичный файл открывается или создается для исправления существующей информации и добавления новой в конец файла.

Функция `fopen` возвращает в файловой переменной `NULL` в случае неудачного открытия файла.

После открытия файла, в указателе содержится адрес 0-го байта файла. По мере чтения или записи значение указателя смещается на считанное (записанное) количество байт. Текущее значение указателя — номер байта, начиная с которого будет происходить операция чтения или записи.

Для *закрытия файла* предназначена функция

`int fclose(FILE *filename);`

Она возвращает 0 при успешном закрытии файла и `NULL` в противном случае.

Для *удаления файлов* существует функция

`int remove(const char *filename);`

Эта функция удаляет с диска файл с именем `filename`. Удаляемый файл должен быть закрыт. Функция возвращает ненулевое значение, если файл не удалось удалить.

Для переименования файлов предназначена функция

```
int rename(const char *oldfilename, const char *newfilename);
```

здесь, первый параметр — старое имя файла, второй — новое. Возвращает 0 при удачном завершении программы.

Чтение из двоичного файла осуществляется с помощью функции

```
fread (void *ptr, size, n, FILE *filename)
```

Эта функция считывает из файла `filename` в массив `ptr` `n` элементов размера `size`. Функция возвращает количество считанных элементов. После чтения из файла указатель файла смещается на `n*size` байт.

Запись в двоичный файл осуществляется с помощью функции

```
fwrite (const void *ptr, size, n, FILE *filename);
```

Функция записывает в файл `filename` из массива `ptr` `n` элементов размера `size`. Функция возвращает количество записанных элементов. После записи информации в файл указатель файла смещается на `n*size` байт.

Для контроля достижения конца файла есть функция

```
int feof(FILE * filename);
```

Она возвращает ненулевое значение, если достигнут конец файла.

Рассмотрим использование двоичных файлов на примере решения двух стандартных задач.

Задача 7.4. Создать двоичный файл `abc.dat`, куда записать целое число `n` и `n` вещественных чисел.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
using namespace std;
int main()
{
    FILE *f; //Описание файловой переменной.
    int i, n; double a;
    f=fopen("abc.dat", "wb"); //Создание двоичного файла в режиме
        записи.
    cout<<"n="; cin>>n; //Ввод числа n.
    fwrite(&n, sizeof(int), 1, f); //Запись числа в двоичный файл.
    for (i=0; i<n; i++) //Цикл для ввода n вещественных чисел.
    {
        cout<<"a="; cin>>a; //Ввод очередного вещественного числа.
        fwrite(&a, sizeof(double), 1, f); //Запись числа в двоичный файл.
    }
    fclose(f); //Закрыть файл.
```

```
    return 0;
}
```

Задача 7.5. Вывести на экран содержимое созданного в задаче 7.4 двоичного файла `abc.dat`.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
using namespace std;
int main()
{
    FILE *f; //Описание файловой переменной.
    int i, n; double *a;
    f=fopen("abc.dat", "rb"); //Открыть существующий двоичный файл в
        режиме чтения.
    fread(&n, sizeof(int), 1, f); //Читать из файла целое число в
        переменную n.
    cout<<"n="<<n<<"\n"; //Вывод n на экран.
    a=new double[n]; //Выделение памяти для массива из n чисел.
    fread(a, sizeof(double), n, f); //Чтение n вещественных чисел из
        файла в массив a.
    for(i=0; i<n; cout<<a[i]<<"\t", i++); //Вывод массива на экран.
        cout<<endl;
    fclose(f); //Закрыть файл.
    return 0;
}
```

Двоичный файл — последовательная структура данных, после открытия файла доступен первый байт. Можно последовательно считывать из файла или записывать их в него. Допустим, необходимо считать пятнадцатое, а затем первое число, хранящееся в файле. С помощью *последовательного доступа* это можно сделать следующим образом.

```
FILE *f;
int i, n; double a;
f=fopen("file.dat", "rb");
for(i=0; i<15; fread(&a, sizeof(double), 1, f), i++);
fclose(f);
f=fopen("file.dat", "rb");
fread(&a, sizeof(double), 1, f);
fclose(f);
```

Как видно, такое чтение чисел из файла, а затем повторное открытие файла — не самый удачный способ. Гораздо удобнее использовать *функцию перемещения указателя файла* к заданному байту:

```
int fseek(FILE *F, long int offset, int origin);
```

Функция устанавливает указатель текущей позиции файла F, в соответствии со значениями начала отсчета *origin* и смещения *offset*.

Параметр `offset` равен количеству байтов, на которые будет смещен указатель файла относительно начала отсчета, заданного параметром `origin`. Если значение `offset` положительно, то указатель файла смещается вперед, если отрицательно — назад. Параметр `origin` должен принимать одно из следующих значений, определенных в заголовке `stdio.h`:

- `SEEK_SET` — отсчет смещения `offset` вести с начала файла;
- `SEEK_CUR` — отсчет смещения `offset` вести с текущей позиции файла;
- `SEEK_END` — отсчет смещения `offset` вести с конца файла.

