

Оглавление

1	Введение в анализ	2
1.1	Элементарные сведения из логики и теории множеств	3
1.1.1	Высказывания, предикаты связки	3
1.1.2	Кванторы	3
1.1.3	Множества, равенство двух множеств, подмножества	3
1.1.4	Простейшие операции над множествами	3
1.1.5	Принцип двойственности	3
1.1.6	Понятие счетного множества	3
1.2	Теория вещественных чисел	3
1.2.1	Множество рациональных чисел и его свойства	3
1.2.2	Вещественные числа, основные свойства вещественных чисел	3
1.2.3	Промежутки и их виды	3
1.2.4	Основные леммы теории вещественных чисел	3
1.3	Ограниченное множество, границы	3
1.3.1	Границы множества	3
1.3.2	Существование точной верхней границы у ограниченного сверху множества	3
1.3.3	Сечения в множестве рациональных чисел	3
1.3.4	Свойства <i>sup</i> и <i>inf</i>	3
1.3.5	Отделимость множеств, лемма о системе вложенных отрезков	3
1.3.6	Лемма о последовательности стягивающихся отрезков	3
1.4	Отображения, функции	3
1.4.1	Отображения, виды отображений и т.д	3
1.4.2	Вещественные функции	3
1.5	Предел последовательности	3
1.5.1	Последовательность элементов множества, числовая последовательность, определяющая предел числовой последовательности и бесконечно малой последовательности	3
1.5.2	Единственность предела последовательности	3
1.5.3	Подпоследовательности, связь пределов последовательности и подпоследовательности	3
1.5.4	Лемма о двух милиционерах	3
1.5.5	Основные теоремы о пределах последовательности	3
1.5.6	Понятие бесконечно большой последовательности	3
1.5.7	Монотонные последовательности, критерий существования предела монотонной послед	3
1.5.8	Существование предела последовательности $(1 + 1/n)^n$, число e	3
1.6	Понятие предельной точки числового множества, теорема Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши	3
1.6.1	Предельная точка множества	3
1.6.2	Теорема о последовательности, сходящейся к предельной точке	3
1.6.3	Теорема Больцано-Вейерштрасса	3
1.6.4	Критерий Коши	3
1.7	Верхний и нижний пределы последовательности	3

1.7.1	Понятие расширенной числовой прямой, понятие бесконечных пределов	3
1.7.2	Понятие частичных верхних и нижних пределов последовательности. Теорема о существовании у каждой последовательности ее верхнего и нижнего предела .	3
1.7.3	Характеристические свойства верхнего и нижнего предела последовательности	3
1.7.4	Критерий существования предела последовательности	3
2	Вещественная функция вещественного аргумента	4
2.1	Предел вещественной функции вещественного аргумента	5
2.1.1	Определение предела функции по Коши, примеры	5
2.1.2	Определение предела функции по Гейне, примеры, эквивалентность определений	5
2.1.3	Обобщение понятия предела функции на расширенную числовую ось	5
2.2	Свойства пределов функции и функций, имеющих предел	5
2.2.1	Свойства, связанные с неравенствами	5
2.2.2	Свойства, связанные с арифм. операциями	5
2.3	Односторонние пределы функции	5
2.3.1	Определение односторонних пределов, связь между существованием предела и односторонних пределов функции	5
2.3.2	Теорема о существовании односторонних пределов у монотонной функции и ее следств	5
2.4	Критерий Коши, замечательные пределы, бесконечно малые функции	5
2.4.1	Критерий Коши существования предела функции	5
2.4.2	Первый замечательный предел	5
2.4.3	Второй замечательный предел	5
2.4.4	Бесконечно малые функции и их классификация	5
2.5	Непрерывные функции. Общие свойства	5
2.5.1	Понятие непрерывности функции в точке	5
2.5.2	Непрерывность функции на множестве	5
2.5.3	Понятие колебания функции на множестве и в точке. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке	5
2.5.4	Односторонняя непрерывность	5
2.5.5	Классификация точек разрыва	5
2.5.6	Локальные свойства непрерывных функций	5
2.6	Функции, непрерывные на отрезке	5
2.6.1	Теорема Больцано-Коши и следствия из неё	5
2.6.2	Первая теорема Вейерштрасса	5
2.6.3	Вторая теорема Вейерштрасса	5
2.6.4	Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора, следствия из неё	5
2.6.5	Свойства монотонных функций. Теорема об обратной функции	5
2.6.6	Непрерывность элементарных функций	5
3	Основы дифференциального исчисления	6
3.1	Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной	7
3.1.1	Определение производной и дифференциала, связь между этими понятиями . .	7
3.1.2	Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функций . . .	7
3.1.3	Дифференцирование и арифметические операции	7
3.1.4	Теорема о производной сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала	7
3.1.5	Теорема о производной обратной функции	7
3.1.6	Производные основных элементарных функций. Доказательство	7
3.1.7	Касательная к кривой. Геометрический смысл производной и дифференциала .	7
3.1.8	Физический смысл производной и дифференциала	7