Функция возвращает нулевое значение при успешном выполнении операции и ненулевое, если возник сбой при выполнении смещения.

Функция `fseek` фактически реализует прямой доступ к любому значению в файле. Необходимо только знать месторасположение (номер байта) значения в файле. Рассмотрим использование прямого доступа в двоичных файлах на примере решения следующей задачи.

Задача 7.6. В созданном в задаче 7.4 двоичном файле *abc.dat*, поменять местами наибольшее и наименьшее из вещественных чисел.

Алгоритм решения задачи состоит из следующих этапов:

1. Чтение вещественных чисел из файла в массив `a`.
2. Поиск в массиве `a` максимального (`max`) и минимального (`min`) значения и их номеров (`imax`, `imin`).
3. Перемещение указателя файла к максимальному значению и запись `min`.
4. Перемещение указателя файла к минимальному значению и запись `max`.

Ниже приведен текст программы решения задачи с комментариями.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
using namespace std;
int main()
{
    FILE *f; //Описание файловой переменной.
    int i, n, imax, imin;
    double *a, max, min;
    f=fopen("abc.dat", "rb+"); //Открыть файл в режиме чтения и записи.
    fread(&n, sizeof(int), 1, f); //Считать из файла в переменную n
    //количество элементов в файле.
    a=new double[n]; //Выделить память для хранения вещественных чисел,
    //эти числа будут хранится в массиве a.
    fread(a, sizeof(double), n, f); //Считать из файла в массив a
    //вещественные числа.
```

```

//Поиск максимального, минимального элемента в массиве a, и их индексов.
for (imax=imin=0, max=min=a[0], i=1; i<n; i++)
{
    if (a[i]>max)
    {
        max=a[i];
        imax=i;
    }
    if (a[i]<min)
    {
        min=a[i];
        imin=i;
    }
}
//Перемещение указателя к максимальному элементу.
fseek(f, sizeof(int)+imax*sizeof(double), SEEK_SET);
//Запись min вместо максимального элемента файла.
fwrite(&min, sizeof(double), 1, f);
//Перемещение указателя к минимальному элементу.
fseek(f, sizeof(int)+imin*sizeof(double), SEEK_SET);
//Запись max вместо минимального элемента файла.
fwrite(&max, sizeof(double), 1, f);
//Закрытие файла.
fclose(f);
//Освобождение памяти, выделенной под массив a.
delete [] a;
return 0;
}

```

7.4 Функции `fscanf()` и `fprintf()`

Чтение и запись данных в файл можно выполнять с помощью функций `fscanf()` и `fprintf()`. Эти функции подобны функциям `scanf()` и `printf()`, описанным в п. 2.9, за тем исключением, что работают не с клавиатурой и экраном, а с файлами. Функции имеют следующие прототипы.

Функция чтения

`fscanf(указатель на файл, строка форматов, адреса переменных);`

Функция записи

`fprintf(указатель на файл, строка форматов, список переменных);`

Далее приведен фрагмент программного кода, который демонстрирует пример записи информации в файл `my.txt`.

```
char fio[15]="Махарадзе В. ";
```

```
int a=5, b=5, c=4;
float s= (float) (a+b+c)/3;
FILE *f;
f=fopen("my.txt","w");
fprintf(f,"Оценки студента %s \n", fio);
fprintf(f,"математика %d, физика %d, химия %d \n", a,b,c);
fprintf(f,"Средний балл = %.2f \n", s);
fprintf(f,"\n");
fclose(f);
```

В результате будет сформирован текстовый файл:

```
Оценки студента Махарадзе В.
математика 5, физика 5, химия 4
Средний балл = 4.67
```

Рассмотрим пример чтения данных из файла. Пусть в файле `test.txt` хранится следующая информация:

```
1 Иванов Петр 170 78.1
2 Петров Иван 180 89.6
3 Карпов Борис 167 56.7
```

Тогда с помощью следующих команд можно считать информацию из файла и вывести ее на экран.