3.1.9	Односторонние и бесконечные производные	7
3.1.10	Производные и дифференциалы высших порядков	7
3.2	Основные теоремы дифференциального исчисления	7
3.2.1	Теорема Ферма	7
3.2.2	Теорема Ролля	7
3.2.3	Теорема Лагранжа и следствия из нее	7
3.2.4	Теорема Коши	7
3.3	Формула Тейлора	7
3.3.1	Формула Тейлора для многочлена	7
3.3.2	Формула Тейлора для произвольной функции. Различные формы остаточного члена формулы Тейлора	7
3.3.3	Локальная формула Тейлора	7
3.3.4	Формула Маклорена. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций	7
3.4	Правило Лопиталья	7

Глава 1

Введение в анализ

1.1 Элементарные сведения из логики и теории множеств

1.1.1 Высказывания, предикаты связки

1.1.2 Кванторы

1.1.3 Множества, равенство двух множеств, подмножества

1.1.4 Простейшие операции над множествами

1.1.5 Принцип двойственности

1.1.6 Понятие счетного множества

1.2 Теория вещественных чисел

1.2.1 Множество рациональных чисел и его свойства

1.2.2 Вещественные числа, основные свойства вещественных чисел

1.2.3 Промежутки и их виды

1.2.4 Основные леммы теории вещественных чисел

1.3 Ограниченное множество, границы

1.3.1 Границы множества

1.3.2 Существование точной верхней границы у ограниченного сверху множества

1.3.3 Сечения в множестве рациональных чисел

1.3.4 Свойства \sup и \inf

1.3.5 Отделимость множеств, лемма о системе вложенных отрезков

1.3.6 Лемма о последовательности стягивающихся отрезков

1.4 Отображения, функции

1.4.1 Отображения, виды отображений и т.д

1.4.2 Вещественные функции

1.5 Предел последовательности

Глава 2

Вещественная функция вещественного аргумента

- 2.1 Предел вещественной функции вещественного аргумента
 - 2.1.1 Определение предела функции по Коши, примеры
 - 2.1.2 Определение предела функции по Гейне, примеры, эквивалентность определений
 - 2.1.3 Обобщение понятия предела функции на расширенную числовую ось
- 2.2 Свойства пределов функции и функций, имеющих предел
 - 2.2.1 Свойства, связанные с неравенствами
 - 2.2.2 Свойства, связанные с арифметическими операциями
- 2.3 Односторонние пределы функции
 - 2.3.1 Определение односторонних пределов, связь между существованием предела и односторонних пределов функции
 - 2.3.2 Теорема о существовании односторонних пределов у монотонной функции и ее следств
- 2.4 Критерий Коши, замечательные пределы, бесконечно малые функции
 - 2.4.1 Критерий Коши существования предела функции
 - 2.4.2 Первый замечательный предел
 - 2.4.3 Второй замечательный предел
 - 2.4.4 Бесконечно малые функции и их классификация
- 2.5 Непрерывные функции. Общие свойства
 - 2.5.1 Понятие непрерывности функции в точке
 - 2.5.2 Непрерывность функции на множестве

Глава 3

Основы дифференциального исчисления

3.1 Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной

- 3.1.1 Определение производной и дифференциала, связь между этими понятиями
- 3.1.2 Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функций
- 3.1.3 Дифференцирование и арифметические операции
- 3.1.4 Теорема о производной сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала
- 3.1.5 Теорема о производной обратной функции
- 3.1.6 Производные основных элементарных функций. Доказательство
- 3.1.7 Касательная к кривой. Геометрический смысл производной и дифференциала
- 3.1.8 Физический смысл производной и дифференциала
- 3.1.9 Односторонние и бесконечные производные
- 3.1.10 Производные и дифференциалы высших порядков

3.2 Основные теоремы дифференциального исчисления

- 3.2.1 Теорема Ферма
- 3.2.2 Теорема Ролля
- 3.2.3 Теорема Лагранжа и следствия из нее
- 3.2.4 Теорема Коши

3.3 Формула Тейлора

- 3.3.1 Формула Тейлора для многочлена
- 3.3.2 Формула Тейлора для произвольной функции. Различные формы остаточного члена формулы Тейлора