```
int i,nom;
float Ves;
int Rost;
char fio [7],name [6];
FILE *f;
f=fopen("test.txt","r");
for (i=0;i<3;i++)
{
    //Чтение из файла
    fscanf(f,"%d%s%d%f \n",&nom, &fio,&name,&Rost,&Ves);
    //Вывод на экран
    printf("%d %s %s %d %.2f \n",nom,fio,name,Rost,Ves);
}
fclose(f);
```


Список литературы

- [1] Алексеев Е.Р. *Программирование на Microsoft Visual C++ и Turbo C++ Explorer*. — М.: НТ Пресс, 2007. — 352с.
- [2] Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В, Кучер Т.В. *Самоучитель по программированию на Free Pascal и Lazarus*. Донецк, Унитех, 2009. — 502с.
- [3] Б.П. Демидович, И.А. Марон. *Основы вычислительной математики*. — М. Наука, 1966. — 664с.
- [4] Керниган Б., Ритчи Д. *Язык программирования Си*. — М., Вильямс, 2013. — 304с.
- [5] Лаптев В.В. *C++. Объектно-ориентированное программирование*. — СПб., Питер, 2008. — 464с.
- [6] Лаптев В.В. Морозов А.В., Бокова. *C++. Объектно-ориентированное программирование. Задачи и упражнения*. — СПб., Питер, 2007. — 288с.
- [7] Подбельский В.В. *Язык C++*. — М., Финансы и статистика, 2001. — 560с.
- [8] Шиманович Е.Л. *C/C++ в примерах и задачах*. — Мн., Новое знание, 2004. — 528с.

Предметный указатель

- Алгоритм, 51
 - линейный, 52
 - основные конструкции, 52
- Поиск максимального (минимального) элемента массива и номера, 179
- Произведение элементов массива, 177
- разветвляющийся, 52
- Сортировка элементов массива, 199
- Сумма элементов массива, 176
- Удаление элемента из массива, 192
- цикл с параметром, 81
- цикл с постусловием, 79
- цикл с предусловием, 77
- циклический, 52, 77
- Библиотека
 - iostream, 7
 - math.h, 16
- Блок-схема, 51
- Выражение, 24
- Директивы, 37
- Идентификатор, 17
- Интерпретатор, 9
- Ключевые слова, 17
- Комментарии, 18
- Компилятор, 9
- Консольное приложение
 - запуск, 12
 - создание, 12
- Константа, 21
- описание, 21
- Манипулятор, 288
- endl, 288
- Массив, 22, 166
- Метод Гаусса
 - вычисление обратной матрицы, 263
 - вычисление определителя, 269
 - решение систем линейных уравнений, 255
- Операнд, 24
- Оператор
 - delete, 172
 - new, 171
 - ввода, 286
 - вывода, 286
 - разветвляющийся, 53
 - составной, 53
 - условный, 54
 - цикл с параметром, 81
 - цикл с постусловием, 79
 - цикл с предусловием, 77
 - циклический, 77
- Операции, 24
 - арифметические, 28, 34
 - бинарные, 25
 - битовой арифметики, 29
 - декремента, 28
 - инкремента, 28
 - логические, 31
 - множественного присваивания, 27
 - отношения, 31
 - получение адреса, 32
 - преобразования типа, 32
 - присваивания, 26, 33
 - разадресации, 32
 - составного присваивания, 27
 - унарные, 24
 - условная, 31
 - целочисленной арифметики, 29

- Передача параметров, 129
 - по адресу, 129
 - по значению, 129
- Переменная, 18
 - глобальная, 39, 128
 - значение, 18
 - имя, 18
 - локальная, 38, 128
 - описание, 18
- Подпрограмма, 124
- Потоки, 291
- Программа, 37
 - структура, 37
- Рекурсия, 150
- Среда программирования
 - Qt Creator, 10
- Строка, 23
- Структура, 23
- Структура программы, 8
- Типы данных, 18
 - вещественный, 20
 - логический, 21
 - основные, 18
 - символьный, 19
 - составные, 19
 - структурированные, 22
 - целый, 20
- Транслятор, 9
- Указатель, 24
 - вычитание, 34
 - декремент, 34
 - инкремент, 34
 - получение адреса, 33
 - присваивание, 33
 - разадресация, 33
 - сложение с константой, 34
- Файл
 - двоичный, 298
 - закрыть, 299
 - запись, 291, 292, 298, 300
 - открыть, 292, 299
 - переименование, 300
 - последовательный доступ, 301
 - текстовый, 291
 - удаление, 299
 - чтение, 291, 298, 300
- Функции, 35
 - ввод данных, 40
 - вывод данных, 39
 - стандартные, 35
- Функция, 124
 - calloc, 170
 - main, 8
 - malloc, 170
 - realloc, 171
 - sqrt(x), 16
 - возврат результата, 127, 131
 - вызов, 126
 - заголовок, 125
 - механизм передачи параметров, 129
 - описание, 125
 - перегрузка имени, 153
 - прототип, 126
 - рекурсивная, 150
 - тело функции, 125
 - фактические параметры, 129
 - формальные параметры, 129
 - шаблон, 156

Научное издание

Серия «Библиотека ALT Linux»

Алексеев Евгений Ростиславович, Григорий Григорьевич Злобин,
Дмитрий Александрович Костюк, Чеснокова Оксана Витальевна,
Чмыхало Александр Сергеевич

Программирование на языке C++ в среде Qt Creator

Оформление обложки: А. С. Осмоловская

Вёрстка: В. Л. Черный

Редактура: В. Л. Черный

Подписано в печать 26.08.14. Формат 60х90/16.

Гарнитура Computer Modern. Печать офсетная. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 23,0. . Тираж 999 экз. Заказ

ООО «Альт Линукс»

Адрес для переписки: 119334, Москва, 5-й Донской проезд, д. 15,

стр. 6

Телефон: (495) 662-38-83. E-mail: sales@altlinux.ru

<http://altlinux.ru>